

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ ТА МЕТОДИКИ ЇЇ НАВЧАННЯ**

**Збірник завдань з для поточного та
підсумкового контролю знань студентів
з вищої математики.**

для студентів I курсу спеціальностей:
А4 Середня освіта (Технології)
А4 Середня освіта (Фізика та астрономія)
А5 Професійна освіта (за спеціалізаціями)

Збірник завдань для поточного та підсумкового контролю знань студентів з вищої математики для студентів I курсу спеціальностей: А4 Середня освіта (Технології); А4 Середня освіта (Фізика та астрономія); А5 Професійна освіта (за спеціалізаціями)

Укладач: В'ячеслав БІЛЕЦЬКИЙ, доктор філософії, доцент кафедри математики та методики її навчання РДГУ

Рецензенти:

Микола АНТОНЮК – кандидат педагогічних наук, доцент РДГУ

Ігор ПРИСЯЖНЮК – кандидат технічних наук, доцент РДГУ.

Збірник завдань затверджено на засідання кафедри математики та методики її навчання

Протокол № 4 від «25» листопада 2025 року

Зав. кафедри

доц. Наталія ГЕНСІЦЬКА-АНТОНЮК

Схвалено на засіданні навчально-методичної комісії факультету математики та інформатики

Протоко № 7 від «26 » листопада 2025 року

Голова навчально-методичної комісії _____ доц. Микола АНТОНЮК

ВСТУП

Збірник завдань для поточного та підсумкового контролю знань студентів з дисципліни «**Вища математика**» укладено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки фахівців та робочої програми курсу. Матеріали збірника спрямовані на забезпечення якісного контролю рівня сформованості знань, умінь і навичок студентів з основних розділів вищої математики.

Завдання охоплюють ключові теми курсу, зокрема: множини дійсних чисел. Функції однієї змінної їх властивості та характеристики; комплексні числа; елементи лінійної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, ряди, звичайні диференціальні рівняння та основи функцій кількох змінних. Для кожного розділу подано перелік типових теоретичних питань та практичних задач різного рівня складності.

Збірник призначений для:

- проведення **поточного контролю** у формі коротких тестів, розрахункових завдань та самостійних робіт;
- **модульного контролю**, що узагальнює знання студентів після завершення вивчення окремих тем;
- **підсумкового контролю** у вигляді екзаменаційних білетів, які містять теоретичні питання та практичні задачі, що оцінюють здатність студента застосовувати математичний апарат до розв'язування типових та професійно орієнтованих задач.

Матеріали структуровано відповідно до логіки вивчення дисципліни та рівня підготовки студентів. Завдання укладено з урахуванням принципів науковості, доступності, системності й практичної спрямованості, що сприяє формуванню математичної компетентності та розвитку аналітичного мислення.

Збірник може бути використаний викладачами для організації навчального процесу, а також студентами для самоконтролю, підготовки до модульних та підсумкових атестацій.

Зміст

Вступ.....	3
Тематичне оцінювання з теми: Множини дійсних чисел. Функції однієї змінної їх властивості та характеристики.....	4
Тематичне оцінювання з теми: Диференціальне числення функції однієї змінної.....	6
Тематичне оцінювання з теми: «Інтегральне числення».....	11
Тематичне оцінювання з теми: «Диференціальне числення функції багатьох змінних, їх властивості та характеристики».....	14
Тематичне оцінювання з теми. «Ряди і їх застосування».....	16
Тематичне оцінювання з теми: «Елементи лінійної алгебри».....	21
Тематичне оцінювання з теми: «Комплексні числа».....	26
Тематичне оцінювання з теми: «Аналітична геометрія та векторна алгебра».....	31
Тематичне оцінювання з теми: «Розв’язування диференціальних рівнянь».....	33
Список використаних джерел.....	37

Тематичне оцінювання з теми: «Множина дійсний чисел. Функції однієї змінної їх властивості та характеристики»

Варіант №1

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = \{ x \in \mathbb{R}: -1 < x < 3 \} \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: 2 < x < 6 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{2-x}{\sqrt{8-2x-x^2}}$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{5n^2}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$$

Варіант №2

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = \{ x \in \mathbb{R}: x^2 - 3x < 0 \} \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: x^2 - 4x + 3 > 0 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \arcsin 2x$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 6n + 1}{2 - n^2 - 3n^3}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x+5} \right)^{2x+5}$$

Варіант №3

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = (-2; 5) \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: x^2 - 5x + 6 < 0 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \ln(3x-1) + 2\ln(x+1)$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} + 2}{2n - \sqrt{n} + 3}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x-2}-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^x$$

Варіант № 4

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = \{ x \in \mathbb{R}: -5 < x < 1 \} \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: 0 < x < 7 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{2-x}}{\log_2 x}$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 2\sqrt[3]{n} + 3}{\sqrt{n} + 4\sqrt[3]{n}}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$$

Варіант №5

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = \{ x \in \mathbb{R}: -1 < x < 3 \} \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: 2 < x < 6 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{2-x}{\sqrt{8-2x-x^2}}$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{5n^2}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$$

Варіант №6

1. Знайти об'єднання, переріз, різницю та доповнення множин

$$A = \{ x \in \mathbb{R}: x^2 - 3x < 0 \} \quad \text{і} \quad B = \{ x \in \mathbb{R}: x^2 - 4x + 3 > 0 \}$$

2. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \arcsin 2x$$

3. Знайти границі послідовності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 6n + 1}{2 - n^2 - 3n^3}$$

4. Обчислити границі функції:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x+5} \right)^{2x+5}$$

**Тематичне оцінювання з теми: «Диференціальне числення функції
однієї змінної»**

Варіант №1

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 1}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій. $y = x^3 \cdot \ln x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій. $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій.

$$\text{а) } y = e^{-4x+4}, \text{ б) } y = \arcsin(2t)^2$$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = x^3 - 6x^2 + 6x - 2$

Варіант №2

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = 2x^3 - 3x$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \sqrt{(2-x)(3+2x)}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = x \cdot \arctg x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

$$\text{а) } y = e^{2x^2+3x-1}, \text{ б) } y = \left(\arcsin \frac{x}{2}\right)^2$$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$

Варіант №3

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = \frac{3}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + 2t$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = e^{-x} \cdot \sin x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

а) $y = \ln(2 \cos t)$, **б)** $y = (\arccos 3x)^2$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

Варіант №4

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = 2\sqrt{1+2x-x^2}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = \ln x \cdot \cos^2 x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{5x^3}{(5x-4)^3}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

а) $y = -\frac{1}{3}\cos^3 x$, **б)** $y = \arccos \frac{2}{x^2}$.

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$

Варіант №5

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = x^3 - 2x^2 - 4x - 5$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = x \cdot e^{-x^2}$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

а) $y = \ln(x^2 + 3x - 1)$, **б)** $y = \arccos \sqrt{\frac{1}{x}}$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4$

Варіант №6

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = x^3 - 4x + 1$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \sqrt{2x - 1}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = e^x \cdot \cos x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{3x^2 - 2x - 4}{2x - 1}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій **а)** $y = \ln^2 x$, **б)** $y = e^{\arctg 2x}$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$

Варіант №7

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = 3x^2 - x + 5$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = \sqrt{x^3 + x + 1}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = x\sqrt{1 + x^2}$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

а) $y = \ln x^2$, **б)** $y = \arcsin \sqrt{e^x}$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$

Варіант №8

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = \frac{1}{4}t^4 - 4t^3 + 16t^2$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = 3\sqrt[3]{3 - 4x + 5x^2}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = \sin^3 x \cdot \cos x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{6x^3}{\sqrt{x}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

а) $y = e^{\ln x}$, **б)** $y = \ln e^{\arcsin x}$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 6$

Варіант №9

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = x^2 - 8x + 15$

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = 2\sqrt[5]{x^2 - \frac{1}{x}}$

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = x^2 \sqrt{4x - 3}$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{2x}{\sqrt{x-1}}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

$$a) y = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad б) y = \operatorname{cose}^{\arccos x}$$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$.

Варіант №10

Завдання 1. Знайти похідні функцій. $y = 1 + 2x - x^2$.

Завдання 2. Знайти похідні функцій. $y = 5\sqrt{x^3 + 1}$.

Завдання 3. Знайти похідні добутку функцій $y = 2\sin 2x \cdot \cos^2 x$

Завдання 4. Знайти похідні частки функцій $y = \frac{x^2}{2-x}$

Завдання 5. Знайти похідні складних функцій

$$a) y = e^{\arccos x}, \quad б) y = \ln \arctg \frac{x}{2}.$$

Завдання 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції та найбільше і найменше значення функції $y = x^3 + 3x^2 + 4$

Тематичне оцінювання з теми: «Інтегральне числення»

Варіант №1

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(\sqrt{x} + 2x^3 + \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{\sin \varphi}{2 - 3 \cos x} d\varphi$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int x^2 \cdot \ln x dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos \frac{x}{4} dx$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної. $\int_0^1 (2x^3 - 1)x^2 dx$

Варіант №2

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(\frac{1}{2x-1} + e^{3x} + \sqrt[3]{2x} \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int x^2 \cdot e^{2x} dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-2x} dx$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$

Варіант №3

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(\sqrt{2x-1} + \sin \frac{x}{2} + 3^x \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int x e^x dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{6} + x \right)}$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$

Варіант №4

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int (e^{3x+5} - \cos(2x+1) + \sqrt[5]{x}) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами. $\int x \cdot \ln x dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_2^3 \frac{dx}{3x+4}$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sin^2 x \cos x dx$

Варіант №5

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} - 4^x + \frac{4}{\cos^2 x} \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{\ln x}{x} dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int \ln^2 x dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{3+4x^2}$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx$

Варіант №6

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(\frac{2}{\sin^2 x} + \frac{3}{2x-1} - \sqrt[3]{x} \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int x\sqrt{x^2+1} dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинам $\int e^x \cdot \cos 2x dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_1^3 (3x^2 - 4x - 1) dx$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни змінної $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

Варіант №7

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(x^4 - \sin(3x + 2) + \frac{1}{2x} \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{\cos \varphi}{(2 - \sin \varphi)^2} d\varphi$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int \arctg x dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin 2x dx$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни

змінної $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{2 \sin x + 1}} dx$

Варіант №8

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int (\sqrt[3]{x} - 4e^{4x} + 2) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int \frac{2e^x}{(2 + e^x)^2} dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинами $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни

змінної $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

Варіант №9

Завдання 1. Знайти інтеграл. $\int \left(1 - \frac{1}{5x-1} + 4 \sin x \right) dx$

Завдання 2. Знайти інтеграл методом заміни змінної. $\int x^2 \cdot \sin 3x^3 dx$

Завдання 3. Знайти інтеграл методом інтегрування частинам $\int \sin 3x e^{3x} dx$

Завдання 4. Обчислити визначений інтеграл. $\int_1^2 \frac{dx}{5x-3}$

Завдання 5. Обчислити визначений інтеграл використовуючи метод заміни

змінної $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 x \cos x dx$

Тематичне оцінювання з теми: «Диференціальне числення функції багатьох змінних, їх властивості та характеристики»

Варіант №1

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = \cos^2(x + y)$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = x^2 + y^2 + 42x + 41$, $M(1,98; 3,91)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + 2y^2 + 2xy$

Варіант №2

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \arcsin(x - y)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = 5x^{3y}$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 43x^2 + 42y^2 - xy$, $M(-0,98; 2,97)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = 3 - 2x^2 + y^2 - xy$

Варіант №3

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = 2 : (6 - x^2 - y^2)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = x \ln(y/x)$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 40x^2 - y^2 + 5x + 4y$, $M(3,02; 1,98)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + 2y^2 + 1$

Варіант №4

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \ln(x^2 + y^2 - 4)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 2xy + 3y^2 - 45x$, $M(3,04; 3,95)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$

Варіант №5

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = \cos^2(x + y)$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = x^2 + y^2 + 42x + 41, M(1,98; 3,91)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + 2y^2 + 2xy$

Варіант №6

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \arcsin(x - y)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = 5x^{3y}$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 43x^2 + 42y^2 - xy, M(-0,98; 2,97)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = 3 - 2x^2 + y^2 - xy$

Варіант №7

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = 2 : (6 - x^2 - y^2)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = x \ln(y/x)$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 40x^2 - y^2 + 5x + 4y, M(3,02; 1,98)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + 2y^2 + 1$

Варіант №8

1. Зобразити область визначення функції багатьох змінних $z = \ln(x^2 + y^2 - 4)$.
2. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ та записати повний диференціал першого та другого порядку для функції $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$
3. Обчислити наближене значення функції в точці.
 $Z = 2xy + 3y^2 - 45x, M(3,04; 3,95)$
4. Знайти екстремум функції багатьох змінних $Z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$

Тематичне оцінювання з теми: «Ряди і їх застосування»

Варіант №1

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним

членом. $a_n = \frac{1}{n^2 + 3}$;

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $1 + \frac{8}{2} + \frac{27}{6} + \frac{64}{24} + \frac{125}{120} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{2n}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку

Д'Аламбера. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^n}$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: e^{2x} ;

Варіант №2

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$a_n = \frac{n^2}{3^n + n}$;

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\sin 3x$;

Варіант №3

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{3^n}{1 + 3^{2n}};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{5n}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2}{n+1}$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n^2}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $(1+4x)^m$

Варіант №4

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{2^n}{n^n};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+7}{3n-1}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\sin 7x$;

Варіант №5

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{n!}{2(3n+1)};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\ln(1+6x)$;

Варіант №6

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{2^n}{n^2};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3n+1}$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $e^{\frac{x}{2}}$;

Варіант №7

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{n+1}{2^n};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{6}{9} + \frac{8}{16} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+1}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-2} \right)^n$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\ln\left(1 + \frac{x}{3}\right)$;

Варіант №8

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{n!}{7^n};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку

Д'Аламбера. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\left(1 + \frac{x}{2}\right)^m$.

Варіант №9

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{1}{3^n};$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $5 + 25 + 125 + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+2}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^n$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4x^n}{n}$;

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\cos \frac{x}{2}$;

Варіант №10

Завдання 1. Написати перші п'ять членів ряду за заданим загальним членом

$$a_n = \frac{2n+1}{3^n}$$

Завдання 2. Знайти формулу загального члена ряду: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots$

Завдання 3. Встановити чи може ряд бути збіжним за необхідною ознакою

збіжності ряду. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{2n}$

Завдання 4 Дослідити ряд на збіжність використовуючи ознаку Д'Аламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

Завдання 5. Знайти радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^n}{n}$

Завдання 6. Розкласти в ряд Тейлора-Маклорена функцію: $\cos 5x$.

Тематичне оцінювання з теми: «Елементи лінійної алгебри»

Варіант № 1.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

Варіант № 2.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} 2x + y - z = -5 \\ 3x - 2y + 2z = 3 \\ 5x - y + 3z = 4 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант № 3

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса.
$$\begin{cases} 2x - y - 2z = 8 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & -3 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & -2 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & -2 & -6 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

Варіант № 4.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

Крамера.
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ x - 2y - 3z = 8 \\ 3x + y - 8z = 11 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:
$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & -1 & 2 & -7 & -5 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант № 5.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера. } \begin{cases} x - 2y - 3z = 8 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -8 & 5 & 9 & 5 \\ 7 & 7 & 7 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 14 & 12 & 6 & 8 & 2 \\ 6 & 104 & 21 & 9 & 17 \\ 7 & 6 & 3 & 4 & 1 \\ 35 & 30 & 15 & 20 & 5 \end{pmatrix}$$

Варіант № 6.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера. } \begin{cases} 5x - 2y + z = -1 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = -5 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & -3 & 3 & -3 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Варіант № 7.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} 4x - 3y - 2z = -1 \\ x + 2y + 3z = 8 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix}$$

Варіант № 8.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} 3x + y + 2z = -4 \\ x - 2y - z = -1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -8 & -5 & -12 \\ 3 & -7 & 8 & 9 & 13 \end{pmatrix}$$

Варіант № 9.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + 5y - 2z = -1 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}$$

Варіант № 10.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса та за формулами

$$\text{Крамера.} \begin{cases} x - 2y - 3z = 8 \\ 3x + y + z = 3 \\ 4x + 3y - 2z = -1 \end{cases}$$

2. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Знайти ранг матриці:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Тематичне оцінювання з теми: «Комплексні числа»

Варіант 1

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння. $4x^2 - 4x + 5 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа $Z_1 = 7 + 6i$; $z_2 = 8 + 4i$; $z_3 = 10 - 6i$. Знайти:

- а) $z_1 + z_3$;
- б) $z_2 \cdot z_3$;
- в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$
- г) $\frac{1}{z_1} + z_2$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах: $z_0 = \frac{4}{1 - i\sqrt{3}}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

А) $\frac{\sqrt{3} - i^{17}}{i^{12}}$; б) $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^9}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі.

$3 \left(\cos \frac{4\pi}{15} + i \sin \frac{4\pi}{15} \right)^{60}$;

Варіант 2

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння.

$9x^2 + 12x + 5 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1 , z_2 , z_3 . Знайти:

- а) $z_1 + z_3$;
- б) $z_2 \cdot z_3$;
- в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$
- г) $\frac{1}{z_1} + z_2$.

$z_1 = 8 + 6i$; $z_2 = 4 - 5i$; $z_3 = 9 - 3i$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{\sqrt{3} - i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{2i^5}{1+i^{11}}$; б) $\frac{(1-i)^2}{(1+i)^4}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі.

$(2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ))^2$;

Варіант 3

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння. $8x^2 - 20x + 17 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2$.

$$z_1 = 7 + 8i; z_2 = 4 - 5i; z_3 = 7 - 9i.$$

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{1-i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі. а)

$\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$; б) $\frac{(i-1)^3}{i^{12} + i^{31}}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі.

$$3 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)^4 ;$$

Варіант 4

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння.

$$5x^2 + 6x + 2 = 0;$$

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . $z_1 = 9 + 6i$; $z_2 = 7 - 3i$; $z_3 = 8 - 5i$. Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{5+i}{2+3i}$; б) $\frac{3i^{15} + (\sqrt{3}i)^2}{i^9}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі.

$$4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^{10} ;$$

Варіант 5

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння. $4x^2 - 16x + 25 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти: $z_1 + z_3$;

а) $z_2 \cdot z_3$;

б) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

в) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$z_1 = 8 + 8i$; $z_2 = 6 - 7i$; $z_3 = 12 - 5i$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{2}{1+i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{3i+3}{2i^{10}}$; б) $\frac{\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{i^{44}}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі.

$2\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right)^2$; .

Варіант 6

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння.

$9x^2 + 18x + 58 = 0$

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$z_1 = 6 + 4i$; $z_2 = 3 + 5i$; $z_3 = 10 - 7i$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{1+i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{1-2i}{1+3i}$; б) $\frac{(i^9 - 1)(i^9 + 1)}{1-i}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій

формі. $24(\cos 75^\circ + i\sin 75^\circ) : (3(\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ))$

Варіант 7

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння.

$$49x^2 + 14x + 10 = 0;$$

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$$z_1 = 10 + 8i; z_2 = 6 - 7i; z_3 = 10 - 3i.$$

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{1 + i\sqrt{3}}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{(\sqrt{3} + i)^3}{i^{22}}$; б) $(-1 + i\sqrt{3})^6$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі. .

$$7 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^3$$

Варіант 8

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння. $5x^2 + 14x + 10 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$$z_1 = 7 + 4i; z_2 = 2 - 12i; z_3 = 8 - 3i.$$

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{\sqrt{3} - i}$;

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{(i^2 - i\sqrt{3})^3}{1 - i^{26}}$; б) $\frac{(1 + i\sqrt{2})^2}{2i^8}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі. .

$$3 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^2$$

Варіант 9

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння. $2x^2 - 14x + 25 = 0$;

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

а) $z_1 + z_3$;

б) $z_2 \cdot z_3$;

в) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

г) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$z_1 = 4 + 9i$; $z_2 = 6 - 3i$; $z_3 = 7 - 12i$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{1}{\sqrt{3} + i}$; **Завдання 4.** Виконати дії і відповідь записати

в тригонометричній формі.

а) $\frac{2i^5}{1+i^{11}}$; б) $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^9}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі. .

$\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^{10}$

Варіант 10

Завдання 1. Розв'язати квадратне рівняння.

$x^2 - 4x + 29 = 0$.

Завдання 2. Дано комплексні числа z_1, z_2, z_3 . Знайти:

д) $z_1 + z_3$;

е) $z_2 \cdot z_3$;

ж) $\frac{z_2}{z_3} - z_1$

з) $\frac{1}{z_1} + z_2 \dots$

$z_1 = 8 + 4i$; $z_2 = 7 - 6i$; $z_3 = 3 + 9i$.

Завдання 3. Представити комплексне число в алгебраїчній, тригонометричній та

показникові формах $z_0 = \frac{4}{\sqrt{3} + i}$

Завдання 4. Виконати дії і відповідь записати в тригонометричній формі.

а) $\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$; б) $\frac{(1+i\sqrt{2})^2}{2i^8}$.

Завдання 5. Виконати дії і відповідь записати в показниковій формі. .

$14(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) : (2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ))$;

Тематичне оцінювання з теми:
«Аналітична геометрія та векторна алгебра»

Варіант 1

1. Дано ΔABC : $A(2;6)$; $B(5;9)$; $C(10;2)$. Знайти: а) рівняння медіани BD ; б) рівняння серединного перпендикуляра до сторони AC ; в) площу ΔABC ; г) $\angle BAC$.
2. Визначити координати центра і радіус кола, яке задане рівнянням $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(2; 4; 6)$, $B(-3; 5; 1)$, $C(4; -5; -4)$ знайти скалярний добуток векторів AB і BC .

Варіант 2

1. Дано ΔABC : $A(2;2)$; $B(5;5)$; $C(2;6)$. Знайти: а) рівняння медіани CP ; б) рівняння серединного перпендикуляра до сторони AB ; в) площу ΔABC ; г) $\angle CAB$.
2. Скласти рівняння параболи, якщо відомо, що її віссю симетрії є вісь Ox , вершина лежить у початку координат і парабола проходить через точку $(2; -4)$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(2; 3; 4)$, $B(3; 1; -4)$, $C(-1; 2; 2)$ знайти довжину вектора $a = 6AB - 3CB$.

Варіант 3

1. Дано ΔABC : $A(-2; 2)$; $B(5; 1)$; $C(2; 2)$. Знайти: а) рівняння медіани AM ; б) рівняння серединного перпендикуляра до сторони BC ; в) площу ΔABC ; г) $\angle ABC$.
2. Обчислити координати фокусів гіперболи, яка задана рівнянням $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{25} = 1$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(3; 5; 4)$, $B(4; 2; -3)$, $C(-2; 4; 7)$ знайти векторний добуток AB і BC .

Варіант 4

1. Дано ΔABC : $A(2; 6)$, $B(5; 3)$, $C(2; 2)$. Знайти: а) рівняння висоти BD ; б) рівняння середньої лінії трикутника, що паралельна до сторони AC ; в) площу ΔABC ; г) $\angle ABC$.
2. Знайти довжини півосей, координати фокусів і ексцентриситет еліпса, який задано рівнянням $9x^2 + 16y^2 = 144$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(-2; 3; -4)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; 2; 4)$ знайти мішаний добуток векторів a , b і c .

Варіант 5

1. Дано ΔABC : $A(2; 6)$; $B(5; 9)$; $C(10; 2)$. Знайти: а) рівняння медіани BD ; б) рівняння серединного перпендикуляра до сторони AC ; в) площу ΔABC ; г) $\angle BAC$.
2. Визначити координати центра і радіус кола, яке задане рівнянням $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(2; 4; 6)$, $B(-3; 5; 1)$, $C(4; -5; -4)$ знайти скалярний добуток векторів AB і BC .

Варіант 6

1. Дано ΔABC : $A(2; 2)$, $B(5; 5)$, $C(2; 6)$. Знайти: а) рівняння медіани CP ; б) рівняння серединного перпендикуляра до сторони AB ; в) площу ΔABC ; г) $\angle CAB$.
2. Скласти рівняння параболи, якщо відомо, що її віссю симетрії є вісь Ox , вершина лежить у початку координат і парабола проходить через точку $(2; -4)$ та здійснити побудову.
3. За даними координатами точок $A(2; 3; 4)$, $B(3; 1; -4)$, $C(-1; 2; 2)$ знайти довжину вектора $a = 6AB - 3CB$.

Тематичне оцінювання з теми:

«Розв'язування диференціальних рівнянь»

Варіант 1

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(x+3)dy - (y+2)dx = 0$, $y = 3$, при $x = 2$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' + y' - 6y = 0$, якщо $y = 3$ і $y' = 1$ при $x = 0$;

б) $y'' - 6y' + 9 = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = 1$ при $x = 0$.

Варіант 2

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(1-x)dy - (y-1)dx = 0$, $y = 3$, при $x = 2$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(xy + x)y' - 1 = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' - 2y' - 8y = 0$, якщо $y = 4$ і $y' = 10$ при $x = 0$;

б) $y'' - 8y' + 16 = 0$, якщо $y = 2$ і $y' = 9$ при $x = 0$.

Варіант 3

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $2(x+1)dy = ydx$, $y = 2$, при $x = 1$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $y \cdot y' + x = 1$
 $y^2 + x^2 \cdot y' = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' + y' - 6y = 0$, якщо $y = 0$ і $y' = -10$ при $x = 0$;

б) $y'' - 3y' = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = -1$ при $x = 0$.

Варіант 4

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(x^2 + 1)dy = 2xydx$, $y = 2$, при $x = 1$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(x^2 + 1)dy - ydx = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' - 2y' - 8y = 0$, якщо $y = 5$ і $y' = 14$ при $x = 0$;

б) $y'' + 5y' = 0$, якщо $y = 2$ і $y' = 3$ при $x = 0$.

Варіант 5

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(x^2 + 1)dy = xydx$, $y = 2$, при $x = \sqrt{3}$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(y - x^2y)dy + (x + xy^2)dx = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' + 2y' - 8y = 0$, якщо $y = 4$ і $y' = -4$ при $x = 0$;

б) $y'' + 9y = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = -6$ при $x = \pi/3$.

Варіант 6

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального

рівняння. $\frac{dy}{x-1} = \frac{dx}{y-4}$, $y = 4$, при $x = 0$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(1 + x^2)dy - (xy + x)dx = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' - 3y' + 2y = 0$, якщо $y = 2$ і $y' = 3$ при $x = 0$;

б) $y'' + 4y = 0$, якщо $y = 0$ і $y' = 2$ при $x = \pi$.

Варіант 7

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(1+x)ydx - (1+y)x dy = 0$, $y = 4$, при $x = 0$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $ydx + (x - xy)dy = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' - 8y' + 15y = 0$, якщо $y = 4$ і $y' = 2$ при $x = 0$;

б) $y'' - 2y' + 2y = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = 2$ при $x = 0$.

Варіант 8

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального

рівняння. $\frac{dx}{\cos^2 x \cdot \cos y} = -\operatorname{ctg} x \cdot \sin y dy$, $y = \pi$, при $x = \frac{\pi}{3}$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $x^2 dy + (y - 1)dx = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' - 6y' + 5y = 0$, якщо $y = 2$ і $y' = 6$ при $x = 0$;

б) $y'' - 4y' + 13y = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = 5$ при $x = 0$.

Варіант 9

Завдання 1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння. $(x+3)dy - (y+2)dx = 0$, $y = 3$, при $x = 2$

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння. $(xy^2 + x)dx + (x^2 y - y)dy = 0$

Завдання 3. Знайти розв'язок однорідного диференціального рівняння II-го порядку, що задовольняє початковим умовам.

а) $y'' + y' - 6y = 0$, якщо $y = 3$ і $y' = 1$ при $x = 0$;

б) $y'' - 6y' + 9y = 0$, якщо $y = 1$ і $y' = 1$ при $x = 0$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Барковський В.В. Вища математика. К.: ЦУЛ, 2002. 400 с.
2. Білецький В.В. Практикум з вищої математики. Р.:РДГУ, 2024. 46 с.
3. Білецький В.В. Методичні вказівки до вивчення предмету «Вища математика».-Р.:РДГУ,2024. 34 с.
4. Бубняк Т.І. Вища математика. Львів: Новий світ, 2004. 434 с.
5. Дудкін М.Є., Дюженкова О.Ю. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної. Збірник задач. К.:КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 65 с.
6. Дюженкова О.Ю., Колесник Т.В., Ляшенко М.Я., та інші. Математичний аналіз у прикладах і задачах. К.: Вища школа, 2003. 470 с
7. Жалдак М.І.. Математичний аналіз. Інтегральне числення функції однієї змінної з елементами інформаційних технологій: Навчальний посібник. Київ, НПУ ім.М.П. Драгоманова, 2011. 268 с.
8. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз. К.: Знання, 2008. 421 с.
9. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах. К.: Центр учбової літератури, 2009. 594 с.
10. Овчинников П.П. Вища математика. К. : Техніка, 2000, Ч.1-2. 1380 с.
11. Підченко Ю.П., Пастушенко С.М. Вища математика (Ч. 1). К.: Діал, 2004. 192 с.
12. Підченко Ю.П., Пастушенко С.М. Вища математика (Ч.2).К.: Діал, 2004. 200 с
13. Рудавський Ю.К., Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Л.: Бескид Біт,2002. 262 с.
14. Хомченко Л. М. Вища математика. К.: Центр. Методика-інформатика, 2002. 199 с.
15. Шкіль М.І. Математичний аналіз (Ч.1-Ч.2). К.: Вища школа, 1994. 510 с