СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Воєвода А. Л. Математика та література: матеріали до інтегрованих уроків і заходів/ А. Л. Воєвода. – К. : Редакції газет природничо-математичного циклу, 2013. – 104 с. – (Бібліотека «Шкільного світу»).
2. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. пр. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 3–16.
3. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : «К.І.С.», 2004. – 112 с. – (Серія «Бібліотека з освітньої політики»).
4. Куделіна О. В. Математична освіта студентів у світлі впровадження компетентнісного підходу / О. В. Куделіна // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. пр. –Донецьк: ДНУ, 2008. – Вип. 29. – С.13–17 .
5. Морзе Н. В. Основи інформаційно-комунікаційних технологій / Н. В. Морзе. – К. : ВГ«BHV», 2006. – 352 с.
6. Пометун О. І. Дискусія українських педагогів навколо питань запровадження компетентнісного підходу до вітчизняного змісту освіти / О. І. Пометун // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. – К. : «К. І. С.», 2004. – 112 с. – (Серія «Бібліотека з освітньої політики»).
7. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід із використанням ІКТ / С. А. Раков. – Харків : Факт, 2005. – 360 с.
8. Раков С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти / С. А. Раков // Математика в школі. – 2005. – № 5. – С. 2–8.
9. Рамський Ю. С. Формування інформаційної культури особи – пріоритетне завдання сучасної освітньої діяльності / Ю. С. Рамський // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова : зб. наук. пр. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2004. – № 1 (8). – С. 19–42. – (Серія № 2 «Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання»).
10. Слєпкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навч. посіб. / З. І. Слєпкань. – К. : Вища школа, 2005. – 239 с.
11. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін: монографія / Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.

Дата надходження до редакції: 06.12.2018 р.

УДК 514.18(075)

Валерій КРІВЦОВ,
кандидат технічних наук,
доцент кафедри теоретичної механіки,
інженерної графіки та машинознавства
Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне

Валентин КРІВЦОВ,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри фізики
Рівненського державного гуманітарного університету

Вікторія КУКЛА,
старший викладач кафедри суспільно-гуманітарної освіти Рівненського ОІППО

ОКРЕМІ ПИТАННЯ ПІДГОТОВКИ ШКОЛЯРІВ ДО НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ У ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДАХ ОСВІТИ

У статті запропоновано приклади, які демонструють трансформацію понять геометричних місць площини в геометричні місця простору. Наведено задачі на застосування геометричних місць простору, які доцільно використовувати під час вивчення геометрії в 11-му класі загальноосвітньої школи. Показано, що застосування поняття геометричних місць простору при розв'язуванні задач, де геометричні фігури представлено у вигляді їх наочного зображення, сприяє розвитку в школярів просторової уяви та логічного мислення, швидшій адаптації майбутнього студента до навчального процесу, свідомому та глибокому вивченню математичних дисциплін.

Ключові слова: *геометрія, геометричні місця площини та простору, приклад, задача, розв'язування.*

В статье предложены примеры, которые демонстрируют трансформацию понятий геометрических мест плоскости в геометрические места пространства. Приведены задачи на применение геометрических мест пространства, которые целесообразно использовать во время изучения геометрии в 11-м классе общеобразовательной школы. Показано, что использование понятия геометрических мест пространства при решении задач, где геометрические фигуры представлены в виде их наглядного изображения, способствует развитию у школьников пространственного воображения и логического мышления, содействует более легкой адаптации будущих студентов к учебному процессу, сознательному и глубокому изучению математических дисциплин.

Ключевые слова: *геометрические места плоскости и пространства, геометрия, пример, задача, решение.*

The article suggests examples that show the transformation of the concepts of geometric places of the plane in geometric places of space. The problems on the application of geometric places of space that are appropriate to be used during the study of geometry in the 11th class of the general educational school are given. It is shown that the application of geometric places of space during solving problems facilitates the development of spatial imagery and logical thinking among students, easier adaptation of a future student to the educational process.

Key words: *geometric places of the plane and of space, geometry, example, problem, solving.*

Постановка проблеми. Сучасні вимоги до спеціалістів технічного профілю полягають в умінні вдосконалювати виробничий процес, запроваджуючи ефективні, економічно вигідні технічні й технологічні рішення, зменшуючи таким чином собівартість продукції, що виготовляється. Для вирішення поставлених задач необхідно мати розвинені просторову уяву та логічне мислення. Зазначені якості формуються в студентів на першому курсі, зокрема і при вивченні нарисної геометрії – дисципліни, яка надає знання, вміння, навики, необхідні для читання та виконання машинобудівельних креслень, розв’язування на основі креслень різноманітних інженерно-графічних задач і займає особливе місце серед дисциплін циклу загальної підготовки. Проте студентам, які не володіють основами теорії проекціювання об’єктів на площину та мають слабку уяву (а таких студентів – більшість), надзвичайно складно опановувати положення нарисної геометрії. Означена ситуація обумовлена тим, що в закладах загальної середньої освіти (ЗЗСО) предмет «Креслення» не є обов’язковим, а на уроках математики, насамперед геометрії, питанням розвитку просторової уяви, методам проекціювання приділяється недостатньо уваги.

Аналіз наукових досліджень і публікацій. Детальне знайомство зі змістом сучасних шкільних підручників із геометрії [1-3] засвідчило, що різноманітні фігури, які розглядаються як у планіметрії, так і в стереометрії, зображено не у вигляді проекцій, а представлено їх просторові моделі, з якими в тій чи іншій формі школярі стикаються у своєму повсякденному житті. У вищих технічних закладах освіти (ВТЗО) інформацію про об’єкти подано на кресленнях не у вигляді їх наочного зображення, а у вигляді плоских зображень, як наслідок – студентові важко сприйняти інформацію, подану в такому вигляді. Для розвитку просторової уяви та логічного мислення найбільш ефективними, на думку авторів, є задачі на побудову, які розв’язуються методом геометричних місць простору. Проте в розглянутих підручниках [1-3] наведено лише одну задачу, яку розв’язано цим методом, і тільки у планіметрії. Жодної задачі на побудову в стереометрії не розв’язано методом геометричних місць простору.

Мета статті – запропонувати приклади задач на побудову з використанням просторових моделей, розв’язування яких здійснюється методом геометричних місць простору та які доцільно застосовувати під час вивчення геометрії в 11-му класі загальноосвітньої школи.

Виклад основного матеріалу. Використання у навчальному процесі поняття *геометричних місць* має неабиякий методологічний та освітній зміст. Воно є одним із найбільш ефективних методів формування в школярів просторової уяви, розвиває їх креативне мислення, навчає розуміти логіку виконання побудов, спонукає під час пошуку рішення не лише пригадувати безліч теорем, а й при цьому обрати саме ту, яка допоможе знайти правильну відповідь. У школі розглядають лише геометричні місця точок на площині і зовсім не вивчають геометричні місця простору. Зважаючи на це, школяр не може встановити зв’язок між цими поняттями, що стримує розвиток зазначених якостей, а ставши студентом, відчуватиме значні труднощі при вивченні нарисної геометрії, інженерної графіки, де для ефективного та свідомого опанування знаннями потрібно вміти зображувати тримірні просторові фігури у вигляді двомірних плоских зображень.

Суть методу геометричних місць, який використовується при розв’язуванні задач на побудову [5; 6], полягає у наступному: розв’язуючи задачу на побудову, потрібно знайти точку **X**, яка задовольняє дві умови. Геометричним місцем точок, що задовольняють першу умову, є певна фігура $\mathbf{F_1}$, а геометричним місцем точок, що задовольняє другу умову, є певна фігура $\mathbf{F_2}$. Шукана точка **X** повинна належати як $\mathbf{F_1}$, так і $\mathbf{F_2}$, тобто бути точкою їх перетину. Отже, спільна точка цих двох геометричних місць і буде відповідати вимогам задачі. Слід зазначити, що для визначення шуканої точки іноді достатньо визначити лише одне геометричне місце точок, оскільки друге представлене в умові задачі. Якщо шукана точка відповідає лише одному геометричному місцю, то задача стає невизначеною, тобто існує безліч точок, які задовольняють умову задачі. Загалом задача має стільки розв’язків, скільки спільних точок мають знайдені геометричні місця, та не матиме розв’язків, якщо дані геометричні місця не мають жодної спільної точки, тобто геометричні фігури $\mathbf{F_1}$ і $\mathbf{F_2}$ не перетинаються.

Зрозуміло, що така методика розв’язування задач дозволяє розвинути творчий потенціал школяра, його аналітичне мислення, а відповідно – і просторову уяву, сприятиме швидшій адаптації майбутнього студента до навчального процесу у закладах вищої освіти (ЗВО), свідомому та глибокому засвоєнню математичних дисциплін, зокрема такої складної, як нарисна геометрія.

Розглянемо приклади застосування геометричних місць простору під час вивчення геометрії в 11-му класі.

Приклад 1. Зі шкільного курсу відомо, що геометричним місцем точок, рівновіддалених від двох даних точок, є серединний перпендикуляр до відрізка, який з'єднує ці точки. Аналогом цього поняття для простору є площина, яка перпендикулярна до відрізка і проходить через його середину. Для розуміння школярами цього перетворення доцільно запропонувати таке пояснення: через середину відрізка можна провести в різні напрямки простору безліч перпендикулярів до нього, які уявно обертаються навколо цього відрізка, утворюючи площину, перпендикулярну до відрізка.

Задача. Знайти на прямій **m** точку **M**, рівновіддалену від точок **A** і **B**.

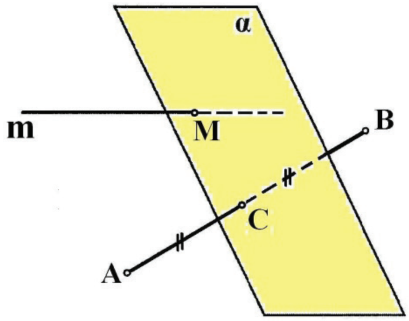

Рис. 1. Розв'язування задачі до прикладу 1

Розв'язування *(див. рис. 1)*. Шукана точка **M** повинна задовольняти дві умови: бути рівновіддаленою від точок **A** і **B** (1 умова) та належати водночас прямій **m** (2 умова). Першій умові відповідає площина **α**, яку проведено через середину (точку **C**) відрізка, що з'єднує точки **A** і **B**. Усі точки цієї площини, зокрема й шукана точка **M**, рівновіддалені від точок **A** і **B**. Щоб шукана точка відповідала й другій умові, тобто знаходилася на прямій **m**, потрібно визначити точку перетину прямої **m** з площиною **α**, яка і буде шуканою точкою **M**.

Після виконання побудов обов'язково потрібно здійснити ***дослідження*** задачі [4], в результаті якого визначають умови існування рішення, їх кількість тощо. Розв'язування задачі можливе і має один розв'язок, тобто лише одна точка може задовольняти умову задачі, якщо пряма m не перпендикулярна до **AB**. Для даної задачі рішення неможливе, якщо пряма **m** перпендикулярна до **AB**, причому немає значення – прямі **m** і **AB** перетинаються чи є мимобіжними. За таким розміщенням прямих **m** і **AB**, пряма **m** буде паралельною до площини ***α.*** Задача буде невизначеною, тобто матиме безліч розв'язків, якщо точки A і B розміщено симетрично відносно прямої m.

Приклад 2. Зі шкільного курсу відомо, що геометричним місцем точок, рівновіддалених від сторін кута, є бісектриса цього кута. Аналогом цього поняття для простору є площина, яка проходить через бісектрису цього кута і є перпендикулярною до площини кута. Школярам варто пояснити, що провести таку площину можна, побудувавши спочатку перпендикуляр із вершини кута до його сторін. Площина, яку проведено через бісектрису кута і цей перпендикуляр, буде перпендикулярною до площини кута, оскільки перпендикуляр складає прямий кут із двома прямими, що перетинаються, площини кута. Ці дві прямі є сторонами кута.

Задача. На прямій **c** знайти точку **K**, рівновіддалену від прямих **m** і **p**.

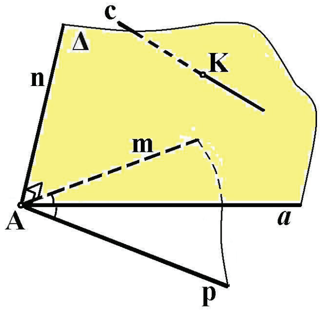

Рис. 2. Розв'язування задачі до прикладу 2

Розв'язування *(див. рис. 2)*. Шукана точка **K** повинна задовольняти дві умови: бути рівновіддаленою від прямих **m** і **p** (1 умова) та належати водночас прямій **c** (2 умова).

Першій умові відповідає площина **Δ**, яку проведено через бісектрису ***a*** кута зі сторонами **m** і **p**, та перпендикуляр **n**, побудований із вершини **A** під прямим кутом до прямих **m** і **p.** Щоб шукана точка відповідала і другій умові, тобто належала прямій **c**, потрібно визначити точку перетину прямої **c** із площиною **Δ**, яка і буде шуканою точкою **K**.

Дослідження. Розв'язування задачі можливе і має один розв'язок, якщо пряма **c** не буде паралельною до проведеної площини **Δ** або перпендикулярною до площини кута. В останньому випадку пряма **c** буде паралельною до площини **Δ**. Якщо пряма **c** виявиться паралельною до побудованої площини **Δ** або перпендикулярною до площини кута, то задача за такою умовою розміщення фігур не буде мати розв'язків, оскільки пряма **c** не перетне площину **Δ**. Задача буде невизначеною, якщо при проведенні площини **Δ** пряма **c** розміститься в ній.

Приклад 3. Зі шкільного курсу відомо, що геометричним місцем точок, рівновіддалених від даної точки, є коло з центром у цій точці та з радіусом, який дорівнює даній відстані. Аналогом цього поняття для простору є сфера – геометричне місце точок простору, віддалених від заданої точки на задану відстань.

Задача. На прямій ***l*** знайти точки **C** і **D**, які віддалені від точки **A** на відстань **d**.

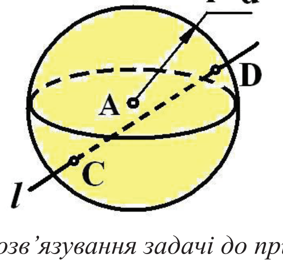

Рис. 3. Розв'язування задачі до прикладу 3

Розв'язування *(див. рис. 3).* Шукані точки **C** і **D** повинні відповідати двом умовам: бути віддаленими від точки **A** на відстань **d** (1 умова) і водночас належати прямій ***l*** (2 умова).

Першій умові відповідає сфера (поверхня кулі) із центром в точці **A** і радіусом **r = d**. На цій поверхні повинні знаходитися шукані точки **C** і **D**. Для їх визначення потрібно виконати другу умову, тобто знайти точки перетину прямої ***l*** зі сферою. Ці точки перетину і будуть шуканими точками **C** і **D**.

Дослідження. Оскільки сфера є поверхнею другого порядку, то пряма лінія перетинає її у двох точках, тобто ця задача має два розв'язки у випадку перетину прямої ***l*** зі сферою. Якщо пряма дотикається до сфери, то задача має один розв'язок, тобто одна точка належить водночас сфері та прямій ***l***. Задача немає розв'язку, якщо пряма ***l*** не перетинає сферу.

Приклад 4. Аналогом кола, яке є геометричним місцем точок, рівновіддалених від його центра, можна представити не лише сферу, а й поверхню прямого колового (кругового) циліндра, утворену цим колом. Ця поверхня циліндра є геометричним місцем точок простору, віддалених від заданої прямої на задану відстань, причому віссю обертання циліндра є задана пряма, а радіус кола нормального перерізу поверхні дорівнює заданій відстані. Утворення поверхні з кола, а прямої із точки – центра кола можна пояснити таким чином: через центр кола проводимо пряму, перпендикулярну до площини кола і приймемо її за вісь поверхні колового циліндра. Саму поверхню циліндра можна уявити як утворену колом, яке плоско-паралельно переміщується уздовж осі таким чином, що в будь-якому положенні кола його центр знаходиться на осі.

Задача. Побудувати точки, які розміщені на прямій ***a*** і знаходяться від вертикальної прямої ***b*** на відстані **d**.

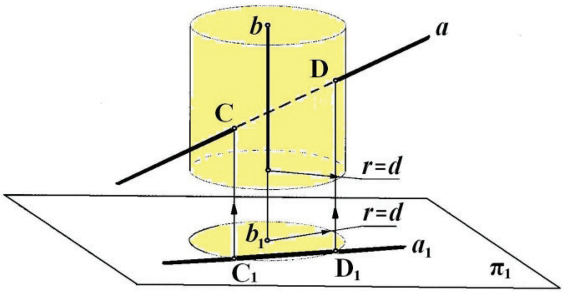

Рис. 4. Розв'язування задачі до прикладу 4

Розв'язування *(див. рис. 4)*. Шукані точки **C** і **D** повинні відповідати двом умовам: бути рівновіддаленими від прямої ***b*** (1 умова) і водночас належати прямій ***a*** (2 умова).

Першій умові відповідає поверхня прямого колового циліндра, яка є геометричним місцем точок простору, віддалених від заданої прямої ***b*** на відстань **d**, причому пряма ***b*** є віссю обертання циліндра, а радіус **r** кола нормального перерізу дорівнює заданій відстані **d**. Ця поверхня циліндра містить точки **C** і **D**. Щоб їх визначити, тобто задовольнити другу умову, потрібно знайти точки перетину прямої ***a*** із поверхнею циліндра. Ці точки перетину і будуть шуканими точками **C** і **D**.

На *рис. 4* побудовано також ортогональну проекцію циліндра на площині π_1 – це коло і проекцію осі циліндра – це точка b_1, яка є центром кола. Аналогічна задача на площині має таку умову: визначити точки на прямій a_1, рівновіддалені від точки b_1 на відстань **d**. Розв'язок цієї планіметричної задачі на побудову геометричних місць точок полягає в тому, що з точки b_1 як із центра проводимо коло, радіус якого дорівнює **d**. Коло перетинає пряму a_1 у точках C_1 і D_1, які є шуканими точками.

Зображення, наведені на *рис. 4*, показують, яким чином можна поширювати поняття геометричних місць точок площини на аналогічне (подібне) поняття геометричних місць точок простору.

Дослідження. Задача має два розв'язки (дві точки), якщо пряма ***a*** перетинає поверхню циліндра, і один розв'язок (одну точку), якщо пряма дотикається до поверхні циліндра. Задача немає розв'язку, якщо пряма ***a*** не перетинає поверхню циліндра. Задача має безліч розв'язків, тобто є невизначеною, якщо пряма ***a*** виявиться прямою, яка буде віссю поверхні циліндра, тобто збігатися з прямою ***b***.

Приклад 5. Зі шкільного курсу відомо, що геометричним місцем точок, віддалених від даної прямої на задану відстань, є дві прямі, паралельні до даної прямої та віддалені від неї на задану відстань. Для простору аналогічним є таке поняття: геометричним місцем точок простору, віддалених від заданої площини на задану відстань, є дві площини, паралельні до заданої, і розміщені від неї на задану відстань. Таке перетворення понять із геометричних місць площини в геометричні місця простору можна пояснити таким чином: задані паралельні прямі можна плоско-паралельно перемістити в просторі таким чином, щоб сукупність цих прямих утворила паралельні площини.

Задача. У площині **β** знайти геометричне місце точок, віддалених від площини **α** на задану відстань **d**.

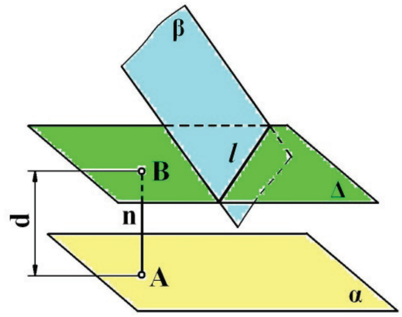

Рис. 5. Розв'язування задачі до прикладу 5

Розв'язування *(див. рис. 5).* Шукане геометричне місце точок повинно відповідати двом умовам: бути віддаленим від площини **α** на відстань **d** (1 умова) і водночас належати площині **β** (2 умова) .

Першій умові відповідає площина **Δ**, яку проведено на відстань **d** від площини **α** і паралельно до неї. Для цього з довільної точки **A** площини **Δ** проводимо перпендикуляр **n** до **Δ**. На **n** відкладаємо відрізок **AB = d**, фіксуємо точку **B**. Через точку **B** проводимо площину **α** паралельно до **Δ**. Другу площину із такими ж властивостями, розміщену нижче площини **α**, не показано. Площина **Δ** містить шукане геометричне місце точок. Щоб його визначити, потрібно виконати другу умову, тобто знайти лінію перетину площин **β** і **α**. Оскільки дві площини перетинаються по прямій лінії, то шукане геометричне місце точок буде прямою лінією ***l*** , по якій площина **β** перетинає площину **Δ**.

Дослідження. Задача має розв'язок, якщо площина **β** перетинає задану площину **α**. Задача не матиме розв'язку, якщо площина **β** буде паралельною до площини **α**. Задача буде невизначеною, якщо площина **β** паралельна до площини **α** і знаходиться від неї на задану відстань **d**.

Висновки. Наведені нами приклади застосування геометричних місць простору свідчать, що їх використання під час вивчення геометрії в 11-му класі ЗЗСО сприятиме розвитку в школярів просторової уяви і логічного мислення, що дозволить їм після вступу до ЗВО без особливих зусиль сприймати навчальний матеріал, зокрема й такої складної дисципліни, як нарисна геометрія.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Біляніна О. Я. Геометрія: 10 клас. Академічний рівень / О. Я. Біляніна, Г. І. Біляніна, В. О. Швець. – К. : Генеза, 2010. – 200 с.

2. Бурда М. І. Геометрія : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. : академічний рівень / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. : Зодіак-ЕКО, 2010. – 176 с.

3. Геометрія: 11 кл. : підруч. для загальноосвіт. навч. закл. : акдем. рівень, профіл. рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. – К. : Генеза, 2011. – 336 с.

4. Козяр М. М. Окремі аспекти методики розв'язування задач із нарисної геометрії / М. М. Козяр, В. В. Крівцов // Науковий вісник Миколаївського національного університету імені Сухомлинського : збірник наукових праць. Педагогічні науки. – 2016. – №3 (54). С. 47–57.

5. Методика розв'язування задач на побудову / О. М. Астряб, О. С. Смогоржевський, М. Б. Гельфанд та ін. – К. : Радянська школа, 1960. – 386 с.

6. Погорелов А. В. Геометрия : учеб. для 7–11 кл. сред. шк. / А. В. Погорелов. – М. : Просвещение, 1990. – 384 с.

Дата надходження до редакції: 06.12.2018 р.

УДК 378.016:[373.5.011.3-051:51]:004

Наталія СЯСЬКА,
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математики з методикою викладання
Рівненського державного гуманітарного університету

Оксана ЯРОВА,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри вищої математики
Університету державної фіскальної служби України,
м. Ірпінь

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ПОЄДНАННІ ІЗ ЗАСОБАМИ НОВІТНІХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ХОДІ ВИВЧЕННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ МАЙБУТНІМИ ВЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

У статті розглянуто перспективні напрями вдосконалення методики вивчення стереометрії. Доведено, що завдяки комп'ютерній підтримці в студентів формуються навички створення віртуальних моделей реальних об'єктів, що сприяє оволодінню ключовими компетентностями та є показником творчої діяльності майбутніх учителів математики.

Ключові слова: *новітні інформаційні технології, метод математичного моделювання, стереометрія, підготовка вчителя математики.*

В статье рассмотрены перспективные направления совершенствования методики изучения стереометрии. Доказано, что благодаря компьютерной поддержке у студентов формируются навыки создания виртуальных моделей реальных объектов, что способствует овладению ключевыми компетенциями и является показателем творческой деятельности будущих учителей математики.

Ключевые слова: *новейшие информационные технологии, метод математического моделирования, стереометрия, подготовка учителя математики.*

Perspective directions of improvement of methodology of study of stereometry are considered in the article. It is discovered that at preparation of future teachers of mathematics there are difficulties, related to the low level of spatial imagination of graduating students of schools and not readiness them to creation of virtual models of the real objects. It is confirmed in the article, that new information technologies assist forming of skills of mathematical design at the study of stereometry that assists a capture key competences and is a creative performance of future teachers of mathematics indicator.

Key words: *the newest information technologies, method of mathematical design, stereometry, preparation of teacher.*