



EUROPEAN CONFERENCE

Conference Proceedings



XXI International Science Conference
«Informational, modern and recent
theories of development»

May 29 -31, 2023
Madrid, Spain

INFORMATIONAL, MODERN AND RECENT THEORIES OF DEVELOPMENT

Abstracts of XXI International Scientific and Practical Conference

Madrid, Spain

(May 29 – 31, 2023)

UDC 01.1

ISBN – 9-789-40368-893-0

The XXI International Scientific and Practical Conference «Informational, modern and recent theories of development», May 29 – 31, Madrid, Spain. 353 p.

Text Copyright © 2023 by the European Conference (<https://eu-conf.com/>).

Illustrations © 2023 by the European Conference.

Cover design: European Conference (<https://eu-conf.com/>).

© Cover art: European Conference (<https://eu-conf.com/>).

© All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, distributed, or transmitted, in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system, without the prior written permission of the publisher. The content and reliability of the articles are the responsibility of the authors. When using and borrowing materials reference to the publication is required. Collection of scientific articles published is the scientific and practical publication, which contains scientific articles of students, graduate students, Candidates and Doctors of Sciences, research workers and practitioners from Europe, Ukraine and from neighboring countries and beyond. The articles contain the study, reflecting the processes and changes in the structure of modern science. The collection of scientific articles is for students, postgraduate students, doctoral candidates, teachers, researchers, practitioners and people interested in the trends of modern science development.

The recommended citation for this publication is: Skliar A. Protection of plants from pests and diseases in organic agriculture. Abstracts of XXI International Scientific and Practical Conference. Madrid, Spain. Pp. 15-16.

URL: <https://eu-conf.com/events/informational-modern-and-recent-theories-of-development/>

TABLE OF CONTENTS

ADVERTISING		
1.	Орлов О.Г. РЕКЛАМА ЯК СКЛАДОВА МАРКЕТИНГОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА	12
AGRICULTURAL SCIENCES		
2.	Skliar A. PROTECTION OF PLANTS FROM PESTS AND DISEASES IN ORGANIC AGRICULTURE	15
3.	Карпенко О.В., Єрємона Л.О. ОЦІНКА МОЖЛИВОСТІ ЗАПРОВАДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВИРОБНИЦТВА МОЛОЧНОЇ ПРОДУКЦІЇ В УМОВАХ ФЕРМЕРСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ПІВДЕННОГО РЕГІОНУ УКРАЇНИ	17
4.	Карпенко О.В., Клименко Д.В. ОРГАНІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ІНКУБАЦІЇ ЯЄЦЬ ВОДОПЛАВНОЇ ПТИЦІ В УМОВАХ ПРИВАТНИХ ПІДПРИЄМСТВ ТИПОВИХ ДЛЯ ПІВДНЯ УКРАЇНИ	22
5.	Карпенко О.В., Клименко А.В. ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА М'ЯСА ТА ХАРЧОВИХ ЯЄЦЬ В УМОВАХ ФЕРМЕРСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ПІВДЕННОГО РЕГІОНУ УКРАЇНИ	27
6.	Попсуй В.В., Шаповал А.М., Давидов С.О. ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВІДТВОРЕННЯ У ТОВАРНИХ СВИНОФЕРМАХ	31
7.	Савчук О.І., Приймачук Т.Ю., Кошицька Н.А. ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ СЕГЕТАЛЬНОЇ РОСЛИННОСТІ В ОРГАНІЧНІЙ СІВОЗМІНІ НА ДЕРНОВО-ПІДЗОЛИСТОМУ ҐРУНТІ	34
ARCHITECTURE, CONSTRUCTION		
8.	Билим О.М., Фостащенко О.М., Гондар С.О. АНАЛІЗ ТЕРИТОРІЇ НА ПРЕДМЕТ ІСТОРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ, ПАМ'ЯТОК І ПРИРОДНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ПРИКЛАДІ ПРОМИСЛОВОЇ ТЕРИТОРІЇ В ДНІПРОВСЬКОГО РАЙОНУ МІСТА ЗАПОРІЖЖЯ	39

9.	Пальченко О.Л., Кушнір В.І. АНАЛІЗ РОЛІ ГІДРОАКУМУЛЮЮЧИХ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ (ГАЕС) В ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ РОБОТИ ЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ	45
10.	Шемякін М.В., Боровик П.М., Удовенко І.О. ІНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧНІ ВИШУКУВАННЯ ПРИ ТРАСУВАННІ ЛІНІЙНИХ СПОРУД	48
ART HISTORY		
11.	Galchynska O., Nazarenko O., Chasova D. ЛОГОТИП ТА ФІРМОВИЙ ЗНАК В ПРОЕКТУВАННІ ФІРМОВОГО СТИЛЮ	50
BIOLOGY		
12.	Гамзін Н.С., Кисляк С.В., Аверьянова О.А. ПОШУК ПАЛЕНДРОМНИХ ПОВТОРІВ В БІОЛОГІЧНИХ ПОСЛІДОВНОСТЯХ	53
13.	Горб О.П., Кисляк С.В., Аверьянова О.А. ПОШУК ТАНДЕМНИХ ПОВТОРІВ В АМІНОКИСЛОТНИХ ПОСЛІДОВНОСТЯХ	59
14.	Мамотенко А.В., Гугля В.В. ОЦІНКА ПОТЕНЦІАЛУ ФІЗИЧНОГО ЗДОРОВ'Я У ДІТЕЙ З РІЗНИМ РУХОВИМ РЕЖИМОМ	63
CHEMISTRY		
15.	Bayramov G.M.O., Alekberov S.S.O. STRUCTURE "MONOCRYSTAL SILICON-FERROELECTRIC LIQUID CRYSTAL" FOR INFORMATION PROCESSING AND DISPLAY DEVICES	68
ECONOMY		
16.	Didur K. ECONOMIC ESSENCE OF INNOVATIONS AND INNOVATIVE ACTIVITIES OF THE ENTERPRISE	74
17.	Бестужева С.В., Божко В.О. ПЛАНУВАННЯ ЕКСПОРТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА: АНАЛІЗ ПІДХОДІВ ДО СУТНОСТІ ТА КЛАСИФІКАЦІЇ	77

18.	Бестужева С.В., Романенко А.Я. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ УПРАВЛІННЯ МІЖНАРОДНОЮ КОНТРАКТНОЮ ДІЯЛЬНІСТЮ ПІДПРИЄМСТВА В СУЧАСНИХ УМОВАХ	82
19.	Бехтер Л.А., Боровенський Є.Г. РОБОТИЗАЦІЯ У СФЕРІ ЛОГІСТИКИ ЯК ПОКАЗНИК ПРОГРЕСИВНОГО РОЗВИТКУ	87
20.	Головацька С., Сенюра С., Захарець І. ОБЛІКОВО-ПРАВОВІ АСПЕКТИ ВІДШКОДУВАННЯ ШКОДИ, ЗАВДАНОЇ ПІДПРИЄМСТВУ: ДОСВІД В УКРАЇНІ	91
21.	Гришина Л.О., Карась П.М. ЦИФРОВІЗАЦІЯ ЛОГІСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ АГРОСЕКТОРУ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ	96
22.	Грищенко О.В. СТРАТЕГІЯ КІБЕРБЕЗПЕКИ В КОНТЕКСТІ ГІБРИДНОГО РОБОЧОГО СЕРЕДОВИЩА В УМОВАХ ВІЙНИ	101
23.	Козіцька Н. ІНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ ПРОСУВАННЯ БІЗНЕСУ	103
24.	Соколенко Д.О., Тіхонова Л.А. АНАЛІЗ ДІЯЛЬНОСТІ СУБ'ЄКТІВ ВЕЛИКОГО ПІДПРИЄМНИЦТВА ЗА ВИДОМ ДІЯЛЬНОСТІ "СІЛЬСЬКЕ, ЛІСОВЕ ТА РИБНЕ ГОСПОДАРСТВО" У 2010-2020 РР.	106
25.	Трофімчук М.О., Трофімчук О.Р. ЕФЕКТ ПЕРЕНЕСЕННЯ ДЕВАЛЬВАЦІЇ ГРИВНІ НА РІВЕНЬ ІНФЛЯЦІЇ	108
26.	Циганова О.С. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ОБЛІКУ ФІНАНСОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ	111
GEOGRAPHY		
27.	Бубир Н.О., Скоробагатько А.Д. ГЕОІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОРГАНІЗАЦІЇ РАЦІОНАЛЬНОГО ЗЕМЛЕКОРИСТУВАННЯ ТЕРИТОРІАЛЬНИХ ГРОМАД УКРАЇНИ	116

GEOLOGY		
28.	Чернобук О.І. ПРО ЗВ'ЯЗОК ГЕРМАНІЮ З НІКЕЛЕМ У ВУГІЛЬНОМУ ПЛАСТІ С4 ШАХТИ "САМАРСЬКА" (УКРАЇНА)	121
JOURNALISM		
29.	Скороход Т., Іванова С.А. ЯК СТВОРИТИ БРЕНДБУК: КРОК ЗА КРОКОМ. ПРИКЛАД КОМПАНІЇ ТЕКМАН	132
30.	Ставченко Д., Іванова С.А. ОСОБЛИВОСТІ РЕКЛАМНОГО ПРОСУВАННЯ НАУКОВОЇ БІБЛІОТЕКИ ДНУ ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА ЧЕРЕЗ POS-МАТЕРІАЛИ	138
JURISPRUDENCE		
31.	Chyzhov D. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБОРОНИ ТА НАЦІОНАЛЬНОЇ БЕЗПЕКИ ДЕРЖАВИ З МЕТОЮ ОБМЕЖЕННЯ ПРАВ ЛЮДИНИ	143
32.	Біленко О.А. БОРОТЬБА З КОРУПЦІЄЮ ЯК ОДИН З ГОЛОВНИХ КРИТЕРІЇВ ЧЛЕНСТВА УКРАЇНИ В ЄС	147
33.	Вереша Р.В. ПРОЄКЦІЯ ТЕХНОКРАТИЧНИХ ЗАСАД СУБ'ЄКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТУ КРИМІНАЛЬНО-ПРАВОВОГО РЕГУЛЮВАННЯ	151
34.	Самойлович А.А. ОКРЕМІ АСПЕКТИ ЗАХИСТУ ДЕРЖАВНОЇ МОВИ В УКРАЇНІ	155
35.	Самойлович А.А. ОСУДНІСТЬ СУБ'ЄКТА ПРАВОПОРУШЕННЯ	157
MANAGEMENT, MARKETING		
36.	Дибач І.Л., Туманян Е.А. МАРКЕТИНГОВИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПІДВИЩЕННЯ МІЖНАРОДНОЇ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА	159
37.	Мельнікова Ю.І., Точений О.В. ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ЛОГІСТИКИ "ОСТАННЬОЇ МИЛІ"	162

MEDICINE		
38.	Tovarnytska A. MIR-155 IN MATERNAL BREAST MILK IS A NATURAL MODULATOR OF INFLAMMATORY RESPONSE FOR PRETERM NEONATE	168
39.	Antonchuk V.M., Klygunenko O.M. ACUTE RESPIRATORY DISTRESS SYNDROME. CLINICAL MANIFESTATIONS. MODERN METHODS OF DIAGNOSTIC AND INTENSIVE THERAPY	171
40.	Biryukov V., Slutskaya M., Koltun A. DIAGNOSTIC SIGNIFICANCE OF SIMULTANEOUS PULSOXIMETRY AND THERMOMETRY FOR RESPIRATORY PATHOLOGY IN YOUNG CHILDREN	175
41.	Cherepanova N.O., Kravets O.V. PRINCIPLES OF CONDUCTING ENTERAL NUTRITION IN INTENSIVE CARE	182
42.	Liulka Y.P. REABILITATION OF PERSONS WITH DISABILITIES AS A RESULT OF TUBERCULOSIS IN UKRAINE UNDER MARTIAL LAW	184
43.	Boyko Y.A., Kravets O.V. HYPOVOLEMICSHOCK. ETIOLOGY, PATHOGENESIS, CLINIC, DIAGNOSIS, INTENSIVE CARE	186
44.	Zaychenko Yu. MODERN PRINCIPLES OF DIAGNOSTICS AND INTENSIVE CARE OF POLYTRAUMA	188
45.	Булатова К.А., Свірін М.Г., Макаров Д.Є. СУЧАСНІ АСПЕКТИ ДІАГНОСТИКИ ТА ЛІКУВАННЯ ВІРСУНГОРАГІЇ	191
46.	Капрош А.В., Радченко А.І. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ З ПОВОДУ ЕТІОЛОГІЇ, ДІАГНОСТИКИ І МЕТОДІВ ЛІКУВАННЯ РАКУ ЛЕГЕНІВ	194
47.	Удод О.А., Федішин М.М. ПРИШИЙКОВІ УРАЖЕННЯ ЗУБІВ ТА ГІГІЄНІЧНІ ЗВИЧКИ ПАЦІЄНТІВ	197

PEDAGOGY		
48.	Kim L., Palkevych O. FONCTIONNALITÉS, PROBLÈMES ET PERSPECTIVES D'UTILISATION DE MICROSOFT OFFICE 365 DANS LE PROCESSUS ÉDUCATIF	199
49.	Башкір О.І., Бі Юнь, Тарасенко О.М. ВЗАЄМОДІЯ УЧАСНИКІВ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ ЗАКЛАДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ	202
50.	Дубовой В.В., Дубовой О.В., Сіпакова Д.О. ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ СИЛОВИХ ЗДІБНОСТЕЙ У ЮНИХ ПАУЕРЛІФТЕРІВ НА ПОПЕРЕДНЬОМУ БАЗОВОМУ ЕТАПІ ПІДГОТОВКИ	205
51.	Дубовой О.В., Дубовой В.В. КОНЦЕПЦІЯ КУРСУ "ВСТУП ДО СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ГАЛУЗІ "ФІЗИЧНЕ ВИХОВАННЯ І СПОРТ"	209
52.	Заболотня А.Г. РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПІД ЧАС ІГРОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ: ВИКОРИСТАННЯ ІГОР ТА ГОЛОВОЛОМОК У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ	213
53.	Зозуля О., Гапоненко Є. ЕКОНОМІЧНЕ ВИХОВАННЯ ДІТЕЙ ДОШКІЛЬНОГО ВІКУ В СІМ'Ї	216
54.	Кукоцька А.А. РОЗВИТОК ТВОРЧОГО МИСЛЕННЯ В УЧНІВ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ НА УРОКАХ МИСТЕЦТВА	220
55.	Олійник О.О. TEACHING LISTENING IN MULTILEVEL GROUPS	222
56.	Полулященко Т.Л., Янович І.В., Шинкарьов С.І. ОСОБЛИВОСТІ ВІДБОРУ ЛЕГКОАТЛЕТІВ У ПРОФЕСІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ТРЕНЕРА	225
57.	Кандюк-Лебідь С., Мельник Т. СПОСОБИ ВЗАЄМОДІЇ БАТЬКІВ ТА ДИТИНИ З ПСИХОФІЗИЧНИМИ ПОРУШЕННЯМИ	232

58.	Тарасенко В.І. ЛІНГВОКРАЇНОЗНАВЧИЙ ПОТЕНЦІАЛ ХУДОЖНЬОГО ТВОРУ У ВИКЛАДАННІ УКРАЇНСЬКОЇ МОВИ ЯК ІНОЗЕМНОЇ	236
59.	Чкан Л., Раєвська І.М. ДИДАКТИЧНІ МОЖЛИВОСТІ LEGO-ТЕХНОЛОГІЇ	238
60.	Янович І.В., Полулященко Т.Л., Шинкарьов С.І. НАПРЯМКИ ВДОСКОНАЛЕННЯ ТЕХНІКИ ПЛАВАННЯ СПОСОБОМ КРОЛЬ НА ГРУДЯХ	242
PHILOLOGY		
61.	Slabouz V. PECULIARITIES OF CONVERSATIONAL GRAMMAR OF THE ENGLISH LANGUAGE	246
62.	Огаренко Т.А., Волошина К.О., Іщенко М.Ю. ФУНКЦІЇ ЯКІСНИХ ПРИКМЕТНИКІВ У ТВОРАХ ЛЕСІ УКРАЇНКИ	251
PHILOSOPHY		
63.	Firsova L.V. THE CONCEPT OF "WAR-PEACE" IN PHILOSOPHY	255
64.	Кудлач В.І. ФІЛОСОФСЬКО-ЕСТЕТИЧНІ ВИМІРИ КУЛЬТУРИ ЛЮДИНИ	258
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES		
65.	Uteuova N.Zh., Sunnen A. B. SOLUTION OF THE INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR HYPERBOLIC EQUATIONS WITH MEMORY	261
66.	Мислінчук І.В., Гладун Л.В. ОБЧИСЛЕННЯ ЦИКЛІЧНИХ ІНТЕГРАЛІВ, ЯК ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ІНТЕГРУВАННЯ ЧАСТИНАМИ	265
POLITICS		
67.	Відімська К., Тарасюк Ю. ПОНЯТТЯ ПРО КУЛЬТУРНУ ДИПЛОМАТІЮ	271

68.	Стеців І.С. КЛАСТИРИЗАЦІЯ КРАЇН ЗА ЕФЕКТИВНІСТЮ ДЕРЖАВНОГО УПРАВЛІННЯ ПРОДОВОЛЬЧОЮ БЕЗПЕКОЮ У СВІТІ	274
PSYCHOLOGY		
69.	Rystich O. CRITICISM OF EMOTIONAL INTELLIGENCE: A BRIEF OVERVIEW	277
70.	Афанасенко В.І., Дацкова Д.Ю., Крук О.В. ДО ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ САМОРЕАЛІЗАЦІЇ ОСОБИСТОСТІ	281
71.	Дудніченко А.О., Кравець Я.А. ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ВИРАЖЕНОСТІ ПРОКРАСТИНАЦІЇ І ПСИХОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТУДЕНТІВ	286
72.	Католик Г., Калька Н., Шаталова А. АГРЕСІЯ ТА ПРИРОДА НАСИЛЬСТВА У КОНТЕКСТІ ВІЙНИ	292
73.	Сеник Л.С., Онуфрієва Л.А. ДО ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОСТІ МИСЛЕННЯ У ПІДЛІТКІВ ІЗ РІЗНИМ РІВНЕМ ІНТЕЛЕКТУ	295
74.	Ташматов В.А., Чуба В.В. ПСИХОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ СТРЕСОСТІЙКОСТІ ОСОБИСТОСТІ	299
75.	Тилик Ю.О. "ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА ПСИХОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОЇ РОБОТИ У СФЕРІ БІЗНЕСУ"	303
76.	Цуркан А.А., Третьякова Т.М. ОСОБЛИВОСТІ ПСИХОЛОГІЧНОГО ЗАХИСТУ ОСІБ З РІЗНИМ ТЕМПЕРАМЕНТОМ	307
TECHNICAL SCIENCES		
77.	Dolzhenko N. MICROWAVE LANDING SYSTEM	310
78.	Harbuz S.V. THE USE OF A DRONE TO SEARCH FOR PEOPLE DURING EMERGENCY SITUATIONS	315

79.	Hurman I., Bobrovnikova K. WHAT IS THE OPTIMAL PASSWORD LENGTH?	317
80.	Nazarenko N., Zayets S., Kyrychuk Y. ANALYSIS OF TRICOPTER CONTROL PRINCIPLES	324
81.	Іванський В.М., Баранов Ю.М., Баранов А.М. СТРАТЕГІЯ ВИКОНАННЯ ЗАХОДІВ ІНЖЕНЕРНОЇ ПІДТРИМКИ	327
82.	Гнусенко-Лантух О.А., Хіжнюк О.А., Шигун Д.Ю. АНАЛІЗ НАПРЯМКІВ МОДЕРНІЗАЦІЇ СТРУКТУРИ МОДЕРНІЗОВАНОЇ БОРТОВОЇ ЛОКАЦІЙНОЇ СТАНЦІЇ	330
83.	Гринюк С., Поліщук М., Гринюк М. АНАЛІЗ СИСТЕМ ДИСТАНЦІЙНОГО МОНІТОРИНГУ МІКРОКЛІМАТУ ЗАСОБАМИ ІОТ	333
84.	Дроздюк В.А. ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ ТЕХНОЛОГІЇ LI-FI	337
85.	Літвак О.А. ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ПЛАВУЧИХ СОНЯЧНИХ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ ТА ЇХ ЕКОЛОГІЧНІ ПЕРЕВАГИ	339
86.	Науменко Т.С. ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАВНІШНІХ НАВАНТЕЖЕНЬ У ЗАДАЧАХ РОЗРАХУНКУ КОРОЗІЙНИХ ПЛОСКОНАПРУЖЕНИХ ПЛАСТИН	342
87.	Стефанович І.С., Стефанович П.І., Тугай А.О. ЗАСТОСУВАННЯ РИЗИК-ОРІЄНТОВАНОГО ПІДХОДУ ДО ПОПЕРЕДЖЕННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ	344
88.	Юр'єв М.Р., Кисляк С.В. ВЕБ-ЗАСТОСУНОК ДЛЯ МЕДИЧНИХ КОНСУЛЬТАЦІЙ	351

ОБЧИСЛЕННЯ ЦИКЛІЧНИХ ІНТЕГРАЛІВ, ЯК ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ІНТЕГРУВАННЯ ЧАСТИНАМИ

Мислінчук Ірина Володимирівна

студентка

Рівненський державний гуманітарний університет

Гладун Любомир Володимирович

канд. фіз. – мат. наук, доцент

Національний університет водного господарства
та природокористування, м. Рівне

Вступ. Поняття інтегралу пронизує всю сучасну природничо-математичну освіту. У більшості навчальних дисциплінах фізичного, технічного та природничого циклів знаходять використання різні варіації інтегрального числення. У кожній науковій книзі, яка безпосередньо чи опосередковано відноситься до точних наук ми зустрічаємо знак інтеграла та висловлювання, складовим елементом яких буде слово "інтеграл". Більше того, в останнє десятиліття увійшли до повсякденного ужитку дисциплін і не математичного спрямування такі терміни, як "інтегральний показник", "інтегральна компетентність", "інтегральна динаміка", "інтегральна схема", "інтегральна ознака", "інтегральна роль" та ін., які прямого відношення до інтеграла не мають, але смислове навантаження зберігають і знаходять широке поширення в літературній та розмовній мові.

Інтегральне числення виступає корисним інструментом розв'язку багатьох практичних задач. Першочергово воно виникло, як загальний метод обчислення площ, об'ємів та центрів ваги. Значний внесок у відкриття інтегрального числення та встановлення його зв'язку з диференціальним численням належить Ісаку Ньютону та Готфріді Лейбніцу [2]. У розвиток методів інтегрування зробили свій внесок Леонард Ойлер, М. Остроградський, П. Чебишов. Логічно обґрунтована побудова визначеного інтегралу, як границі інтегральних сум, здійснив німецький математик Георг Ріман [3]. Сучасний підхід до вивчення інтегрального числення функцій однієї змінної ґрунтується на теорії границь, поняттях точної нижньої і точної верхньої меж. Інтеграл був, є і буде стрижньовим поняттям в математиці. Найважливіше застосування невизначеного інтегралу відноситься до інтегрування диференціальних рівнянь, складових могутнього апарату багатьох наук.

Мета роботи. Невизначеним інтегралом від неперервної на інтервалі (a, b) функції $f(x)$ називається сукупність первісних, які відрізняються одна від одної на деяку константу і формально записують у вигляді: $\int f(x)dx = F(x) + C$. При цьому передбачається виконання рівності: $(F(x) + C)' = f(x)$ для всіх $x \in (a, b)$, де C – довільне дійсне число.

Традиційна техніка інтегрування передбачає опанування наступними розділами: табличне інтегрування; інтегрування шляхом заміни змінної (сюди також відноситься підстановка та інтегрування шляхом внесення під знак диференціалу); інтегрування частинами; інтегрування дробово-раціональної функції; інтегрування ірраціональних виразів, включаючи підстановки Ейлера та інтегрування диференціальних біномів; інтегрування раціональних виразів від тригонометричних функцій [4]. Одним із каменів інтегрального числення вважається метод інтегрування частинами. Метод інтегрування частинами вирішує дуже важливу задачу, він дозволяє інтегрувати деякі функції, які відсутні у таблицях, добуток двох та більше функцій, а в ряді випадків і частку. Трапляються окремі випадки застосування методу інтегрування частинами, коли після двократного інтегрування частинами у правій частині рівності одержуємо початковий інтеграл I з деяким коефіцієнтом. Із утвореного лінійного рівняння відносно шуканого інтегралу визначають останній. Мета даної публікації – огляд типових випадків та методики використання методу інтегрування частинами, які дозволяють обчислити так звані циклічні інтеграли.

Матеріали і методи. Ідея методу інтегрування частинами полягає в наступному: якщо підінтегральна функція подана у вигляді добутку двох неперервних і гладких функцій (кожна з яких може бути як елементарною функцією, так і композицією), то справедлива формула інтегрування частинами:

$$\int u(x) \cdot d\vartheta(x) = u(x) \cdot \vartheta(x) - \int \vartheta(x) du(x) \quad (1)$$

Як слідує з аналізу різноманітних прикладів застосування методу інтегрування частинами, він має сенс, коли інтеграл праворуч від знаку дорівнює простіший за інтеграл, який розміщується ліворуч від знаку дорівнює. Тобто процес інтегрування частинами, якщо і не дає кінцевого розв'язку, то однозначно призводить до спрощення інтегралу. Серед найбільш поширених випадків, коли проведення операції інтегрування частинами доцільне, тобто формула (1) допомагає обчислити інтеграл є інтеграл від добутку многочлена і трансцендентної функції та інтеграл від добутку алгебраїчної та трансцендентної функції. Третім особливим випадком інтегрування частинами можна вважати інтегрування циклічних інтегралів.

Результати і обговорення. Як видно з рівності (1) формула інтегрування за частинами дає змогу обчислення інтегралу $\int u(x) \cdot d\vartheta(x)$ звести до обчислення інтегралу $\int \vartheta(x) du(x)$. Для того, щоб використати метод інтегрування за частинами, необхідно в заданому підінтегральному виразі виділити два множники, приймаючи один з них за $u(x)$, а другий за $d\vartheta(x)$. При здійсненні даного вибору слід виходити з тих положень, що частина $u(x)$ в подальшому диференціюється, а частина $d\vartheta(x)$ – інтегрується.

Таким чином головним завданням при інтегуванні частинами, яке в подальшому впливає на складність процесу інтегрування та достовірність отриманих результатів є правильність вибору співмножників підінтегрального виразу за $u(x)$ та $d\vartheta(x)$. Систематизуємо рекомендовані прийоми вибору частин $u(x)$ та $d\vartheta(x)$ для різних класів інтегралів у вигляді таблиці 1 [5].

Таблиця 1.

Основні класи інтегралів, які беруться частинами та рекомендовані прийоми вибору частин

Основні класи інтегралів	Рекомендовані прийоми вибору частин
$\int P_n(x) \cdot e^{\alpha x} dx,$ $\int P_n(x) \cdot \sin ax dx, \int P_n(x) \cdot \cos ax dx.$ Де $P_n(x)$ – многочлен n -го степеня від x , $\alpha \neq 0$ – дійсне число.	За множник $u(x)$ приймається многочлен $P_n(x)$, степінь якого при диференціюванні понижується.
$\int R(x) \cdot \ln(ax) dx, \int R(x) \cdot \arcsin(ax) dx,$ $\int R(x) \cdot \arccos(ax) dx, \int R(x) \cdot \arctg(ax) dx$ та ін., де $R(x)$ – алгебраїчна функція, $\alpha \neq 0$.	За множник $u(x)$ приймають трансцендентну функцію ($\ln(ax), \arcsin(ax), \arccos(ax), \arctr(ax)$).
$\int \ln(x) dx, \int \arcsin(x) dx, \int \arccos(x) dx,$ $\int \arctg(x) dx$ та ін.	За множник $u(x)$ приймають підінтегральну функцію, поклавши $d\vartheta = dx$.

При цьому метод інтегрування частинами рекомендовано застосовувати стільки разів, скільки необхідно для знаходження первісної. Розглянемо інтеграл: $\int e^{4x} \cdot \cos 2x dx$. Підінтегральна функція складається з добутку двох неперервних функцій. Візьмемо його інтегруванням за частинами, послідовно приймаючи за множник $u(x)$ експоненціальну функцію.

$$\int e^{4x} \cos 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{4x} \quad du = 4e^{4x} dx \\ d\vartheta = \cos 2x dx \quad \vartheta = \frac{1}{2} \sin 2x \end{array} \right| = \frac{1}{2} e^{4x} \sin 2x - \frac{4}{2} \int e^{4x} \cdot$$

$$\sin 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{4x} \quad du = 4e^{4x} dx \\ d\vartheta = \sin 2x dx \quad \vartheta = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{array} \right| = \frac{1}{2} e^{4x} \sin 2x - \frac{4}{2} \left(e^{4x} \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) - \int \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) \cdot 4e^{4x} dx \right) = \frac{1}{2} e^{4x} \cdot \sin 2x + e^{4x} \cos 2x - 2 \int e^{4x} \cos 2x dx$$

Як бачимо, в результаті інтегрування ми прийшли до інтегралу, аналогічного початковому. Увівши позначення: $A = \left(\frac{1}{2} e^{4x} \cdot \sin 2x + e^{4x} \cos 2x \right)$, $I = \int e^{4x} \cos 2x dx$, отримуємо просте лінійне рівняння $I = A - 2I$, розв'язуючи яке відносно I отримаємо розв'язок вихідного рівняння. $I + 2I = A + C_1$, $I = \frac{1}{3} A + C$.

$$\int e^{4x} \cos 2x dx = \frac{1}{6} e^{4x} \cdot \sin 2x + \frac{1}{3} e^{4x} \cos 2x + C \quad (2)$$

Розглянемо інтеграл: $\int e^{2x} \cdot \sin 4x dx$. Підінтегральна функція також складається з добутку двох неперервних функцій. Візьмемо його інтегруванням за частинами, даного разу послідовно приймаючи за множник $u(x)$ тригонометричну функцію.

$$\int e^{2x} \sin 4x dx = \left| \begin{array}{l} u = \sin 4x \quad du = 4 \cos 4x dx \\ d\vartheta = e^{2x} dx \quad \vartheta = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right| = \frac{1}{2} e^{2x} \sin 4x - \frac{4}{2} \int e^{2x} \cdot$$

$$\cos 4x dx = \left| \begin{array}{l} u = \cos 4x \quad du = -4 \sin 4x dx \\ d\vartheta = e^{2x} dx \quad \vartheta = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right| = \frac{1}{2} e^{2x} \sin 4x - \frac{4}{2} \left(\frac{1}{2} e^{2x} \cos 4x -$$

$\int \frac{1}{2} e^{2x} (-4 \sin 4x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} \cdot \sin 4x - e^{2x} \cos 4x - 2 \int e^{2x} \sin 4x dx$. Знову отримуємо інтеграл, аналогічний початковому. Увівши позначення: $A = \left(\frac{1}{2} e^{2x} \cdot \sin 4x - e^{2x} \cos 4x\right)$, $I = \int e^{2x} \sin 4x dx$, отримуємо просте лінійне рівняння $I = A - 2I$, розв'язуючи яке відносно I отримаємо розв'язок вихідного рівняння. $I + 2I = A + C_1$, $I = \frac{1}{3} A + C$.

$$\int e^{2x} \sin 4x dx = \frac{1}{6} e^{2x} \cdot \sin 4x - \frac{1}{3} e^{2x} \cos 4x + C \quad (3)$$

Як видно з наведених вище прикладів, характерним для даних інтегралів є те, що неважливо, яку підінтегральну функцію приймають за множник $u(x)$ у методі інтегрування частинами, визначальним є лише факт послідовного (двічі підряд) прийняття однакової функції за даний множник. Знайдемо загальний вигляд розв'язку інтегралу (2) для будь-яких значень змінних.

$\int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{\alpha x} \quad du = \alpha e^{\alpha x} dx \\ d\vartheta = \cos \beta x dx \quad \vartheta = \frac{1}{\beta} \sin \beta x \end{array} \right| = \frac{1}{\beta} e^{\alpha x} \sin \beta x -$
 $\frac{\alpha}{\beta} \int \sin \beta x e^{\alpha x} dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{\alpha x} \quad du = \alpha e^{\alpha x} dx \\ d\vartheta = \sin \beta x dx \quad \vartheta = -\frac{1}{\beta} \cos \beta x \end{array} \right| = \frac{1}{\beta} e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x - \frac{\alpha}{\beta} \cdot$
 $\left(-\frac{1}{\beta} e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x - \int -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \cos \beta x \cdot e^{\alpha x} dx\right) = \frac{1}{\beta} e^{\alpha x} \sin \beta x + \frac{\alpha}{\beta^2} e^{\alpha x} \cos \beta x -$
 $\frac{\alpha^2}{\beta^2} \int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx$. Отримуємо рівняння: $\int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx = \frac{1}{\beta} e^{\alpha x} \sin \beta x +$
 $\frac{\alpha}{\beta^2} e^{\alpha x} \cos \beta x - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx$. Розв'язавши яке відносно невідомого інтегралу: $\int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx$, та провівши спрощення отримаємо:

$$\int e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x dx = \frac{\alpha \cdot \cos \beta x + \beta \cdot \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot e^{\alpha x} + C \quad (4)$$

Аналогічним чином обчислимо схожий інтеграл:

$\int e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x dx = \left| \begin{array}{l} u = \sin \beta x \quad du = \beta \cos \beta x dx \\ d\vartheta = e^{\alpha x} dx \quad \vartheta = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \end{array} \right| = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \sin \beta x -$
 $\frac{\beta}{\alpha} \int \cos \beta x e^{\alpha x} dx = \left| \begin{array}{l} u = \cos \beta x \quad du = -\beta \sin \beta x dx \\ d\vartheta = e^{\alpha x} dx \quad \vartheta = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \end{array} \right| = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x - \frac{\beta}{\alpha} \cdot$
 $\left(\frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \cdot \cos \beta x - \int -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \sin \beta x \cdot e^{\alpha x} dx\right) = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \sin \beta x - \frac{\beta}{\alpha^2} e^{\alpha x} \cos \beta x - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \int e^{\alpha x} \cdot$
 $\sin \beta x dx$. Отримуємо рівняння: $\int e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \sin \beta x - \frac{\beta}{\alpha^2} e^{\alpha x} \cos \beta x -$
 $\frac{\beta^2}{\alpha^2} \int e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x dx$. Розв'язавши яке відносно невідомого інтегралу: $\int e^{\alpha x} \cdot$
 $\sin \beta x dx$, та провівши спрощення отримаємо:

$$\int e^{\alpha x} \cdot \sin \beta x dx = \frac{\alpha \cdot \sin \beta x - \beta \cdot \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot e^{\alpha x} + C \quad (5)$$

Використовуючи співвідношення (4) та співвідношення (5), почленно додаючи (віднімаючи) ліві і праві частини отримаємо рекурентні співвідношення (6) та (7).

$$\int e^{\alpha x} \sin \beta x dx + \int e^{\alpha x} \cos \beta x dx = \frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + \frac{\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (e^{\alpha x} \sin \beta x + e^{\alpha x} \cos \beta x) dx = \left(\frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} \right) e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (\sin \beta x + \cos \beta x) \cdot e^{\alpha x} dx = \frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x + \alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (\sin \beta x + \cos \beta x) \cdot e^{\alpha x} dx = \frac{(\alpha - \beta) \cos \beta x + (\alpha + \beta) \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C. \quad (6)$$

$$\int e^{\alpha x} \sin \beta x dx - \int e^{\alpha x} \cos \beta x dx = \frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} - \frac{\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (e^{\alpha x} \sin \beta x - e^{\alpha x} \cos \beta x) dx = \left(\frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} - \frac{\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} \right) e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (\sin \beta x - \cos \beta x) \cdot e^{\alpha x} dx = \frac{\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x - \alpha \sin \beta x + \beta \cos \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C.$$

$$\int (\sin \beta x - \cos \beta x) \cdot e^{\alpha x} dx = \frac{(\alpha + \beta) \cos \beta x - (\alpha - \beta) \sin \beta x}{\alpha^2 + \beta^2} e^{\alpha x} + C. \quad (7)$$

Розглянемо ще один з інтегралів, розв'язок якого приводить до циклічності: $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$. Позбудемось ірраціональності у знаменнику, розіб'ємо його на два та візьмемо утворений інтеграл за частинами:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x^2 + a^2} dx &= \int \frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx + \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \\ &= \left| \begin{array}{l} u = x \\ d\vartheta = \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \vartheta = \int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{2} \int (x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} d(x^2 + a^2) = \sqrt{x^2 + a^2} \\ = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - \int \sqrt{x^2 + a^2} dx + a^2 \cdot \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C_1. \end{array} \right| = \end{aligned}$$

В результаті у правій частині отримали інтеграл, який рівний шуканому, тобто прийшли до необхідності розв'язку лінійного рівняння відносно початкового інтегралу. Розв'яжемо його.

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - \int \sqrt{x^2 + a^2} dx + a^2 \cdot \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C_1.$$

$$2 \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} + a^2 \cdot \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C_1.$$

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \cdot \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C. \quad (8)$$

Аналогічний алгоритм розв'язування і інтегралів: $\int \sin(\ln x) dx$ та $\int \cos(\ln x) dx$. Розглянемо розв'язок першого з них.

$$\int \sin(\ln x) dx = \left| \begin{array}{l} u = \sin(\ln x) \quad du = \frac{\cos(\ln x)}{x} dx \\ d\vartheta = dx \quad \vartheta = x \end{array} \right| = x \sin(\ln x) -$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \left| \begin{array}{l} u = \cos(\ln x) \quad du = -\frac{\sin(\ln x)}{x} dx \\ d\vartheta = dx \quad \vartheta = x \end{array} \right| = x \sin(\ln x) -$$

$$(x \cdot \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx) = x \sin(\ln x) - x \cdot \cos(\ln x) - \int \sin(\ln x) dx.$$

Розв'язок лінійного рівняння відносно початкового інтегралу дає:

$$\int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - x \cdot \cos(\ln x) - \int \sin(\ln x) dx.$$

$$2 \int \sin(\ln x) dx = x \sin(\ln x) - x \cdot \cos(\ln x) + C_1.$$

$$\int \sin(\ln x) dx = \frac{x}{2} (\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + C. \quad (9)$$

Аналогічний розв'язок і для другого інтегралу:

$$\int \cos(\ln x) dx = \left| \begin{array}{l} u = \cos(\ln x) \quad du = -\frac{\sin(\ln x)}{x} dx \\ d\vartheta = dx \quad \vartheta = x \end{array} \right| = x \cdot \cos(\ln x) +$$

$$\int \sin(\ln x) dx = \left| \begin{array}{l} u = \sin(\ln x) \quad du = \frac{\cos(\ln x)}{x} dx \\ d\vartheta = dx \quad \vartheta = x \end{array} \right| = x \cdot \cos(\ln x) +$$

$$(x \cdot \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx) = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx.$$

Розв'язок лінійного рівняння відносно початкового інтегралу дає:

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx.$$

$$2 \int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin(\ln x) + C_1.$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{x}{2} (\cos(\ln x) + \sin(\ln x)) + C. \quad (10)$$

Висновки. Операція інтегрування значно складніша, за операцію диференціювання. В диференціальному численні таблиця похідних і правила диференціювання дають можливість знайти похідну довільної диференційованої функції. В інтегральному численні таких простих правил і універсальних правил не існує. Наприклад, відсутнє загальне правило інтегрування добутку двох функцій, навіть якщо первісну кожної з них відомо. Теж саме стосується частки двох функцій і складеної функції. В роботі ми з'ясували можливості розвинення методів інтегрування на клас функцій, в результаті повторного застосування формули інтегрування частинами до яких приводить до лінійних рівнянь відносно шуканого інтегралу. Дані інтеграли отримали назву циклічних. Розглянуто приклади інтегрування циклічних інтегралів та отримано ряд рекурентних формул, що дозволить спростити процес знаходження інтегралів даного типу. Зроблено висновок про те, що використання методу інтегрування частинами корисний не лише тих випадках, коли інтеграл праворуч від знаку дорівнює простіший за інтеграл, який розміщений ліворуч від нього [6], а й у тих коли вони ідентичні.

Список літератури

1. Гончаренко С.У. Український педагогічний енциклопедичний словник. Видання друге, доповнене й виправлене. - Рівне: Волинські обереги. 2011. – 552 с.
2. Вища математика: базовий підручник для вузів / під ред. В.С. Пономаренка. – Х.: Фоліо, 2014. – 669 с.
3. Вища математика. Ч. 1, 2 / за ред. проф. Кулініча Л.П. – К.: Либідь, 1994. – Ч. 1. – 308 с.; Ч. 2. – 276 с.
4. Зайцев Є.П. Вища математика. – К.: Алерта, 2013. – 574 с.
5. Литвин І.І., Конопчук О.М., Желізняк Г.О. Вища математика. – К.: Центр навчальної літератури, 2019. – 320 с.
6. Мислінчук І.В., Гладун Л.В. Огляд основних типів інтегралів, які беруться методом інтегрування частинами // The III International Scientific and Practical Conference "Latest directions of modern science", January 23-25, Vancouver, Canada. p.p. 237-241.

Scientific publications

MATERIALS

The XXI International Scientific and Practical Conference
«Informational, modern and recent theories of development»

Madrid, Spain. 353 p.

(May 29 – 31, 2023)