

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра вищої математики

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня
на тему:

**Системно-діяльнісний підхід організації навчально-виховного процесу
при вивченні курсу «Математичний аналіз»**

Виконала: студентка II курсу магістратури
групи М-М-21
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Гулько Галина Володимирівна
Керівник: доктор технічних наук, професор
Бичков Олексій Сергійович
Рецензент: доктор технічних наук, професор,
директор ННІ автоматики, кібернетики та
обчислювальної техніки Національного
університету водного господарства та
природокористування
Мартинюк Петро Миколайович

Рівне 2024 року

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА МОДЕЛЬ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.....	5
1.1. Проблеми математичної підготовки спеціаліста.....	5
1.2. Теоретичні основи моделі: системний підхід і теорія діяльності.....	9
1.3. Цілі і принципи навчання у експериментальній моделі.....	21
РОЗДІЛ 2. ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ЕЛЕМЕНТАРНОЇ ТА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІЙ МОДЕЛІ.....	27
2.1. Структура методичного забезпечення курсу в експериментальній моделі	27
2.2. Навчальна програма «Розв'язування сюжетних задач на основі створення системи рівнянь».....	31
2.3. Опис методичних матеріалів.....	36
РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА МОДЕЛЬ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ.....	42
3.1. Вибрані питання курсу математичного аналізу.....	42
3.2. План занять.....	46
3.3. Навчальні картки.....	49
ВИСНОВКИ.....	66
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	67

ВСТУП

Однією із задач, що стоїть перед вищою школою, є задача забезпечення підготовки висококваліфікованого фахівця у відповідності до вимог суспільства. Сучасний фахівець має бути дослідником, організатором, контролером, мати навички спілкування та управління. Мова йде не про механічне суміщення різних професій, а про новий тип професійної діяльності, про новий спосіб її організації, що дозволяє вирішувати різнотипні завдання. Формування загальної основи такої діяльності має відбуватись у процесі навчання в ЗВО, зокрема, на курсах вищої математики.

Сучасний висококваліфікований спеціаліст повинен володіти певною широтою знань, як у своїй предметній галузі, так і в суміжних, мати хорошу математичну підготовку, вміти орієнтуватись у нових досягненнях різноманітних наук та використовувати їх при розв'язанні професійних завдань [4, 11].

Розвиток математичної освіти, розв'язання проблеми математичної підготовки фахівців передбачає удосконалення навчання математиці. З огляду на це, перспективним напрямком є реорганізація змісту курсів вищої математики та основ їх засвоєння у відповідності до принципів теорії діяльності і системного підходу, що і є теоретичною основою експериментальної моделі, яка досліджується у даній роботі [9].

Порівняння традиційного вивчення вищої математики з експериментальним можна проводити за наступними позиціями: за змістом, методами і засобами навчання, за характером процесу управління навчанням, за аналізом відповідності сформованих у школі математичних знань і умінь вимогам програми ЗВО, за результатами навчання.

У процесі експериментального навчання формуються два типи знань і вмінь: методологічні та математичні. До методологічних відносяться знання про діяльність як основу отримання нових знань, знання про загальнонаукові методи пізнання та вміння використовувати ці методи при розв'язуванні

практичних задач. А власне математичні знання та вміння, що формуються в процесі експериментального навчання, характеризуватимуться науковістю, усвідомленістю, системністю, загальністю, повнотою та надійністю [30].

Крім того, впровадження експериментального курсу передбачає підготовку викладача за певними психолого-педагогічними аспектами, що сприяє підвищенню його кваліфікації. Це дозволяє говорити про розвиваючий характер навчального процесу для кожного його учасника.

Метою роботи є аналіз системно-діяльнісного підходу при організації навчального процесу та формування пропозицій щодо організації вивчення курсу математичного аналізу на його основі.

Об'єктом дослідження є системно-діяльнісний підхід.

Предметом дослідження є застосування системно-діяльнісного підходу при вивченні математичного аналізу.

Для досягнення зазначеної мети роботи сформульовано наступні завдання:

- 1) здійснити огляд літератури з теми та систематизувати відомості про системно-діяльнісний підхід до організації навчально-виховного процесу;
- 2) розглянути основні постулати системного аналізу та теорії діяльності;
- 3) проілюструвати взаємозв'язок елементарної та вищої математики на основі застосування системно-діяльнісного підходу до вивчення теми «Сюжетні задачі» із шкільного курсу алгебри;
- 4) запропонувати структуру вивчення декількох тем курсу математичного аналізу на основі системно-діяльнісного підходу;
- 5) розробити дидактичні засоби для вивчення цих тем.

РОЗДІЛ 1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА МОДЕЛЬ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

1.1. Проблеми математичної підготовки спеціаліста

Математика є потужним засобом розв'язування прикладних задач, універсальною мовою майже кожної науки. Використання математичних моделей, математичних методів дозволяє вивчати реальні об'єкти і процеси (фізіологічні, біологічні, соціальні, хімічні, економічні та інші). Абстрактність математики породжує її універсальність, дозволяє широко застосовувати її у різноманітних галузях знань.

Математика також є невід'ємною і суттєвою частиною загальнолюдської культури. Заняття математикою навчають людину думати, відкидати несуттєві деталі і не хestувати тим, що відіграє важливу роль, розвивають вміння логічно мислити, допомагають правильно формулювати свої думки, навчають лаконічності, точності висловлювань, виховують наполегливість, вміння досягати поставлених цілей, розвивають працездатність.

Загалом, вивчення математики чинить значний вплив на розвиток особистості. Математика дає не лише певне коло уявлень, а і удосконалює мислення в цілому, сприяє формуванню світогляду, моральному та духовному вихованню особистості [2].

Визначальне місце у пізнанні і перетворенні дійсності займає метод математичного моделювання. Математичне моделювання розширює творчі можливості спеціаліста із розв'язування цілого ряду професійних задач, суттєво змінює його професійну мобільність. Математичне моделювання – це окремий вид моделювання. Моделювання передбачає використання у якості специфічного засобу дослідження об'єкта-оригінала його математичної моделі, вивчення якої дає нову інформацію про об'єкт дослідження, його закономірності.

Математична модель, виступаючи в ролі кількісного вираження якісних характеристик об'єкту, дозволяє експериментувати з його кількісною

стороною, дає можливість визначити межі стійкості, нормальний та оптимальний режими функціонування, ще глибше зануритись у якісний аспект об'єкту, продемонструвавши його внутрішні закономірності. У цьому розкривається евристична функція математичного моделювання і його можливості для вирішення різноманітних проблем різних наук. Сьогодні метод математичного моделювання тісно пов'язаний із застосування обчислювальної техніки і є одним із важливих елементів освіти кваліфікованого спеціаліста [14].

При удосконаленні процесу підготовки кваліфікованого спеціаліста потрібно враховувати наступні положення. По-перше, професійна діяльність спеціаліста в галузі техніки, інженера, як правило, спрямована на забезпечення повного «життєвого циклу» технічного об'єкту (дослідження, проектування, конструювання, виробництво, експлуатація). По-друге, система знань і вмінь спеціаліста повинна включати повноцінні знання і вміння у відповідній предметній області та суміжних дисциплінах. По-третє, фундаментальна математична підготовка є необхідною умовою високої професійної компетенції висококласного фахівця. Нарешті, навчання у ЗВО має забезпечувати розвиток мислення спеціаліста і сприяти формуванню цілісної картини світу та високих моральних якостей [3, 19].

Цілями математичної освіти фахівця у ЗВО є:

- формування високої математичної культури;
- формування математичного мислення;
- формування системи математичних знань та умінь;
- формування навичок використання математичних методів та основ математичного моделювання у професійній діяльності.

Аналіз процесу вивчення вищої математики у ЗВО дозволяє виділити наступні проблеми:

1) вивчення вищої математики у ЗВО здійснюється, як правило, ізолювано від розгляду професійних задач, що постануть перед майбутнім спеціалістом.

2) Вивчення вищої математики будується на припущенні наявності у здобувачів повноцінно засвоєних знань і вмінь з елементарної математики. Але аналіз результатів ЗНО та НМТ з математики абітурієнтів останніх років свідчить про існування розриву між наявними у здобувачів знаннями та вміннями із елементарної математики та вимогами до них, що існують з боку вищої математики.

3) При вивченні вищої математики фактично не формуються наукові методи пізнання (аналіз, синтез, моделювання, побудова гіпотез). Аналіз об'єкту дослідження здобувачі виконують емпіричним шляхом, не маючи уявлення про процедури методу; задачам синтезу в курсі відведено незначне місце. Використання математичного моделювання зводиться до використання готових даних відносно якісної характеристики оригіналу і готового (запропонованого педагогом) математичного апарату для його «моделювання». Таким чином, у здобувача не формується ні теоретичне поняття моделі, ні діяльність математичного моделювання, ні уявлення про евристичну функцію даного методу. В цілому, майбутній спеціаліст виявляється нездатним до самостійного дослідження оригіналу, до побудови адекватної йому математичної моделі, а, отже, і до отримання інформації, на яку можна орієнтуватись при вирішенні ряду професійних проблем. Здобувачі не вміють будувати робочі гіпотези, перевіряти, корегувати та обґрунтовувати їх. Вони фактично не володіють творчими навичками.

4) При вивченні вищої математики недостатньо повно розкриваються внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки.

5) Вивчення вищої математики недостатньо повно розкриває історичний шлях виникнення і розвитку математичних понять.

6) Педагоги вищої школи, що викладають предмет «Вища математика», як правило, мають хорошу фундаментальну підготовку за спеціальністю «Математика», але, нерідко, зовсім не володіють психолого-педагогічними аспектами своєї професії. Процес вивчення вищої математики, організація засвоєння її знань і вмінь будується у вищій школі, в основному, емпіричним шляхом, без врахування досягнень педагогіки і психології. У зв'язку з цим, проблема підвищення кваліфікації викладачів вищої математики є актуальною разом із проблемою підготовки висококваліфікованих спеціалістів [5, 11].

Удосконалення процесу математичної підготовки фахівців здійснюється різними шляхами, наприклад, через екстенсифікацію чи інтенсифікацію навчання. Екстенсифікація передбачає введення нових знань, умінь, інформації, «розширення» кругозору здобувачів. Вивчення математики, побудоване на такій основі, розвивається у напрямку повідомлення додаткових теорем, часткових методів розв'язування задач, огляду нових досягнень. Другий напрям (інтенсифікація навчання) пов'язаний із пошуком нових засобів, методів, прийомів навчання, що дозволяють за найкоротші терміни навчання також повідомити здобувачам більше інформації. Безумовно, обидва ці напрямки у навчанні математиці мають раціональне зерно. Однак, погоня за повідомленням здобувачам великої кількості різної інформації будь-яким способом приводить лише до того, що у здобувача є лише поверхневі знання про математику, а також в подальшому і про свою професійну діяльність. Про розвиток мислення, про систему знань і умінь говорити не доводиться.

Удосконалення процесу математичної підготовки здійснюється також і через «професіоналізацію» курсів з вищої математики. Дана тенденція, що останнім часом широко застосовується у вищій школі, передбачає посилення прикладного аспекту навчальної програми і зменшення теоретичної частини математичних курсів. Насправді ж, це приводить лише до порушення

теоретичної цілісності навчального предмету, фрагментації викладу матеріалу, відсутності засвоєння теоретичних знань, необхідних для розв'язування складних професійних задач із використанням математики. Існують також методики навчання математики, у яких розв'язування задач зводиться до використання сучасних обчислювальних засобів та спеціальних пакетів програм. У цьому випадку не можна говорити про формування системи математичних знань і вмінь, про розвиток математичного мислення. Досконало засвоюється лише робота з комп'ютером та функції користувача [15, 16].

У даній роботі буде наведено спробу реорганізації курсу математичного аналізу на основі принципів теорії діяльності та системного підходу для вирішення вище означених проблем.

1.2. Теоретичні основи моделі: системний підхід і теорія діяльності

Системний підхід є одним із головних методологічних напрямків науки, ключовим постулатом якого виступає розгляд об'єкту як системи. Системність є загальною формою об'єктивної реальності. Системний підхід вивчає форму буття речей у вигляді систем різного рівня і якості. Пізнання світу відбувається через виділення і фіксацію системи певної якості (математична, фізична, хімічна, біологічна, соціальна та інші), через виявлення її цілісних властивостей, складових її частин, через вивчення закономірностей з'єднання частин у ціле, їх організацію в структуру і закони цієї структури, через розгляд конкретних видів системи [1].

Базовим поняттям усіх системних досліджень є поняття «система». На сьогодні існує більше сорока означень цього поняття. У даній роботі «системою» вважатиметься впорядковану певним чином множину взаємопов'язаних елементів, які утворюють деяке єдине ціле. Поняття системи нерозривно пов'язане із поняттям середовища, оскільки вихідна ознака системи – це її виокремленість із середовища. По суті, середовище –

це метасистема, тобто сукупність умов, що породжують виділення системи. Система функціонує у середовищі, зазнаючи його впливу.

Виділивши систему із середовища, приступають до аналізу системних властивостей: складності, організованості, цілісності. Поняттям «складності» виражається кількісно-якісна визначеність системи, її внутрішня дискретність, складеність із частин (елементів). Частини, які утворюють систему, є взаємопов'язаними та утворюють єдине ціле. Фіксація співвідношень частин, їх ієрархії розкриває організованість системи. Одна і та ж частина системи в одному випадку може бути розглянута як неподільна (елемент), а в іншому – допускає подальше розбиття, тобто розглядається як підсистема в межах вихідної системи. Властивості, що виокремлюють систему із середовища, і, в той же час, що визначають її як особливий об'єкт вивчення, характеризуються як цілісні властивості. За цим поняттям стоять властивості частин до інтеграції, вони характерні для зрілої системи, що знаходиться у відносній рівновазі. Дослідити систему – означає виявити умови її виникнення і становлення, закони збереження цілого, розглянути систему у статичі та динаміці [1, 6, 22].

Елемент – це частина системи як цілого, її структурна одиниця. Система формується різноманіттям елементів з індивідуальними властивостями. Приналежність елемента до системи визначається особливостями його властивостей, необхідними для існування у системі, здатністю до утворення зв'язків, неподільністю в рамках даної структури. Вивчення елемента на наступному етапі передбачає його поділ на частини, виділення його як підсистеми. Так встановлюються рівні будови системи, їх ієрархія, тобто організація системи.

Одним із важливих понять системного підходу є поняття зв'язку: всередині елемента, між елементами-підсистемами, із середовищем. Кажучи про зв'язки, мають на увазі взаємодію між елементами, всередині елемента, взаємодію системи і середовища, їх залежності, внутрішні та зовнішні рухи.

Через вивчення зв'язків у системі здійснюється вивчення її існування та розвитку. Виділяють зв'язки, встановлені в рамках одного рівня будови системи і зв'язки між рівнями. Усі зв'язки системи називають системоутворюючими, зв'язки одного рівня – горизонтальними, зв'язки між рівнями – вертикальними.

Єдність елементів і зв'язків системи складає суть поняття «структура». Структура – це форма організації системи як цілого; вона відображає природу системоутворюючого фактора, а саме, об'єднання елементів у ціле як систему з новою якістю. Ціль системи – самозбереження і розвиток. Структура несе принципи збереження якісної визначеності системи у процесі її розвитку під впливом зовнішніх та внутрішніх сил. Таким чином, структура є як системоутворюючим фактором, так і системозберженим фактором, і розглядається як інваріантний аспект системи.

Усяка система виступає в усьому розмаїтті своїх видів, що мають спільний тип структури, але різні кількісні, індивідуальні властивості. При цьому власне характер елементів і зв'язків, що виступають у єдності, зберігається. Наприклад, у поняття типу структури системи «функція» входять елементи: змінні величини, – і системоутворюючий зв'язок: закон відповідності між змінними. Для системи «лінійний простір» тип структури включає елементи: математичні об'єкти (матриці, функції, геометричні вектори та інші), – і аксіоми як системоутворюючі зв'язки. Системоутворюючі зв'язки у системі «функція» мають конкретні вираження, що реалізується у різних видах функцій (лінійні, квадратичні, тригонометричні та інші). Якщо в системі «лінійний простір» розглядати у якості елементів многочлени, то мова піде про вид системи – лінійний простір многочленів. Таким чином, під типом структури системи можна розуміти загальну у рамках даної системи єдність елементів і зв'язків. Зміна елементів і зв'язків, що не порушує такої єдності, створює множину видів системи, не змінюючи тип її структури [4, 17].

Вивчення системи у розвитку, в динаміці пов'язане з поняттям «перетворення». Розрізняють «перетворення системи», «перетворення у системі» та «заміщення системи моделлю». Під перетворенням системи мають на увазі дію на систему, що приводить до зміни типу її структури. Такі зміни можуть відбуватись у напрямку зміни певних зв'язків, елементів, підсистем різного рівня. При цьому змінюються якісні та кількісні характеристики, можливе виникнення нової системи. Наприклад, якщо у системі «лінійний простір» прибрати вимогу виконання аксіоми замкненості відносно операції додавання, то система уже не буде являтися лінійним простором. Певні зміни у системі «поле» приводять до побудови системи «кільце», і навпаки. Під перетворенням у системі мають на увазі перетворення, що не змінює тип її структури. Такі перетворення, як правило, створюють види системи з одним і тим же типом структури, але з різними параметрами, характеристиками, властивостями. Наприклад, при диференціюванні многочлена отримується інший многочлен, степінь якого на одиницю менший, ніж у вихідного, та інші коефіцієнти. При цьому у кожного з цих многочленів – спільний тип структури, а саме: структура системи «функція». Аналогічно перетворення «транспонування» у системі «множина матриць» дозволяє отримати із вихідної іншу матрицю тої ж системи [24].

При вивченні деяких систем доцільно замінити об'єкт-оригінал іншим об'єктом – його моделлю. У цих випадках виділяють тип структури оригіналу, підбирають адекватний опис цього типу, будують та вивчають нову систему-модель, результати дослідження якої переносять на оригінал. У таких випадках не відбувається зміни типу структури вихідної системи, розглядається її замітник, що представляє цей тип структури. Слід зазначити, що модель описує структуру оригіналу, досить точно представляє явно його інваріантний аспект, допомагає при вивченні властивостей системи, але при

цьому є елементом іншої системи. При моделюванні відбувається побудова нової метасистеми «оригінал-модель» [7].

Процес пізнання оперує поняттями «об'єкт дослідження» та «предмет дослідження». Ці поняття не тотожні одне одному. Предмет – це певна сторона реального об'єкта, виділена у відповідності до цілей дослідження. В рамках конкретної науки предмет розглядають як «замінник» об'єкта, його пізнавальне обмеження, його ідеалізацію. З точки зору системного підходу, предмет дослідження розглядається як система у різних її відношеннях, в статичності та динаміці, у різноманітності зовнішніх та внутрішніх зв'язків, по суті, багатовимірно. Поняття «предмет» і «модель», являючись замінниками об'єкта, виконують різні функції при дослідженні оригіналу і не мають ототожнюватись.

Системний підхід дає орієнтири дослідження об'єктивної реальності, спрямовує пізнавальну діяльність людини, задає координати багатовимірної побудови знань про предмет кожної науки, але не продукує конкретно-наукових знань про предмет вивчення. Реалізація ідей системного підходу в конкретній науці приводить до поняття «системний аналіз». Системний аналіз – це категорія, яка виражає системну орієнтацію дослідження конкретних об'єктів, реалізацію ідей системного підходу в певній галузі науки (математиці, фізиці та ін.). Абстрактна схема пізнання системного підходу перетворюється на спосіб вивчення конкретного предмету.

Системний аналіз передбачає, по-перше, виділення предмету-системи із середовища та його опис як цілого, по-друге, поділ цілого на частини (підсистеми, елементи) і виявлення відношення між ними, по-третє, вивчення структури системи (системоутворюючих зв'язків, ієрархії рівнів будови), нарешті, вивчення функціонування системи, її розвитку. Уся сукупність процедур системного аналізу в методологічному плані здійснюється за допомогою понять системного підходу: система, середовище, цілісність,

складність, підсистема, елементи, рівні, системоутворюючі зв'язки, структура та інші.

Отже, системний підхід як методологія дослідження і системний аналіз як реалізація цієї методології у конкретній області складають потужний апарат процесу пізнання світу [1, 28].

Проілюструємо сказане на прикладі. Розглянемо важливе математичне поняття «функція» як систему. Для цієї системи метасистемою є «множина функцій». Підсистемами метасистеми виступають усі числові функції, функції з однією й тією ж областю визначення, функції однієї змінної, функції кількох змінних. Для функції однієї змінної, як нової системи, елементами є змінні величини (залежні і незалежні), системоутворюючими зв'язками – залежності між змінними, тобто закон відповідності. Виділяються також і свої підсистеми: за характером елементів – це функції дискретного аргументу та функції неперервного аргументу; за характером системоутворюючих зв'язків – це елементарні функції. У якості перетворень у системі можна розглядати композицію, арифметичні операції та інші, які дозволяють створювати різні види функцій. До властивостей відносять парність, непарність, обмеженість функції, її поведінку в околі деякої точки, неперервність, диференційованість та інші [32].

Метод системного аналізу можна застосувати і до вивчення процесу навчання. У зміст навчальної дисципліни включаються основні наукові поняття, факти, закони, методи, теорії конкретної науки. Але наука являє собою не тільки сукупність знань про об'єкт, вона включає в себе також діяльність, за допомогою якої здійснюється процес пізнання. Традиційна дидактика, кажучи про зміст навчання, обмежується розглядом методів, засобів та форм повідомлення здобувачам «готових» знань, вважаючи, що засвоєння відбувається шляхом їх безпосереднього сприйняття з подальшим запам'ятовуванням.

Нове розуміння природи навчання, механізму засвоєння знань, формування вмінь та навичок відкриває психологічна теорія діяльності. У дидактиці вона реалізується у формі діяльнісного підходу до навчання [1, 19].

Наведемо основні поняття діяльнісного підходу.

Навчання – це система організації способів передачі індивіду знань, умінь, видів та способів діяльності, що вироблені соціальною практикою. Наукові знання включають у себе факти, поняття, закони, теорії, узагальнену картину світу. Вони повинні стати надбанням особистості, увійти в структуру її досвіду. Знання, що формуються, мають бути науковими, повними (розгорнутими), усвідомленими, міцними, дієвими, тобто використовуватись при розв'язуванні практичних задач. Уміння – це володіння методами застосування знань на практиці.

Під діяльністю розуміють процеси, що реалізують життєве, активне ставлення суб'єкта до дійсності.

Навчання здійснюється у формі сумісної діяльності здобувача та педагога при спрямовуючій ролі останнього. Учіння – це особливий вид пізнавальної діяльності суб'єкту, спрямований на отримання певних знань, умінь та навичок. Педагог організовує діяльність здобувача у відповідності до поставлених цілей. Здобувач спочатку виконує її разом із викладачем, потім у процесі інтеріоризації ця зовнішня розгорнута сумісна діяльність стає його внутрішньою згорнутою діяльністю, на основі якої відбувається подальший процес пізнання і перетворення дійсності.

Оволодіння загальнолюською культурою відбувається через діяльність, що включає два взаємопов'язаних процеси: процес інтеріоризації та процес екстеріоризації. Процес інтеріоризації означає перетворення зовнішнього (даного в об'єкті) у внутрішнє, суб'єктивне, таке, що належить індивіду. Процес екстеріоризації – це перехід суб'єктивного, індивідуального у зовнішню форму буття, у результат діяльності. Обидва процеси, що виступають у єдності, складають основу засвоєння у навчанні.

Засвоєння являє собою відтворення індивідом накопичених суспільством знань, способів пізнавальної та перетворювальної діяльності, типів відношень, норм поведінки. Засвоєння є важливою ланкою процесу учіння. Засвоюючи знання, вміння, навички, відношення і норми, здобувач набуває певного способу орієнтування у світі та можливість його перетворювати.

В той же час засвоєння та учіння не тотожні поняття, оскільки засвоєння може відбуватись не тільки під час учіння; ціль же учіння – організація засвоєння суспільно-історичного досвіду. Психічні механізми, що здійснюють його засвоєння, визначаються як здібності. Засвоєння – багатоетапний процес, при якому відтворювальна діяльність із зовнішньої, розгорнутої, матеріальної форми через ряд етапів перетворюється у внутрішню, згорнуту, розумову.

Під розвитком розуміють засвоєння суспільно відпрацьованих здібностей, тобто загальних форм психічної діяльності, що забезпечують засвоєння знань, умінь, навичок. Розвиток характеризується зсувами, приростами у рівні та формі засвоюваних людиною здібностей.

Розвиток відбувається у процесі учіння, але не усяке учіння розвиває. Розвиваючим є тільки таке навчання, при якому здобувач оволодіває новим способом засвоєння здібностей. Розвиток відбувається лише при такому типі навчання, коли у його зміст вводяться методи дослідження об'єктів, тобто наукові методи стають предметом засвоєння [3, 22].

До розгляду діяльності, яка є основою учіння, можна застосувати метод системного аналізу. Тоді виділяються наступні рівні будови: діяльність, дія, операція. Діяльність складається із дій, кожна дія – з операцій, останні не допускають подальшого дроблення. При описі діяльності та дій виокремлюють такі структурні характеристики, як ціль, мотив, предмет, суб'єкт, засоби, склад, результат. Операції – це вже автоматизовані дії, що не

мають цілей та мотивів. Дією називають цілеспрямований процес, який виникає через мотиви тієї діяльності, яку реалізує дана дія.

Одиницею аналізу є дія. Крім структурних характеристик, у неї є функціональні компоненти: орієнтувальний, виконавчий, контрольно-корекційний. Перший пов'язаний із використанням суб'єктом об'єктивних умов, що необхідні для успішного виконання дії. Другий забезпечує перетворення у об'єкті. Останній – спрямований на співставлення отриманих результатів із заданими зразками. Орієнтовна основа дії (діяльності) – ООД – це та система умов, на яку реально опирається суб'єкт при виконанні дії.

Дія характеризується рядом незалежних параметрів: формою, узагальненістю, розгорнутістю, засвоєністю. Форма дії фіксує міру її інтеріоризації, тобто матеріальну, мовленнєву, розумову. З точки зору застосування дії (діяльності) виділяють теоретичну і практичну форми, тобто виділяють діяльність, яка створює знання, і діяльність, спрямовану на розв'язання конкретних задач.

Узагальненість описує міру виділення суттєвих для виконання дії властивостей предмету з усіх інших. Розгорнутість показує, чи всі операції із складу дії виконують людиною. В міру його формування, склад зменшується, дія стає згорнутою та скороченою. Засвоєність дії означає легкість та швидкість її виконання. Перераховані характеристики не є наслідками один одного. Крім них, існують також другорядні, які витікають з них: розумність, усвідомленість, абстрактність, міцність. Розумність дії означає, що при її виконанні людина опирається на існуючі умови, розгортає усі процедури в повній мірі. Усвідомленість полягає у можливості правильного виконання дії і в обґрунтуванні такого виконання засобами мови. Абстрактність пов'язана із виконанням дії як узагальненої, без опори на відчуття об'єкта. Міцність розуміють як можливість її виконання через деякий час після формування, що є результатом узагальненості та засвоєності [31].

ООД включає наступні компоненти: мотиваційно-цільову; знання про предмет і про діяльність, яка продукує ці знання; план майбутньої перетворювальної діяльності з об'єктом; контроль і корекцію виконання плану.

До основних положень діяльнісного підходу в навчанні можна віднести наступні.

1) Формування знань, умінь, мислення у процесі навчання відбувається через діяльність здобувача, організовану педагогом. Ця діяльність полягає у дослідженні об'єкту, яке відбувається за певною програмою. Звичайно, «дослідницька» діяльність здобувача відрізняється від справжнього наукового дослідження цілями, задачами, змістом, формами та результатами. Наукове дослідження продукує нові, невідомі раніше, знання, створює нові методи. Навчальна дисципліна надає здобувачу уже відомі знання та методи, котрі, тим не менше, є для нього новими. Набуття таких знань у процесі навчання через спеціально організовану діяльність здобувача виступає для нього у якості дослідження об'єкту. Таку діяльність називають програмою дослідження. У процесі навчання в здобувача формуються різні пізнавальні засоби: загальні методи пізнання (аналіз, синтез, моделювання та інші), конкретно-наукові методи (математичні, фізичні, соціологічні і т.д.), окремі прийоми. З'являється розуміння того, що кожен вид засобів та способів дослідження розкриває різні аспекти буття. Діяльність здобувача із дослідження об'єкту фактично моделює теоретичну діяльність наукового дослідження.

2) Діяльнісний підхід до навчання полягає не лише у тому, що процес навчання розглядається як діяльність. Діяльність учіння – це особлива діяльність, у процесі якої відбувається формування психічних новоутворень (розвиток) через засвоєння. Розвиток і засвоєння розглядаються як єдиний процес.

3) Процес засвоєння – це процес інтеріоризації діяльності спілкування із зовнішньою, сумісною діяльністю (наприклад, з педагогом) в індивідуальну, внутрішню, психічну діяльність здобувача. Даний процес містить ряд етапів, які обов’язково мають знайти своє втілення у процесі навчання.

4) ООД складає основу всіх здобутків процесу учіння, тобто знань, вмінь, здібностей. У процесі навчання повний та розгорнутий зміст ООД представлений у матеріальному вигляді, наприклад, у навчальних картках. Розвиваючий ефект навчання визначається змістом формули ООД. В процесі засвоєння ООД перетворюється у знання про предмет і про діяльність із ним. Наступне виконання діяльності уже з орієнтуванням на це знання виступає вмінням. У навчальному процесі відбувається організація засвоєння ООД і переведення її у мисленнєву форму [8].

Діяльнісний підхід можна розглядати як загальну методологічну основу дидактики, що відкриває перспективу її подальшого вдосконалення шляхом організації предметної діяльності дослідження, яка формує загальний механізм засвоєння культури у будь-яких її видах і формах.

Загальна форма діяльності описується категоріями цілі, предмету діяльності, засобів та способів реалізації, її результату. При розв’язуванні задач конкретної навчальної дисципліни ці категорії наповнюються конкретним змістом. Це знаходить відображення при розробці методичних матеріалів експериментального навчання. Через загальні категорії розкриваються функції, будова, різноманіття форм тої чи іншої діяльності з вирішення навчальних завдань. Формування предметної діяльності у здобувача – дуже важлива задача дидактики сьогодні. Її ефективне розв’язання можливе на базі суміщення теорії діяльності та системного підходу в навчанні.

Реалізація системно-діяльнісного підходу в навчанні передбачає цілком певний опис цілей, змісту навчання, його форм, методів, засобів і результатів. Ціллю навчання є засвоєння накопичених знань, загальних методів пізнання

та розвиток здатності здобувача досліджувати і перетворювати світ. У цілях навчання виділяють типи задач, які має навчитись розв'язувати здобувач. Відповідно фіксуються види діяльності з їх розв'язування, склад, уміння та зміст засвоєваних знань, плановий розвиток здібностей.

Слід зазначити, що, у відповідності до теорії діяльності, розвиток здобувача визначається не набуттям через навчання широкого спектру знань і часткових методів розв'язування окремих типів задач, а засвоєння ним загальнонаукових методів пізнання, оволодіння системою знань у певній галузі науки та вміння самостійно здійснювати процес пізнання. Таким чином, важливе місце серед цілей навчання належить формуванню діяльності здобувача у єдності її теоретичної та практичної форм, тобто як діяльності, що створює знання, і як діяльності з розв'язування конкретних задач [9, 25].

Методи конкретних наук, зокрема математики, досліджують специфічні властивості об'єктів. На їх основі розв'язуються конкретні задачі, набуваються конкретні наукові знання. Вміння бачити загальну основу речей у їх часткових проявах, володіння загальнонауковими методами дослідження характеризують рівень здобувача і, відповідно, досягнення цілей навчання. Зміст навчання вибудовується згідно принципу єдності знання та діяльності. Воно включає систему наукових знань про предмет вивчення, знання про діяльність як категорію, уміння вивчати об'єкт і уміння розв'язувати конкретні практичні задачі на основі загальнонаукових і часткових методів пізнання.

Особлива роль при організації навчання згідно діяльнісного підходу відводиться дидактичним засобам: програмі навчання, системі навчальних завдань, навчальних карт з їх виконання, методичним посібникам. Значне місце у таких матеріалах займають задачі по формуванню діяльності системного аналізу, математичного моделювання, методу синтезу, діяльності побудови гіпотези та доведення. Оволодіння здобувачами діяльністю системного дослідження дозволяє їм у подальшому піднятися на новий

рівень розвитку: навчитись інтегрувати наукові знання, накопичені різними науками, у цілісне багатовимірне уявлення про об'єкт і перетворювати його, створюючи нове. За допомогою математичного моделювання і методу синтезу, на основі прийомів висунення і обґрунтування гіпотез стає можливим розв'язування великого спектру професійних задач сучасного спеціаліста.

Із змісту, форм та методів діяльнісного навчання випливає його виховна функція. Відбувається формування наукового світогляду, матеріалістичного розуміння законів природи, суспільства, мислення, виробляються вольові якості особистості, створюється математична культура спеціаліста [24].

1.3. Цілі і принципи навчання у експериментальній моделі

Розглядаючи навчання як специфічну динамічну педагогічну систему, у якій у взаємодії та взаємовпливі знаходяться педагог та здобувач освіти, варто підкреслити, що впровадження експериментальної моделі відбувається у два етапи. Перший спрямований на навчання викладача математики системно-діяльнісному підходу і на розкриття перед ним особливостей впровадження моделі у навчальний процес. Другий відноситься до навчання здобувачів курсу вищої математики на нових принципах.

Глобальною ціллю навчання є випуск висококваліфікованих спеціалістів, здатних грамотно та оптимально розв'язувати задачі будь-якої складності у своїй професійній сфері, створювати нове та бути всебічно і гармонійно розвиненою особистістю. Для досягнення цієї глобальної цілі виділяють кілька груп цілей, що визначають спрямованість експериментального навчання вищої математики [13].

Перша група цілей має відношення до підготовки педагога до впровадження моделі, побудованої на принципах системно-діяльнісного підходу, у навчальний процес. Реалізація цієї групи цілей відбувається на першому етапі впровадження експериментальної програми.

Друга група цілей стосується навчання здобувачів курсу вищої математики на базі експериментальної методики. До цих цілей відносять наступні.

1) Сформувати у здобувачів знання про методи дослідження об'єктів та про процедури цих методів:

- сформувати знання про діяльність пізнання як специфічну систему;
- сформувати діяльність системного аналізу об'єкту, що вивчається, зокрема, математичного;
- сформувати діяльність математичного моделювання на основі системного дослідження об'єкта-оригіналу та його моделі;
- сформувати діяльність синтезу на основі системного аналізу об'єкту;
- сформувати діяльність побудови гіпотези при вивченні об'єкту;
- сформувати діяльність доведення припущень, що висуваються.

2) Забезпечити повноцінну математичну підготовку здобувача:

- усунути прогалини у знаннях з елементарної математики на основі системно-діяльнісного підходу;
- сформувати систему знань та вмінь з усіх розділів вищої математики;
- сформувати знання та уміння у системі «вища математика – загальнонаукові та спеціальні дисципліни».

3) Сформувати вміння розв'язувати професійні задачі.

4) Забезпечити розвиток особистості здобувача [30].

Цілі навчання є безпосередньо пов'язаними із принципами навчання. Розглянемо принципи, на яких базується експериментальна модель вивчення вищої математики.

Усі дидактичні принципи можуть бути представлені як систем, що складається із змістовних та процесуальних принципів. Перша група принципів відображає закономірності, що визначають вибір змісту навчання. До них відносять принципи науковості, громадянськості та виховний характер навчання. До процесуальних принципів, що забезпечують

організацію та методику навчання, відносять принципи наступності, послідовності та систематичності навчання, єдності групового та індивідуального навчання, свідомості та творчої активності здобувача, наочності навчання та інші.

Експериментальна модель будується у відповідності до описаної загальної системи дидактичних принципів, але разом із тим має свої особливості. Вони пов'язані зі специфікою системно-діяльнісного підходу як основи моделі, зі специфікою вищої математики як науки. Все це дозволяє виділити підсистему принципів експериментального навчання:

- 1) принцип системної побудови курсу вищої математики;
- 2) принцип опису курсу у єдності загального, особливого та одиничного;
- 3) принцип оптимального суміщення фундаментальності та професійної спрямованості навчання;
- 4) принцип предметної діяльності при вивченні вищої математики;
- 5) принцип розвивального навчання;
- 6) принцип єдності основ підготовки педагога та здобувача за експериментально програмою.

Принцип системності не є тотожним принципу систематичності, який передбачає вимоги щодо організації, впорядкованості, послідовності викладу матеріалу. У сучасній науці та практиці значну роль грає методологія системного дослідження, орієнтована на вивчення об'єкта як системи. Результатом такого розгляду об'єкта є знання, що описують його в цілісності, різноманітні внутрішніх та зовнішніх зв'язків, видів, з виділенням типом структури. Отримання такої системи знань можливе шляхом організації предметної діяльності здобувачів на нових засадах: із введенням у процес навчання методу системного аналізу об'єкта. У такому випадку йде мова про системний принцип побудови навчальної дисципліни.

Експериментальна модель будується з урахуванням принципу системності. Логіка викладу матеріалу дисципліни відповідає логіці

системного дослідження: виділяється предмет вивчення, він розглядається як система, фіксуються його цілісні властивості, виділяються підсистеми, рівні будови, системоутворюючі зв'язки, різні види підсистем, елементів. Предмет вивчення дисципліни розкривається не емпіричним шляхом, а на основі принципів системного дослідження.

При такому підході міняється структура навчально-пізнавальної діяльності здобувача. По-перше, при вивченні вищої математики формуються не лише математичні знання та прийоми, а й засвоюється загальний метод – метод системного аналізу. По-друге, враховуючи універсальність математики, стає можливим формування ще одного загальнонаукового методу пізнання – математичного моделювання [1, 13].

Формування методологічних та математичних знань і вмінь здійснюється у процесі розв'язування спеціально розроблених завдань з опорою на навчальні картки. В процесі навчання здобувачі висувують гіпотези, вчать їх перевіряти, що дозволяє активізувати навчання. Вивчення вищої математики, побудоване на основі принципу системності, дозволяє глибоко засвоїти математичні поняття, закони та методи, загальнонаукову методологію дослідження.

Другим принципом експериментального навчання є опис вищої математики у єдності цілого, особливого та одиничного. Предмет математики описується на різних рівнях абстракції і узагальнення, використовуються три системи понять [32].

У експериментальній моделі предмет вивчення кожної дисципліни вищої математики описується спочатку у загальній формі, тобто у поняттях системного підходу, потім за допомогою загальних математичних понять і, нарешті, як одиничне, що відноситься тільки до конкретного розділу математики.

Наприклад, у експериментальній програмі курсу математичного аналізу функція однієї змінної розглядається як система. Виділяються елементи

системи «функція однієї змінної» (змінні величини), системоутворюючі зв'язки (залежність між змінними), властивості системи (ін'єктивність, сюр'єктивність, бієктивність, монотонність, парність, обмеженість, неперервність та ін.). За допомогою перетворень у системі (арифметичні операції, композиція) виникають її конкретні види. Таким чином, спочатку використовуються поняття системного підходу, потім поняття математики як науки, а означення та властивості даються уже в термінах математичного аналізу.

Третій принцип – це принцип оптимального поєднання фундаментальності та професійної спрямованості навчання вищій математиці [5, 14].

Традиційно фундаменталізацію вивчення пов'язують лише з посиленням та розширенням теоретичної частини дисципліни. В експериментальній моделі фундаменталізація вищої математики пов'язана з теоретичним представленням цього предмету у логіці системного дослідження. Зміст курсу вищої математики описується мовою системного аналізу [21].

Професійна спрямованість навчальної дисципліни традиційно передбачає введення у навчальний процес великої кількості прикладних задач. У експериментальній моделі професійна спрямованість досягається шляхом розв'язування спеціальної системи задач на формування діяльності системного аналізу математичного об'єкта, діяльності математичного моделювання з опорою на системне вивчення оригінала та його моделі, діяльності синтезу, що також опирається на системні знання.

Четвертим принципом експериментальної моделі є принцип предметної діяльності при вивченні вищої математики. З позицій діяльнісного підходу до навчання функція освіти полягає в тому, щоб здійснити присвоєння людиною культури через включення її в той чи інший вид діяльності [2, 26].

Предметна діяльність суб'єкта в процесі навчання за експериментальною моделлю виступає у загальній формі (ціль, мотив,

предмет, засоби, склад, результат) і в окремій (вказані категорії наповнюються конкретним математичним змістом в процесі розв'язування задач).

Принцип предметної діяльності передбачає відображення у побудові програми з вищої математики єдності знань і діяльності; єдності теоретичної та практичної діяльності; єдності внутрішньої та зовнішньої діяльності.

П'ятий принцип – це принцип розвивального навчання. Питання співвідношення навчання і розвитку є важливими питаннями дидактики, що визначають вибір змісту навчання, його методів, засобів та форм. Навчання не зводиться до повідомлення готових знань та тренування. Навчання слід розглядати як спосіб здійснення педагогічного процесу, спрямованого на розвиток особистості, на організацію засвоєння елементів культури.

У основу експериментальної моделі вивчення вищої математики покладено принцип розвиваючого навчання, що виражає установку навчання на розвиток здобувача, його інтелектуальних здібностей. Принцип визначає формування нового способу організації пізнавальної діяльності здобувача у процесі вивчення математики. Розвиток здобувача оцінюється з точки зору змін (приростів) у діяльності здобувача, що вносяться шляхом експериментального навчання.

Впровадження експериментальної моделі в навчальний процес передбачає спеціальну попередню підготовку педагога. Загальні принципи підготовки педагога та здобувача – це описані вище п'ять принципів побудови експериментальної моделі.

Усі шість принципів побудови експериментальної моделі навчання тісно пов'язані один з одним, що визначає їх оптимальність [3, 13, 21].

РОЗДІЛ 2. ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ЕЛЕМЕНТАРНОЇ ТА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІЙ МОДЕЛІ

2.1. Структура методичного забезпечення курсу в експериментальній моделі

Впровадження експериментальної моделі вивчення математики у навчальний процес і у ЗВО, і у школі має спільні закономірності. Вивчення математики пов'язане з використанням ідей системного і діяльнісного підходів. Поряд із математичними знаннями та вміннями формуються методологічні знання і вміння: метод системного аналізу, метод синтезу, знання про діяльність як основу загальнолюдської культури. У змісті знаходиться відображення поглиблення вивчення прикладної спрямованості математики. Передбачається попередня підготовка педагога до роботи за цією методикою: вивчення основ системно-діяльнісного підходу, формування діяльності системного аналізу, математичного моделювання з опорою на цей метод формування вмінь застосовувати зазначені знання при викладанні математики. Організація засвоєння має здійснюватись у відповідності до принципів теорії поетапного формування розумових дій.

У методичному плані експериментальна модель курсу математики (як шкільної, так і вищої) являє собою систему методичних матеріалів: у єдності виступають навчальні посібники, навчальна програма курсу (окремих математичних дисциплін), завдання і навчальні картки. Навчальна програма фіксує зміст та структуру знань про предмет, що вивчається. Теоретична картина предмету описується за допомогою методу системного аналізу. У логіці побудови навчальної програми відображається структура пізнавальної діяльності здобувача, тобто діяльності системного дослідження математичних об'єктів. У програмі представлені основні типи задач, в процесі розв'язування яких формуються методологічні і математичні знання та уміння. Експериментальний задачник складається як зі звичайних математичних задач, так і зі спеціально сконструйованих завдань на

системний аналіз об'єкту, на математичне моделювання, на діяльність синтезу, висунення і доведення гіпотез. Формування діяльності з розв'язування задач і відповідних знань, отримуваних у процесі розв'язування, здійснюється з допомогою навчальних карт. Навчальні карти являються собою особливий вид навчальних матеріалів – керівництвом із організації нормативної діяльності з розв'язування кожного типу завдань. Задачник наводить завдання без розкриття діяльності з їх розв'язування, навчальні карти відображають зміст і спосіб організації такої діяльності [30].

Для засвоєння системного підходу до дослідження об'єктів необхідно сформувати у здобувача процедури методу системного аналізу і його понятійний апарат. У відповідності до принципу доступності навчання при достатньому рівні його складності вивчення матеріалу варто починати з відомого матеріалу. У рамках експериментального курсу вищої математики таким «відомим матеріалом» може бути розділ елементарної алгебри «Розв'язування сюжетних задач». Даний розділ надає хороший матеріал для формування методу математичного моделювання, для розкриття прикладного характеру математики. Уже відомі математичні знання і вміння у експериментальній програмі по цьому розділу відкриваються з іншого ракурсу – системного. В той же час, нові поняття системного підходу формуються на базі знайомого математичного матеріалу. У процесі розв'язування сюжетних задач формуються загальнонаукові методи пізнання: метод системного аналізу і метод математичного моделювання з опорою на системне дослідження об'єкта-оригіналу і його математичної моделі.

Сюжетні задачі («на спільну роботу», «на рух» та подібні) складають важливий тип задач на математичне моделювання. На їх основі уже в школі можна формувати у здобувачів загально наукові методи: аналіз, синтез, моделювання. Розв'язування цих задач викликає у здобувачів значні складнощі під час аналізу умови, побудови та вивчення їх математичної моделі.

При діяльнісному підході формування методу математичного моделювання передбачає системний аналіз оригіналу та його моделі. Ще у школі на матеріалі елементарної математики можна закласти фундамент діяльності моделювання, яка потім стане основою професійної діяльності за рядом спеціальностей. У діяльність математичного моделювання вводиться системний аналіз моделі, поширення отриманих результатів на оригінал, його перетворення. Системний аналіз умови задачі дозволяє здобувачам виділити суттєві відношення у задачі та описати їх математично. Використання цього методу вже на першому етапі розв'язування сюжетних задач знімає труднощі щодо вибору невідомих, встановленню серед різних відношень у задачі найбільш значимих та їх адекватного математичного опису.

Метод системного аналізу використовується здобувачами і при вивченні побудованої математичної моделі сюжетної задачі. З його допомогою розкриваються суттєві відношення у розглядуваному математичному об'єкті, аргументується вибір найбільш оптимального методу розв'язування математичної задачі. Іншими словами, перед здобувачами відкриваються можливості за сюжетом задачі побачити предмет вивчення (систему величин), виділити його властивості, відношення та представити їх у абстрактній формі. При цьому формується повна і узагальнена діяльність із аналізу і розв'язування практичних задач на математичне моделювання, розвивається творче мислення [1, 14].

Основними процедурами (діями) методу системного аналізу є:

- 1) виділення у задачі предмету аналізу та фіксація його як системи;
- 2) виділення середовища (метасистеми), у якій розглядувана система функціонує;
- 3) виділення цілісних властивостей системи;
- 4) виділення рівнів будови системи і підсистем кожного рівня;
- 5) виділення цілісних властивостей підсистем кожного рівня;

6) виділення структури на кожному рівні (елементів і системоутворюючих горизонтальних зв'язків);

7) виділення міжрівневих зв'язків;

8) виділення форм організації системи (видів системи).

Залежно від специфіки задачі, що розв'язується, наведений перелік дій може змінюватись.

Діяльність розв'язування сюжетних задач – діяльність математичного моделювання – ґрунтується на процедурах системного аналізу об'єкта-оригіналу і його моделі. Дана діяльність включає п'ять етапів:

1) системний аналіз оригіналу (умов сюжетної задачі);

2) створення математичного опису сюжетної задачі (побудова математичної моделі);

3) системний аналіз побудованого математичного опису (моделі);

4) знаходження невідомого задачі;

5) перевірка результатів.

Кожен із цих етапів у свою чергу розгортається у окрему діяльність. Наприклад, системний аналіз умови сюжетної задачі і математичного моделювання передбачає виконання описаних вище процедур методу (виділення рівня будови системи, підсистем кожного рівня; виділення елементів на кожному рівні; виділення системоутворюючих зв'язків і т. д.). Системний аналіз побудованої моделі приводить до вибору методу розв'язування відповідної математичної задачі. Реалізація діяльності її розв'язування складає суть четвертого етапу [1, 26].

Організація процесу засвоєння діяльності із розв'язування сюжетних задач при експериментальному навчанні передбачає використання спеціально розроблених методичних матеріалів (навчальної програми, навчальних задач, навчальних карт, таблиць) і проведення занять у відповідності до теорії поетапного формування розумових дій.

2.2. Навчальна програма «Розв'язування сюжетних задач на основі створення системи рівнянь»

Вступ

Системний підхід, основні системні поняття, метод системного аналізу. Математичне моделювання, взаємозв'язок двох методів.

Розділ 1. Аналіз умови сюжетної задачі

Предмет аналізу (вихідна система) – умова сюжетної задачі як підсистема взаємопов'язаних величин.

Підсистеми вихідної системи, що утворюють рівні її будови – носії величин у задачі, однорідні за якістю, які можна порівнювати кількісно.

Структура вихідної системи:

- елементи системи – параметри, що характеризують носії якісно. Значення параметрів – величини. Відомі та невідомі, незалежні та залежні величини.

- Системоутворюючі зв'язки (СУЗ) вихідної системи – зв'язки між параметрами носіїв величин – зв'язки між параметрами одного носія (горизонтальні) і зв'язки між параметрами різних носіїв (вертикальні та міжрівневі).

Число рівнів системи (n) і загальне число її елементів (m) – якісні характеристики структури системи. Основні типи структури: 1) $n > 1, m = 1$; 2) $n > 1, m > 1$; 3) $n = 1, m > 1$.

Види вихідної системи – класифікація сюжетних задач за типом структур.

Системно-структурний опис задачі (таблиця 1).

Склад діяльності з аналізу сюжету задачі:

- виділення у сюжетній задачі підсистем – носіїв величин;
- виділення для кожної підсистеми її горизонтальної структури (параметрів носіїв та зв'язків між ними);

- виділення зв'язків між параметрами різних підсистем (міжрівневих зв'язків);
- визначення виду вихідної системи;
- створення системно-структурного опису сюжетної задачі.

Таблиця 1. Запис результатів аналізу умови сюжетної задачі

Підсистеми системи «умова сюжетної задачі»	Структура					Вид системи
	елементи			СУЗ (горизонтальні)	Міжрівневі зв'язки	
		...				
Перша підсистема – носіїв величини						
Друга підсистема – носіїв величини						

Розділ 2. Створення математичного опису умови сюжетної задачі

Математичний опис умови сюжетної задачі: математичне вираження значень параметрів носіїв величин, горизонтальних і вертикальних зв'язків між значеннями параметрів.

Поняття математичної моделі. Взаємозв'язок між видом сюжетної задачі (за типом структури) і складом діяльності з побудови її математичного опису (моделі).

Склад діяльності з побудови математичного опису умови сюжетної задачі:

- виділення відомих значень параметрів кожної підсистеми – носія величини;
- вибір для встановленого виду сюжетної задачі методу виділення невідомих незалежних значень параметрів;
- виділення невідомих незалежних значень параметрів вибраним методом;
- опис зв'язків між параметрами носіїв величин математично;
- фіксація математичного опису умови задачі.

Розділ 3. Аналіз математичного опису умови сюжетної задачі

Предмет аналізу (вихідна система) – математичний опис умови задачі (математична модель). Система рівнянь як можливий математичний опис сюжетної задачі.

Підсистеми системи рівнянь – рівняння і функція.

Тема 1. Аналіз підсистеми «функція»

Предмет аналізу – функція.

Структура підсистеми «функція»:

- елементи підсистеми «функція» – змінні величини; залежні, незалежні змінні, область допустимих значень змінних;

- системоутворюючий зв'язок підсистеми «функція» – залежність між змінними.

Означення функції. Область визначення, область значень функції.

Види підсистеми «функція»:

- функція однієї чи кількох змінних;
- види функцій однієї змінної за характером СУЗ: лінійна, степенева, дробово-раціональна, логарифмічна, показникова та інші.

Основні властивості підсистеми «функція»:

- існування нуля;
- періодичність або ні;
- парність, непарність чи ні те, ні інше;
- зростання, спадання;
- існування екстремуму;
- існування асимптот та ін.

Склад діяльності з аналізу підсистеми «функція»:

- виділення елементів підсистеми (змінних);
- виділення СУЗ підсистеми;
- виділення виду підсистеми;
- виділення властивостей підсистеми.

Тема 2. Аналіз підсистеми «рівняння»

Предмет аналізу – рівняння.

Структура підсистеми «рівняння»:

- елементи підсистеми – функції у рівнянні;
- системоутворюючий зв'язок підсистеми «рівняння» – рівність функцій

(визначення рівняння як аналітичного запису задачі про рівність функцій).

Види підсистеми «рівняння»:

- класифікація рівнянь за характером функцій, що в нього входять;
- рівняння з однією чи кількома невідомими змінними;
- рівняння лінійні, степеневі, дробово-раціональні, ірраціональні та інші.

Основні властивості підсистеми:

- існування (чи ні), єдиність (чи ні) розв'язку;
- область допустимих значень змінних;
- поняття розв'язку (кореня) рівняння;
- рівносильні рівняння;
- теорема про рівносильність рівнянь;
- методи розв'язування конкретних видів рівнянь як способи

встановлення властивостей підсистеми «рівняння».

Склад діяльності з аналізу підсистеми «рівняння»:

- виділення елементів підсистеми (функцій);
- виділення СУЗ підсистеми;
- виділення видів елементів (функцій, що прирівнюються);
- визначення виду підсистеми;
- вибір методу знаходження властивостей підсистеми;
- виділення властивостей підсистеми обраним методом (розв'язування

рівняння).

Тема 3. Аналіз системи рівнянь

Предмет аналізу – система рівнянь.

Структура системи рівнянь:

- елементи (вони ж підсистеми) – рівняння, що складають систему;
- системоутворюючий зв'язок – залежність рівняннями у системі.

Види системи рівнянь:

- класифікація систем рівнянь на основі їх структури: за кількістю рівнянь у системі і числу невідомих, за видом рівнянь.

Основні властивості системи:

- існування (або ні), єдиність (або ні) розв'язку системи рівнянь (поняття розв'язку системи рівнянь; методи розв'язування конкретних видів систем рівнянь як способи знаходження властивостей).

Склад діяльності з аналізу системи рівнянь (математичного опису сюжетної задачі):

- виділення підсистем вихідної системи (рівнянь);
- виділення структури кожної підсистеми «рівняння» (її елементів і СУЗ);
- визначення виду кожного елемента «функції»;
- визначення кожної підсистеми «рівняння»;
- визначення виду системи рівнянь;
- створення системно-структурного опису системи рівнянь;
- виділення шуканого у сюжеті задачі;
- вибір для встановленого виду математичного опису сюжетної задачі (системи рівнянь) методу знаходження властивостей системи;
- встановлення властивостей системи обраним методом (розв'язування системи рівнянь);
- фіксація шуканого задачі;
- перевірка отриманих результатів.

Розділ 4. Розв'язування сюжетних задач

Роль математики у розв'язуванні прикладних задач. Метод математичного моделювання як метод пізнання. Розв'язування сюжетних

задач – перша сходинка на шляху розв’язування професійних задач за допомогою математики.

Склад діяльності з розв’язування сюжетних задач:

- системний аналіз умови сюжетної задачі;
- створення математичного опису сюжетної задачі (математичної моделі);
- системний аналіз математичного опису сюжетної задачі (математичної моделі);
- знаходження невідомого у задачі;
- перевірка результатів.

При здійсненні аналізу математичного опису задачі доцільно користуватись таблицею 2 [12, 26, 31].

Таблиця 2. Запис результатів аналізу математичного опису

Система і її підсистеми	Структура		Вид системи та її підсистем
	Елементи	СУЗ (горизонтальні)	
Система			
Підсистема 1			
Підсистема 2			

2.3. Опис методичних матеріалів

Перший розділ програми присвячений системному дослідженню умови сюжетної задачі, яка виступає вихідним предметом вивчення, тобто системою. Рівні будови цієї системи складають підсистеми – носії величин. Під «носіями величин» мають на увазі однорідні за якістю об’єкти, процеси, ситуації, що описуються в задачі, які можна порівнювати якісно. На жаль, точніше визначити поняття «носія» не є можливим через велике різноманіття сюжетів задач.

У задачах на «рух» у якості підсистем-носіїв величин можуть виступати процеси руху поїздів, пішоходів, у задачах на «спільну роботу» – діяльність кожної бригади, їх сумісна діяльність. Якість виділених у задачі підсистем-

носіїв визначає кількість рівнів будови вихідної системи (умови сюжетної задачі) [5].

Поняття «носія величини» по суті є аналогом об'єкта-оригінала у прикладних (більш складних, ніж шкільні сюжетні задачі) задачах, зокрема, у задачах професійного характеру. Звісно, навчання розв'язуванню таких задач уже передбачає введення поняття об'єкта-оригінала, об'єкт – математична модель, відповідності структур оригіналу та його моделі. Саме у цих термінах ведеться виклад у ЗВО. Але головне – зв'язок моделювання з методом системного аналізу, зміст методу системного аналізу – залишається незмінним і може формуватись уже на заняттях з елементарної математики.

Формування у рамках шкільного навчання повноцінних математичних знань та вмінь шляхом представлення їх згідно логіки системного дослідження, через організацію засвоєння з урахуванням положень теорії діяльності, формування також загальнонаукових знань та вмінь (системний аналіз, моделювання, синтез) у школі дозволяє говорити про ефективність навчання математиці. На такій основі стає можливою неперервна математична освіта. До початку навчання у вищих навчальних закладах учні будуть повністю готовими до оволодіння вищою математикою, спеціальними та професійними дисциплінами на іншому рівні узагальнення та абстракції. Зокрема, усувається розрив між шкільними математичними знаннями та вміннями і вимогами з боку ЗВО, який гальмує засвоєння вищої математики.

Вивчення усякої системи передбачає виділення її структури, тобто елементів та зв'язків. У даному випадку елементами є параметри носіїв величин, що характеризують їх кількісно. Наприклад, у задачах на «рух» елементами виступають шлях, швидкість, час, а у задачах на «спільну роботу» – робота, продуктивність, час (цей перелік може бути доповнений для конкретної задачі). Розрізняють «назву елемента» (параметра) та «значення елемента». Назва – це швидкість, шлях, час і т. д., а значення – це ті конкретні кількісні вирази, яких ці параметри можуть набувати [5, 20].

До СУЗ відносяться, по-перше, горизонтальні зв'язки, тобто зв'язки між різними параметрами одного і того ж носія. Як правило, у якості СУЗ виступають відомі школярам закони з фізики, хімії та інших предметів, на матеріалі яких побудована сюжетна задача. Для кожної підсистеми-носія встановлюються залежності між її параметрами.

Крім горизонтальних зв'язків, існують зв'язки вертикальні чи міжрівневі. Міжрівневі зв'язки – це зв'язки між параметрами різних носіїв. Вони задаються (описуються) у кожній сюжетній задачі, на відміну від горизонтальних, що містяться у завданні неявно. Зазвичай припускають, що, якщо, наприклад, задача на «рух», то учні вже знають загальні формули зв'язку параметрів s , v , t з фізики. Слід зазначити, що перш за все встановлюються горизонтальні зв'язки, а потім вертикальні, міжрівневі. Справа у тому, що міжрівневі зв'язки включають в себе як складові зв'язки горизонтальні.

Отже, структура вихідної системи (умови задачі) включає в себе підсистеми – носії величин, що утворюють різні рівні її будови, елементи на кожному рівні (параметри носіїв), зв'язки між елементами одного рівня та між елементами різних рівнів (міжрівневі зв'язки). Можна ввести дві характеристики структури системи: кількість її рівнів будови (n) та загальну кількість елементів (m). Тоді легко вказати три основні різновиди розглядуваної системи (за типом структури):

- 1) $n > 1$, $m = 1$;
- 2) $n > 1$, $m > 1$;
- 3) $n = 1$, $m > 1$.

Ці три варіанти по суті описують основні форми організації (види) системи (умови сюжетної задачі). Іншими словами, все розмаїття сюжетних задач можна класифікувати за типом структури, а не за тим предметним матеріалом, на якому будується сюжет задачі [23].

Переваги даної класифікації у порівнянні з традиційно прийнятою (задачі на «рух», «спільну роботу» та подібні) полягають у наступному. Розв'язування сюжетної задачі передбачає створення та дослідження математичного опису її умов. Математично описується у таких задачах значення елементів (параметрів), СУЗ (горизонтальні та міжрівневі (вертикальні) зв'язки), причому, власне завершений математичний опис отримують після опису зв'язків. Процес створення математичного опису при традиційному навчанні складний для учнів через відсутність у них загального методу аналізу умови задачі, за різноманіттям сюжетів вони не бачать загальної структури задачі. Експериментальна модель озброює здобувачів загальним методом дослідження – методом системного аналізу. На його основі встановлюється структура вихідної системи (умови задачі), визначається, до якого з трьох загальних видів належить структура конкретної задачі. Таким чином, саме класифікація сюжетних задач на основі їх структури дає вихід на діяльність із створення математичного опису умови задачі (побудову математичної моделі), чого не вдається зробити, якщо об'єднувати задачі традиційно за сюжетом [4, 26].

Отже, перший розділ програми розкриває умову сюжетної задачі у системному ракурсі, вводяться основні системні поняття (система, підсистеми, рівні будови, структура, елементи, зв'язки, види системи), які наповнюються конкретним змістом, виходячи із специфіки вихідної системи (умови сюжетної задачі). Базою для побудови адекватної оригіналу моделі слугують результати системного аналізу умови задачі, виконані спочатку. Діяльність із створення математичного опису вихідної системи у першу чергу пов'язана з виділенням типом структури системи. Слід особливо підкреслити важливість правильного встановлення типу структури оригіналу, тому що це визначає наступні дії (правильно побудовану модель, відповідність результатів розв'язку математичної задачі реальній ситуації). Виклад теоретичного матеріалу першого та другого розділів відбувається у

строгий, системний послідовності. Представлений теоретичний матеріал кожного розділу викладається здобувачам у формі лекцій. Однак його повноцінне засвоєння відбувається лише у процесі наступного розв'язування здобувачами навчальних завдань до кожного розділу на основі навчальних карток. Тому слідом за лекцією організовується практичне заняття із розв'язування спеціальних задач. Усі здобувачі отримують навчальні картки до розділу 1 і відповідні задачі, працюють з ними. Після перевірки ступеня засвоєння діяльності системного аналізу умови задачі викладається теоретичний матеріал другого розділу, розв'язуються задачі, здійснюється контроль та корекція результатів навчання створенню математичної моделі вихідної системи.

Третій розділ програми присвячений системному аналізу математичного опису умови сюжетної задачі. До моменту початку його вивчення здобувачі повинні засвоїти діяльність системного аналізу умови сюжетної задачі та побудови її математичного опису. Тепер їм доведеться ознайомитись із системною організацією уже математичного об'єкту – системи рівнянь – і засвоїти діяльність із його системного аналізу. Вихідним предметом аналізу у третьому розділі виступає система рівнянь, рівні її будови складають підсистеми – математичні об'єкти, такі, як «рівняння» і «функція». Третій розділ програми складається із трьох тем, присвячених вивченню виділеного предмету аналізу та двох його підсистем.

Робота з матеріалом третього розділу може вважатись завершеною лише після того, як учні самостійно і правильно виконають завдання на аналіз математичного опису, знаходження невідомого та перевірку результатів.

Четвертий розділ програми присвячений формуванню діяльності із розв'язування сюжетних задач в цілому, фактично діяльності математичного моделювання. Він об'єднує матеріал трьох розділів. Тут нагадується склад цієї діяльності та здійснюється розв'язування конкретних сюжетних задач

спочатку за навчальною карткою, а потім і без неї. Наостанок пропонуються контрольні завдання.

Отже, розглядувана навчальна програма містить, по-перше, теоретичний матеріал із розділу «Розв’язування сюжетних задач». По-друге, на її основі формується діяльність із дослідження таких задач. Логіка викладу матеріалу в програмі – це логіка системного аналізу об’єкту вивчення. За мірою розкриття здобувачами цієї логіки відбувається їх знайомство з процедурами системного дослідження. Засвоєння програми відбувається в процесі розв’язування спеціальних навчальних завдань (спочатку – з допомогою навчальних карток).

Уся сукупність карток описує повний склад діяльності з розв’язування сюжетних задач – діяльність математичного моделювання з опорою на системний аналіз оригіналу і моделі. Перевага роботи з картками полягає у тому, що здобувачі бачать діяльність із розв’язування задачі у всій її складності, строгій послідовності процедур. Вони захищені від пропуску окремих дій через неуважність, у них розширюються можливості самоконтролю [1, 18, 30].

РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА МОДЕЛЬ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

3.1. Вибрані питання курсу математичного аналізу

На початку вивчення курсу математичного аналізу на основі системно-діяльнісного підходу кілька перших занять варто присвятити системі організації навчальної діяльності згідно експериментальної моделі: описати основи експериментального навчання, загальний підхід до вивчення математичних об'єктів на основі методу системного аналізу, а також здійснити практичне знайомство із експериментальною моделлю на прикладі розв'язування сюжетних задач (про які йшлося у розділі 2) [12].

Подальше вивчення власне математичного аналізу може бути організоване наступним чином.

Розділ 1. Аналіз підсистеми 1 – функції однієї змінної.

Тема 1. Визначення, властивості, види підсистеми 1 – функції однієї змінної.

1.1. Предмет вивчення розділу 1 – підсистема 1 «функція однієї змінної».

Метасистема 1 – «множина функцій однієї змінної», її елементи – підсистеми 1.

- Елементи підсистеми 1 – змінні величини (незалежна та залежна величини, область визначення та область значень).

- СУЗ – закон відповідності між змінними.

- Вид підсистеми 1 за характером незалежної змінної (тобто за характером області визначення): функція дискретного аргументу (послідовність) та функція неперервного аргументу.

1.2. Перетворення у метасистемі 1.

- Побудова оберненої залежності.

- Композиція функцій.

- Арифметичні операції з функціями.

1.3. Види підсистеми 1 за характером СУЗ (основні елементарні функції, розширення цього класу та побудова складних функцій за допомогою перетворень системи).

1.4. Способи задання функції (зокрема, неявно та параметрично задані функції).

1.5. Властивості підсистеми 1 «функції однієї змінної».

- Ін'єктивність, сюр'єктивність, бієктивність.
- Наявність (відсутність) нулів.
- Монотонність.
- Парність, непарність (ні парність, ні непарність).
- Обмеженість (необмеженість).
- Періодичність (неперіодичність).
- Поведінка у околі точки (границя функції).
- Неперервність, наявність точок розриву.

Основні задачі до теми 1.

Задача 1. Дано підсистему 1 – функцію однієї змінної. Проведіть системний аналіз вказаної підсистеми (у якості підсистеми 1 пропонуються конкретні функції, наприклад, $y = 3x - 2$; $y = 4x^2 + x - 6$; $y = \frac{2x+3}{x+1}$ і т. п.). Розв'язування цього типу задач відбувається за навчальною картою 1.1.

Задача 2. Залежність між змінними задано таблицею. Опишіть функцію за допомогою формули (пропонуються найпростіші залежності, задача виконується самостійно).

Задача 3. Задано графічний опис функції. Охарактеризуйте властивості функції (виконується самостійно).

Тема 2. Властивість підсистеми 1: поведінка функції у околі точки (границя функції однієї змінної).

2.1. Історичні відомості про виникнення поняття границі.

- Означення границі послідовності.
- Означення границі функції у точці, геометричний зміст.

2.2. Опис поведінки функції в околі точки (види границь):

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B.$$

- Якщо $a = \infty, a = -\infty$, то кажуть про границю функції на нескінченності.

- Якщо $a = \text{const}$, то кажуть про границю у скінченній точці. При цьому розрізняють двосторонні та односторонні границі.

- Гіпотеза про зв'язок двосторонньої та односторонніх границь.

- Скінченні та нескінченні границі. Нескінченно мала та нескінченно велика функції.

- Гіпотеза про зв'язок нескінченно малих та нескінченно великих.

- Гіпотези про властивості нескінченно малих функцій.

- Гіпотеза про єдиність границі.

- Гіпотеза про арифметичні операції над границями.

- Гіпотеза про перехід до границі у нерівностях.

2.3. Доведення висунутих гіпотез. Основні теореми про границі.

- Теореми про властивості границі числової послідовності.

- Теорема Вейєрштраса для послідовностей.

- Теорема про зв'язок між двосторонньою та односторонніми границями.

- Теореми про властивості нескінченно малих.

- Теореми про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої.

- Теорема про єдиність границі.

- Еквівалентність означень за Коші та за Гейне.

- Теореми про арифметичні операції над границями.

- Теорема про перехід до границі у нерівностях.

2.4. Основні прийоми знаходження границь.

- Поняття невизначеності.

- Елементарні прийоми розкриття невизначеностей основних типів.

- Перша чудова границя.

- Друга чудова границя.

- Використання еквівалентних нескінченно малих при відшуванні границь.

Основні типи задач до теми 2.

Задача 1. Довести, що

$$\lim_{x \rightarrow a} x_n = B.$$

(використовується навчальна картка 2.1).

Задача 2. Знайти границю числової послідовності (навчальна картка розробляється викладачем).

Задача 3. Обчислити границю функції у випадку відсутності невизначеності (навчальна картка 2.11).

Задача 4. Використовуючи логічну символіку, сформулювати означення вказаної границі. Дати її геометричну інтерпретацію (навчальна картка 2.3).

Задача 5. Знайти границю функції (навчальні картки 2.12 – 2.14).

Задача 6. Знайти площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2, y = 0, x = 1$ (навчальна картка 2.9).

Тема 3. Властивість підсистеми 1 – неперервність функції однієї змінної.

- Введення поняття неперервності функції у точці на основі аналізу границі функції в точці.

- Побудова класифікації точок розриву на основі дослідження границі функції в точці.

- Гіпотези про неперервні функції (про неперервність основних елементарних функцій, про неперервність складеної функції, про арифметичні операції над неперервними функціями, про властивості функцій, неперервних на відрізку).

- Теореми про неперервність основних елементарних функцій.

- Теорема про неперервність складеної функції.

- Теореми про арифметичні операції над неперервними функціями.

- Теореми про властивості функцій, неперервних на відрізку.

- Рівномірна неперервність.

Основні типи задач до теми 3.

Задача 1. Побудувати визначення властивості неперервності підсистеми 1 – функції однієї змінної (навчальна картка 3.1).

Задача 2. Побудувати класифікацію точок розриву (навчальна картка розробляється викладачем).

Задача 3. Висунути гіпотези та довести теореми:

- про неперервність основних елементарних функцій;
- про неперервність складеної функції;
- про арифметичні операції над неперервними функціями;
- про властивості функцій, неперервних на відрізку.

Задача 4. Дано підсистему 1 – функції однієї змінної. Провести її системний аналіз (навчальна картка 3.2).

3.2. План занять

Заняття 1. Основи експериментального навчання.

Роль вищої математики у професійній діяльності сучасного фахівця. Приклади задач прикладного характеру з використанням апарату математичного аналізу. Значення загальнонаукових методів пізнання у процесі розв'язування професійних задач. Загальні методи пізнання, що слід засвоїти під час вивчення курсу: системний аналіз, математичне моделювання з опорою на системне дослідження об'єкта-оригінала та його моделі, синтез, висунення та перевірка гіпотези за результатами системного аналізу. Основні ідеї системного підходу, системні поняття (система, метасистема, підсистема, елементи, СУЗ, структура, рівні будови, види системи і її підсистем, цілісні властивості, перетворення системи та інші). Поняття діяльності. Склад діяльності із кожного з наведених методів пізнання. Особливості експериментального навчання. Вивчення методичних матеріалів та організація навчання.

Заняття 2. Формування діяльності системного аналізу та математичного моделювання на матеріалі елементарної математики.

Представлення матеріалу елементарної алгебри згідно логіки системного аналізу. Контроль та корекція (за необхідності) знань та умінь з елементарної математики. Формування діяльності системного аналізу та математичного моделювання у процесі розв'язування сюжетних задач за навчальними картками.

Заняття 3. Вступ до математичного аналізу. Поняття функції як системне поняття.

Перевірка домашнього завдання із розв'язування сюжетних задач. Контроль та корекція діяльності системного аналізу та математичного моделювання, перевірка засвоєння понять системного аналізу і теорії діяльності. Структура курсу вищої математики.

Основні задачі курсу математичного аналізу. Зв'язок математичного аналізу із математичними дисциплінами (алгеброю, диференціальними рівняннями та іншими предметами), із загальнонауковими та спеціальними дисциплінами.

Предмет вивчення курсу математичного аналізу – система «функція».

Елементи системи «функція» – змінні величини. Системоутворюючі зв'язки – функціональна залежність між змінним. Означення функції. Підсистеми у системі «функція»: підсистема 1 – функція однієї змінної; підсистема 2 – функція кількох змінних. Основні властивості системи. Метасистема «множина функцій». Елементи метасистеми – функції. Підсистеми метасистеми: усі числові функції; функції з однією і тією ж областю визначення; функції однієї змінної (метасистема 1); функції кількох змінних. Огляд перетворень у метасистемі, у її підсистемах. Огляд різних структур метасистеми та її підсистем.

Заняття 4. Аналіз підсистеми 1 – функції однієї змінної.

Вивчення підсистеми 1 методом системного аналізу (розділ 1, тема 1). Розв'язування задач до теми 1 за навчальною карткою 1.1. Вивчення числової послідовності як одного із видів підсистеми 1. Контроль засвоєння діяльності системного аналізу (розв'язування задач без опори на навчальну картку).

Заняття 5. Властивість підсистеми 1: поведінка функції в околі точки (границя функції однієї змінної).

Аналіз поведінки конкретних послідовностей, побудова поняття границі числової послідовності. Найпростіші приклади обчислення границі послідовності. Припущення про дії над границями. Розв'язування задач 1 та 2 до теми 2 (з використанням навчальної карти 2.1 та інших, розроблених викладачем).

Заняття 6. Властивість підсистеми 1: поведінка функції в околі точки (продовження).

Аналіз поведінки функції в околі скінченної точки. Означення скінченної границі функції у скінченній точці. Вивчення поведінки функції у інших випадках (побудова «видів» границь). Розв'язування задач 4 та 5 до теми 2 (з використанням навчальної картки 2.2 та інших). Вивчення структури діяльності з побудови гіпотези та доведення теореми.

Заняття 7. Властивість підсистеми 1: поведінка функції в околі точки (продовження).

Побудова гіпотез: тема 2, пункт 2.2. Розв'язуються задачі 6-9, використовуються картки 2.3, 2.4 та інші. Доведення гіпотез: тема 2, пункт 2.3, задачі 10, 11, навчальні картки 2.6, 2.8 та інші.

Заняття 8. Властивість підсистеми 1: поведінка функції в околі точки (продовження).

Основні прийоми відшукування границь функції: тема 2, пункт 2.4, задачі 3, 13.

Заняття 9. Властивість підсистеми 1: поведінка функції в околі точки (продовження).

Контроль та корекція засвоєння діяльності побудови гіпотез (задача 12 та аналогічні, що розв'язуються без навчальних карток, але при наявності прикладів для аналізу). Контроль та корекція засвоєння діяльності доведення (перевірка доведення найпростіших гіпотез без карток). Розв'язування «сюжетних» задач на застосування границі (задача 6, картка 2.9). Вивчення структури узагальненої діяльності із розв'язування прикладних задач.

Заняття 10 та 11. Властивість підсистеми 1: неперервність функції однієї змінної.

Побудова поняття неперервної функції в точці на основі аналізу її поведінки у околі точки. Здійснення класифікації точок розриву. Гіпотези та теореми про властивості неперервних функцій. Формування діяльності синтезу (навчальна карта 3.3). Використовується матеріал теми 3, розв'язуються задачі до цієї теми, використовуються картки 3.1-3.3 та інші, розроблені викладачем.

Заняття 12. Контрольна робота із теми «Властивості підсистеми 1: поведінка функції у околі точки (границя функції однієї змінної, її неперервність, точки розриву).

3.3. Навчальні картки

Розв'язування наведених у програмі типів завдань відбувається за навчальними картками. Навчальні картки – це особливий вид навчальних посібників, який організовує діяльність здобувачів із виконання навчальних завдань.

Навчальні картки є засобом фіксації нормативної діяльності із виконання конкретного завдання. Вони представляють знання про предмет вивчення, про структуру діяльності, про план її організації. Навчальні картки – це обов'язковий вказівник при розв'язуванні до тих пір, поки діяльність не буде виконуватись вільно, швидко та без помилок з можливістю адекватного її словесного опису. По суті, картки відображають програму діяльності

здобувача із розв'язування окремих типів задач. За характером така діяльність є орієнтовно-дослідницькою. В її процесі формуються знання, що входять у орієнтовну основу вмінь. Дослідницька складова пов'язана із набуттям знань для подальшого процесу пізнання. Навчальні картки можна визначити як прообраз внутрішньої діяльності. Діяльність, що формується, представлена у карті у матеріальній формі, за мірою її засвоєння вона згортається, автоматизується, набуває розумового характеру. У картках знаходить своє відображення ідеальна внутрішня ситуація. Таким чином, навчальні картки є засобом узагальнення діяльності, знань та умінь, що формуються. Вони слугують засобом контролю, оцінки та корекції діяльності, що виконується [7, 29].

У експериментальному навчанні картки використовуються і на аудиторних заняттях, і при виконанні домашніх робіт. Формування діяльності з розв'язування певного типу задач спочатку відбувається на основі картки (розбирається розв'язання двох, трьох задач), а потім подібна задача розв'язується без карт. Перевіряється засвоєність необхідних знань та вмінь. При необхідності корегується сформована діяльність. Слід зауважити, що загальна структура карт є інваріантною: вона відображає структуру будь-якої діяльності.

Типи задач та навчальні картки є взаємопов'язаними. У картках відображена діяльність розв'язування відповідного типу задач. Особливе значення мають навчальні картки, у яких розкривається складна діяльність загальнонаукових методів пізнання. Такими є, наприклад, картки 2.5 та 2.7, що описують процедури методу побудови гіпотези та доведення твердження; 2.10, що описує склад діяльності математичного моделювання. Інші навчальні картки забезпечують або формування окремих етапів складної діяльності загальнонаукових методів пізнання, або формування математичних методів (знаходження границь функції та інші) та доведення ряду теорем [19].

Навчальна картка 1.1.

Завдання: провести системний аналіз підсистеми 1 – «функції однієї змінної».

Ціль: вивчити структуру, властивості, види підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1 – функція однієї змінної.

Метод: системний аналіз.

Засоби: розділ 1, тема 1.

Склад діяльності:

- 1) виписати з умови задачі підсистему 1 – функцію однієї змінної;
- 2) виділити елементи підсистеми 1 – змінні величини;
- 3) встановити незалежну та залежну змінні;
- 4) виписати СУЗ підсистеми 1;
- 5) встановити область визначення функції;
- 6) встановити область значень функції;
- 7) встановити вид підсистеми 1 за характером елементів;
- 8) встановити вид підсистеми 1 за типом СУЗ;
- 9) встановити властивості підсистеми 1 (наявність чи відсутність нулів; зростання, спадання на проміжках; парність, непарність чи ні те, ні інше; періодичність чи неперіодичність; обмеженість чи необмеженість);
- 10) зобразити ескіз графіка функції.

Результат: засвоєння основних системних понять; системне дослідження підсистеми 1; поглиблення знань з елементарної математики.

Навчальна картка 2.1.

Завдання: довести, що

$$\lim_{x \rightarrow a} x_n = B.$$

Ціль: обґрунтування того, що вказана послідовність має границю, яка дорівнює B (встановлення властивості підсистеми).

Предмет: вид підсистеми 1 – числова послідовність.

Метод: доведення твердження.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

1) записати означення границі послідовності:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon): \forall n > N \Rightarrow |x_n - B| < \varepsilon;$$

2) підставити у визначення замість x_n і B їх значення із умови задачі;

3) спросити вираз $(x_n - B)$;

4) записати значення модуля $|x_n - B|$;

5) виділити «n» із отриманого в пункті 4 виразу;

6) вибрати в якості $N = [A] + 1$;

7) записати у відповідь знайдений номер.

Результат: знання про границю послідовності, сформоване вміння доводити твердження.

Навчальна картка 2.2.

забезпечує формування діяльності з розв'язування задач на геометричну інтерпретацію поведінки підсистеми 1 в околі точки і запис такої ситуації у логічній символіці. У цьому випадку розкривається наступний склад процедур:

- виділити з виразу

$$\lim_{x \rightarrow a} x_n = B.$$

значення a і B ;

- зобразити геометрично значення (на осях Ox і Oy) a і B ;

- описати геометрично поведінку функції при $a \rightarrow \infty$;

- описати на мові « ε - δ » представлену геометричну ситуацію.

Навчальна картка 2.3.

Завдання: встановити зв'язок між нескінченно малою та нескінченно великою функціями.

Ціль: встановити зв'язок між різними видами границь.

Предмет: властивість підсистеми 1 – поведінка функції в околі точки (границя функції).

Метод: аналіз; висунення гіпотези; математичні методи знаходження границь; доведення.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

1) знайти границі:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ і $\lim_{x \rightarrow 0} x$;

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2}$ і $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$ і $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln x}$;

2) записати загальні закономірності для кожної пари;

3) чи правильне твердження: функція, обернена до нескінченно великої функції, є нескінченно малою?

4) сформулювати обернене твердження;

5) чи правильним є обернене твердження у наведених прикладах?

6) висунути гіпотезу про зв'язок між нескінченно малою та нескінченно великою функціями;

7) перевірити гіпотезу на інших прикладах:

а) $\lim_{x \rightarrow -b} \frac{1}{x+b}$ і $\lim_{x \rightarrow -b} (x+b)$;

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x$ і $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x$;

8) уточнити гіпотезу в разі необхідності;

9) сформулювати теорему про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функцій;

10) довести теорему (навчальна картка 2.6);

11) записати висновки.

Результат: знання про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функцій, сформована діяльність по висуненню та перевірці (доведенню) гіпотез.

Навчальна картка 2.4.

Завдання: встановити зв'язок між двосторонньою та односторонніми границями.

Ціль: встановити зв'язок між різними видами границь.

Предмет: властивість підсистеми 1 – поведінка функції в околі точки.

Метод: аналіз, висунення гіпотези, методи відшукування границь, доведення.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

1) знайти наступні границі:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5}{x + 1}$; $\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{2x + 5}{x + 1}$; $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{2x + 5}{x + 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|x|}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|x|}{x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x}$; $\lim_{x \rightarrow 0-} e^{-x}$; $\lim_{x \rightarrow 0+} e^{-x}$;

2) на базі отриманих відповідей з'ясувати чи правильне твердження:

2.1) якщо існують та рівні між собою обидві односторонні границі функції, то існує двостороння границя, яка дорівнює їм;

2.2) якщо існує двостороння границя, то існують та рівні обидві односторонні її границі;

2.3) якщо не рівні односторонні границі, то не існує двосторонньої границі;

2.4) для існування двосторонньої границі функції необхідно і достатньо існування і рівність односторонніх границь.

3) сформулювати гіпотезу про зв'язок між односторонніми та двосторонніми границями функції в точці;

4) перевірити гіпотезу на прикладах:

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{|x + 2|} \cdot x^2$; $\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{x + 2}{|x + 2|} \cdot x^2$; $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x + 2}{|x + 2|} \cdot x^2$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \rightarrow 0-} e^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \rightarrow 0+} e^{\frac{1}{x}}$;

- 5) уточнити гіпотезу в разі необхідності;
- 6) сформулювати теорему про зв'язок двосторонньої та односторонніх границь;
- 7) довести теорему (навчальна картка 2.5);
- 8) записати висновки.

Результат: знання про зв'язок між видами границь, сформована діяльність із висунення та перевірки гіпотез.

Навчальна картка 2.5.

Завдання: довести теорему «текст теореми».

Ціль: встановити вказану в теоремі властивість.

Предмет: властивість підсистеми 1 – поведінка функції в околі точки.

Метод: аналіз, доведення.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності: дії з доведення теореми (перерахувати).

Результат: сформовані математичні знання, що забезпечують доведення теореми про зв'язок між нескінченно малою та нескінченно великою функціями.

Навчальна картка 2.6.

Завдання: довести теорему про зв'язок між нескінченно малою та нескінченно великою функціями:

а) якщо $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ і функція $f(x) \neq 0$ у деякому виколотому околі точки a , то $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \infty$;

б) якщо $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, то $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$.

Ціль: встановлення зв'язку між нескінченно малою та нескінченно великою функціями.

Предмет: властивість підсистеми 1 – границя функції.

Метод: аналіз, доведення.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

1) доведення пункту а):

1.1) записати означення $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$;

1.2) записати нерівність для $\left| \frac{1}{f(x)} \right|$, виходячи з нерівності для $|f(x)|$ пункту 1.1;

1.3) записати означення $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \infty$;

1.4) співставити нерівності для $\left| \frac{1}{f(x)} \right|$, отримані в пунктах 1.2 та 1.3;

1.5) зробити висновок про те, що функція, обернена до нескінченно малої є нескінченно великою;

2) доведення пункту б):

2.1) записати означення $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$;

2.2) записати нерівність для $\left| \frac{1}{f(x)} \right|$, виходячи з нерівності для $|f(x)|$ пункту 2.1;

2.3) записати означення $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$;

2.4) співставити нерівності для $\left| \frac{1}{f(x)} \right|$, отримані в пунктах 2.2 та 2.3;

2.5) зробити висновок про те, що функція, обернена до нескінченно великої є нескінченно малою;

3) зробити висновок про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функцій.

Результат: сформовані математичні знання (про зв'язок різних видів границь функції, про скінченну границю функції, про границю на нескінченності), вміння доводити твердження, аналізувати поведінку функції.

Навчальна картка 2.7.

Завдання: побудувати припущення – гіпотезу про ...

Ціль: встановити певні закономірності.

Предмет: підсистема 1.

Метод: аналіз.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) проаналізувати приклади з метою виявлення спільних закономірностей;
- 2) сформулювати встановлені закономірності – побудувати гіпотезу;
- 3) перевірити гіпотезу на інших прикладах;
- 4) уточнити гіпотезу за необхідності;
- 5) сформулювати теорему;
- 6) перейти до доведення теореми за навчальною карткою.

Результат: сформовані математичні знання, вміння висувати гіпотезу та доводити теорему.

Навчальна картка 2.8.

Завдання: довести теорему: «Якщо функція має в точці a скінченну границю, то вона обмежена у виколотому околі цієї точки».

Ціль: встановити зв'язок двох властивостей підсистеми 1: існування границі та обмеженості.

Предмет: властивість підсистеми 1.

Метод: аналіз, доведення.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) записати означення $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$;
- 2) зобразити геометрично існування такої границі;
- 3) записати означення границі у скінченній точці;
- 4) зобразити геометрично властивість обмеженості;
- 5) співставити зображення у пунктах 2 та 4;
- 6) виділити спільну закономірність;
- 7) співставити запис означень двох властивостей з пунктів 1 та 3;

8) виділити значення нижньої та верхньої меж для функції $f(x)$, виходячи з пункту 1;

9) зафіксувати виколотий окіл точки a на основі пункту 1;

10) зробити висновок про зв'язок двох властивостей: існування скінченної границі функції в точці та її обмеженості у виколотому околі цієї точки.

Результат: сформовані математичні знання (про зв'язок границі та обмеженості функції, про означення і геометричну інтерпретацію понять скінченної границі та обмеженої функції), вміння аналізувати поведінку функції, вміння доводити теорему.

Навчальна картка 2.9.

Завдання: знайти площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2, y = 0, x = 1$.

Ціль: застосування поняття границі функції при розв'язуванні практичних задач.

Предмет: властивість підсистеми 1 – границя функції.

Метод: аналіз, методи знаходження границь.

Засоби: теми 1 та 2, знання про елементарні функції, шкільні знання з планіметрії.

Склад діяльності:

1) зобразити лінії $y = x^2, y = 0, x = 1$ у системі координат;

2) заштрихувати фігуру, обмежену цими лініями;

3) встановити, чи належить фігура до наступних видів плоских фігур: трикутник, квадрат, прямокутник, трапеція, круг;

4) якщо належить, то знайти її площу, користуючись відомими зі школи формулами;

5) якщо не належить, зафіксувати назву «криволінійна трапеція» та перейти до пункту 6;

6) розбити відрізок $[0; 1]$ на n рівних частин;

- 7) побудувати прямокутники на кожному з частинних відрізків так, щоб їх права вершина лежала на графіку функції $y = x^2$;
- 8) знайти площу кожного прямокутника $S_1, S_2, \dots, S_n$;
- 9) встановити зв'язок між шуканою площею криволінійної трапеції та площами побудованих прямокутників;
- 10) виписати вираз для площі S криволінійної трапеції через $S_1, S_2, \dots, S_n$;
- 11) спростити отриманий вираз, використовуючи рівність

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

- 12) перейти до границі в отриманому виразі при $n \rightarrow \infty$;
- 13) знайти границю;
- 14) зафіксувати значення площі криволінійної трапеції.

Результат: знаходження площі криволінійної трапеції, використання поняття границі при розв'язуванні практичних задач.

Навчальна картка 2.10.

Завдання: розв'язати прикладну задачу.

Ціль: формування діяльності математичного моделювання.

Предмет: система «оригінал – математична модель».

Метод: математичне моделювання, системний аналіз, математичні методи.

Засоби: розділ 1.

Склад діяльності:

- 1) виділити об'єкт-оригінал;
- 2) провести системний аналіз об'єкта-оригінала:
 - 2.1) виділити підсистеми об'єкта-оригінала;
 - 2.2) виділити зв'язки між його підсистемами (міжрівневі);
 - 2.3) виділити елементи підсистем кожного рівня;
 - 2.4) виділити зв'язки між елементами підсистем кожного рівня (СУЗ горизонтальні);
 - 2.5) виділити параметри елементів підсистем кожного рівня;

- 2.6) виділити параметри підсистем;
- 2.7) виділити параметри об'єкта-оригінала;
- 2.8) виділити зв'язок між параметрами одного рівня будови:
 - між параметрами елементів підсистем;
 - між параметрами підсистем;
 - між параметрами об'єкта-оригінала;
- 2.9) виділити зв'язки між параметрами різних рівнів будови об'єкта-оригінала;
- 2.10) виділити відомі параметри;
- 2.11) виділити невідомі (шукані) параметри;
- 3) описати зв'язки у об'єкті-оригіналі мовою математики:
 - 3.1) ввести позначення невідомих параметрів;
 - 3.2) виписати значення відомих параметрів;
 - 3.3) описати математично зв'язки, виділені у пунктах 2.8 та 2.9;
 - 3.4) виділити зв'язки, що містять шукані параметри;
 - 3.5) перетворити (за необхідності) математичний опис зв'язків із шуканими параметрами, використовуючи залежності, описані у пункті 3.3;
 - 3.6) зафіксувати математичний опис (математичну модель);
- 4) провести системний аналіз отриманої математичної моделі:
 - 4.1) виділити підсистеми моделі;
 - 4.2) виділити зв'язки між підсистемами моделі;
 - 4.3) виділити елементи підсистем кожного рівня;
 - 4.4) виділити горизонтальні зв'язки між елементами підсистем кожного рівня (СУЗ горизонтальні);
 - 4.5) виділити вид моделі;
 - 4.6) виділити параметри елементів підсистем кожного рівня;
 - 4.7) виділити параметри підсистем;
 - 4.8) виділити параметри моделі;
 - 4.9) виділити відомі (задані) параметри на кожному рівні;

- 4.10) виділити невідомі (шукані) параметри на кожному рівні;
- 5) сформулювати математичну задачу;
- 6) розв'язати сформульовану математичну задачу:
- 6.1) вибрати математичний метод розв'язування;
- 6.2) здійснити процедури даного методу;
- 6.3) зробити перевірку отриманого результату;
- 6.4) зафіксувати отриманий результат;
- 7) відповісти на питання вихідної прикладної задачі, опираючись на розв'язок математичної задачі.

Результат: сформована діяльність математичного моделювання, системного аналізу, математичних методів; сформовані методологічні та математичні знання.

Навчальна картка 2.11.

Завдання: знайти границю функції (випадок відсутності невизначеності).

Ціль: вивчення властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1.

Метод: знаходження границі підстановкою.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) виписати із заданого виразу $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ значення a ;
- 2) підставити $x = a$ у функцію $f(x)$;
- 3) обчислити отриманий вираз;
- 4) записати відповідь.

Результат: сформована діяльність знаходження границі функції методом підстановки при відсутності невизначеності.

Навчальна картка 2.12.

Завдання: знайти границю функції елементарними методами.

Ціль: вивчення властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1.

Метод: елементарні методи знаходження границь.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) визначити тип невизначеності чи її відсутність;
- 2) вибрати метод розв'язування для виявленої ситуації;
- 3) реалізувати обраний метод розв'язування;
- 4) записати відповідь.

Результат: сформована діяльність із знаходження границі функції елементарними методами.

Навчальна картка 2.13.

Завдання: знайти границю функції за допомогою другої чудової границі.

Ціль: вивчення властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1.

Метод: застосування другої чудової границі.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) записати функцію в основі степеня у вигляді $1 + \alpha(x)$;
- 2) перетворити показник, виділивши множник $\frac{1}{\alpha(x)}$;
- 3) застосувати другу чудову границю до отриманого виразу;
- 4) записати відповідь.

Результат: сформована діяльність із знаходження границі функції з використанням другої чудової границі.

Навчальна картка 2.14.

Завдання: знайти границю функції за допомогою таблиць основних еквівалентних нескінченно малих.

Ціль: вивчення властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1.

Метод: застосування основних еквівалентностей.

Засоби: розділ 1, тема 2.

Склад діяльності:

- 1) встановити тип невизначеності;
- 2) для невизначеності виду $\left(\frac{0}{0}\right)$ застосувати теорему про заміну нескінченно малої на еквівалентну у добутку чи частці;
- 3) перетворити чисельник та знаменник (чи кожен із множників) за необхідності до вигляду, що міститься у таблиці еквівалентностей;
- 4) замінити чисельник і знаменник (чи кожен із множників) на еквівалентні нескінченно малі;
- 5) обчислити отриману границю (користуючись уже відомими методами);
- 6) записати відповідь.

Результат: сформована діяльність із знаходження границь функції за допомогою основних еквівалентностей.

Навчальна картка 3.1.

Завдання: побудувати поняття неперервної в точці функції.

Ціль: означення нової властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1 – функція однієї змінної.

Метод: аналіз.

Засоби: розділ 1, теми 1, 2 та 3.

Склад діяльності:

- 1) виписати основні види границь функції при ;
- 2) розглянути випадок, коли функція визначена в a і існує $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$;
- 3) зобразити геометрично ситуацію поведінки $f(x)$ в околі точки a , описану у вигляді $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$;
- 4) сформулювати означення неперервної в точці функції;
- 5) відкоригувати означення, перевібивши його з означенням у підручнику;
- 6) сформулювати еквівалентні означення неперервної в точці функції.

Результат: сформована діяльність із побудови поняття, сформовані знання про властивість неперервності, вміння аналізувати поведінку функції.

Навчальна картка 3.2.

Завдання: провести системний аналіз підсистеми 1 – функції однієї змінної.

Ціль: формування діяльності системного аналізу, формування знань та умінь досліджувати і описувати властивості підсистеми 1.

Предмет: підсистема 1.

Метод: системний аналіз, математичні методи відшукування границь.

Засоби: розділ 1, теми 1, 2, 3.

Склад діяльності:

- 1) виписати задану підсистему 1 – функцію однієї змінної;
- 2) виділити її елементи;
- 3) виділити СУЗ;
- 4) встановити властивості підсистеми 1;
- 5) знайти границю функції при $x \rightarrow a$ (задається викладачем).

Результат: сформовані дії системного аналізу підсистеми 1, математичні знання та вміння.

Навчальна картка 3.3.

Завдання: навести приклад підсистеми 1 – функції однієї змінної, що задовольняє умову $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$.

Ціль: формування діяльності синтезу.

Предмет: підсистема 1.

Метод: системний аналіз, синтез, математичні методи знаходження границь функції.

Засоби: розділ 1, теми 1, 2, 3.

Склад діяльності:

- 1) вибрати вид підсистеми 1 (лінійна, квадратна чи інша функція);

2) задати параметри для обраного виду підсистеми 1 (коефіцієнти, показники степенів тощо);

3) знайти границю складеної функції при $x \rightarrow a$;

4) співставити отримане значення границі із заданим B ;

5) відкорегувати за необхідності обрані параметри;

6) представити відповідь графічно;

7) проаналізувати можливість іншої відповіді;

8) знайти інші можливі розв'язки.

Результат: сформовані процедури методу синтезу.

ВИСНОВКИ

Під час написання магістерської роботи було опрацьовано наявну літературу із теми, поглиблено та систематизовано знання про метод системного аналізу та діяльнісний підхід до організації навчально-виховного процесу.

Зокрема, розглянуто основні постулати системного аналізу та теорії діяльності, проілюстровано взаємозв'язок елементарної та вищої математики на прикладі застосування системно-діяльнісного підходу до вивчення теми «Сюжетні задачі» із шкільного курсу алгебри.

У третьому розділі запропоновано структуру вивчення декількох тем курсу математичного аналізу на основі системно-діяльнісного підходу, розроблено плани занять та навчальні картки для організації вивчення цих тем.

Матеріали даної магістерської роботи можуть бути використані для подальшої дослідницької роботи та для проведення лекційних і практичних занять у ЗВО при вивченні математичного аналізу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Білуха М. Т. Основи наукових досліджень. Київ : Вища школа, 1997. 271 с.
2. Бойван О.С., Цмок Г.П., Чоботар О.В. Діяльнісний підхід як джерело мовленнєвих стимулів для розвитку комунікативних умінь студентів на заняттях із розмовної практики / Вісник студентського наукового товариства ДонНУ імені Василя Стуса. 2019.
3. Економічна енциклопедія : У трьох томах. Т. 3. / Редкол.: С. В. Мочерний та ін. Київ : Видавничий центр “Академія”, 2002. 952 с.
4. Єріна А. М., Захожай В. Б., Єрін Д. Л. Методологія наукових досліджень : Навч. посібник. Київ : Центр навчальної літератури, 2004. 212 с.
5. Життєва компетентність особистості: Науково-методичний посібник / За ред. Л. В. Сохань, І. Г. Єрмакова, Г. М. Несен. Київ : Богдана, 2003. 520 с.
6. Діяльнісний підхід в контексті вивчення проблеми формування лідерської позиції у майбутніх інженерів. URL : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/25300>
7. Катренко А. В. Системний аналіз об’єктів та процесів комп’ютеризації : Навч. посібник. Львів : Новий світ-2000, 2003. 424 с.
8. Крушельницька О. В. Методологія та організація наукових досліджень : Навч. посібник. Київ : Кондор, 2003. 192 с.
9. Навчання через гру та діяльнісний підхід : огляд доказів. Біла книга. The LEGO Foundation, 2017. URL: <https://www.legofoundation.com/>
10. Нова українська школа : основи Стандарту освіти. Львів, 2016. 64 с.
11. Нова українська школа : poradnik dla vchytelja / za zag. red. H. M. Bibik. Київ : Літера ЛТД, 2018. 160 с.
12. Паркер Р., Томсон Б. С. Діяльнісний підхід у школі. 2019.
13. П’ятницька-Позднякова І. С. Основи наукових досліджень у вищій школі : Навч. посібник. Київ, 2003. 116 с.

14. Фаренік С. А. Логіка і методологія наукового дослідження. Київ, 2000.
15. Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. Є. Системний аналіз : Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисциплін. Київ : КНЕУ, 2003. 154 с.
16. Шейко В. М., Кушнарєнко Н. М. Організація та методика науководослідницької діяльності : Підручник. Київ : Знання, 2004. 307 с.
17. Шкіль М. І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч. 1. 3-тє вид., переробл. і допов. Київ : Вища школа, 2005. 447 с.
18. Arrow, Kenneth J. The Economic Implications of Learning by Doing. The Review of Economic Studies. 29 (3), pp. 155–173. doi: 10.2307/2295952. ISSN 0034-6527. JSTOR 2295952.
19. Dam L. From Theory to Classroom Practice. Learner Autonomy. Dublin : Authentik, 1995. 84 p.
20. Ellis R. Task-based Language Learning and Teaching. Oxford : Oxford University Press, 2003. 387 p.
21. Fazio Lisa K., Agarwal Pooja K., Marsh Elizabeth J., Roediger Henry L. Memorial Consequences of Multiple-choice Testing on Immediate and Delayed Tests. Memory&Cognition. 38 (4) : 407–418. doi: 10.3758/MC.38.4.407. PMC 4094137.
22. Hadjioannou, Xenia. Bringing the Background to the Foreground : What Do Classroom Environments That Support Authentic Discussions Look Like? American Educational Research Journal. 44 (2) : 370–399. doi:10.3102/0002831207302173. ISSN 0002-8312.
23. Holec H. Autonomy and self-directed learning : present fields of application / Autonomy at apprenticeship autodirige : terrains d'application actuel. Strasbourg : Europarat, 1988. URL : http://portal.kobv.de/uid.do;jsessionid=7B5A04EF3182B5AFD4B0AFA5C6FA8A4D?query=b3kat_BV024375014&index=internal&plv=2.

24. Hugh Neill. Calculus : A Complete Introduction : Teach Yourself. 2018. 388 p.
25. Leonardo-Projekt Handlungsorientierter Unterricht: Didaktisches Konzept Baustein 1: Haus DaF im Beruf. S. 197–234 URL: https://www.goethe.de/resources/files/pdf22/daf_baustein1.pdf
26. Lesgold Alan, Nahemow Martin. Tools to assist learning by doing: Achieving and assessing efficient technology for learning. Cognition and instruction : Twenty-five years of progress, 2001. Pp. 307-346.
27. Lesgold Alan M. The nature and methods of learning by doing. American Psychologist. 56 (11), 2001. Pp. 964–973. doi:10.1037/0003-066X.56.11.964. ISSN 1935-990X.
28. Morris Thomas Howard. Experiential learning – a systematic review and revision of Kolb's model. Interactive Learning Environments. 28 (8), 2019. Pp. 1064–1077. doi:10.1080/10494820.2019.1570279. ISSN 1049-4820.
29. Paolo M. Pumilia-Gnarini, Elena Favaron, Elena Pacetti, Jonathan Bishop, Luigi Guerra. Handbook of Research on Didactic Strategies and Technologies for Education : Incorporating Advancements. doi: 10.1177/105256298801200404.
30. Van Eynde, D. F.; Spencer, R. W. Lecture Versus Experiential Learning: Their differential effects on long term memory. Journal of Management Education. 12 (4), 2008. Pp. 52–58.
31. Whetten, David A.; Clark, Sue Campbell. An Integrated Model for Teaching Management Skills". Journal of Management Education. 20 (2), 2010. Pp. 152–181. doi:10.1177/105256299602000202. ISSN 1052-5629.
32. Wingfield, Sue Stewart; Black, Gregory S. Active Versus Passive Course Designs: The Impact on Student Outcomes. Journal of Education for Business. 81 (2), 2005. Pp. 119–123. doi:10.3200/JOEB.81.2.119-128. S2CID 62647928.