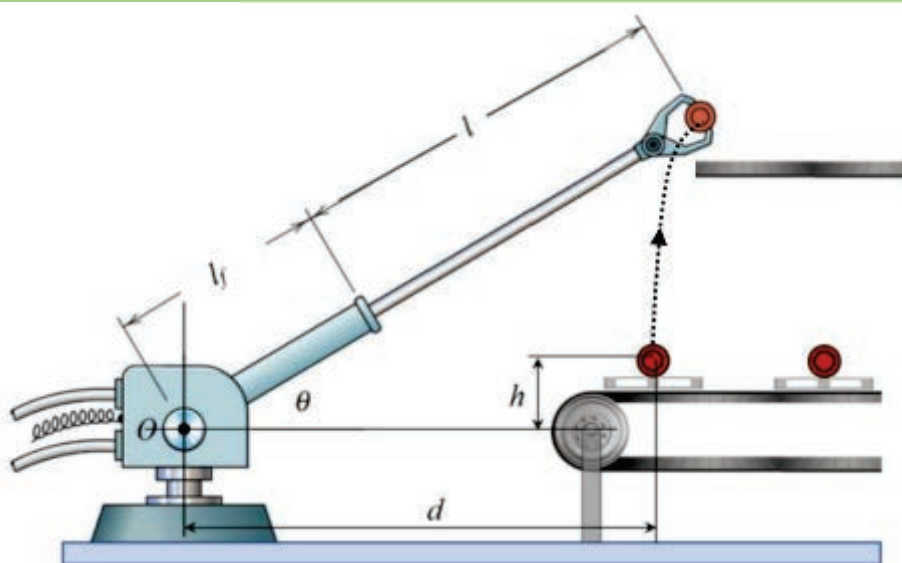


В.П. Сергієнко, І.А. Сліпухіна,
І.С. Войтович, Л.Ю. Збаравська,
Н.М. Зазимко, П.М. Малежик,
М.П. Малежик, Б.Б. Колупаєв,
В.В. Левчук, Т.Г. Ляшук

Фізика для інформатиків

Ч.1. Механіка та молекулярна фізика



Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет

СЕРГІЄНКО В.П., СЛПУХІНА І.А., ВОЙТОВИЧ І.С.,
ЗБАРАВСЬКА Л.Ю., ЗАЗИМКО Н.М., МАЛЕЖИК П.М.,
МАЛЕЖИК М.П., КОЛУПАЄВ Б.Б., ЛЕВЧУК В.В.,
ЛЯШУК Т.Г.

Фізика для інформатиків.

Ч.1. Механіка

та

молекулярна фізика

Навчальний посібник

УДК 531/534 + 539.19 (075.8)

Ф 50

*Розглянуто та рекомендовано до друку Вченою радою
Рівненського державного гуманітарного університету
(протокол № 1 від 30 січня 2025 р.)*

Автори:

*Сергієнко В.П., Сліпухіна І.А., Войтович І.С., Збаравська Л.Ю., Зазимко Н.М.,
Малежик П.М., Малежик М.П., Колупаєв Б.Б., Левчук В.В., Ляшук Т.Г.*

Рецензенти:

*Кух Аркадій Миколайович, доктор педагогічних наук, професор кафедри
фізики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка;*

*Мартинюк Олександр Семенович, доктор педагогічних наук, професор
кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій
Волинського національного університету імені Лесі Українки.*

**Ф 50 Фізика для інформатиків. Ч.1. Механіка та молекулярна фізика:
навчальний посібник / Сергієнко В.П. та ін. Рівне : Волинські обереги,
2025. 268 с.**

ISBN 978-617-8624-24-8 (електронне видання)

У запропонованому посібнику систематизовано навчальний матеріал з
вибраних розділів фізики (механіка та молекулярна фізика) для студентів
комп'ютерних спеціальностей вищих навчальних закладів. Розділи та
підрозділи укладено відповідно до програми, змісту та специфіки фахової
підготовки майбутніх спеціалістів ІТ-галузі. Посібник містить як теоре-
тичну так практичну складові (розв'язування задач, віртуальний експе-
римент та тестові завдання).

Посібник може стати в нагоді також широкому колу студентів інших
спеціальностей, викладачам і усім бажаючим, які цікавляться методами
фізичних досліджень, які використовуються в комп'ютерних технологіях.

УДК 531/534 + 539.19 (075.8)

© Сергієнко В.П., Сліпухіна І.А.,
Войтович І.С., Збаравська Л.Ю.,
Зазимко Н.М., Малежик П.М.,
Малежик М.П., Колупаєв Б.Б.,
Левчук В.В., Ляшук Т.Г., 2025

© «Волинські обереги», 2025

ISBN 978-617-8624-24-8 (електронне видання)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
РОЗДІЛ 1. МЕХАНІКА	7
1.1. Теорія	7
1.1.1. Вступ до курсу фізики. Кінематика	7
1.1.2. Динаміка. Закони збереження	18
1.1.3. Інерціальні та неінерціальні системи відліку. Релятивістська механіка	48
1.2. Практикум.....	66
1.2.1. Елементи кінематики.....	66
1.2.2. Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла.....	74
1.2.3. Обертальний рух твердих тіл.....	82
1.3. Віртуальний експеримент.....	89
1.3.1. Додавання векторів.....	89
1.3.2. Рух снарядів.....	92
1.3.3. Сили і рух: основи.....	97
1.3.4. Гравітація і орбіти.....	101
1.3.5. Маси і пружини.....	105
1.4. Тестові завдання.....	110
1.4.1. Кінематика.....	110
1.4.2. Динаміка руху тіла.....	120
1.4.3. Робота і енергія. Закони збереження.....	135
РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА	161
2.1. Теорія.....	161
2.1.1. Елементи молекулярної фізики.....	161
2.1.2. Основи термодинаміки.....	200
2.2. Практикум	210
2.2.1. Елементи молекулярно-кінетичної теорії.....	210
2.2.2. Основи термодинаміки.....	215

2.3. Віртуальний експеримент.....	222
2.3.1. Стан речовини: базові поняття.....	222
2.3.2. Дифузія.....	226
2.3.3. Гази. Вступ.....	227
2.3.4. Властивості газів.....	230
2.3.5. Форми енергії і її зміни.....	235
2.4. Тестові завдання.....	239
2.4.1. Молекулярна фізика.....	239
2.4.2. Основи термодинаміки.....	254
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	264

ПЕРЕДМОВА

У сучасному світі, де інформаційні технології проникають у всі сфери нашого життя, виникає потреба зрозуміти основи фізичних принципів, які лежать в основі цих технологій. Фізика, як наука, описує природні явища та закони, які формують наші уявлення про Всесвіт. Вона відкриває нам двері до розуміння, як функціонують матеріальні об'єкти і системи, від нанорозмірів до космічних масштабів. Зокрема, такі галузі, як механіка, молекулярна фізика і термодинаміка, знаходять своє місце у розвитку інформаційних технологій, впливаючи на інновації в обчисленнях, автоматизації та матеріалознавстві.

Зв'язок між фізикою та інформаційними технологіями можна простежити через численні аспекти – від апаратного забезпечення комп'ютерів до новітніх обчислювальних методів. Механіка вивчає закономірності руху тіл і їх взаємодії, що є основою для розробки механізмів та пристроїв, які забезпечують роботу комп'ютерних систем. Знання про сили та закономірності руху дозволяє інженерам проектувати більш ефективні системи охолодження, обчислювальні вузли та компоненти, здатні витримувати високі навантаження. Такі матеріальні об'єкти використовуються не лише в класичних комп'ютерних системах, але й в різномісних механотронічних системах, зокрема робототехніці, а також в сфері Інтернету речей.

Молекулярна фізика, в свою чергу, вносить свою вагу у створення нових матеріалів і технологій на нано- та мікрорівнях. Розуміння атомних та молекулярних взаємодій стає критично важливим при розробці нових напівпровідників, датчиків та іншого обладнання, яке є основою сучасної електроніки. Ця галузь знань допомагає дослідникам здійснювати точні маніпуляції на нанорівні, що відкриває нові горизонти для створення більш енергоефективних і потужних пристроїв.

Не менш важливим напрямом є термодинаміка. Вона вивчає закони, які регулюють передачу енергії в різних формах, і її роль в інформаційних технологіях не можна недооцінювати. Системи обробки інформації часто стикаються з

проблемами енергетичної ефективності, і знання термодинамічних законів дозволяє зменшити енергетичні витрати, оптимізуючи роботу комп'ютерних систем і мереж.

Ця книжка має на меті поєднати теоретичні основи фізики з практичними застосуваннями у світі інформаційних технологій. Ми розглянемо ключові поняття механіки, молекулярної фізики і термодинаміки, роблячи акцент на їхній ролі у розвитку сучасних технологій. Читачі отримають можливість не лише ознайомитися з основами фізики, але й зрозуміти, як ці принципи можна впроваджувати в інформатику для створення ефективних рішень і технологій..

РОЗДІЛ 1. МЕХАНІКА

1.1. Теорія

1.1.1. Вступ до курсу фізики. Кінематика

Механіка – наука про механічний рух, рівновагу тіл і взаємодію, що виникає при цьому між тілами. Основне завдання механіки – визначити *положення тіла у будь-який момент часу*.

Одна з основних частин механіки, яка називається **кінематикою**, розглядає рух тіл без з'ясування причин цього руху. Кінематика відповідає на питання: як рухається тіло? Іншою важливою частиною механіки є **динаміка**, яка розглядає дію одних тіл на інші як причину руху. Динаміка відповідає на питання: чому тіло рухається саме так, а не інакше?

Механіка – одна з найстародавніших наук. Певні пізнання в цій області були відомі задовго до нашої ери (Аристотель (IV ст. до н.е.), Архімед (III ст. до н.е.)). Проте, якісне формулювання законів механіки почалося тільки в XVII столітті н. е., коли Г.Галілей відкрив кінематичний закон складання швидкостей і встановив закони вільного падіння тіл. Через декілька десятиліть після Галілея великий І. Ньютон (1643-1727 рр.) сформулював основні закони динаміки.

У механіці Ньютона рух тіл розглядається при швидкостях, набагато менших, ніж швидкість світла в вакуумі. Її називають **класичною** або **ньютонівською** механікою на відміну від релятивістської механіки, створеної на початку XX століття головним чином завдяки роботам А. Ейнштейна (1879-1956 рр.).

У релятивістській механіці рух тіл розглядається при швидкостях, близьких до швидкості світла. Класична механіка Ньютона є граничним випадком релятивістської (при $v \ll c$).

Найпростішим видом руху матерії є **механічний рух**, тобто зміна положення фізичного тіла (або його частин) відносно інших тіл, – це простий вид фізичного процесу.

Розрізняють три види механічного руху тіл: поступальний, обертальний і коливальний. При поступальному русі твердого тіла всі його точки описують однакові лінії, мають однакову швидкість і однакове прискорення (у даний момент часу). Якщо форма і розміри тіла суттєво не впливають на характер його руху, то таке тіло можна розглядати як матеріальну точку. **Матеріальною точкою** називається тіло, формою і розмірами якого можна знехтувати при певних умовах. Наприклад, вивчаючи рух Землі навколо Сонця, можна Землю і Сонце вважати матеріальними точками. Вивчаючи ж рух Землі навколо своєї осі не можна приймати Землю за матеріальну точку, оскільки на характер обертального руху Землі істотно впливають її форма і розміри.

Переміщення тіла можна розглядати тільки відносно якого-небудь іншого тіла або групи тіл. Тому при вивченні руху матеріальної точки необхідно перш за все вибрати систему відліку, пов'язану з тілом, щодо якого розглядається рух матеріальної точки. Це може бути, наприклад, прямокутна система координат XYZ , пов'язана з якою-небудь точкою O земної поверхні (рис. 1.1.1.1).

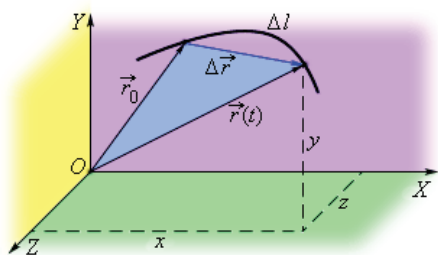


Рис. 1.1.1.1. Визначення положення точки за допомогою координат $x = x(t)$, $y = y(t)$ і $z = z(t)$ і радіус-вектора $\vec{r}(t)$.

Переміщенням тіла $\vec{S} = \Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ називають направлений відрізок прямої, що сполучає початкове положення тіла з його кінцевим положенням. Переміщення – векторна величина.

Пройдений шлях l чисельно рівний довжині дуги траєкторії, пройденої тілом за деякий час t . Шлях – скалярна величина.

Якщо рух тіла розглядати протягом дуже короткого проміжку часу, то вектор переміщення виявиться направленим по дотичній до траєкторії в даній точці, а його довжина буде рівна пройденому шляху.

У разі дуже малого проміжку часу Δt пройдений тілом шлях Δl майже співпадає з модулем вектора переміщення $\Delta \vec{S}$. При русі тіла по криволінійній траєкторії модуль вектора переміщення завжди менший за пройдений шлях.



Лінія, яку описує рухома матеріальна точка, називається **траєкторією**.

Рух називається **прямолінійним**, якщо його траєкторія – пряма лінія, і **криволінійним**, якщо його траєкторія – крива лінія (рис. 1.1.1.2).

Рис. 1.1.1.2. Пройдений шлях l і вектор переміщення $\vec{S}$ при криволінійному русі тіла. a і b – початкова і кінцева точки шляху. Нехай матеріальна точка, рухаючись по криволінійній траєкторії, пройшла за малий проміжок часу Δt малий шлях ΔS .

Відношення величини шляху, пройденого матеріальною точкою, до проміжку часу, за який цей шлях був пройдений, називається **середньою швидкістю руху** $v_{сер}$ (вимірюється у м/с):

$$v_{сер} = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (1.1.1.1)$$

Миттєва швидкість – вектор, який напрямлений по дотичній до траєкторії, і за величиною дорівнює :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{сер} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}. \quad (1.1.1.2)$$

Відмінність між середньою і миттєвою швидкостями показана на рис. 1.1.1.3.

При русі тіла по криволінійній траєкторії його швидкість $\vec{v}$ змінюється за модулем і напрямом. Зміну вектора швидкості $\vec{v}$ за деякий малий проміжок часу Δt можна задати за допомогою вектора $\Delta \vec{v}$ (рис. 1.1.1.4).

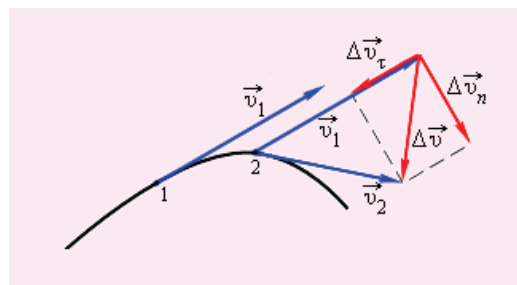
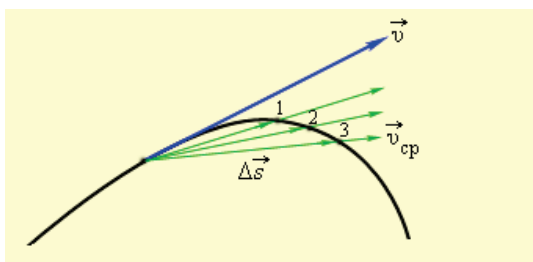


Рис. 1.1.1.3. Середня і миттєва

Рис. 1.1.1.4. Зміна вектора

швидкості. $\Delta \vec{S}_1$, $\Delta \vec{S}_2$, $\Delta \vec{S}_3$ – швидкості по величині і напрямку. переміщення за час $\Delta t_1 < \Delta t_2 < \Delta t_3$. $\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}_\tau + \Delta \vec{v}_n$ – зміна вектора швидкості за час Δt . При $t \rightarrow 0$ $\vec{v}_{cp} \rightarrow \vec{v}$.

Вектор зміни швидкості $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ за час Δt можна розкласти на дві складові: $\Delta \vec{v}_\tau$, направлену уздовж вектора $\vec{v}_1$ (дотична складова), і $\Delta \vec{v}_n$, направлену перпендикулярно до вектора $\vec{v}_1$ (нормальна складова).

Відношення величини зміни швидкості до проміжку часу, за який ця зміна відбулася, називають **середнім прискоренням** $\vec{a}_{сеп}$ (вимірюється у м/с²):

$$\vec{a}_{сеп} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.1.1.3)$$

Напрямок вектора прискорення $\vec{a}$ у разі криволінійного руху не співпадає з напрямком вектора швидкості. В загальному випадку величина середнього прискорення може бути різною на різних ділянках траєкторії і залежить від величини проміжку часу. При $\Delta t \rightarrow 0$ точка 2 буде наближатися до точки 1 і середнє прискорення на ділянці шляху 1–2 перетвориться на миттєве прискорення $\vec{a}$ в точці 1. Тому:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{сеп} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.1.1.4)$$

Миттєвим прискоренням в довільній точці траєкторії є вектор, який напрямлений під кутом до траєкторії, а за величиною дорівнює границі середнього прискорення при наближенні проміжку часу до нуля.

Рух, який відбувається зі сталим прискоренням $a = \text{const}$, називається **рівнозмінним** (рівноприскореним, якщо $a > 0$, і рівносповільненим, якщо $a < 0$).

В цьому випадку миттєве прискорення буде рівне середньому прискоренню за довільний проміжок часу. Тоді

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{сеп}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \quad (1.1.1.5)$$

У загальному випадку *рівноприскореним* рухом називають такий рух, при якому вектор прискорення залишається незмінним за модулем і напрямом.

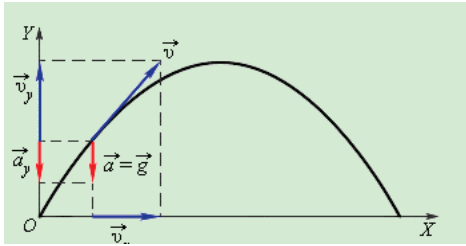


Рис. 1.1.1.5. Проекції векторів швидкості $\vec{v}$ і прискорення $\vec{a}$ на координатні осі. $a_x = 0$, $a_y = -g$.

Прикладом такого руху є рух тіла під дією сили тяжіння. У будь-якій точці траєкторії прискорення тіла буде рівне прискоренню вільного падіння g . Для кінематичного опису руху тіла під дією сили тяжіння систему координат потрібно вибрати так, щоб одна з осей, наприклад вісь OY , була

направлена паралельно до вектора прискорення.

Тоді криволінійний рух тіла можна розглядати як суму двох рухів – прямолінійного рівноприскореного руху вздовж осі OY і рівномірного прямолінійного руху в перпендикулярному напрямі, тобто уздовж осі OX (рис. 1.1.1.5). Таким чином, вивчення рівноприскореного руху зводиться до вивчення прямолінійного рівноприскореного руху. У разі прямолінійного руху вектори швидкості і прискорення направлені уздовж прямої руху. Тому швидкість $\vec{v}$ і прискорення $\vec{a}$ у проекціях на напрям руху можна розглядати як алгебраїчні величини.

З 1.1.1.5 отримаємо:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad (1.1.1.6)$$

де $\vec{v}_0$ – початкова швидкість руху, $\vec{v}$ – швидкість в момент часу t .

Середня швидкість на довільній ділянці шляху S в цьому випадку дорівнює $\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}$.

Тоді, враховуючи (1.1.1.1), $v_{\text{сеп}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S}{t} = \frac{v_0 + v}{2}$, звідки $S = \frac{v_0 + v}{2} t$.

Підставляючи вираз для $\vec{v}$ з (1.1.1.6), отримаємо $S = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t$ або

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.1.1.7)$$

Розв'язуючи спільно (1.1.1.6) і (1.1.1.7) і виключаючи з них час, отримаємо:

$$v^2 - v_0^2 = 2aS. \quad (1.1.1.8)$$

Формули (1.1.1.6), (1.1.1.7) і (1.1.1.8) дійсні для довільного рівнозмінного прямолінійного руху, в тому числі для вільного падіння і руху тіла, кинутого вертикально вгору. В цьому випадку, $\vec{a} = \vec{g} = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Для рівномірного прямолінійного руху $\vec{v} = \vec{v}_0 = \text{const}$ і $\vec{a} = 0$ і (1.1.1.7) набуває вигляду:

$$S = vt. \quad (1.1.1.9)$$

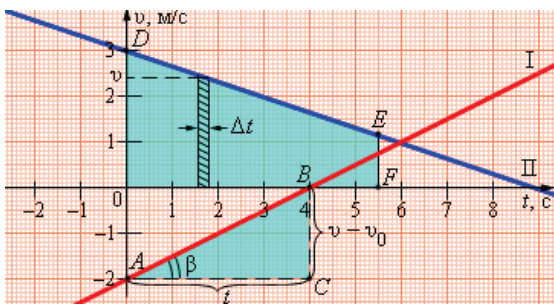


Рис. 1.1.1.6. Графіки швидкості рівноприскореного руху.

Графік $v(t)$ – пряма лінія (рис. 1.1.1.6).

Для знаходження координати x тіла у будь-який момент часу t потрібно до початкової координати x_0 додати переміщення за час t :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.1.1.10)$$

Вираз (1.1.1.10) називають **законом рівноприскореного руху**.

Однак у природі дуже мало прямолінійних рухів, практично всі рухи у природі є криволінійними. Криволінійний рух можна розглядати, як рух по дугах кіл різного радіусу, тобто рух тіла по колу є частковим випадком криволінійного руху. Тому розгляд руху по колу має важливе значення у механіці. Вектор прискорення прийнято розкласти на дві складові, одна з яких напрямлена по дотичній до траєкторії і називається **дотичним** або **тангенціальним прискоренням** $\vec{a}_\tau$:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t}. \quad (1.1.1.11)$$

Інша складова напрямлена по нормалі до траєкторії і називається *нормальним або доцентровим прискоренням* (рис. 1.1.1.7).

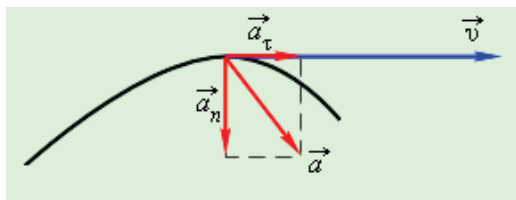


Рис. 1.1.1.7. Дотичне і нормальне прискорення.

Нормальне прискорення вказує наскільки змінюється швидкість тіла за напрямком. Нормальне прискорення залежить від модуля швидкості u і від радіусу R кола, по дузі якого тіло рухається в даний момент:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t}. \quad (1.1.1.12)$$

З рис. 1.1.1.7 видно, що модуль повного прискорення рівний:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.1.1.13)$$

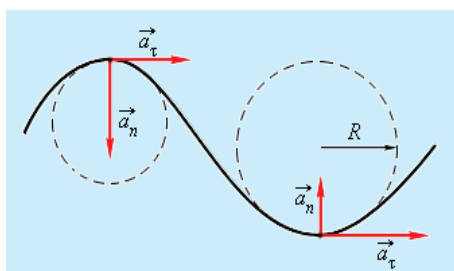


Рис. 1.1.1.8. Рух по дугах кіл.

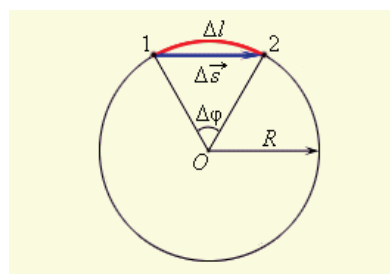


Рис. 1.1.1.9. Лінійне $\Delta \vec{S}$ і кутове $\Delta \phi$ переміщення при русі тіла по колу.

При прямолінійному русі, доцентрова складова прискорення відсутня ($\vec{a}_n = 0$), а тому повне прискорення співпадає зі своєю дотичною складовою ($\vec{a} = \vec{a}_\tau$).

Поряд з вектором переміщення $\Delta \vec{S}$ зручно розглядати кутове переміщення $\Delta \phi$ (або кут повороту), який вимірюється в радіанах (рис. 1.1.1.9). Довжина дуги зв'язана з кутом повороту співвідношенням:

$$\Delta l = R \Delta \phi. \quad (1.1.1.14)$$

Кутовою швидкістю ω тіла в даній точці траєкторії називають границю (при $\Delta t \rightarrow 0$) відношення малого кутового переміщення $\Delta\varphi$ до малого проміжку часу Δt :

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1.1.1.15)$$

Кутова швидкість вимірюється в рад/с.

Точка, що знаходиться від осі обертання на відстані R (рис. 1.1.1.9), при повороті тіла на кут $\Delta\varphi$ за час Δt проходить шлях:

$$S = R\varphi. \quad (1.1.1.16)$$

Продиференціювавши рівняння (1.1.1.16) за часом, отримаємо: $\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$, звідки:

$$v = R\omega. \quad (1.1.1.17)$$

При рівномірному русі тіла по колу величини v і ω залишаються незмінними, змінюється тільки напрям вектора $\vec{v}$.

У випадку колового руху модуль доцентрового прискорення пов'язаний з лінійною u і кутовою ω швидкостями співвідношеннями:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \quad (1.1.1.18)$$

Вектор прискорення в будь-якій точці кола направлений до його центра. Тому прискорення при рівномірному русі тіла по колу називається *доцентровим*.

Проекція доцентрового прискорення на радіус-вектор R може бути записана у вигляді:

$$a_n = -\omega^2 R,$$

де R – радіус-вектор точки на колі, початок якого знаходиться в центрі кола.

Напрямок вектора повного прискорення $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ визначається в кожній точці колової траєкторії величинами нормального і дотичного прискорень (рис. 1.1.1.7).

При рівномірному обертанні тіла величини x , y , v_x , v_y періодично змінюватимуться в часі по гармонійному закону з періодом:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.1.1.19)$$

та частотою:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (1.1.1.20)$$

При нерівномірному русі матеріальної точки по колу разом з лінійною швидкістю змінюється і кутова. Тому можна ввести поняття кутового прискорення. *Середнім кутовим прискоренням* $\varepsilon_{\text{сер}}$ (вимірюється у рад/с²) називається відношення зміни кутової швидкості $\Delta\omega$ до проміжку часу Δt , за який відбувається рух:

$$\varepsilon_{\text{сер}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (1.1.1.21)$$

Миттєвим кутовим прискоренням ε називається границя середнього прискорення при наближенні проміжку часу до нуля:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (1.1.1.22)$$

При $R = \text{const}$ зміна $\Delta\omega$ обумовлена тільки зміною Δv . Тому згідно (1.1.1.17), отримаємо $\Delta v = R\Delta\omega$. Звідки $\Delta\omega = \frac{\Delta v}{R}$. Підставляючи останній вираз у формулу (1.1.1.22), отримаємо:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{R\Delta t} = \frac{a}{R},$$

звідки

$$a = \varepsilon R. \quad (1.1.1.23)$$

При рівнозмінному русі матеріальної точки по колу ($a_n, a_\tau = \text{const}$) лінійна швидкість і пройдений шлях визначаються формулами (1.1.1.6) та (1.1.1.7), в яких замість прискорення потрібно брати його дотичну складову. Поділивши обидві частини цих формул на радіус кола і враховуючи, що згідно (1.1.1.17) та (1.1.1.23)

$$\omega = \frac{v}{R} \text{ та } \varepsilon = \frac{a}{R},$$

отримаємо відповідні вирази для кутової швидкості ω :

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (1.1.1.24)$$

і кута повороту φ :

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (1.1.1.25)$$

Швидкість передавання даних

Дещо по-іншому вимірюється швидкість передачі даних у інформаційних мережах, а поняття «прискорення» не використовується, оскільки дані компонується в невеликі за розмірами пакети та передаються в закодованому вигляді засобами комунікацій.

Різні ресурси мережі розміщені у різних частинах Землі, але з'єднані каналами зв'язку, кожен із яких, у свою чергу, має певні швидкісні характеристики і піддається певним навантаженням. Слід враховувати також динамічний характер маршрутів доступу до мережі Інтернет від однієї точки до іншої. Наприклад, якщо в певний момент часу для доступу з України до певного сайту в Європі може використовуватися один маршрут, то через певний час – уже інший, що призведе до змін швидкості і часу доступу. Поняття відстані і траєкторії теж втрачають звичне призначення, оскільки траєкторія доступу до ресурсу, розміщеного у сусідній країні може здійснюватися через сервер на іншому континенті.



Швидкість доступу до даних та ресурсів в глобальних інформаційних мережах можна оцінити програмно (наприклад, за допомогою сервісу, доступного на сайті <http://www.speedtest.net> (рис. 1.1.1.10) або на сайтах провайдерів).

Ping – службова комп'ютерна програма, призначена для перевірки з'єднань в мережах на основі TCP/IP. Вона відправляє запити (англ. Echo-Request) протоколу ICMP зазначеному вузлу мережі й фіксує відповіді (англ. Echo-Reply). Час між відправленням запиту й одержанням відповіді (RTT, від англ. Round Trip Time) дозволяє визначати двосторонні затримки у маршруті й

частоту втрати пакетів, тобто побічно визначати завантаженість каналів передачі даних і проміжних пристроїв.

Швидкість підключення – це кількість даних, отримуваної за одиницю часу. За одиницю часу прийнято брати секунду, а за одиницю кількості даних – біт. За аналогією з одиницею вимірювання швидкості фізичних тіл – метром за секунду (м/с) – швидкість інтернет-з’єднання зазвичай наводять у бітах за секунду (біт/с) та його похідних: Кбіт/с, Мбіт/с, Гбіт/с (одиниці вимірювання обсягу даних наведено в табл. 1.1.1.1).

Bit за секунду, біт/с (англ. bits per second, bps) – базова одиниця вимірювання швидкості передачі інформації, яка використовується на фізичному рівні мережі типу OSI або TCP/IP.

Таким чином, якщо у певний момент часу швидкість приймання чи передавання інформації становить, наприклад, 1 Мбіт/с, то це означає, що з’єднання має пропускну здатність 1000 Кбіт/с, або ж 128 КБ/с.

Таблиця 1.1.1.1. Одниці вимірювання обсягів даних.

Назва	Абревіатура англійська	Абревіатура українська	Значення
біт	bit (b)	б	0 або 1
байт	Byte (B)	Б	8 біт
кілобіт	kbit (kb)	Кбіт (Кб)	1000 біт
кілобайт	KByte (KB)	Кбайт (КБ)	1024 байти
мегабіт	mbit (mb)	Мбіт (Мб)	1000 кілобіт
мегабайт	MByte (MB)	Мбайт (МБ)	1024 кілобайти
гігабіт	gbit (gb)	Гбіт (Гб)	1000 мегабіт
гігабайт	GByte (GB)	Гбайт (ГБ)	1024 мегабайти

На швидкість доступу до Інтернету впливає декілька факторів:

- гранична швидкість тарифного плану, встановлена інтернет-провайдером;

- завантаженість мережі іншими користувачами та технологія каналу передачі даних. Оскільки загальна пропускна спроможність каналу обмежена, то чим більше в цей момент користувачів інтернет-провайдера підключено до мережі та чим більше вони качають, тем менше залишається «вільного місця» для інших;
- швидкість роботи сайту, який Ви відкриваєте. Наприклад, якщо сервер на момент завантаження здатен віддавати користувачу файли на швидкості, приміром, не більш 1 Мбіт/с, то навіть при максимальному тарифному плані добитися вищої швидкості не вдасться;
- налаштування операційної системи;
- мережне обладнання (роутери, мережеві карти тощо) може стати причиною зниження швидкості Інтернету;
- зараження комп'ютера шкідливими програмами. Віруси, троянські програми та інше шкідливе програмне забезпечення, що потрапило на комп'ютер, може використовувати частину пропускної спроможності каналу для своїх потреб;
- використання незахищеного бездротового з'єднання. Якщо для доступу до мережі використовується Wi-Fi-з'єднання, не захищене паролем, до нього можуть підключитися сторонні особи;
- велика кількість паралельно працюючих програм. Одночасна робота інтернет-месенджерів, менеджерів завантаження, автоматичного відновлення операційної системи та інших програм може призвести до підвищеного навантаження на процесор і зниження швидкості інтернет-з'єднання.

1.1.2. Динаміка. Закони збереження

При русі тіла його швидкість $\vec{v}$ може змінюватися за модулем і напрямом. Це означає, що тіло рухається з деяким прискоренням $\vec{a}$. В кінематиці не розглядається питання про природу (причину) виникнення того чи іншого руху.

Динаміка розглядає взаємодію тіл як причину, що визначає характер їх руху. **Взаємодією** тіл прийнято називати взаємний вплив тіл на рух кожного з них.

Розділ механіки, який вивчає закони взаємодії тіл, називається **динамікою**.

Закони динаміки були сформульовані в 1687 році І. Ньютоном і покладені в основі так званої **класичної механіки** для руху тіл з малими швидкостями, значно меншими швидкості світла c .

Найпростішою механічною системою є **ізольоване тіло**, на яке не діють інші тіла. Оскільки рух і спокій відносні, в різних системах відліку рух ізольованого тіла буде різним. У одній системі відліку тіло може знаходитися у спокої або рухатися з постійною швидкістю, в іншій системі це ж тіло може рухатися з прискоренням. Наприклад, предмети, що знаходяться на поверхні Землі і не рухаються відносно неї, водночас рухаються з доцентровим прискоренням разом з Землею навколо Сонця.

Перший закон Ньютона зі всього різноманіття систем відліку виділяє клас так званих інерціальних систем відліку (ІСВ):

Існують такі системи відліку, щодо яких ізольовані тіла, що рухаються поступально, зберігають свою швидкість незмінною за модулем і напрямом.

Властивість тіла зберігати свою швидкість за відсутності дії на нього інших тіл називається **інертністю**. Тому перший закон Ньютона називають законом інерції.

Вперше закон інерції був встановлений Г. Галілеєм (1632 р.). Ньютон узагальнив висновки Галілея і включив їх в число основних законів руху.

При описі руху тіл поблизу поверхні Землі системи відліку, пов'язані з Землею, в певному наближенні можна вважати інерціальними. Проте, при підвищенні точності експериментів виявляються відхилення від закону інерції, зумовлені обертанням Землі навколо своєї осі.

Прикладом точного механічного експерименту, в якому виявляється неінерціальність системи відліку, пов'язаної із Землею, є дослідження **маятника Фуко**. Так називається масивна куля, підвішена на достатньо довгій

нитці, яка здійснює малі коливання біля положення рівноваги. Якби система, пов'язана із Землею, була інерціальною, площина коливань маятника Фуко щодо Землі залишалася б незмінною. Насправді площина коливань маятника унаслідок обертання Землі повертається, і проекція траєкторії маятника на поверхню Землі має такий вигляд (рис. 1.1.2.1).

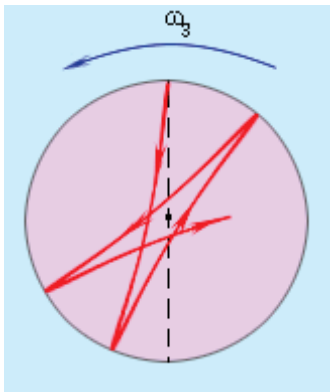


Рис. 1.1.2.1. Поворот площини коливань маятника Фуко.

З високим ступенем точності інерціальною є **геліоцентрична система відліку** (або система Коперника), початок відліку якої поміщений в центр Сонця, а осі направлені на далекі зірки. Цю систему використовував І. Ньютон при формулюванні закону всесвітнього тяжіння (1682 р.).

Інерціальних систем існує нескінченно багато. Система відліку, пов'язана з поїздом, що рухається з постійною швидкістю по прямолінійній ділянці шляху, – теж інерціальна система, як і система, пов'язана із Землею. Всі інерціальні системи відліку утворюють клас систем, які рухаються одна відносно одної рівномірно і прямолінійно. Прискорення будь якого тіла в різних інерціальних системах однакове .

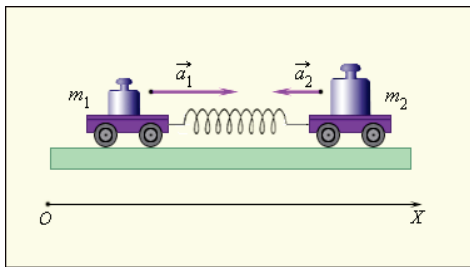
Отже, причиною зміни швидкості руху тіла в інерціальній системі відліку завжди є його взаємодія з іншими тілами. Для кількісного опису руху тіла під впливом інших тіл використовують фізичні величини – інертну **масу тіла** і **силу**.

Маса – це властивість тіла, яка є мірою його інертності. При однаковій дії з боку навколишніх тіл одне тіло може швидко змінювати свою швидкість, а інше в тих самих умовах – значно повільніше. Прийнято говорити, що друге тіло має більшу інертність, або, іншими словами, друге тіло має більшу масу. У Міжнародній системі одиниць (СІ) маса тіла вимірюється в **кілограмах (кг)**.

Якщо два тіла взаємодіють одне з одним, то в результаті змінюється швидкість обох тіл, тобто в процесі взаємодії обидва тіла набувають прискорення. Відношення прискорень двох даних тіл виявляється постійним при будь-яких взаємодіях. Отже, маси взаємодіючих тіл обернено пропорційні до прискорень тіл в результаті їх взаємодії:

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{a_2}{a_1}. \quad (1.1.2.1)$$

У цьому співвідношенні величини a_1 і a_2 слід розглядати як проекції векторів $\vec{a}_1$ і $\vec{a}_2$ на вісь OX (рис. 1.1.2.2). Знак «мінус» в правій частині формули означає, що прискорення взаємодіючих тіл направлені в протилежні сторони.



Таким чином, маса будь-якого тіла може бути визначена експериментально шляхом порівняння з **масою еталона** ($m_{ет} = 1$ кг). Нехай $m_1 = m_{ет} = 1$ кг.

Рис.1.1.2.2. Порівняння мас двох тіл. Тоді,

$$m_2 = -\frac{a_1}{a_2} m_{ет}.$$

Маса тіла – скалярна величина. Дослід показує, що якщо два тіла з масами m_1 і m_2 з'єднати в одне, то маса m утвореного тіла виявляється рівною сумі мас m_1 і m_2 цих тіл:

$$m = m_1 + m_2.$$

Цю властивість мас називають **аддитивністю**.

Сила – це кількісна міра взаємодії тіл. Сила є причиною зміни швидкості тіла. У механіці Ньютона сили можуть мати різну фізичну природу: сила тертя, сила тяжіння, пружна сила і т. д.

Сила є векторною величиною. Векторна сума всіх сил, діючих на тіло, називається **рівнодійною силою**. Сила в Міжнародній системі одиниць вимірюється у ньютонах (Н).

Для вимірювання сил використовують відкалібровані пружини з певним коефіцієнтом жорсткості, які є основою приладів для вимірювання сил

динамометрів. Сила вимірюється за розтягом пружини динамометра (рис. 1.1.2.3).

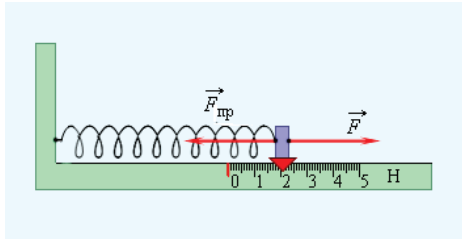


Рис. 1.1.2.3. Вимірювання сили за розтягом пружини.

Другий закон Ньютона – основний закон динаміки. Цей закон виконується тільки в інерціальних системах відліку. Другий закон Ньютона – це фундаментальний закон природи; він є узагальненням дослідних фактів, які можна розділити на дві

категорії:

1. Якщо на тіла різної маси подіяти однаковою силою, то прискорення, що надаються тілам, виявляються обернено пропорційні до мас:

$$a \propto \frac{1}{m} \text{ при } \vec{F} = \text{const.}$$

2. Якщо силами різної величини подіяти на одне і те ж тіло, то прискорення тіла виявляються прямо пропорційними до рівнодійної прикладених сил:

$$a \sim F \text{ при } m = \text{const.}$$

Узагальнюючи подібні спостереження, Ньютон сформулював **основний закон динаміки**:

Прискорення тіла прямо пропорційне рівнодійній сил, як на нього діють, та направлене в сторону дії цієї сили:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (1.1.2.2)$$

Ця формула описує **другий закон Ньютона**. Він дозволяє визначити прискорення тіла, якщо відома його маса m і діюча на тіло рівнодійна сила $\vec{F}$.

Якщо на тіло (рис.1.1.2.4) одночасно діють декілька сил (напр. $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$) то під силою $\vec{F}$ у формулі, що виражає другий закон Ньютона, потрібно розуміти

рівнодійну всіх сил, що діють на тіло: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$; в загальному ж випадку $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$.

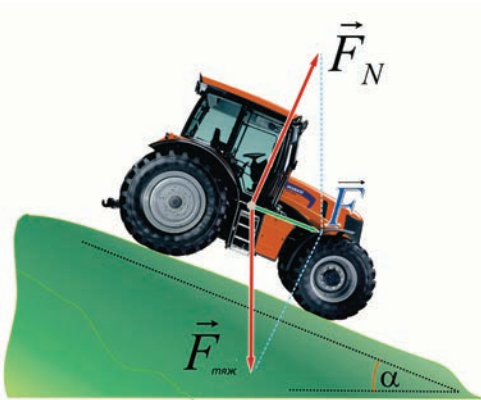


Рис. 1.1.2.4. Сила $\vec{F}$ – рівнодійна сили тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ і сили нормального тиску $\vec{F}_N$ що діють на трактор. Сила $\vec{F}$ – причина прискорення трактора.

закон Ньютона:

Тіла діють одне на одного з силами, рівними за модулем і протилежними за напрямом.

Сили, що виникають при взаємодії, прикладені до різних тіл і тому не можуть врівноважувати одна одну. Скласти за правилами векторного додавання можна тільки сили, прикладені до одного тіла.

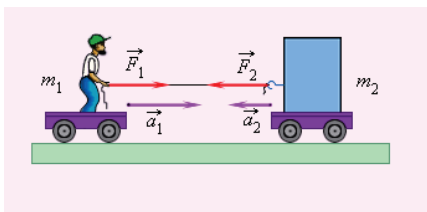


Рис. 1.1.2.5. Третій закон Ньютона $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Сили, які діють між частинами одного і того ж тіла, називаються **внутрішніми**. Якщо тіло рухається як ціле, то його прискорення визначається

Якщо рівнодійна сила $\vec{F} = 0$, то тіло залишатиметься в стані спокою або рівномірного прямолінійного руху. Таким чином, другий закон Ньютона включає як окремий випадок перший закон Ньютона, проте перший закон Ньютона має глибший фізичний зміст – він постулює існування інерціальних систем відліку.

З (1.1.2.1) отримуємо:

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2, \text{ або } \vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (1.1.2.3)$$

Ця рівність виражає **третій**

Рис. 1.1.2.5 ілюструє третій закон Ньютона. Людина діє на вантаж з такою ж по модулю силою, з якою вантаж діє на людину. Ці сили направлені в протилежні сторони. Вони мають одну і ту ж фізичну природу – це пружні сили каната.

тільки зовнішньою силою. Внутрішні сили виключаються з другого закону Ньютона, оскільки їх векторна сума рівна нулю.

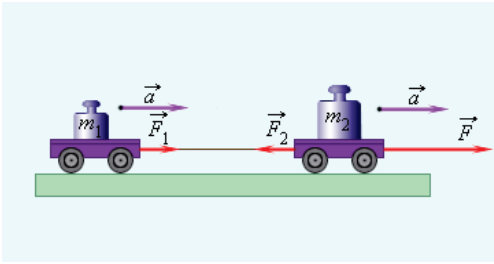


Рис. 1.1.2.6. Виключення внутрішніх сил.

Як приклад розглянемо рис. 1.1.2.6, на якому зображені два тіла з масами m_1 і m_2 , жорстко зв'язані між собою невагомою нерозтяжною ниткою і рухаються з однаковим прискоренням $\vec{a}$ як єдине ціле під дією зовнішньої сили $\vec{F}$. Між тілами діють внутрішні сили, що описуються третьомім законом Ньютона: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Рух кожного тіла

залежить від сил взаємодії між ними. Другий закон Ньютона, застосований до кожного тіла окремо, дає: $m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1$, $m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}$.

Складаючи ліві і праві частини цих рівнянь і беручи до уваги, що $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}$ і $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ одержимо: $(m_1 + m_2)\vec{a} = \vec{F}$.

Імпульс тіла

Нехай на тіло масою m протягом деякого малого проміжку часу Δt діяла сила $\vec{F}$. Під дією цієї сили швидкість тіла змінилася на $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Отже, протягом часу Δt тіло рухалося з прискоренням $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$.

З основного закону динаміки (1.1.2.2) випливає:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}, \text{ або}$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\Delta \vec{v} = \Delta(m\vec{v}). \quad (1.1.2.4)$$

Фізична величина, яка дорівнює добутку маси тіла на швидкість його руху $m\vec{v}$, називається **імпульсом тіла (або кількістю руху)**.

Імпульс тіла – векторна величина. Одиницею вимірювання імпульсу в СІ є кілограм-метр за секунду (кг·м/с).

Фізична величина, яка дорівнює добутку сили на час її дії $\vec{F}\Delta t$, називається **імпульсом сили**. Імпульс сили також є векторною величиною.

Тоді другий закон Ньютона може бути сформульований таким чином: **зміна імпульсу тіла (кількості руху) дорівнює імпульсу сили.**

Позначивши імпульс тіла буквою $\vec{p}$, другий закон Ньютона можна записати у вигляді:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \quad (1.1.2.5)$$

Саме в такому загальному вигляді сформулював другий закон сам Ньютон. Сила $\vec{F}$ у цьому виразі є рівнодієюною всіх сил, прикладених до тіла. Ця векторна рівність може бути записана в проекціях на координатні осі:

$$\begin{aligned} F_x \Delta t &= \Delta p_x; \\ F_y \Delta t &= \Delta p_y; \\ F_z \Delta t &= \Delta p_z. \end{aligned} \quad (1.1.2.6)$$

При взаємодії тіл імпульс одного тіла може частково або повністю передаватися іншому тілу. Якщо на систему тіл не діють зовнішні сили з боку інших тіл, то така система називається *замкненою*.

У замкнутій системі векторна сума імпульсів всіх тіл, що входять в систему, залишається сталою при будь-яких взаємодіях тіл цієї системи між собою.

Цей фундаментальний закон природи називається **законом збереження імпульсу**. Він є наслідком другого і третього законів Ньютона.

Розглянемо два будь які взаємодіючі тіла, що входять до складу замкнутої системи. Сили взаємодії між цими тілами позначимо через $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. За третім законом Ньютона (1.1.2.3) $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$. Якщо ці тіла взаємодіють протягом часу Δt , то імпульси сил взаємодії однакові за модулем і направлені в протилежні сторони: $\vec{F}_2\Delta t = -\vec{F}_1\Delta t$. Застосувавши до цих тіл другий закон Ньютона (1.1.2.2) маємо: $\vec{F}_1\Delta t = m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}'_1$; $\vec{F}_2\Delta t = m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}'_2$; де $m_1\vec{v}_1$ і $m_2\vec{v}_2$ – імпульси тіл в початковий момент часу, $m_1\vec{v}'_1$ і $m_2\vec{v}'_2$ – імпульси тіл після взаємодії. З цих співвідношень маємо:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2. \quad (1.1.2.7)$$

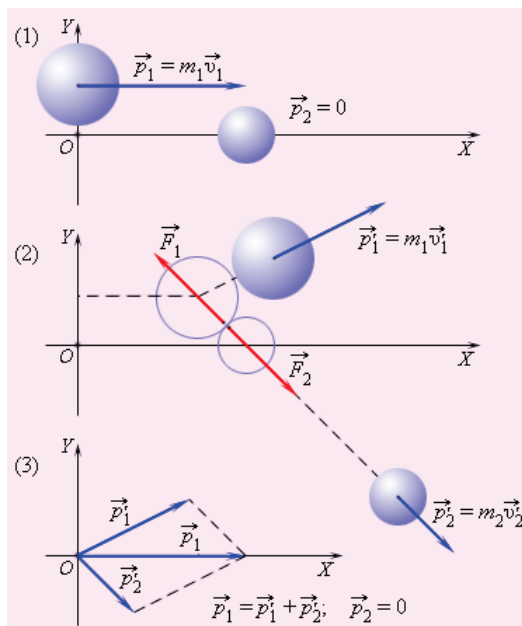


Рис.1.1.2.7. Нецентральне

зіткнення куль різних мас:

1 – імпульси до зіткнення;

2 – імпульси після зіткнення;

3 – діаграма імпульсів.

Ця рівність означає, що в результаті взаємодії двох тіл їх загальний імпульс не змінився. Розглядаючи тепер всілякі парні взаємодії тіл, що входять в замкнену систему, можна зробити висновок, що внутрішні сили замкненої системи не можуть змінити її сумарний імпульс, тобто векторну суму імпульсів всіх тіл, що входять в цю систему.

У фізиці найчастіше вивчають два граничних види зіткнення: абсолютно непружне і абсолютно пружне. Абсолютно пружні і непружні зіткнення – це фізичні моделі. На практиці вони можуть бути

реалізовані лише з певним ступенем наближення. Зіткнення називається **центральним**, якщо вектори швидкості куль до удару спрямовані по прямій, що проходить через їх центри. Однак більшість зіткнень є нецентральними.

Рис. 1.1.2.7 ілюструє закон збереження імпульсу на прикладі **нецентрального зіткнення** двох куль різних мас, одна з яких до зіткнення знаходилася в стані спокою. Зображені на рис. 1.1.2.7 вектори імпульсів куль до і після зіткнення можна спроектувати на координатні осі OX і OY . Закон збереження імпульсу виконується і для проекцій векторів на кожну вісь. Зокрема, з діаграми імпульсів (рис. 1.1.2.7) виходить, що проекції векторів $\vec{p}'_1$ і $\vec{p}'_2$ на вісь OY імпульсів обох куль після зіткнення повинні бути однакові за модулем і мати різні знаки, щоб їх сума дорівнювала нулю.

Закон збереження імпульсу у багатьох випадках дозволяє знаходити швидкості взаємодіючих тіл навіть тоді, коли значення діючих сил невідомі.

Прикладом може бути *реактивний рух*, який розглянемо на прикладі пострілу гармати.

При стрільбі із гармати виникає **віддача** – снаряд рухається вперед, а гармата – назад. Снаряд і гармата – два взаємодіючі тіла. Швидкість, якої набуває гармата при віддачі, залежить тільки від швидкості снаряда і відношення мас взаємодіючих тіл (рис. 1.1.2.8).

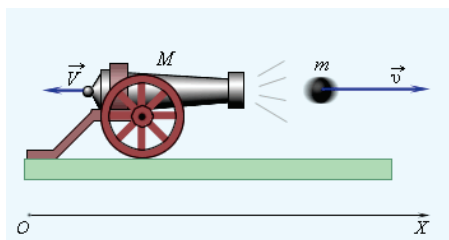


Рис. 1.1.2.8. Віддача при пострілі з гармати.

Якщо швидкості гармати і снаряда позначити через $\vec{V}$ і $\vec{v}$, а їх маси через M і m , то на основі закону збереження імпульсу можна записати в проекціях на вісь Ox : $MV + mv = 0$; $V = -\frac{m}{M}v$.

У ракеті при згоранні палива газу, нагріті до високої температури, викидаються з сопла з великою швидкістю $\vec{u}$ відносно ракети. Позначимо масу викинутих газів через m , а масу ракети після закінчення газів через M . Тоді для замкнутої системи «ракета + газу» на підставі закону збереження імпульсу (по аналогії із задачею про постріл з гармати) можна записати: $V = -\frac{m}{M}u$, де V – швидкість ракети після закінчення газів. У цьому випадку передбачається, що початкова швидкість ракети дорівнювала нулю.

Одержана формула для швидкості ракети справедлива лише за умови, що всі газу викидаються з ракети одночасно. Насправді ж викидання газу відбувається поступово протягом всього часу прискореного руху ракети. Кожна наступна порція газу викидається з ракети, яка вже набула деякої швидкості.

В природі реактивний рух використовується деякими живими організмами. Наприклад, кальмари, спрути, медузи пересуваються за допомогою віддачі води, яка викидається ними з особливих частин тіла. При цьому кальмари розвивають дуже велику швидкість руху, яка досягає 70 км/год.

Явище віддачі виникає при роботі серця. При скороченні шлуночків серця деяка маса крові викидається в аорту і легеневу артерію. При скороченні шлуночків серце змінює своє положення. Зміна положення серця називається серцевим поштовхом.

Закон всесвітнього тяжіння. Рух тіл під дією сили тяжіння

За другим законом Ньютона причиною зміни руху, тобто причиною виникнення прискорення тіл, є **сила**. У механіці розглядаються сили різної фізичної природи. Багато механічних явищ і процесів визначаються дією сил **тяжіння**.

Закон всесвітнього тяжіння був відкритий І. Ньютоном у 1682 році. Ще у 1665 році 23-річний Ньютон виказав припущення, що сили, які утримують Місяць на його орбіті, мають ту ж природу, що і сили, які примушують яблуко падати на Землю.

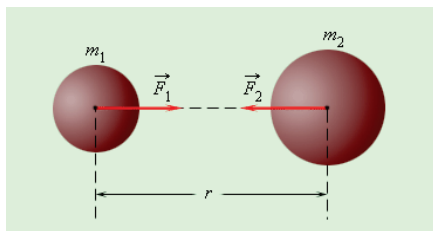


Рис. 1.1.2.9. Гравітаційні сили тяжіння між тілами.

За його гіпотезою між всіма тілами Всесвіту діють сили тяжіння (гравітаційні сили), направлені вздовж лінії, що сполучає центри мас (рис. 1.1.2.9).

У подальші роки Ньютон намагався знайти фізичне пояснення законів руху планет, відкритих астрономом Й. Кеплером на початку XVII ст., і дати кількісний вираз для гравітаційних сил. Знаючи як рухаються планети, Ньютон хотів визначити, які сили на них діють, тобто розв'язати обернену задачу механіки.

Закон всесвітнього тяжіння: всі тіла притягуються один до одного з силою, прямо пропорційною до їх мас і обернено пропорційною до квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (1.1.2.8)$$

Коефіцієнт пропорційності G однаковий для всіх тіл в природі. Його називають **гравітаційною сталою** ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$).

Багато явищ в природі пояснюються дією сил всесвітнього тяжіння. Рух планет в Сонячній системі, штучних супутників Землі, траєкторії польоту балістичних ракет, рух тіл поблизу поверхні Землі – всі вони знаходять пояснення на основі закону всесвітнього тяжіння і законів динаміки.

Одним з проявів сили всесвітнього тяжіння є **сила тяжіння** з боку Землі. Так прийнято називати силу притягання тіл до Землі поблизу її поверхні. Якщо M – маса Землі, R_3 – її радіус, m – маса даного тіла, то сила тяжіння рівна:

$$F = G \frac{M}{R_3^2} m = mg, \quad (1.1.2.9)$$

де g – прискорення вільного падіння біля поверхні Землі (на рівні моря):

$$g = G \frac{M}{R_3^2}. \quad (1.1.2.10)$$

Сила тяжіння направлена до центру Землі. За відсутності інших сил тіло вільно падає на Землю з прискоренням вільного падіння. Середнє значення прискорення вільного падіння для різних точок поверхні Землі рівне $9,81 \text{ м/с}^2$.

Вага і невагомість

Силу тяжіння $m\vec{g}$, з якою тіла притягуються до Землі, потрібно відрізнити від **ваги тіла**. Поняття ваги широко використовується в повсякденному житті.

Вагою тіла ($\vec{P}$), називають силу, з якою тіло унаслідок його тяжіння до Землі діє на нерухому опору або підвіс.

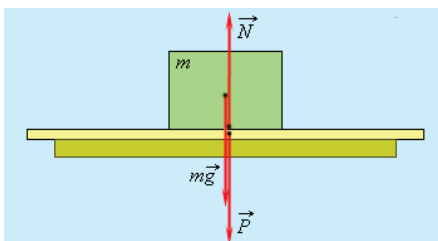


Рис. 1.1.2.10. Вага тіла, сила тяжіння, сила реакції опори.

При цьому передбачається, що тіло нерухоме щодо опори або підвісу. Нехай тіло лежить на нерухомому відносно Землі горизонтальному столі (рис. 1.1.2.10). Систему відліку, пов'язану із Землею, вважатимемо інерціальною.

На тіло діють сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$, яка направлена вертикально вниз, і сила пружності $\vec{F}_{\text{п}} = \vec{N}$ з якою опора діє на тіло. Силу $\vec{N}$ називають **силою нормального тиску або силою реакції опори**. Сили, які діють на тіло, зрівноважують одна одну: $\vec{F}_{\text{тяж}} = -\vec{F}_{\text{п}} = -\vec{N}$. Відповідно до третього закону Ньютона тіло діє на опору з деякою силою $\vec{P}$ рівною за модулем силі реакції опори і направленою в протилежну сторону: $\vec{P} = -\vec{N}$. За визначенням, сила $\vec{P}$ і називається вагою тіла. З приведених вище співвідношень видно, що $P = F_{\text{тяж}} = mg$ тобто вага тіла ($\vec{P}$) рівна силі тяжіння. **Але ці сили прикладені до різних тіл (частин тіла).**

Якщо тіло нерухомо висить на пружині, то роль сили реакції опори (підвісу) відіграє пружна сила. За розтягуванням пружини можна визначити вагу тіла і рівну їй силу тяжіння. Розглянемо тепер випадок, коли тіло лежить на опорі (або підвішене на пружині) в кабіні ліфта, яка рухається з деяким прискоренням $\vec{a}$ відносно Землі. Система відліку, пов'язана з ліфтом, неінерціальна. На тіло, як і раніше, діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори $\vec{N}$ але у такому випадку ці сили не зрівноважують одна одну. За другим законом Ньютона $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$, або $\vec{N} = m(\vec{a} - \vec{g})$.

Сила $\vec{P}$, яка діє на опору з боку тіла, називають вагою тіла і за третім законом Ньютона вона рівна $-\vec{N}$. Отже, вага тіла в ліфті, що рухається прискорено, буде:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (1.1.2.11)$$

Нехай вектор прискорення $\vec{a}$ направлений по вертикалі (вниз або вгору). Якщо координатну вісь OY направити вертикально вниз, те векторне рівняння для $\vec{P}$ можна переписати в скалярній формі:

$$P = m(g - a). \quad (1.1.2.12)$$

У цій формулі величини P , g і a слід розглядати як проекції векторів $\vec{P}$, $\vec{g}$ і $\vec{a}$ на вісь OY . Оскільки ця вісь направлена вертикально вниз, $g = \text{const} > 0$, а

величини P і a можуть бути як додатними, так і від'ємними. Нехай (рис. 1.1.2.11), вектор прискорення $\vec{a}$ направлений вертикально вниз, тоді $a > 0$.

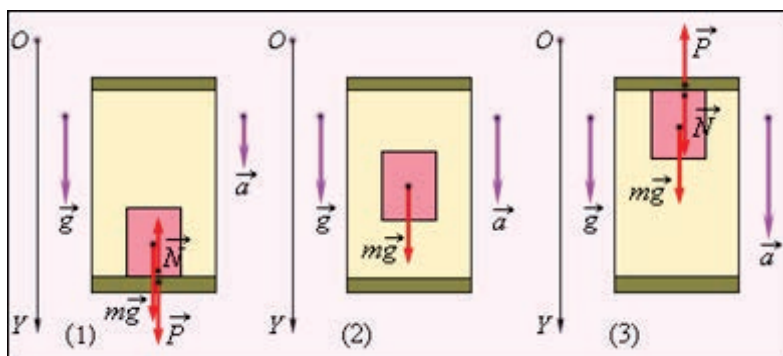


Рис. 1.1.2.11. Вага тіла в рухомому ліфті. Вектор прискорення a направлений вертикально вниз. 1) $a < g$, $P < mg$; 2) $a = g$, $P = 0$ (невагомість); 3) $a > g$, $P < 0$.

З формули (1.1.2.12) видно, що якщо $a < g$, то вага тіла P менша за силу тяжіння. Якщо $a > g$, то вага тіла змінює знак на протилежний. Це означає, що тіло притискається не до підлоги, а до стелі кабіни ліфта («негативна» вага). Якщо $a = g$, то $P = 0$, тіло вільно падає разом з кабіною. Такий стан називається *невагомістю*. Він виникає, наприклад, в кабіні космічного корабля при його русі по орбіті з вимкненими двигунами.

Тиск твердих тіл, рідин, газів

Практично усі тіла, що знаходяться на поверхні Землі (в полі земного тяжіння) спричиняють тиск на її поверхню.

Тиском p називається величина, яка чисельно дорівнює значенню сили, що діє на одиницю площі поверхні перпендикулярно до цієї поверхні: $p = \frac{F}{S}$. Одиниця вимірювання тиску – паскаль, $[p] = \frac{H}{m^2} = \text{Па}$. Приклад: йдучи по снігу у черевиках, людина чинить на снігову поверхню значно більший тиск, ніж рухаючись на лижах.

Стовпчик *рідини* висотою h у посудині чинить на її дно тиск $p = \rho gh$, де ρ – густина рідини. Тиск у нерухомих рідинах називають статичним тиском. У рухомих середовищах до нього приєднується динамічний тиск.

Закон Паскаля: зовнішній тиск на газ або рідину передається ними у всіх напрямках однаково (тобто рівномірно, без змін). Закон Паскаля лежить в основі закону сполучених посудин: 1) будь-яка рідина встановлюється у сполучених досить широких (некапілярних) посудинах на одному рівні незалежно від їх числа, розмірів та нахилу до горизонту; 2) у сполучених посудинах висоти різнорідних незмішуваних рідин обернено пропорційні до їх густин: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$.

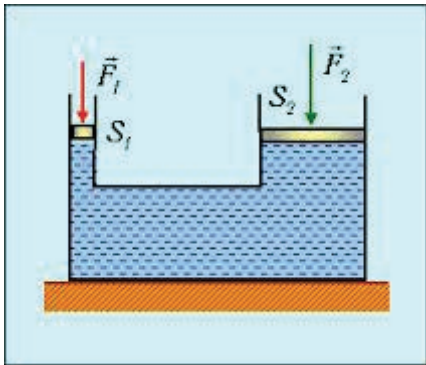


Рис. 1.1.2.12. Схема дії

На основі закону Паскаля працює гідравлічний прес (рис. 1.1.2.12). Основною частиною гідравлічного преса є два циліндри різного діаметра з поршнями, сполучені між собою трубкою. Простір під поршнями і трубку заповнюють рідиною (звичайно мінеральною оливою). Закон Паскаля для гідравлічного преса матиме вигляд:

гідравлічного преса.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1},$$

тобто сила F_2 у стільки разів більша за силу F_1 , у скільки разів площа великого поршня більша за площу малого.

Гідравлічні преси застосовують там, де потрібна велика сила, наприклад для видавлювання олії з насіння, для пресування фанери, картону, сіна. На металургійних заводах гідравлічні преси використовують під час виготовлення сталейних валів машин, залізничних коліс та багатьох інших виробів. Сучасні гідравлічні преси можуть розвивати силу в десятки й сотні мільйонів ньютонів.

Тиск стовпчика *повітря* теж пов'язаний із тяжінням, але власний тиск газу має кінетичну природу. Тиск газу на внутрішню поверхню балону спричиняється ударами величезної кількості молекул газу і залежить від щільності розташування молекул (від густини газу), а також від енергії ударів окремих молекул (від температури газу) (детальніше читайте у розділі 1.4). Зменшення густини газу і зниження температури зменшують власний тиск газу.

Тиск повітря p на значних висотах h (у горах, навіть на верхніх поверхах висотних будинків) помітно менший, ніж поблизу поверхні Землі.

Зменшення тиску зі збільшенням висоти пояснюється щонайменше двома причинами: 1) зменшенням товщини шару повітря (тобто висоти повітряного стовпа), що створює тиск; 2) зменшенням густини повітря з висотою внаслідок зменшення сили тяжіння при віддаленні від центра Землі.

Атмосферний тиск вимірюють **барометрами**, тиск газів у посудинах **манометрами**. Більшість манометрів створено для вимірювання тисків, значно більших за атмосферний, але існують манометри спеціальної конструкції (мановакуометри), які дозволяють вимірювати тиски, значно нижчі за атмосферний.

Сила Архімеда

Відповідно до закону Паскаля, сили тиску з боку рідини діють як на бічну поверхню зануреного тіла, так і на обидві його основи (рис. 1.1.2.13). Сили атмосферного тиску, які однаково додаються до всіх гідростатичних сил, зрівноважуються.

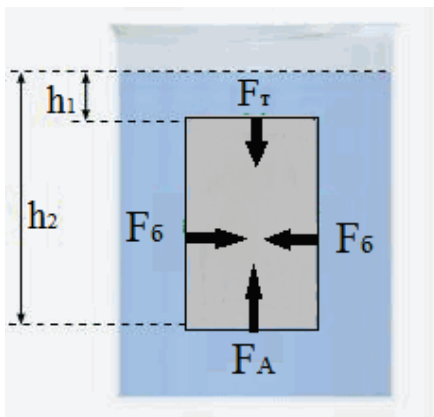


Рис. 1.1.2.13. Дія сил на занурене в рідину тіло.

Якби тіло було занурене в рідину так, що його верхня частина була б на одному рівні з вільною поверхнею рідини, то сила гідростатичного тиску діяла б лише на основу (адже сили тиску на бічні ділянки поверхні тіла взаємно компенсуються). Ця сила, напрямлена вертикально вгору, називається виштовхувальною силою, або силою Архімеда (на честь грецького вченого) і чисельно дорівнює вазі P стовпчика рідини (висотою h і площею S), тобто вазі рідини в об'ємі зануреної в рідину частини тіла:

$$F_A = P = m_{\text{рід}}g = \rho_{\text{рід}} V_{\text{тіла}}g.$$

Отже, у загальному випадку закон Архімеда можна сформулювати так: на занурене в рідину (або в газ) тіло діє виштовхувальна сила (сила Архімеда), яка чисельно дорівнює вазі витісненої тілом рідини (або газу) і прикладена в центрі тиску.

Якщо $F_A < F_{\text{тяж}}$, де $F_{\text{тяж}}$ – сила тяжіння, то тіло в рідині тоне. Якщо $F_A > F_{\text{тяж}}$, тіло спливає (різницю $F_A - F_{\text{тяж}}$ називають підйнятною силою), а якщо $F_A = F_{\text{тяж}}$, тіло плаває (всередині рідини чи на її поверхні).

Сила пружності. Закон Гука

При деформації тіла виникає сила, яка прагне відновити початкові розміри і форму тіла. Ця сила виникає внаслідок електромагнітної взаємодії між атомами і молекулами речовини. Її називають силою **пружності**.

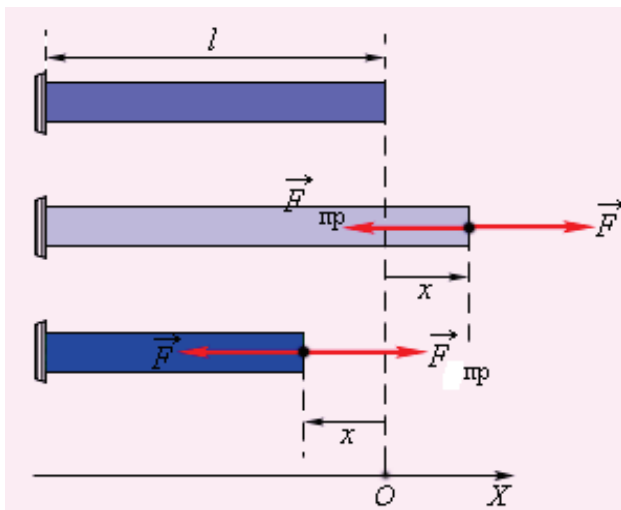


Рис.1.1.2.14. Деформація розтягу ($x > 0$) і стиску ($x < 0$).

Простими видами деформації є **деформації розтягу і стиску** (рис. 1.1.2.14).

При **малих** деформаціях ($|x| \ll l$) сила пружності пропорційна деформації тіла і направлена в бік, протилежний напрямку переміщення частинок тіла при деформації:

$$F_x = F_{\text{п}} = -kx. \quad (1.1.2.13)$$

Це співвідношення виражає експериментально встановлений **закон Гука**. Коефіцієнт k називається

жорсткістю тіла. В СІ жорсткість вимірюється в ньютонах на метр (Н/м). Коефіцієнт жорсткості залежить від форми і розмірів тіла, а також від матеріалу.

Відношення $\varepsilon = \frac{x}{l}$ називається **відносною деформацією**; а відношення

$$\sigma = \frac{F}{S} = -\frac{F_{\text{п}}}{S}, \quad (1.1.2.14)$$

де S – площа поперечного перерізу деформованого тіла, називається **напруженістю**. Тоді закон Гука можна сформулювати так: *відносна деформація ε пропорційна до напруженості σ* :

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma. \quad (1.1.2.15)$$

Коефіцієнт E у цій формулі називається **модулем Юнга**. Модуль Юнга залежить тільки від властивостей матеріалу і не залежить від розмірів і форми тіла. Модуль Юнга різних матеріалів змінюється в широких межах. Для сталі, наприклад, $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, а для гуми $E \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ (тобто на п'ять порядків менше).

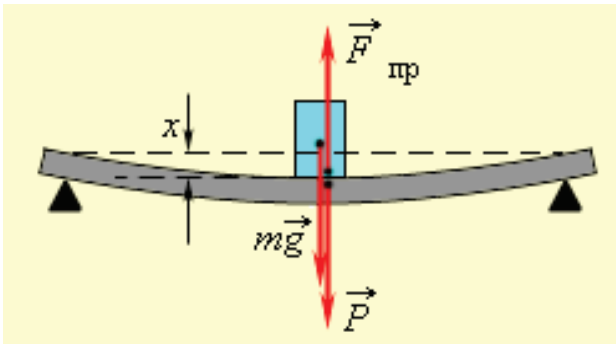


Рис. 1.1.2.15. Деформація згину.

$$\vec{F}_{\text{п}} = -mg, \vec{F}_{\text{п}} = -kx.$$

Закон Гука може бути узагальнений і на випадок складніших деформацій. Наприклад, при **деформації згину** сила пружності пропорційна прогину стрижня, кінці якого лежать на двох опорах (рис. 1.1.2.15).

Силу $\vec{N}$, що діє на тіло з боку опори (або підвісу), називають **силою реакції опори**.

При дотиканні тіл сила реакції опори направлена перпендикулярно поверхні зіткнення. Тому її часто називають **силою нормального тиску**. Якщо тіло лежить на горизонтальному нерухомому столі, сила реакції опори направлена вертикально вгору і зрівноважує силу тяжіння: $\vec{N} = -m\vec{g}$.

У техніці часто застосовуються спіралеподібні пружини (рис. 1.1.2.16). При розтягуванні або стисненні пружин виникають пружні сили, які також визначаються законом Гука. Коефіцієнт k у такому випадку називають **жорсткістю пружини**. Слід мати на увазі, що при розтягуванні або стисненні пружини в її витках виникають складні деформації кручення й згину.

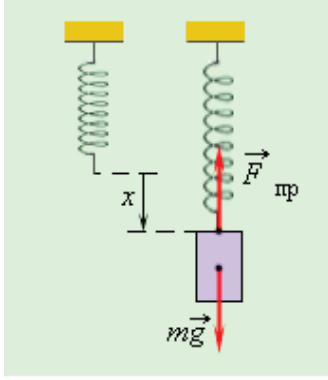


Рис. 1.1.2.16. Деформація розтягу пружини.

На відміну від пружин і деяких еластичних матеріалів (гума) деформація розтягу або стиску пружних стрижнів (або дротів) описуються лінійним законом Гука в дуже вузьких межах. Для металів відносна деформація $\varepsilon = \frac{x}{l}$ не повинна перевищувати 1 %. При великих деформаціях виникають необоротні явища (текучість) і руйнування матеріалу.

Сила тертя

Тертя – один з видів взаємодії тіл. Сили тертя, як і сили пружності, мають електромагнітну природу.

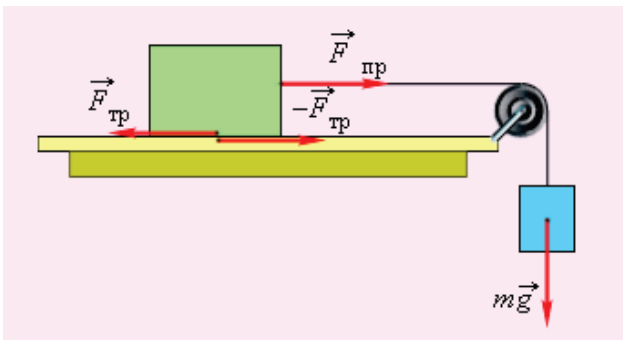


Рис. 1.1.2.17. Сила тертя спокою.

Силами сухого тертя називають сили, що виникають при дотику двох твердих тіл за відсутності між ними рідкого або газоподібного прошарку. Вони завжди направлені по дотичній до поверхні. Сухе тертя, що виникає при відносному спокої тіл, називають

тертям спокою. Сила тертя спокою завжди рівна за величиною зовнішній силі і направлена в протилежний до неї бік (згідно з III законом Ньютона) (рис. 1.1.2.17).

Сила тертя спокою не може перевищувати деякого максимального значення $(F_{\text{тр}})_{\text{max}}$. Якщо зовнішня сила більша за $(F_{\text{тр}})_{\text{max}}$, виникає відносне проковзування. Силу тертя в цьому випадку називають силою тертя ковзання. Вона завжди направлена в бік, протилежний до напрямку руху і залежить від відносної швидкості тіл. Проте, у багатьох випадках силу тертя ковзання можна вважати незалежною від величини відносної швидкості тіл $v_{\text{відн}}$ і рівною

максимальній силі тертя спокою. Ця модель сили сухого тертя застосовується при розв'язуванні багатьох фізичних задач (рис. 1.1.2.18).

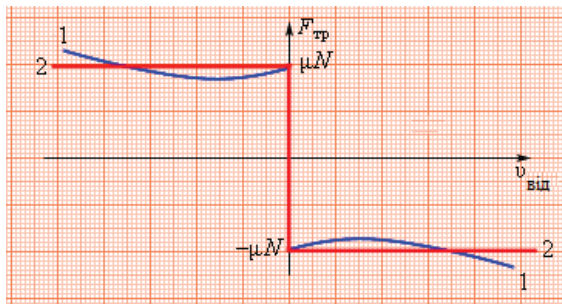


Рис. 1.1.2.18. Реальна (1) та ідеалізована (2) характеристика сухого тертя.

Дослід показує, що сила тертя ковзання пропорційна силі нормального тиску тіла на опору, а отже, і силі реакції опори $\vec{N}$:

$$F_{\text{тр}} = (F_{\text{тр}})_{\text{max}} = \mu N. \quad (1.1.2.16)$$

Коефіцієнт пропорційності μ називають **коефіцієнтом тертя ковзання**.

Коефіцієнт тертя μ – величина безрозмірна. Звичайно коефіцієнт тертя завжди менший від одиниці. Він залежить від матеріалів тіл, що дотикаються і від якості обробки поверхонь тіл. При ковзанні сила тертя направлена по дотичній до поверхонь в бік, протилежний відносній швидкості (рис. 1.1.2.19).

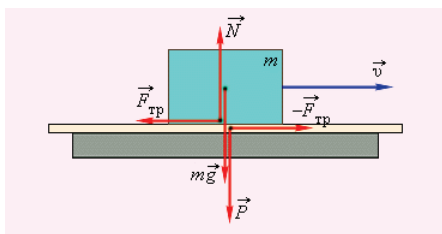


Рис. 1.1.2.19. Сили тертя при ковзанні ($v \neq 0$), $F_{\text{тр}} = \mu N$.

При русі твердого тіла в рідині або газі виникає **сила в'язкого тертя**. Сила в'язкого тертя значно менше сили сухого тертя. Вона також направлена в бік, протилежний відносній швидкості тіла. При в'язкому терті відсутнє тертя спокою.

Сила в'язкого тертя залежить від швидкості тіла: при достатньо малих швидкостях $F_{\text{тр}} \cong v$, при великих швидкостях $F_{\text{тр}} \cong v^2$. При цьому коефіцієнти пропорційності в цих співвідношеннях залежать від форми тіла.

Тертя відіграє значну роль у природі і техніці. Через тертя здійснюється необоротний перехід енергії в теплоту. Завдяки тертю відбувається рух і зупинка транспорту.

Сили тертя виникають і при коченні тіла. Проте сили тертя кочення зазвичай достатньо малі. Коефіцієнт тертя кочення в десятки раз менший

коефіцієнта тертя ковзання. Сила тертя кочення обернено пропорційна радіусу тіла, яке котиться. В зв'язку з цим у транспорті, який застосовують для руху по похилих дорогах, колеса мають великий радіус. Сила тертя кочення $F_{\text{тр.к}}$ обчислюється за формулою:

$$F_{\text{тр.к}} = \eta \frac{P}{R}, \quad (1.1.2.17)$$

де P – сила нормального тиску, R – радіус тіла, яке котиться, η – коефіцієнт тертя, який залежить від властивостей матеріалів дотичних поверхонь.

За необхідності тертя зменшують розміщуючи між поверхнями, які труться, в'язку рідину (солідол чи оливу). Інший спосіб зменшення тертя – заміна ковзання коченням: застосування коліс, катків, різноманітних підшипників.

Кінетична і потенціальна енергія тіла

Кінетична енергія – частина енергії фізичної системи, якщо ця система рухається.

У випадку частинки із масою m та швидкістю v кінетична енергія визначається формулою 1.1.2.18:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.1.2.18)$$

При обертанні твердого тіла з моментом інерції I із кутовою швидкістю ω кінетична енергія визначається, як:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (1.1.2.19)$$

Потенціальна енергія – частина енергії фізичної системи, що виникає при взаємодії між тілами, які складають систему, та із зовнішніми щодо цієї системи тілами, й зумовлена розташуванням тіл у просторі.

Потенціальна енергія матеріальної точки визначається як робота з її переміщення із точки простору, для якої визначається потенціальна енергія у якусь задану точку, потенціальна енергія якої приймається за нуль.

Потенціальна енергія тіла масою m , піднятого над поверхнею землі на висоту h , задається формулою 1.1.2.20:

$$E_p = mgh, \quad (1.1.2.20)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Потенціальна енергія пружної деформації тонкого стрижня або пружини:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}, \quad (1.1.2.21)$$

де k – коефіцієнт жорсткості, x – абсолютне видовження.

Потенціальна енергія тіла масою m в полі гравітації іншого тіла масою M при віддалі r між ними задається формулою:

$$E_p = -G \frac{mM}{r}, \quad (1.1.2.22)$$

де G – гравітаційна стала.

Закон збереження механічної енергії

Фізичні процеси супроводжуються перетворенням одного виду енергії в інший. Кожне тіло може мати одночасно і кінетичну, і потенціальну енергію.

Повна механічна енергія – сума потенційної та кінетичної енергій:

$$E = E_k + E_p.$$

У механіці закон збереження енергії стверджує, що в замкненій системі частинок повна енергія, що є сумою кінетичної і потенціальної енергії, не залежить від часу. Закон збереження енергії справедливий тільки для замкнених систем, тобто за умови відсутності зовнішніх полів чи взаємодій.

Сили взаємодії між тілами, для яких виконується закон збереження механічної енергії, називаються консервативними силами. Закон збереження механічної енергії не виконується при дії сил тертя, оскільки в цьому випадку відбувається перетворення механічної енергії в теплову. Тому у пристроях, у яких виконується механічна робота, завжди намагаються зменшити сили тертя, які приводять до втрат механічної енергії.

Механічна робота

Робота в механіці характеризує дію сили і пов'язана з переміщенням (рис. 1.1.2.20).

$$A = F s \cos \alpha, \quad (1.1.2.23)$$

де α – це кут між напрямком дії сили і переміщенням.

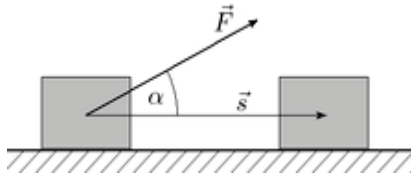


Рис. 1.1.2.20. Переміщення тіла під дією сили.

Робота – скалярна величина, вона може бути як додатною, так і від’ємною. Якщо напрям дії сили збігається з напрямком переміщення, то робота сили над тілом вважається додатною. Якщо напрям дії сили і напрям переміщення

протилежні, то робота буде від’ємною. Одиниця виміру роботи в системі СІ – Джоуль:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

Роботою також називається передана в процесі діяльності енергія, тобто, робота є насамперед кількісною мірою зміни енергії тіла. Робота рівнодійної сил, що прикладені до тіла, дорівнює зміні його кінетичної енергії (теорема про кінетичну енергію):

$$A = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}. \quad (1.1.2.24)$$

Пружно деформоване тіло при поверненні до попереднього стану буде виконувати роботу:

$$A = \frac{k x_1^2}{2} - \frac{k x_2^2}{2}. \quad (1.1.2.25)$$

Під час переміщення на відстань від r_1 до r_2 матеріальної точки масою m відносно іншої точки M сили тяжіння виконують роботу:

$$A = G m M \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (1.1.2.26)$$

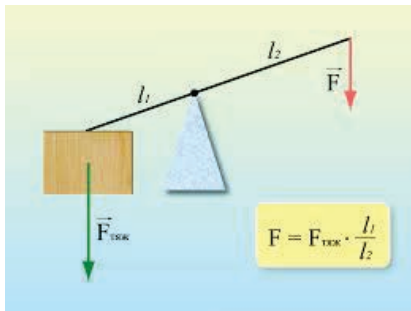
Робота і прості механізми

У фізиці *простими механізмами* називають пристосування типу важелів або гвинтів. Вони призначені для того, щоб зменшити необхідну для виконання роботи зусилля людини і використовувати це зусилля ефективніше. Часто

кілька простих механізмів з'єднують разом. У результаті виходять складніші механізми – свердла, годинник.

Важелі

Важіль – це стрижень, що обертається навколо нерухомої точки опори (рис. 1.1.2.21). Типи важелів розрізняються положенням точки опори відносно місця прикладання зусилля і навантаження. У важелях першого типу точка опори знаходиться між точками прикладання зусилля і вантажем. У важелях другого типу вантаж знаходиться між точкою прикладання зусилля і точкою опори. У важелях третього типу зусилля прикладається між вантажем і точкою опори. Чим далі точка опори від місця зусилля, тим легше працювати з важелем.



Відстань від точки опори до точки прикладання сили називають *плечем сили*. Причому, можна розрахувати рівновагу сил на важелі за такою формулою:

$$F_1 / F_2 = l_2 / l_1, \quad (1.1.2.27)$$

де F_1 і F_2 – сили, що діють на важіль, а l_1 і l_2 – плечі цих сил.

Це і є закон рівноваги важеля, який свідчить: важіль знаходиться в рівновазі тоді, коли діючі на нього сили обернено пропорційні плечам цих сил. Цей закон був встановлений Архімедом ще в III ст. до н.е. З нього випливає, що меншою силою можна врівноважити більшу. Для цього необхідно, щоб плече меншої сили було більше плеча більшої сили. А виграш у силі, одержаний за допомогою важеля, визначається відношенням плечей прикладених сил.

Колесо

Колесо – це найбільший винахід людства, що забезпечив його активний розвиток. Коли колесо повертається, то на його вісь діє більша сила, ніж на обід. Цей ефект використовується для отримання виграшу в силі, наприклад в

рульовому колесі. Чим більше кермо, тим легше повертається його вісь. При повороті осі колесо переводить обертальний рух в прямолінійний рух, завдяки чому з його допомогою можливе переміщення вантажів. Точки обода колеса проходять більшу відстань, ніж вісь, тому що діаметр колеса більший діаметра осі.

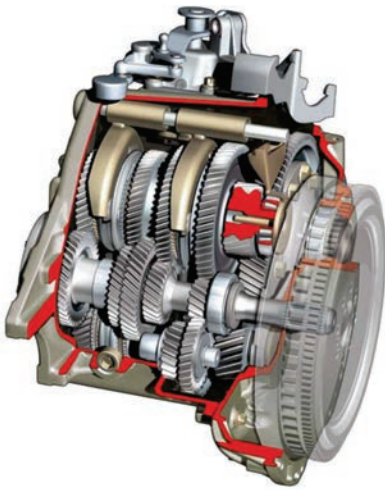


Рис. 1.1.2.22.
Механічна коробка
передач.

Різновидом колеса є зубчаста передача (1.1.2.22), що використовується в різних складних машинах (від автомобіля до годинника) для зміни сили і швидкості обертання. У такій передачі змінюється напрямок і величина крутного зусилля. Для зубчастої передачі необхідні два і більше зубчастих колеса, причому зубці одного входять у пази іншого. Тоді обертання одного колеса викликає обертання іншого. Велика шестерня змушує маленьку обертатися швидше, і навпаки.

Блок

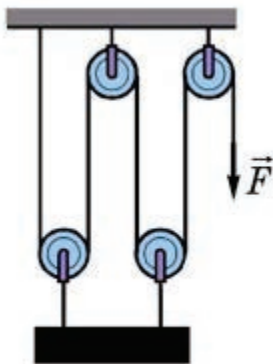


Рис. 1.1.2.23. Рухомі
і нерухомі блоки.

Колесо застосовується у рухомих та нерухомих блоках. Блок полегшує підйом важких вантажів. Блоки входять до будови ліфтів і кранів. Щоб підняти тіло за допомогою блоку, ви повинні тягнути вниз: при цьому вага нашого тіла допомагає процесу. Чим більше коліс входить в блок, тим легше піднімати вантаж, так як його вага розподіляється по більшому ділянці каната.

Якщо, наприклад, використати 2 рухомих блоки й 2 нерухомих, як показано на рис. 1.1.2.23, сила натягу кожної із двох мотузок, що утримують вантаж, дорівнює $2F$, завдяки чому виходить сумарний виграш у силі в 4 рази.

Похила площина

Прикладами похилих площин можуть служити скат або схил пагорба. По похилій площині піднімати вантажі легше, ніж вертикально, оскільки вантаж проходить більшу відстань, отже, для виконання тієї ж самої роботи потрібна менша сила.

Похила площина – один із простих механізмів, призначений для зменшення сили, за допомогою якої можна підняти вантаж на висоту. Переріз похилої площини – прямокутний трикутник із гострим кутом.

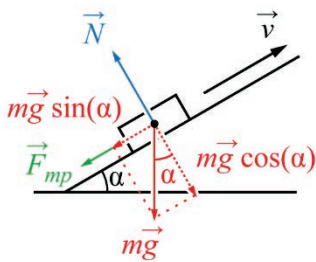


Рис. 1.1.2.24. Похила площина.

На рис. 1.1.2.24 зображені сили, які діють на тіло, що лежить на похилій площині. Силу тяжіння, направлену вертикально вниз, можна розкласти на дві складові: складову паралельну похилій площині, й складову, перпендикулярну похилій площині. Складова сили, яка перпендикулярна до похилої площини, урівноважується силою реакції N . Оскільки, для того, щоб урівноважити цю силу, потрібно прикласти силу меншу за вагу тіла в умовах, коли воно лежить на горизонтальній опорі (mg). Чим менший кут – тим меншу потрібно прикладати силу, і тим більший шлях повинно пройти тіло.

При русі тіла вгору, навіть у випадку, коли цей рух рівномірний, руху перешкоджає також сила тертя.

В цьому випадку для рівномірного руху тіла вгору необхідно прикласти силу. Ця сила все ж менша за mg . Щодо роботи, яку необхідно виконати для підйому тіла, то похила площина не дає жодного виграшу. Навпаки, частина затрачених зусиль йде на подолання сили тертя.

Коефіцієнт корисної дії механізму

Робота, яку виконує механізм (корисна робота A_k), через наявність сил тертя і сил опору середовища завжди менша, ніж робота приведення механізму

в рух (виконана робота A_g). Відношення корисної роботи до всієї виконаної роботи називається коефіцієнтом корисної дії (ККД):

$$\eta = A_k / A_g. \quad (1.1.2.28)$$

Часто ККД виражають у відсотках, домножуючи дріб на 100 %. ККД завжди менший за одиницю (або за 100 %).

Потужність

Значний інтерес представляє робота сили, виконана за одиницю часу – вона називається потужністю. Потужність – це фізична величина, яка дорівнює виконаній роботі за інтервал часу. Потужність – це швидкість виконання роботи:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F s \cos \alpha}{t} = F v \cos \alpha. \quad (1.1.2.29)$$

Потужність величина скалярна і в СІ вимірюється у ватах:

$$1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ с}} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}.$$

Застосування основ класичної механіки для створення лічильних машин

Основні закони механіки здавна знайшли своє застосування у різних машинах і механізмах, зокрема, в лічильних (арифметичних). В арифметичній машині замість предметного представлення чисел використовувалося їхнє представлення у вигляді кутового положення осі вала чи колеса одягнутого на вісь.



Рис. 1.1.2.25. Ескіз арифметичного пристрою Леонардо да Вінчі.

На сьогодні немає точних відомостей про те, хто ж був першим винахідником арифмометра. Так, наприкінці шістдесятих років XX ст. серед неопублікованих рукописів Леонардо да Вінчі був виявлений ескіз (рис. 1.1.2.25) 13-розрядного арифметичного пристрою з 10-зубчастими коліщатами.



Рис. 1.1.2.26. Лічильна машина Шиккарда.

Ще один проект рахункової машини на колесах, було реалізовано у 1623 р. Автором її був професор математики Тюбінгенського університету Вільгельм Шиккард (рис. 1.1.2.26). В одному з листів своєму знаменитому земляку Йогану Кепплеру він писав: «Те, що ти прораховуєш сам, я спробував зробити механічним способом і сконструював машину, що може автоматично складати задані числа».

Найвідоміший арифмометр створений у 1642 р. знаменитим французьким ученим Блезом Паскалем. Для виконання арифметичних операцій Паскаль замінив поступальне переміщення кісточок в абакоподібних інструментах на обертальний рух осі колеса так, що в його машині (рис. 1.1.2.27) додаванню чисел відповідало додавання пропорційних їм кутів. Принцип дії машини Паскаля простий. В основі його лежить ідея звичайної пари двох зубчастих коліс, зчеплених між собою. Для кожного розряду було своє колесо (шестірня) з десятьма зубцями. При цьому кожний з десяти зубців заміняв одну з цифр від 0 до 9. Таке колесо одержало назву «десяткове рахункове колесо».

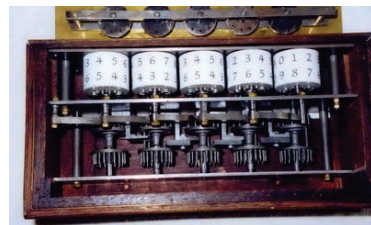
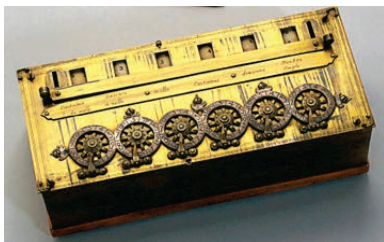


Рис. 1.1.2.27. Арифмометр Блеза Паскаля «Паскаліна».

З додаванням у даному розряді, кожної одиниці рахункове колесо повертається на один зубець, тобто на одну десяту повного обороту. Необхідну

цифру можна установити, повертаючи колесо доти, поки зубець, що представляє цю цифру, не встане проти покажчика чи віконця. Машина Паскаля була практично першим лічильним механізмом, побудованим за зовсім новим принципом, при якому використовувалися колеса.

Ознайомившись із працями Паскаля і вивчивши його арифметичну машину, Г.В. Лейбніц вніс у неї значні удосконалення.

Машина, створена Лейбніцем у 1694 р. (рис. 1.1.2.28), давала можливість механічного виконання операції множення без послідовного додавання і віднімання. Головною частиною її був так називаний східчастий валик – циліндр із зубцями різної довжини, що взаємодіяли з рахунковим колесом. Пересуваючи колесо уздовж валика, можна було його ввести в зачеплення з необхідним числом зубців і забезпечити установку визначеної цифри.



Рис. 1.1.2.28. Арифмометр Лейбніца.

Арифметична машина Лейбніца була власне кажучи першим у світі арифмометром – машиною, призначеної для виконання чотирьох арифметичних дій. Однак, незважаючи на це, машина ця не одержала широкого поширення. Але основна ідея Лейбніца – ідея східчастого валика виявилася дуже плідною. Аж до кінця XIX століття конструкція валика удосконалювалася і розвивалася різними винахідниками механічних машин.



Рис. 1.1.2.29. Арифмометр Томаса.



Рис. 1.1.2.30. Арифмометр Однера.

За принципом східчастого валика Лейбница був побудований у 1820 р. і арифмометр Томаса (рис. 1.1.2.29) – перша арифметична машина, що виготовлялася серійно. Трохи пізніше, у 1874 р., петербурзьким механіком Вільгордом Однером була створена нова конструкція колеса з висувними зубами (рис. 1.1.2.30). Кількість висунутих зубів визначалася кутом повороту настановчого важільця до відповідної цифри на шкалі. Колесо Однера виявилося настільки вдалим, що не зазнавало принципових змін довгий час. Арифмометр «Фелікс» (рис. 1.1.2.31), що є модифікацією арифмометра Однера, випускався в СРСР аж до 50-х років XX ст.



Рис. 1.1.2.31. Арифмометр «Фелікс».

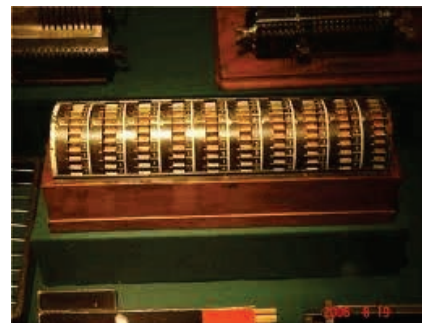


Рис. 1.1.2.32. Арифмометр Чебишева.

Також варто відзначити машину, побудовану російським математиком і механіком Л Чебишевим (рис. 1.1.2.32). В арифмометрі Чебишева був використаний принцип «безупинної передачі десятків». Якщо у в попередніх конструкціях перенесення десятків з нижчого розряду у вищий відбувався стрибкоподібно, після того як десяток уже накопичувався, то у цьому арифмометрі шестерня одиниць, роблячи один оборот, повертає шестерню десятків на $1/10$ обороту, а шестерню сотень на $1/100$ і т.д., забезпечуючи плавну зміну кута повороту всіх коліс, що вступають у взаємодію.

1.1.3. Інерціальні та неінерціальні системи відліку.

Релятивістська механіка

З розвитком науки уявлення про простір і час змінювалися. Поняття простору і часу в класичній фізиці – це, з одного боку, результат узагальнення повсякденного досвіду, а з іншого – результат наукового аналізу механічних рухів. Тому розвиток механіки тісно пов'язаний із певним розумінням *простору і часу*.

Основним законом динаміки в класичній механіці, як відомо, є другий закон Ньютона, який пов'язує силу, що діє на тіло, з прискоренням, якого воно при цьому набуває. Щоб описати механічний рух, треба вибрати систему відліку. Системи відліку можуть перебувати в різних станах: у спокої, рухатися рівномірно і прямолінійно або прискорено одна відносно одної. Якщо дві системи відліку перебувають у стані спокою одна відносно одної, то фізично вони є однією системою, і відмінність між ними зводиться до геометричного перенесення початку координат. У фізиці розглядають системи відліку двох типів: **інерціальні** – системи, в яких виконується перший закон Ньютона, – вони рухаються рівномірно і прямолінійно одна відносно одної та **неінерціальні**, які рухаються з прискоренням.

Перетворення Галілея

Будь-який механічний рух це взаємне переміщення тіл, інакше кажучи, будь-який рух – відносний. Характер руху тіла залежить від системи відліку, відносно якої цей рух розглядають.

Галілео Галілеєм було встановлено фізичну еквівалентність інерціальних систем відліку і доведено, що перехід від однієї інерціальної системи до іншої є певним перетворенням координат, яке дістало назву *перетворень Галілея* або *принципу відносності*. Принцип відносності математично можна сформулювати як принцип незмінюваності виду і форми зв'язків між фізичними величинами, які описуються законами механіки, відносно перетворень Галілея.

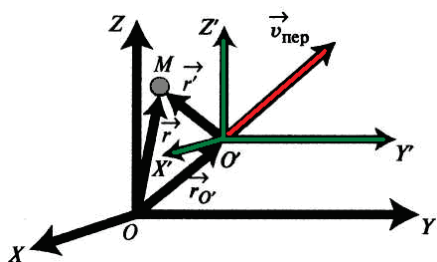


Рис. 1.1.3.1. Розміщення систем відліку у довільний момент часу.

Візьмемо дві системи відліку K і K' , які рухаються рівномірно і прямолінійно одна відносно одної. Нехай система K нерухома, а K' рухається відносно K зі швидкістю $v_{пер}$. Для спрощення вважатимемо, що в початковий момент часу ($t = 0$) початки O і O' обох систем координат

і відповідні осі збігаються. Тоді взаємне розміщення цих систем у довільний момент часу матиме вигляд, наведений на рис. 1.1.3.1. Переносна швидкість $v_{пер}$ напрямлена вздовж прямої OO' , а радіус-вектор, проведений із точки O в точку O' , $r_{O'} = v_{пер}t$.

Положення довільної матеріальної точки M в нерухомій і рухомій системах відліку визначається радіусами-векторами $\vec{r}$ і $\vec{r}'$, причому:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_{O'} = \vec{r}' + \vec{v}_{пер}t. \quad (1.1.3.1)$$

У проекціях на осі координат цю векторну рівність записують як:

$$\begin{aligned} x &= x' + v_{перx}t; \\ y &= y' + v_{перy}t; \\ z &= z' + v_{перz}t \end{aligned} \quad (1.1.3.2)$$

і називають **перетворенням координат Галілея**.

Отже, повна система перетворення координат Галілея (з урахуванням часу) має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{x}' + \vec{v}_{перx}t; \\ \vec{y} &= \vec{y}'_{перy}; \\ \vec{z} &= \vec{z}' + \vec{v}_{перz}t; \\ t &= t'. \end{aligned} \quad (1.1.3.3)$$

Згідно з цими перетвореннями закони механіки зберігають форми зв'язку між фізичними величинами, в чому і виявляється принцип відносності в класичній механіці.

Перетворення Галілея відображають наведені нижче основні властивості простору і часу, як їх розуміють у класичній механіці:

1. Просторові і часові координати входять у рівняння як нерівноцінні. Просторова координата в рухомій системі залежить від просторової і від часової координат у нерухомій ($x' = x - v_{\text{пер}x}t$). Часова ж координата в рухомій системі залежить тільки від часової координати в нерухомій і ніяк не пов'язана з просторовими координатами ($t = t'$). Отже, час уявляється як щось цілком самостійне незалежне незалежно від простору.

2. Основними метричними характеристиками простору і часу є відстань між двома точками в просторі (довжина) і між двома подіями в часі (інтервал). У перетворенні координат Галілея зафіксовано абсолютний характер довжини та інтервалу (щодо інтервалу часу це видно з рівняння $t = t'$). Час не залежить від системи відліку, він один і той самий для всіх систем: час будь-де спливає рівномірно й однаково. Абсолютний характер має й основна просторова характеристика – довжина. Проілюструємо це на прикладі.

Для спрощення візьмемо стрижень AA' паралельний до осі OX . Координати початку і кінця стрижня в системі K будуть x_1 і x_2 , в системі K' – x'_2 і x'_1 . Довжина стрижня в системі K становитиме $x_2 - x_1$ в системі K' – $x'_2 - x'_1$. Визначимо $x'_2 - x'_1$ через координати в системі K (див. систему рівнянь (1.1.3.3)):

$$x'_1 = x_1 - v_{\text{пер}x}t; \quad x'_2 = x_2 - v_{\text{пер}x}t.$$

Звідси дістанемо:

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - v_{\text{пер}x}t - (x_1 - v_{\text{пер}x}t) = x_2 - x_1.$$

Як бачимо, довжина стрижня в рухомій системі дорівнює його довжині в системі, що перебуває у стані спокою, тобто довжина має абсолютний характер і не залежить від системи відліку. З перетворень координат Галілея легко знайти співвідношення між абсолютною, відносною і переносною швидкостями матеріальної точки M . Нехай рух матеріальної точки M відносно рухомої системи координат K' визначається рівняннями:

$$x' = f_1(t); \quad y' = f_2(t); \quad \text{і} \quad z' = f_3(t).$$

Візьмемо похідні координат по часу і дістанемо співвідношення:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v_{\text{пер}x}. \quad (1.1.3.4)$$

Оскільки $\frac{dx}{dt} = v_{\text{абс}x}$, $\frac{dx'}{dt} + v_{\text{відн}x}$ вираз (1.1.3.4) набуде вигляду:

$$v_{\text{абс}x} = v_{\text{від}x} + v_{\text{пер}x}. \quad (1.1.3.5)$$

Аналогічно знайдемо співвідношення між проекціями на осі OY і OZ абсолютної, відносної і переносної швидкостей:

$$v_{\text{абс}y} = v_{\text{відн}y} + v_{\text{пер}y}, \quad (1.1.3.6)$$

$$v_{\text{абс}z} = v_{\text{відн}z} + v_{\text{пер}z}. \quad (1.1.3.7)$$

Із рівняння (1.1.3.1) дістанемо співвідношення між абсолютною, відотною і переносною швидкостями у векторній формі:

$$\vec{v}_{\text{абс}x} = \vec{v}_{\text{відн}x} + \vec{v}_{\text{пер}x}. \quad (1.1.3.8)$$

Рівняння (1.1.3.8) виражає теорему додавання швидкостей: абсолютна швидкість точки (швидкість точки відносно нерухомої системи відліку) дорівнює геометричній (векторній) сумі переносної і відносної швидкостей.

З рівняння (1.1.3.8) знайдемо співвідношення між прискореннями довільної матеріальної точки M в нерухомій і рухомій системах відліку:

$$\frac{d\vec{v}_{\text{абс}}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{\text{відн}}}{dt}, \text{ або } \vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{відн}}. \quad (1.1.3.9)$$

Отже, прискорення в усіх інерціальних системах відліку – величина стала. Рівняння Ньютона для матеріальної точки, а також для довільних систем матеріальних точок в усіх інерціальних системах відліку однакові.

Цей висновок називають **механічним принципом відносності**, або принципом відносності Галілея, і формулюють так:

Рівномірний і прямолінійний рух системи як цілого не впливає на хід механічних процесів, що відбуваються в ній, і одними механічними експериментами, які проводяться всередині системи, не можна визначити перебуває вона у стані спокою чи рухається рівномірно і прямолінійно.

Передумови виникнення спеціальної теорії відносності

У класичній механіці поняття простір і час розглядають як абсолютні категорії. Абсолютний простір, за визначенням Ньютона, в силу своєї природи – завжди нерухомий, незмінюваний і не залежить від зовнішніх впливів. Абсолютний, справжній і математичний час сам по собі і в силу своєї природи – однорідний і не залежить від жодних зовнішніх впливів. Отже, для ньютонівської концепції простору і часу характерно те, що вони абсолютні й не залежать від фізичних тіл, які рухаються в просторі і відповідно змінюються в часі.

Простір має нескінченну протяжність, інакше кажучи, він простягається безмежно в кожному з трьох своїх вимірів. Простір гомогенний (однорідний), тобто в ньому немає якихось особливих точок, й ізотропний, тобто в ньому не існує жодних виділених напрямків.

Час також нескінченний, однак, на відміну від простору, він має лише один вимір. Плине час однорідно, але не має ні початку, ні кінця, жодних виділених точок. Під час опису руху тіл час виступає в якості параметра.

Простір і час, згідно з означенням Ньютона, є об'єктивною реальністю. У межах класичної механіки простір і час – величини, які неможливо вивчити за допомогою фізичного експеримента (за механічним принципом відносності стан рівномірного прямолінійного руху невіддільний від стану спокою й, отже, рух відносно абсолютного простору не можна виявити жодними механічними експериментами).

Велике значення для розвитку наших знань про природу простору і часу мало вивчення явища поширення світла в тілах і середовищах. Хвильова теорія природи світла (розроблена в XIX ст.) побудована на понятті універсального середовища – ефіру, який заповнює весь світовий простір і пронизує всі тіла. Спочатку вважали, що до ефіру можна застосовувати закони класичної механіки і що він як механічне середовище може бути системою відліку, тобто можна визначити рух тіл відносно ефіру (зокрема, швидкість світла).

З аналізу явищ аберації зірок випливало, що ефір нерухомий, а коли це так, то в будь-якій системі відліку, яка рухається відносно нього, швидкість світла

має дорівнювати векторній сумі швидкостей $\vec{c}$ і $\vec{v}$, де c – швидкість світла відносно ефіру; v – швидкість руху системи відліку відносно ефіру. Нерухомий ефір легко було пов'язати з абсолютним простором. Тоді, знайшовши різницю швидкостей світла в ефірі і в даній системі відліку, можна визначити швидкість руху цієї системи відносно ефіру, тобто її абсолютну швидкість в абсолютному просторі. Цю ідею було покладено в основу досліду, виконаного у 1887 р. А. Майкельсоном (1852-1931 рр.) і Е. Морлі (1838-1923 рр.), які ставили за мету виявити рух Землі відносно ефіру.

Припустимо, що Земля рухається в ефірі в певному напрямку зі швидкістю v . Визначимо час, потрібний світлу, що поширюється в ефірі зі швидкістю c , для проходження на Землі деякого шляху l (рис. 1.1.3.2). Якщо світло поширюється в ефірі в напрямку руху Землі, то цей час дорівнюватиме $\frac{l}{c-v}$, бо швидкість світла відносно Землі – це різниця швидкостей світла в ефірі і Землі відносно ефіру. Очевидно, що коли світло поширюється проти руху Землі в ефірі, то час проходження ним шляху l дорівнюватиме $\frac{l}{c+v}$ (рис. 1.1.3.2.а).

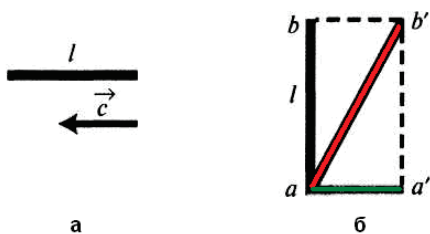


Рис. 1.1.3.2. Залежність шляху, який проходить світло до напрямку руху Землі в ефірі.

Припустимо, що світло проходить шлях l , поширюючись перпендикулярно до напрямку руху Землі в ефірі. У цьому разі траєкторія світла в ефірі матиме вигляд прямої ab' (рис. 1.1.3.2.б), а час, потрібний для проходження цього шляху, визначатиметься за співвідношенням:

$$t = \frac{\sqrt{l^2 + (vt)^2}}{c},$$

де $\sqrt{l^2 + (vt)^2}$ – шлях, пройдений світлом в ефірі; c – швидкість світла в ефірі.

Визначимо з цього співвідношення t :

$$t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Звідси випливає, що час проходження світлом якоїсь одиниці прямолінійної траєкторії на Землі залежить від розміщення цієї траєкторії відносно напрямку руху Землі в ефірі.

Результати досліду Майкельсона-Морлі показали, що немає різниці в швидкості світла в напрямку руху Землі і перпендикулярно до нього. Тому фізиками було зроблено висновок, що швидкість світла у вакуумі однакова для всіх інерціальних систем відліку і не залежить від стану їхнього руху.

Так виникла суперечність між двома принципами: відносності і сталості швидкості світла, кожен із яких підтверджується експериментально. Вихід із цього становища знайшов А. Ейнштейн. Джерело суперечності він запропонував шукати в деяких помилково буденних уявленнях про час і простір, закріплених в класичній механіці. Саме їх А. Ейнштейн радикально переглянув. Властивості простору і часу були узгоджені з дослідом.

У 1905 р. А. Ейнштейн сформулював два принципи (постулати):

1. *Принцип сталості швидкості світла*: в інерціальній системі відліку швидкість світла у вакуумі є величина стала і не залежить від відносного руху джерела світла та спостерігача. Швидкість світла – універсальна фундаментальна стала величина.

2. *Спеціальний принцип відносності*: закони фізики для двох спостерігачів, що знаходяться в різних інерціальних системах відліку, однакові.

На основі цих принципів почала створюватись спеціальна теорія відносності, а також нова механіка – релятивістська, – яка включала в себе як окремий випадок класичну механіку.

Час у різних системах відліку

Експериментальне встановлення того факту, що швидкість світла у вакуумі є величиною сталою і не залежить від руху джерела і спостерігача, заперечує одну з першооснов класичної механіки – абсолютний час. Це, зокрема, випливає з такого прикладу. Припустимо, що два спостерігачі знаходяться в двох інерціальних системах: K – нерухомій і K' , яка рухається відносно K рівномірно і прямолінійно зі швидкістю u (рис. 1.1.3.3).

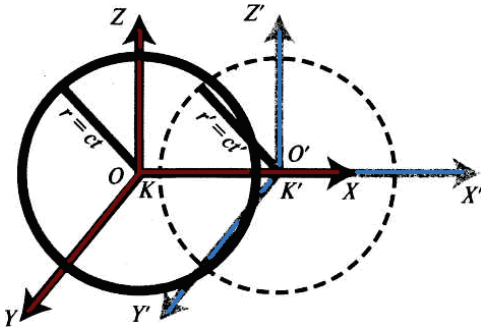


Рис. 1.1.3.3. До пояснення абсолютності часу.

Вважатимемо, що кожен із спостерігачів знаходиться в початку своєї системи відліку. В момент часу $t_0 = 0$, коли положення обох спостерігачів збігаються (збігаються початки систем координат O і O') з початку системи відліку (внаслідок сталого значення швидкості світла в усіх інерціальних системах, – немає різниці, з якої) починає поширюватися сферична світлова хвиля (сферична хвиля –

хвиля, яка розповсюджується від точкового джерела або збігається до нього). Кожен спостерігач з повним правом вважає, що він знаходиться в центрі сфери, яка утворюється хвильовим фронтом, оскільки інерціальні системи рівноцінні. Для спостерігача, який знаходиться у системі відліку K , радіус сфери через час t буде $r = ct$.

Для спостерігача, який знаходиться у системі K' за припущення, що час плине в усіх інерціальних системах однаково, через час t радіус сфери дорівнюватиме $r' = ct$. Звідси випливає, що $r = r'$. Проте, оскільки спостерігач, який знаходиться в системі K' , віддаляється в напрямку осі OX зі швидкістю u , то r не може дорівнювати r' , тому що:

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = (x - ut)^2 + y^2 + z^2 \neq x^2 + y^2 + z^2 = r^2.$$

Ми дійшли цього протиріччя тому, що припустили, що час в обох системах плине однаково. Його можна усунути, прийнявши, що час у різних системах відліку спливає по-різному. Тоді будуть справедливими рівняння:

$$r = ct \text{ і } r' = ct',$$

де t – час у системі відліку K , t' – час у системі K' , а уявлення двох спостерігачів, які вважають, що кожен із них знаходиться в центрі сферичної хвилі, не суперечать одне одному.

Дослід Майкельсона-Морлі довів неможливість застосування теореми додавання швидкостей до оптичних явищ, а отже, і неможливість застосування до них перетворень Галілея.

Наприкінці XIX ст. Г.А. Лоренц (1853-1928), який використовував модель ефіру, довів, що дослідні результати про неможливість виявлення руху відносно ефіру узгоджуються з рівняннями теорії, якщо прийняти гіпотезу про скорочення тіл, які перебувають у русі відносно ефіру, і ввести в систему, що рухається, іншу міру часу, ніж та, яку має система, що перебуває у стані спокою. Цей результат Г.А. Лоренц виразив математично (1904) у формі перетворень, які зв'язують координати і час у двох інерціальних системах. Розглянемо ці перетворення.

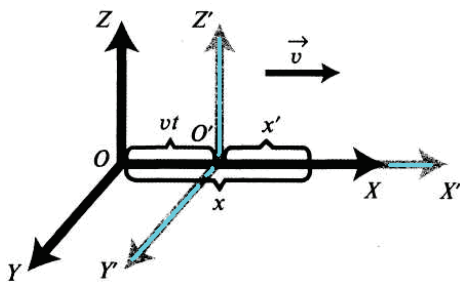


Рис. 1.1.3.4. До

перетворення Лоренца.

Візьмемо дві інерціальні системи: нерухому K ($OXYZ$) і K' ($O'X'Y'Z'$), яка рухається відносно першої зі сталою швидкістю u , а осі її паралельні до осей системи K (рис. 1.1.3.4). За цього вибору систем відліку K і K' справедливі такі співвідношення:

$$y = y', z = z'; \quad (1.1.3.10)$$

$$y' = y, z' = z. \quad (1.1.3.11)$$

Знайдемо залежність між координатами x і x' та x' і x .

Координата точки O' у системі K' буде

$$x' = 0, \quad (1.1.3.12)$$

а в системі K

$$x = ut,$$

або

$$x - ut = 0. \quad (1.1.3.13)$$

Оскільки вирази (1.1.3.12) і (1.1.3.13) дорівнюють нулю, то природно припустити, що в будь-який момент часу вони відрізнятимуться на якийсь множник α , тобто можна записати, що:

$$x' = \alpha(x - ut). \quad (1.1.3.14)$$

Координата точки O відносно системи K буде

$$x = 0, \quad (1.1.3.15)$$

а відносно системи K' :

$$x' = -ut',$$

або

$$x' + ut' = 0, \quad (1.1.3.16)$$

де t' – час у системі K' , який не дорівнює часу t у системі K .

Аналогічно можна припустити, що ліві частини рівнянь (1.1.3.15) і (1.1.3.16) у будь-який момент часу відрізняються між собою лише на множник α , тобто:

$$x = \alpha(x' - ut'). \quad (1.1.3.17)$$

Те, що множники у співвідношеннях (1.1.3.14) і (1.1.3.17) однакові, випливає з еквівалентності (рівноправності) систем K і K' .

Знайдемо значення коефіцієнта α , скориставшись першим постулатом Ейнштейна. У той момент часу, коли початки координат систем K і K' – точки O та O' збігаються ($t = t' = 0$), спрямуємо світловий сигнал у напрямку осей OX та $O'X'$. У довільний момент часу t (t') сигнали в обох системах досягнуть точок, координати яких визначатимуться рівняннями:

$$x = ct; \quad (1.1.3.18)$$

$$x' = ct'. \quad (1.1.3.19)$$

Перемножимо праві і ліві частини рівнянь (1.1.3.14) і (1.1.3.17) і підставимо в них значення x і x' відповідно з формул (1.1.3.18) і (1.1.3.19):

$$xx' = \alpha^2(x' + ut')(x - ut),$$

або

$$\alpha^2(ct' + ut')(ct - ut) = c^2 tt',$$

звідки $c^2 = \alpha^2(c^2 - u^2)$. Тоді:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.1.3.20)$$

де $\beta = \frac{v}{c}$ – швидкість системи K відносно системи K' виражена в одиницях, що дорівнюють швидкості світла.

Підставимо значення α з виразу (1.1.3.20) у формули (1.1.3.14) і (1.1.3.17), знайдемо співвідношення між координатами x і x' :

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad (1.1.3.21)$$

$$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.22)$$

Залежності (1.1.3.21) і (1.1.3.22) є формулами перетворення координат x на x' і навпаки. Знайдемо з них формули перетворення координат часу. Так, з (1.1.3.21) одержимо:

$$x'\sqrt{1-\beta^2} = x - vt,$$

звідки

$$t = \frac{x-x'\sqrt{1-\beta^2}}{v}.$$

Підставивши у цей вираз значення x з рівняння (1.1.3.22) і виконавши алгебричні перетворення, знайдемо:

$$t = \frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.23)$$

Аналогічно з рівняння (1.1.3.22) визначимо t' :

$$t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.24)$$

Об'єднавши залежності (1.1.3.10), (1.1.3.11), (1.1.3.21) – (1.1.3.24), отримаємо перетворення координат Лоренца для переходу від системи K до системи K' :

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; y' = y; z' = z; \\ t' &= \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

та для переходу від системи K' до системи K :

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; y = y'; z = z'; \\ t &= \frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (II)$$

Системи рівнянь (I) і (II) описують кінематичний зв'язок між інерціальними системами відліку K і K' . На особливу увагу заслуговує

з'ясування змісту залежностей, описаних першою та останньою з формул перетворення Лоренца. Вони наочно відображають взаємозв'язок простору і часу: перша з них пов'язує координату x або x' з часом t' (або t), друга – час t (або t' з координатою x' (або x) і швидкістю u системи K' . Час, як відомо, в класичній механіці абсолютний, спливає однаково в усіх системах відліку. З перетворень Лоренца виходить, що час є відносним. Якщо відносна швидкість руху інерціальних систем відліку u мала порівняно зі швидкістю світла у вакуумі $\frac{v^2}{c^2} \rightarrow 0$, то перетворення Лоренца переходять у перетворення Галілея. Отже, перетворення Галілея можна розглядати як окремий випадок перетворень Лоренца за малих відносних швидкостей руху систем відліку.

Деякі наслідки із спеціальної теорії відносності

Релятивістське скорочення довжини. З перетворень координат Галілея випливає, що відстань між двома точками або довжина стрижня в разі переходу від однієї інерціальної системи до іншої залишається незмінною, тобто є інваріантною.

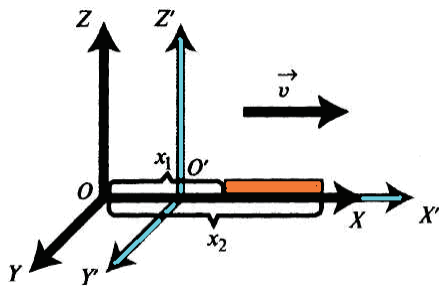


Рис. 1.1.3.5. Просторово-часові координати двох кінців жорсткого стрижня.

Знайдемо співвідношення відстаней між двома точками простору в разі переходу з однієї інерціальної системи відліку в іншу, спираючись на перетворення Лоренца (I) і (II). Розглянемо просторово-часові координати двох кінців жорсткого стрижня (рис. 1.1.3.5). Нехай у системі відліку K (нерухомій) їх числові значення відповідно дорівнюють (x_1, y_1, z_1, t_1) та (x_2, y_2, z_2, t_2) , а в системі K' (рухомій) – (x'_1, y'_1, z'_1, t'_1) і (x'_2, y'_2, z'_2, t'_2) . Довжина стрижня, розміщеного на осі OX , у системі відліку K буде $l_0 = x_2 - x_1$, а в системі відліку K' відповідно $l = x'_2 - x'_1$. Підставимо у вираз для l_0 значення x_2 і x_1 з перетворень координат Лоренца (II). Дістанемо:

$$l_0 = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1 + v(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l + v(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

У системі K' , в якій стержень рухається зі швидкістю u , вимірювати його довжину потрібно так, щоб одночасно спостерігалися обидва кінці стержня, тобто щоб виконувалась умова $t'_2 = t'_1$. З урахуванням цього останній вираз набуває вигляду:

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1.1.3.25)$$

Згідно з формулою (1.1.3.25) довжина стержня l , виміряна в системі відліку, відносно якої він рухається, виявляється меншою, ніж його довжина l_0 у системі, де він перебуває у стані спокою. Цим самим доводиться явище релятивістського скорочення довжини. Довжина об'єкта не є якоюсь абсолютною властивістю, що пов'язана із самим існуванням об'єкта, а навпаки, числове значення, яке з нею зіставляється, залежить від умов проведення вимірювання.

З перетворень Лоренца також випливає, що лінійні розміри тіл, перпендикулярні до їх швидкості u , не зазнають жодних змін:

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1; \\ z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1. \end{aligned}$$

Отже, зменшуються лише ті лінійні розміри тіл, які паралельні швидкості руху системи.

Скорочення лінійних розмірів тіл позначається на зміні їх форми. Наприклад, куб, що перебуває у стані спокою в системі K , ребра якого паралельні осі OX , для спостерігача в системі K' , матиме форму паралелепіпеда об'ємом

$$V = V_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

де V_0 – об'єм куба в системі K .

Куля, що перебуває у стані спокою в системі K , для спостерігача у системі K' , матиме форму еліпсоїда обертання. Релятивістське скорочення довжини, як і зміна об'єму тіл, не спричинює деформацію матеріалу, оскільки будь-які сили,

здатні зумовити деформацію, відсутні. Тут ідеться лише про кінематичний просторово-часовий ефект, який виникає під час проектування чотиривимірного простору на тривимірний.

Ефект скорочення тіла візуально виявити неможливо, оскільки швидкість світла є скінченною величиною. Тому час надходження світла від різних точок тіла до ока (фотоапарата) різний, що призводить до повної компенсації зміни його розмірів. Тіло не змінює видимої форми. Внаслідок цього справжня форма тіла в рухомій системі відліку відповідає видимій його формі для спостерігача який перебуває в нерухомій системі відліку.

Релятивістське сповільнення часу. З перетворень Лоренца випливає такий важливий ефект теорії відносності, як сповільнення плину часу в рухомій системі відліку.

Припустимо, що в інерціальній системі K' , тіло переміщується зі швидкістю u відносно інерціальної системи K , у точці x' знаходиться годинник (годинником може бути будь-який періодичний пристрій рівномірної дії). Нехай у цій точці відбуваються дві події в моменти часу t'_1 і t'_2 . Інтервал часу між цими подіями у системі K' дорівнює:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1;$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{x'_2 v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t'_1 + \frac{x'_1 v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t'_2 - t'_1 + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.26)$$

Враховавши, що події відбуваються у системі K' в одній точці ($x' = x'_1 = x'_2$), дістанемо:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.27)$$

З цієї залежності випливає, що Δt перевищує $\Delta t'$ в $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ разів. Отже, інтервал часу між двома подіями у системі K' для спостерігача, який знаходиться у системі K , буде меншим за інтервал часу для нього у системі K . Тому для нього годинник у рухомій системі відстає (йде повільніше). Цей ефект називають *сповільненням перебігу часу в рухомій системі відліку*.

Раніше було доведено, що не існує абсолютного руху (другий принцип Ейнштейна). Тому цілком правомірно можна вважати, що система K рухається відносно системи K' зі швидкістю u . Міркуючи аналогічно, доведемо, що

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1.1.3.28)$$

Для спостерігача, який знаходиться у системі відліку K' , годинник відстає у системі K .

Рівняння (1.1.3.27) і (1.1.3.28) не суперечать одне одному. Вони виражають аналітично один і той самий ефект спеціальної теорії відносності: годинник, який переміщується, відстає від годинника, який перебуває у відносному стані спокою. Тому питання, який з годинників відстає, насправді некоректне: відстає і той, і інший відносно годинника спостерігача, який не рухається разом з ними.

Час, виміряний за годинником, що рухається разом із системою відліку (тобто, який у цій системі перебуває в стані спокою), називають власним часом. Його часто позначають літерою τ . З виразів (1.1.3.27) і (1.1.3.28) випливає, що інтервал власного часу між двома подіями дорівнює:

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (1.1.3.29)$$

де Δt – інтервал часу між тими самими подіями, виміряний за годинником системи, відносно якої тіло (частинка) (разом зі своїм годинником) рухається зі швидкістю u . Його ще називають інтервалом лабораторного часу.

Інтервал власного часу, як випливає з виразу (1.1.3.29), менший за інтервал лабораторного. Інакше кажучи, процес здається найкороткочаснішим у разі спостереження його в тій системі відліку, де він перебуває в стані спокою.

В якій би системі відліку не розглядався рух частинки (тіла), інтервал власного часу вимірюється за годинником системи, в якій частинка перебуває у стані спокою. Звідси випливає, що інтервал власного часу є інваріантним, тобто величиною, яка має одне й те саме значення в усіх інерціальних системах відліку.

Релятивістське сповільнення часу підтверджується експериментально при спостереженні за часом життя мюонів (мю-мезонів). Елементарних частинок,

маса яких у 206 разів більша за масу електрона. Середній час життя мюона, виміряний у системі відліку, в якій він перебуває у стані спокою, становить $\Delta\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Крім мюонів, які одержують у лабораторних умовах, є також мюони, які утворюються в шарах атмосфери на висоті 20-30 км над поверхнею Землі внаслідок співударів частинок первинного космічного випромінювання з молекулами азоту та кисню. Якби навіть ці мюони рухалися в напрямку центра Землі зі швидкістю світла, то їх пробіг дорівнював би

$$l = c\Delta\tau = 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 660 \text{ (м)}.$$

Насправді їх пробіг становить від 10 до 20 км. З точки зору класичної механіки цього пояснити не можна. Релятивістське сповільнення часу дає цьому ефекту природне тлумачення. Якщо система K зв'язана з мюоном, то час життя його в цій системі $\Delta\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Оскільки швидкість руху мюона близька до швидкості світла у вакуумі c , то час життя цієї частинки, виміряний у системі відліку земного спостерігача Δt , визначатиметься за формулою (1.1.3.27), тобто перевищуватиме $\Delta\tau$, що виявиться достатнім для того, щоб мюони пройшли шлях від 10 до 20 км.

Відносність одночасності. Дві події, які відбуваються у різних точках простору, вважають одночасними, якщо послані в момент кожної події світлові промені зустрічаються на середині відрізка, що сполучає ці точки.

Припустимо, що в точках x_1 і x_2 інерціальної системи K відбуваються одночасно дві події ($t_1 = t_2$), які ми спостерігаємо з рухомої інерціальної системи відліку K' , тоді власний час визначатиметься за (1.1.3.29).

За перетвореннями Лоренца (I) моменти часу t'_1 і t'_2 , які відповідають моментам часу t_1 і t_2 , дорівнюватимуть:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{x_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{і} \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{x_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Звідси випливає, що при $x_1 \neq x_2$, і $t'_1 \neq t'_2$. Отже, в системі відліку K ці події неодноразові. Це засвідчує наявність релятивістського ефекту відносності одночасності.

Теорема додавання швидкостей. Припустимо, що відносно нерухомої системи відліку K рівномірно і прямолінійно зі швидкістю U в напрямку осі OX рухається система відліку K' . Відносно системи K' рухається тіло зі швидкістю ω . Отже, швидкість U є переносною, а швидкість ω – відносною. Згідно з класичною механікою, швидкість тіла u відносно нерухомої системи відліку K дорівнює сумі переносної і відносної швидкостей:

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{\omega}. \quad (1.1.3.30)$$

Це рівняння випливає з перетворень Галілея.

Знайдемо аналітичний вираз теореми додавання швидкостей у релятивістській механіці. Щоб знайти швидкість тіла у системі відліку K , продиференціюємо рівняння перетворень Лоренца (II):

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad dy = dy'; \quad dz = dz'; \quad (1.1.3.31)$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1.1.3.32)$$

Поділимо рівняння (1.1.3.31) на рівняння (1.1.3.32) знайшовши проекції швидкості u на координатні осі:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}; \\ u_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{dy' \sqrt{1 - \beta^2}}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}; \\ u_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{dz' \sqrt{1 - \beta^2}}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}. \end{aligned} \right\} \quad (1.1.3.33)$$

Поділимо чисельник і знаменник правих частин рівнянь (1.1.3.33) на dt' і візьмемо до уваги, що $\frac{dx'}{dt'} = \omega_x$, $\frac{dy'}{dt'} = \omega_y$, $\frac{dz'}{dt'} = \omega_z$ – проекції відносної швидкості тіла ω на осі координат $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$. Дістанемо:

$$u_x = \frac{\omega'_x + v}{1 + \frac{\omega'_x v}{c^2}}; \quad u_y = \frac{\omega'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{\omega'_x v}{c^2}}; \quad u_z = \frac{\omega'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{\omega'_x v}{c^2}}. \quad (1.1.3.34)$$

Формули (1.1.3.34) виражають теорему додавання швидкостей у проекціях на координатні осі в релятивістській механіці.

Модуль швидкості знаходять за формулою:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}.$$

Для окремого випадку, коли в системі відліку K' центр мас тіла переміщується вздовж осі $O'X'$ ($\omega'_x = \omega$, $\omega'_y = 0$, $\omega'_z = 0$), теорему додавання швидкостей можна математично записати так:

$$u = \frac{\omega + v}{1 + \frac{\omega v}{c^2}}. \quad (1.1.3.35)$$

Коли швидкості руху тіл близькі до швидкості світла, то результати додавання швидкостей значно відрізняються від тих, які впливають з класичної механіки. Для прикладу в формулу (1.1.3.35) підставимо $\omega = c$. Переконаємось, що $u = c$: швидкість у нерухомій системі дорівнює швидкості світла у вакуумі, тоді як у класичній механіці вона дорівнювала б $c + u$.

Граничний характер швидкості світла впливає з формул додавання швидкостей. Так, якщо припустити, що і переносна u , і відносна ω швидкості дорівнюють c , то швидкість у системі відліку K також дорівнюватиме c (за рівнянням 1.1.3.35).

1.2. Практикум

1.2.1. Елементи кінематики

Приклади розв'язування задач

1. Моторний човен пливе річкою з пункту A у пункт B , розміщений внизу за течією річки, і відразу повертається назад у пункт A . Відстань $AB = S = 240$ м, швидкість човна в нерухомій воді $\vec{v}_1 = 5$ м/с, швидкість течії $\vec{v}_2 = 1$ м/с.

Знайти:

- а) Повний час руху t човна від A до B і назад.
- б) Порівняти повний час руху t із часом, який було б витрачено на рух човна по озеру на таку саму відстань в прямому і зворотному напрямках.
- в) Показати в загальному випадку, що щоб пропливти по річці деяку відстань S вниз за течією і назад потрібно більше часу, ніж подолати таку саму відстань по озеру в прямому і зворотному напрямках.
- а) Швидкість моторного човна відносно берега вниз за течією дорівнює сумі швидкості човна в нерухомій воді і швидкості течії: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$, на зворотному шляху – різниці вказаних швидкостей: $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$. Отже, подорож туди і назад на відстань S по річці триває час

$$t_1 = \frac{S}{\vec{v}_1 + \vec{v}_2} + \frac{S}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}. \quad (1.2.1.1.1)$$

Підставляючи числові значення в формулу (1.2.1.1.1), обчислимо повний час руху човна вниз за течією річки та вгору проти течії:

$$t_1 = \frac{240 \text{ м}}{\frac{5 \text{ м}}{\text{с}} + 1 \text{ м/с}} + \frac{240 \text{ м}}{\frac{5 \text{ м}}{\text{с}} - 1 \text{ м/с}} = 100 \text{ с.}$$

- б) Якщо човен пливе по озеру із сталою швидкістю $\vec{v}_1$ проходить відстань S в один бік і повертається назад, проходячи ту саму відстань у зворотному напрямі, повний час руху

$$t_2 = \frac{2S}{\vec{v}_2} = \frac{2 \cdot 240 \text{ м}}{5 \text{ м/с}} = 96 \text{ с.} \quad (1.2.1.1.2)$$

Отже, $t_2 - t_1 = 100 - 96 = 4$ (с), тобто, поїздка річкою триває на 4 с довше.

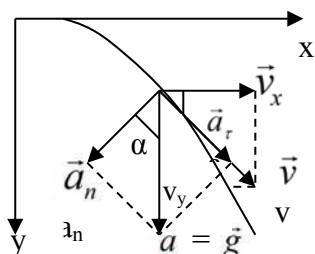
с) Знайдемо вираз для різниці часів $t_1 - t_2$ у загальному вигляді.

З рівнянь (1.2.1.1.1) і (1.2.1.1.2) маємо

$$t_1 - t_2 = \frac{S}{\vec{v}_1 + \vec{v}_2} + \frac{S}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2} - \frac{2S}{\vec{v}_2} = \frac{S}{\vec{v}_2} \frac{\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2}{\vec{v}_1^2 - \vec{v}_2^2}. \quad (1.2.1.1.3)$$

Щоб човен зміг рухатися по річці проти течії, його «власна» швидкість має бути більшою, ніж швидкість течії, $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$. Тому вираз у знаменнику формули (1.2.1.1.3) більший від нуля: $\vec{v}_1^2 - \vec{v}_2^2 > 0$, отже, і весь вираз (1.2.1.1.3) більший від нуля, тобто $t_1 - t_2 > 0$ або $t_1 > t_2$. Подорож по річці вниз за течією і назад триває довше, ніж подорож по озеру на таку саму відстань у прямому і зворотному напрямі.

2. Камінь кинутий горизонтально з швидкістю $\vec{v}_x = 15$ м/с. Знайти нормальне та тангенціальне прискорення каменя через 1 с після початку руху. Опір повітря не враховувати.



Враховуючи, що горизонтальна складова прискорення рівна нулю, тому повне прискорення каменя весь час напрямлено вертикально вниз і дорівнює прискоренню вільного падіння, тобто:

$$\vec{a} = \vec{g} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.2.1.2.1)$$

Рис. 1.2.1.1.

З рисунка 1.2.1.1 видно, що $\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{a} = \frac{a_n}{g}$ і

$$\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{a_\tau}{g}. \text{ Звідси слідує } \vec{a}_\tau = \frac{g v_y}{v} = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_x^2 + g^2 t^2}}; \quad \vec{a}_n = \frac{g v_x}{v} = \frac{g v_x}{\sqrt{v_x^2 + g^2 t^2}}.$$

Підставивши числове значення у вирази для обрахунку нормального та тангенціального прискорення отримаємо значення

$$\vec{a}_\tau = 5,37 \text{ м/с}^2; \quad \vec{a}_n = 8,21 \text{ м/с}^2.$$

3. Камінь кинутий з висоти 2,1 м під кутом 45° до горизонту і падає на землю на відстані 42 м (по горизонталі) від міста кидання. Знайти початкову швидкість каменя, час польоту і максимальну висоту підйому над рівнем землі.

Визначити також радіус кривизни траєкторії в верхній точці і в точці падіння на землю.

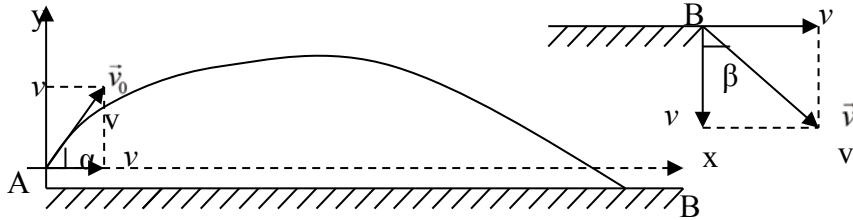


Рис. 1.2.1.2.

Рух каменя, яке відбувається по параболі, можна розглядати як суму двох незалежних рухів: рівномірний рух по горизонталі

(по осі x) і рівнозмінний по вертикалі (по осі y). Початок відліку зручно вибирати в точці падіння.

Вісь y направимо вертикально вгору (рис. 1.2.1.2). Для руху каменя по осі x маємо:

$$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{const};$$

$$x = x_0 \cos \alpha t.$$

Відповідно

$$S = \vec{v}_0 \cos \alpha t. \quad (1.2.1.3.1)$$

Для руху по осі y :

$$v_y = v_0 \sin \alpha - \vec{g}t; \quad (1.2.1.3.2)$$

$$y = y_0 \sin \alpha t - \frac{\vec{g}t^2}{2}. \quad (1.2.1.3.3)$$

При $t = \tau$, $y = -h$, тому:

$$-h = \vec{v}_0 \sin \alpha t - \frac{\vec{g}t^2}{2}; \quad (1.2.1.3.4)$$

$$v_y = \vec{v}_0 \sin \alpha - \vec{g}\tau. \quad (1.2.1.3.5)$$

Одночасно рішення рівняння (1.2.1.3.1) і (1.2.1.3.4) знаходимо значення

$$\tau = \sqrt{\frac{2(h + S \tan \alpha)}{g}} = 3 \text{ с}; \quad \vec{v}_0 = \frac{S}{\tau \cos \alpha} = 20 \text{ м/с}.$$

Висоту (найбільшого) підйому каменя над землею можна знайти з умови $H = h + y_{\max}$. При $y = y_{\max}$ маємо $v_x = 0$, $t = t_1$.

Підставив в рівняння (1.2.1.3.2) v_y , знаходимо час підйому t_1 :

$$t_l = \frac{(v_0 \sin \alpha)}{\vec{g}}.$$

Підставляючи також t_l в рівняння (1.2.1.3.4) отримаємо:

$$y_{max} = \frac{(\vec{v}_0^2 \sin^2 \alpha)}{2\vec{g}};$$

$$H = h + \frac{(\vec{v}_0^2 \sin^2 \alpha)}{2\vec{g}} = 12 \text{ м.}$$

Визначимо тепер напрямки векторів повного прискорення і швидкості і величини нормального і тангенціального прискорень в точках траєкторій вказаних в умові задачі. В верхній точці траєкторії $v_y = 0$, $v_x = v$, відповідно вектори прискорення і швидкості взаємно перпендикулярні. Це значить, що $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = \vec{g}$. Знаючи нормальне прискорення і швидкість. Знайдемо радіус кривизни траєкторії в розглядуваній точці по формулі:

$$r = \frac{\vec{v}^2}{\vec{a}_n} = \frac{\vec{v}_0^2 \sin^2 \alpha}{\vec{g}} = 20,39 \text{ м.}$$

В кінцевій точці траєкторії синус кута β між векторами швидкості і прискорення може бути виражений наступним чином:

$$\sin \beta = \frac{v_x}{v_y}.$$

Розклавши вектор повного прискорення $\vec{a}$ на тангенціальне і нормальне, отримаємо:

$$\vec{a}_\tau = \vec{g} \cos \beta; \vec{a}_n = \vec{g} \sin \beta.$$

Радіус траєкторії в цій точці також знаходиться з співвідношення:

$$r = \frac{\vec{v}^2}{\vec{a}_n} = \frac{\vec{v}^2}{v_x \vec{g}}.$$

Швидкість $\vec{v}$ в точці падіння на землю визначається за формулою:

$$\vec{v} = \sqrt{\vec{v}_0^2 \cos^2 \alpha + (\vec{v}_0 \sin \alpha - \vec{g}t)^2} \approx 21 \text{ м/с.}$$

Тоді радіус кривизни траєкторії в цій точці $r = \frac{\vec{v}^2}{v_x \vec{g}} = 63 \text{ м.}$

4. Під яким кутом до течії має пливати катер, щоб переправитися на протилежний берег річки за найкоротший час? Який шлях він пройде, якщо швидкість течії річки 1 м/с, швидкість катера відносно води 5 м/с, ширина річки 150 м. Береги річки вважати паралельними.

Вибираємо за систему відліку берег, пов'язуючи початок координат з відправною точкою руху катера 0. Вісь Ox спрямуємо за течією річки, вісь Oy – перпендикулярно в бік протилежного берега (рис. 1.2.1.3). Кут α між вектором швидкості катера відносно води $\vec{v}_2$ і віссю Ox виберемо довільно. Швидкість катера відносно берега: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

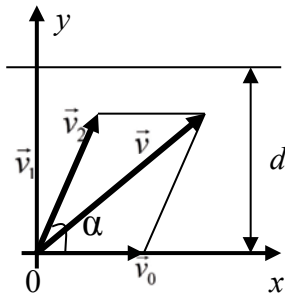


Рис. 1.2.1.3.

Рух катера рівномірний прямолінійний, тому векторне рівняння має вигляд: $\vec{S} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)t$.

Рівняння руху в проекціях на координатні вісі матиме вигляд:

$$S_x(t) = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 \cos \alpha)t; \quad (1.2.1.4.1)$$

$$S_y(t) = (\vec{v}_2 \sin \alpha)t. \quad (1.2.1.4.2)$$

З рівняння (1.2.1.4.2) визначаємо час руху катера до протилежного берега t_k . Оскільки $S_y(t_k) = d$, то знаходимо

$$t_k = \frac{d}{\vec{v}_2 \sin \alpha}.$$

Як видно, час t_k буде мінімальним, якщо $\sin \alpha = 1$.

Тому $\alpha = 90^\circ$, а $t_{kmin} = \frac{d}{\vec{v}_2}$.

Шлях l визначають модулем вектора переміщення за час t_{kmin} :

$$l = \sqrt{S_x^2 + S_y^2},$$

де згідно з рівняннями (1.2.1.4.1) і (1.2.1.4.2), маємо, а $S_y = d$.

$$\text{Тоді } l = \sqrt{\frac{\vec{v}_1^2}{\vec{v}_2^2} + d^2} = d \sqrt{\frac{\vec{v}_1^2}{\vec{v}_2^2} + 1}.$$

Виконуємо обчислення: $l = 150 \frac{\sqrt{1^2 + 5^2}}{5} = 30\sqrt{26} \approx 153$ (м).

5. Рух автомобіля по шосе описується рівнянням $x = 3t - 4t^2$. Побудувати графік залежності швидкості і прискорення від часу.

Рівняння рівнозмінного прямолінійного руху має вигляд:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.2.1.5.1)$$

Порівнявши рівняння (1.2.1.5.1) з рівнянням руху автомобіля, можна зрозуміти, що $x_0 = 0$, $v_{0x} = 3$ м/с, $\frac{a_x}{2} = -4$ м/с², $a_x = -8$ м/с².

Маючи ці дані, можна знайти вираз для швидкості руху автомобіля і згідно з ним побудувати графік залежності:

$$v = f(t) = 3 - 8t.$$

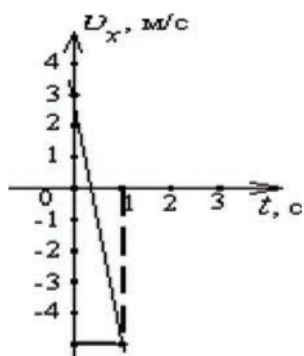


Рис. 1.2.1.4.

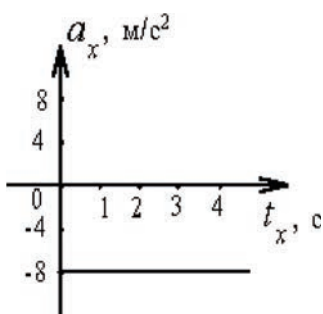


Рис. 1.2.1.5.

Оскільки залежність швидкості від часу лінійна, то для побудови графіка достатньо знайти значення швидкості руху автомобіля для двох довільних моментів часу: $t_1 = 0$ с, $v_1 = 3$ м/с, $t_2 = 1$ с, $v_2 = -5$ м/с

(рис.1.2.1.4).

Оскільки рух рівносповільнений ($a_x < 0$), то графік залежності прискорення від часу матиме вигляд, як показано на рис.1.2.1.5.

Задачі для самостійного розв'язування

1. (н). Під час прямолінійного руху перфоратора по площині пластини через рівні проміжки часу в ній робляться отвори. На яких смугах зображений (рис.1.2.1.6):

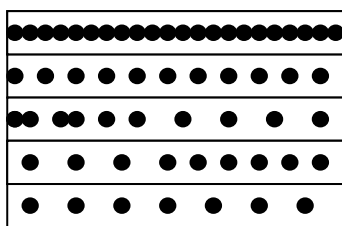


Рис. 1.2.1.6.

- рівномірний рух;
- рівномірний рух з найбільшою швидкістю?

2. (н). Два водолази, оглядаючи протилежні борти корабля, здійснили однакові переміщення. Чи можна стверджувати, що й шляхи, пройдені ними, теж однакові?

3. (н). Середня швидкість вітру 20 м/с. Скільки кілометрів фронт повітря пролітає за добу?

4. (н). Швидкість руху променя по екрану кінескопа 29 км/с. За який час промінь проходить один рядок довжиною 46 см?
5. (н). Яку швидкість змінного руху показує спідометр автомобіля – середню чи миттєву?
6. (н). За 5с до фінішу швидкість велосипедиста становила 27 м/с, а на фініші – 32 м/с. Знайти прискорення велосипедиста.
7. (н). По схилу завдовжки 100 м лижник спустився за 20 с, рухаючись з прискоренням $0,3 \text{ м/с}^2$. Яку швидкість мав лижник на початку і в кінці спуску?
8. (н). Кутова швидкість обертання лопатей вентилятора дорівнює 20π рад/с. Скільки обертів зробить вентилятор за 30 с?
9. (н). Гусінь повзе по яблуку радіусом 3 см із швидкістю 2 см/с. Знайти її доцентрове прискорення.
10. (н). З яким прискоренням відривається ґрунт від лемеша плуга, якщо швидкість відриву 3,6 км/год, а радіус лемеша 0,5 м?
11. (о). Ластівка летить строго на північ з швидкістю 17,5 м/с. Як зміняться її координати відносно спостерігача через 20 хв, якщо під час польоту дме східний вітер з швидкістю 4 м/с? Яка швидкість ластівки відносно землі?
12. (о). Моторний човен проходить відстань між двома пунктами за течією річки за 3 год, а пліт – за 12 год. Скільки часу затратить моторний човен, повертаючись з кінцевого в початковий пункт?
13. (о). Знайти мінімальну швидкість, з якою спортсмен повинен переплисти річку шириною 40 м так, щоб течія знесла його не більше, ніж на 30м. Який напрям матиме вектор швидкості відносно берега? Швидкість течії 2 м/с.
14. (о). Тіло вільно падає з висоти 490 м. Визначити переміщення тіла за останню секунду падіння.
15. (о). Човен рухається перпендикулярно до берега з швидкістю 7,2 км/год. Течія відносить його на відстань 150 м вниз по річці. Знайти швидкість течії річки і час затрачений на переправу через річку. Ширина річки 0,5 км.

16. (о). Тіло падає з висоти 19,6 м з початковою швидкістю рівною 0. Який шлях пройде тіло за першу і останню 0,1 с свого руху?

17. (о). Колесо парової турбіни обертається з частотою 3600 об/хв. Який шлях пройде за 1 с точка лопаті турбіни, якщо її доцентрове прискорення $1,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2$?

18. (о). Поїзд рухається з початковою швидкістю 36 км/год. Якщо вимкнути струм, то потяг, рухаючись рівно сповільнено, зупиняється через 20 с. Яке прискорення потяга? На якій відстані до зупинки потрібно вимкнути струм?

19. (о). Поїзд рухається рівно сповільнено на протязі 1 хвилини зменшує свою швидкість від 40 км/год до 28 км/год. Знайти прискорення потяга і відстань пройдену ним за час гальмування.

20. (о). Поїзд рухається рівно сповільнено, маючи початкову швидкість 54 км/год і прискорення $-0,5 \text{ м/с}^2$. Через який час і на якій відстані від початку гальмування потяг зупиниться?

21. (в). Два поїзди ідуть назустріч один одному по паралельних вітках з швидкостями 36 км/год і 54 км/год. Довжина поїздів 125 м і 150 м. Визначити час, на протязі якого поїзди проходять один відносно одного.

22. (в). Тіло, яке рухається з визначеного моменту часу рівно сповільнено, проходить за 8 с 180 м і після цього має ще швидкість 5 м/с. Визначити початкову швидкість і прискорення тіла.

23. (в). Камінь кинутий горизонтально з швидкістю $\vec{v}_x = 15 \text{ м/с}$. Знайти нормальне та тангенціальне прискорення каменя через 1 с після початку руху.

24. (в). Матеріальна точка рухається прямолінійно. Рівняння руху $S = 2 + 3t + 0,01t^3$. Чому дорівнюють модулі швидкості і прискорення точки в момент часу $t = 0$, $t_1 = 10 \text{ с}$? Визначте середнє значення модулів швидкості і прискорення за перші 10 с руху.

25. (в). Точка рухається по колу радіусом 4м. Закон її руху виражається рівнянням $S = A + Bt^2$, де $A = 8 \text{ м}$, $B = -2 \text{ м/с}^2$. Визначити момент часу коли

нормальне прискорення точки дорівнює 9 м/с^2 . Знайти швидкість, тангенціальне і повне прискорення точки в той же момент часу.

26. (в). З башти висотою 25 м горизонтально кинутий камінь з швидкістю $\vec{v}_x = 15 \text{ м/с}$. Який час камінь буде в русі? На якій відстані від основи башти він впаде на землю? З якою швидкістю він впаде на землю? Який кут складе траєкторія каменя з горизонтом в точці його падіння на землю?

27. (в). Камінь, кинутий горизонтально, через $0,5 \text{ с}$ після початку руху мав швидкість $\vec{v}$ в $1,5$ разів більшу швидкості $\vec{v}_x$ в момент кидання. З якою швидкістю $\vec{v}_x$ кинутий камінь?

28. (в). Лижник відривається від трампліна в горизонтальному напрямі із швидкістю 15 м/с . Знайти доцентрове і дотичне прискорення лижника через 1 с після відриву.

29. (в). Камінь кинутий горизонтально з швидкістю $\vec{v}_x = 10 \text{ м/с}$. Знайти радіус кривизни траєкторії каменя через 3 с після початку руху.

30. (в). Тіло кинуто з швидкістю $\vec{v}_0 = 14,7 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Знайти нормальне і тангенціальне прискорення тіла через $1,25 \text{ с}$ після початку руху.

1.2.2. Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла

Приклади розв'язування задач

1. Автомобіль масою 1 т , зрушивши з місця, досягає швидкості 30 м/с через 20 с . Знайти силу тяги, якщо коефіцієнт тертя дорівнює $0,05$.

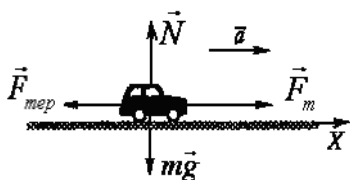


Рис. 1.2.2.1.

На рис. 1.2.2.1 зображено сили, що діють на тіло: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$, сила тяги $\vec{F}_T$ і сила тертя $\vec{F}_{тер}$.

За другим законом Ньютона:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_{тер} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

В проекціях на вісь x : $F_m - F_{тер} = ma$, звідки:

$$F_m = F_{\text{тер}} + ma. \quad (1.2.2.1.1)$$

За визначенням сила тертя ковзання на горизонтальній площині:

$$\vec{F}_{\text{тер}} = \mu \vec{N} = \mu t \vec{g}. \quad (1.2.2.1.2)$$

У формулі прискорення $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ початкова швидкість дорівнює нулю, тому:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}. \quad (1.2.2.1.3)$$

Підставивши у формулу (1.2.2.1.1) вирази (1.2.2.1.2) і (1.2.2.1.3), маємо:

$$\vec{F}_T = \mu t \vec{g} + \frac{m\vec{v}}{t} = m(\mu \vec{g} + \frac{\vec{v}}{t}).$$

Підставляємо числові значення:

$$\vec{F}_m = 1000 \text{ кг} \left(0,05 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 - \frac{30 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} \right) = 2 \text{ кН}.$$

2. Визначити вагу людини, що знаходиться у ліфті, у двох випадках:

а) ліфт опускається зі швидкістю, яка зменшується; б) ліфт опускається зі швидкістю, яка збільшується. Маса людини 75 кг, модуль прискорення в обох випадках дорівнює 1 м/с^2 .

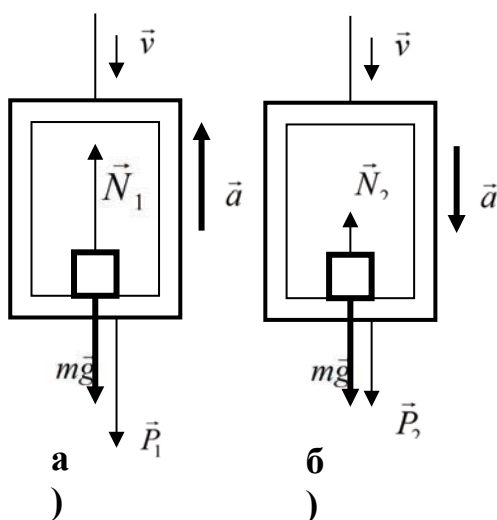


Рис. 1.2.2.2.

В обох випадках вага людини $m = 75 \text{ кг}$; дорівнює силі, з якою вона тисне на підлогу ліфта (за означенням). За третім законом Ньютона на людину з боку підлоги діє сила нормальної реакції: опори $\vec{N}$, причому $\vec{N} = -\vec{P}$ або $\vec{N} = \vec{P}$.

У кожному випадку на людину діє сила тяжіння і сила реакції опори, тому основне рівняння динаміки однакове для всіх випадків руху людини разом з ліфтом:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}. \quad (1.2.2.2.1)$$

У проекціях на координатну вісь X , напрямлену вгору, рівняння (1.2.2.2.1) має вигляд:

$$N - mg = ma_x. \quad (1.2.2.2.2)$$

У першому випадку, коли ліфт рухається вниз зі швидкістю, яка зменшується, вектор $\vec{a}$ напрямлений вгору і його проекція на координатну вісь додатна: $a_x = a$. Тоді рівняння (1.2.2.2) набуває вигляду $N_1 - mg = ma_i$, звідки $N_1 = m(g + a)$.

Вага за модулем дорівнює силі реакції опори, отже:

$$\vec{P}_1 = \vec{N}_1 = m(\vec{g} + \vec{a}). \quad (1.2.2.3)$$

У другому випадку, коли ліфт рухається вниз зі швидкістю, яка збільшується, прискорення напрямлене вниз і його проекція на координатну вісь від'ємна: $a_x = -a$. Тоді рівняння (1.2.2.2) приймає вигляду: $N_2 - mg = -ma$, звідки:

$$\vec{P}_2 = \vec{N}_2 = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (1.2.2.4)$$

Підставляючи числові значення в рівняння (1.2.2.3) і (1.2.2.4), одержуємо:

$$\vec{P}_1 = 75(9,8 + 1) = 810 \text{ (Н)};$$

$$\vec{P}_2 = 75(9,8 - 1) = 660 \text{ (Н)}.$$

Зауважимо, що вага тіла не залежить від напрямку руху ліфта, а лише від напрямку прискорення $\vec{a}$. Під час рівномірного піднімання або опускання ліфта вага людини однакова і дорівнює

$$\vec{P} = m\vec{g} = 735 \text{ Н}.$$

3. Кулька масою 100г вільно упала на горизонтальну плиту, маючи у момент удару швидкість 10м/с. Знайти зміну імпульсу при абсолютно пружному і абсолютно не пружному ударах.

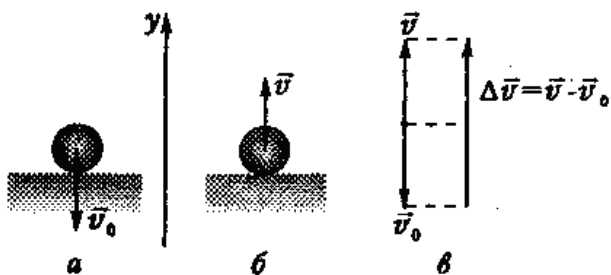


Рис. 1.2.2.3.

На рис. 1.2.2.3.а показано кульку, яка падає на плиту із швидкістю $\vec{v}_0$ напрямленою вниз. У випадку абсолютно пружного удару кулька після зіткнення з плитою рухатиметься з такою самою за модулем швидкістю v , але у

протилежному напрямі (вгору, рис. 1.2.2.3.б)

За означенням, зміна імпульсу:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0),$$

де $\vec{p}_0, \vec{p}$ - початковий і кінцевий імпульси кульки, відповідно.

Зміна імпульсу кульки у проекціях на вісь y , напрямлену вгору:

$$\Delta p = m(v_y - v_{0y}).$$

З рис.1.2.2.3.в бачимо, що $v_y = v$, $v_{0y} = -v_0$, де v і v_0 - модулі імпульсів після і до удару з плитою, відповідно. Отже, зміна імпульсу:

$$\Delta p = m(v - (-v_0)) = m(v + v_0). \quad (1.2.2.3.1)$$

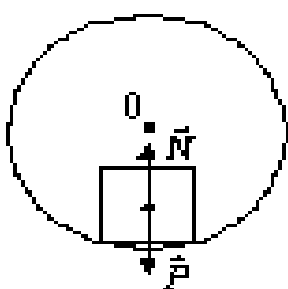
У випадку абсолютно пружного удару модулі швидкості кульки до і після удару рівні між собою, $v = v_0$, і формула (1.2.2.3.1) набуває вигляду:

$$\Delta p = 2mv_0 = 2 \cdot 0,1 \cdot 10 = 2 \text{ (кгж/с)}.$$

Для абсолютно непружного удару ситуація спрощується: після удару кулька нерухома, $v = 0$. Тоді у відповідності до (1.2.2.3.1) зміна імпульсу

$$\Delta p = mv_0 = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ (кгж/с)}.$$

4. Пілот тисне на сидіння крісла літака в нижній точці петлі Несторова із силою 7056 Н. Маса пілота 80 кг, радіус петлі 250 м. Визначити швидкість літака.



Пілот діє на сидіння крісла із силою ваги $\vec{P}$, яка зрівноважується силою реакції опори $\vec{N}$ (рис.1.2.2.4) Оскільки в нижній точці обидві сили напрямлені по одній прямій у протилежні боки, то їх рівнодійна:

$$\vec{F} = \vec{N} - \vec{P}.$$

Рис. 1.2.2.4.

Застосуємо другий закон Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$, де $\vec{a} = \frac{\vec{v}^2}{r}$, m

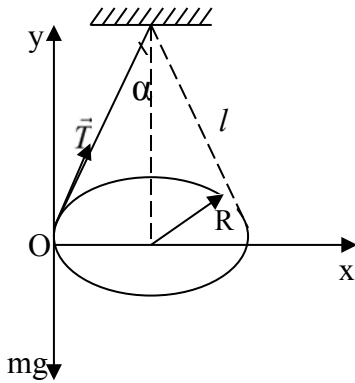
— маса пілота.

Тоді: $\vec{N} - \vec{P} = m \frac{\vec{v}^2}{r}$, звідки $\vec{v} = \sqrt{\frac{(\vec{N} - \vec{P})r}{m}}$.

За третім законом Ньютона $N = F_{\text{тис}}$, тоді:

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{(7056-784) \cdot 250}{80}} = 140 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

5. Невеличка кулька обертається в горизонтальній площині на нитці завдовжки 6 м з частотою 15 об/хв. Який кут утворює нитка з вертикаллю?



На тіло, що обертається, діє сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки $\vec{T}$ (рис.1.2.2.5).

Другий закон Ньютона матиме вигляд:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}. \quad (1.2.2.5.1)$$

Оскільки рух відбувається по колу, то:

$$a = a_d = \omega^2 R.$$

Виберемо довільно напрям осей. Спроектуємо рівняння (1.2.2.5.1) на цю систему координат і отримаємо:

Рис. 1.2.2.5.

$$\begin{aligned} O_x: \quad ma_d &= T \sin \alpha; \\ O_y: \quad 0 &= T \cos \alpha - mg. \end{aligned} \quad (1.2.2.5.2)$$

Виключивши із системи (1.2.2.5.2) величину T і підставивши вираз для a_d , одержимо: $\omega^2 R = g \tan \alpha$.

Використаємо надалі допоміжні співвідношення між величинами: ω і n : $\omega = 2\pi n$; R і α : $R = l \sin \alpha$.

Отримаємо:

$$\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l},$$

$$\text{звідки } \alpha = \arccos \frac{g}{4\pi^2 n^2 l}; \quad \alpha \approx \arccos \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 16 \text{ об}^2 / \text{с}^2}{4 \cdot 9,87 \cdot 6 \text{ м}} \approx 49^\circ.$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. (н). Сортують зерна за масою і очищають їх від домішок на сільськогосподарській машині-сортувальці ОВП-29У. У струмені повітря від вентилятора зерна й домішки відлітають на різні відстані. Поясніть чому?

2. (н). Вантажний автомобіль «ЗІЛ-130» масою 5 т рухається з прискоренням 2 м/с^2 . Визначити силу тяги двигуна, нехтуючи силами опору.

3. (н). Автомобіль масою 1200 кг буксирує причіп масою 300 кг по рівній дорозі. Автомобіль має прикладену силу тяги в 6000 Н. Сила тертя, яка діє на автомобіль і причіп, дорівнює 400 Н. Визначте прискорення системи (автомобіль + причіп).

4. (н). Трактор «Т-150», маючи на гаку силу тяги в 15 кН, надає причепові прискорення $0,5 \text{ м/с}^2$. Якого прискорення надасть такому ж причепові трактор «К-700», що розвиває тягове зусилля 60 кН?

5. (н). З якою метою поршневі двигуни комплектуються важкими маховиками?

6. (н). Маса орбітальної станції «Салют» – 18,9 т, маса космонавта в скафандрі – 150 кг. Яка сила гравітаційної взаємодії між станцією і космонавтом на відстані 100 м?

7. (н). Коефіцієнт жорсткості ресори автомобіля 6000 Н/м. Яку силу слід прикласти до ресори, щоб її деформація була 6 см?

8. (н). Крупинка граду масою 0,8 г, падаючи, пробиває буряковий лист. Внаслідок цього її швидкість зменшується з 15 м/с до 5 м/с. Знайти зміну імпульсу градинки.

9. (н). Поливна машина з заповненою водою цистерною на 3 м^3 їде до місця поливу. Як зміниться імпульс машини після поливу, якщо швидкість руху була однаковою в усіх випадках і становила 10 м/с?

10. (н). Скільки часу необхідно затратити для того, щоб підйомним пристроєм, потужність якого 920 Вт, підняти рояль масою 350 кг у вікно 6-го поверху, яке розміщене на висоті 16 м над тротуаром?

11. (о). Автомобіль масою 1020 кг, рухаючись рівно сповільнено зупиняється через 5 с пройшовши шлях 25 м. Знайти початкову швидкість автомобіля і силу гальмування.

12. (о). Поїзд масою 500 т, рухаючись рівно сповільнено на протязі 1 хвилини зменшує свою швидкість від 40 км/год до 28 км/год. Знайти силу гальмування.

13. (о). Під дією сили 10 Н тіло рухається прямолінійно так, що залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням $S = A - Bt + Ct^2$, де $C = 1 \text{ м/с}^2$. Знайти масу тіла.
14. (о). З рушниці масою $m_1 = 5 \text{ кг}$ вилітає куля масою $m_2 = 5 \text{ г}$ з швидкістю $\vec{v}_2 = 600 \text{ м/с}$. Знайти швидкість $\vec{v}_1$ віддачі з рушниці.
15. (о). Граната, яка летить з швидкістю $\vec{v} = 10 \text{ м/с}$, розірвалася на два шматки. Більший шматок, маса якого складає 0,6 маси всієї гранати, продовжує рухатися в попередньому напрямку, але з більшою швидкістю $v_1 = 25 \text{ м/с}$. Знайти швидкість v_2 меншого шматка.
16. (о). З якою швидкістю рухався вагон масою 20 т, якщо при ударі об стінку кожний буфер стиснувся на 10 см? Жорсткість пружини кожного буфера 1 МН/м.
17. (о). Знайти видовження буксирного троса з коефіцієнтом жорсткості 100 кН/м при буксируванні автомобіля масою 2 т з прискоренням $0,5 \text{ м/с}^2$.
18. (о). Визначити вагу людини масою 80 кг в ліфті, якщо під час руху вгору зі сталим прискоренням за 2 с швидкість ліфта змінилася з $\vec{v}_0 = 5,4 \text{ м/с}$ до $\vec{v}_t = 1 \text{ м/с}$.
19. (о). Вантаж масою 100 кг піднімають вертикально вгору зі сталим прискоренням $0,5 \text{ м/с}^2$ на пружині із жорсткістю 100 Н/м. Яка величина видовження пружини під час цього піднімання?
20. (о). Знайти силу гравітаційної взаємодії між двома протонами, які знаходяться на відстані 10^{-10} м один від одного.
21. (в). Потік води перерізом 6 см^2 вдаряється об стінку під кутом $\alpha = 60^\circ$ до нормалі і пружно відскакує від неї без втрат швидкості. Знайти силу, яка діє на стінку, якщо відомо, що швидкість течії води в потоці 12 м/с.
22. (в). Куля на нитці підвішена до стелі трамвайного вагону. Вагон гальмує, і його швидкість за 3 с рівномірно зменшується з 18 км/год до 6 км/год. На який кут α відхилиться при цьому нитка з кулькою?

23. (в). Тіло ковзає по похилій площині, яка складає з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши шлях 36,4 см, тіло набуває швидкості 2 м/с. Знайти коефіцієнт тертя тіла об площину.

24. (в). Дві гирі з масами 2 кг та 1 кг з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення, з яким рухаються гирі і силу натягу нитки. Тертям в блоці знехтувати.

25. (в). Яку масу бензину витрачає двигун автомобіля на шляху 100 км, якщо при потужності двигуна 11 кВт швидкість його руху 30 км/год? Коефіцієнт корисної дії двигуна 0,22.

26. (в). З башти висотою 25 м горизонтально кинутий камінь з швидкістю $\vec{v}_0 = 15$ м/с. Знайти кінетичну і потенціальну енергії каменя через 1 с після початку руху. Маса каменя 0,2 кг.

27. (в). Тіло масою 10 г рухається по колу радіусом 6,4 см. Знайти тангенціальне прискорення тіла, якщо відомо, що до кінця другого обороту після початку руху його кінетична енергія 0,8 мДж.

28. (в). Автомобіль масою 2 т рухається вгору з нахилом 4 м на кожні 100 м шляху. Коефіцієнт тертя 0,08. Знайти роботу, яку виконує двигун автомобіля на шляху 3 км, і потужність, яку розвиває двигун, якщо відомо що шлях 3 км був пройдений за 4 хв.

29. (в). Два тіла рухаються назустріч один одному і не пружно вдаряються. Швидкості тіл до удару були $\vec{v}_1 = 2$ м/с і $\vec{v}_2 = 4$ м/с. Загальна швидкість тіл після удару $v = 1$ м/с і по напрямку співпадають з напрямом швидкості $\vec{v}_1$. В скільки раз кінетична енергія першого тіла була більша кінетичної енергії другого тіла?

30. (в). Гирька масою 50 г, прив'язана до нитки довжиною 25 см, описує в горизонтальній площині коло. Частота обертання гирьки 2 об/с. Знайти силу натягу нитки.

1.2.3. Обертальний рух твердих тіл

Приклади розв'язування задач

1. Маховик у вигляді суцільного диска радіусом 0,2 м і масою 50 кг розкручений до частоти $n_1 = 480 \text{ хв}^{-1}$. Під дією сили тертя маховик зупинився через 50 с. Знайти момент сил тертя.

Для рішення цієї задачі необхідно користуватися основним рівнянням динаміки обертального руху в вигляді

$$dL_z = M_z dt, \quad (1.2.3.1.1)$$

де dL_z – зміна моменту імпульсу маховика, яке обертається відносно осі Z , яка співпадає з геометричною віссю маховика, за інтервал часу dt ; M_z – момент зовнішніх сил (даному випадку сил тертя), які діють на маховик відносно тієї ж осі.

Момент сил тертя можна рахувати незмінним з проміжком часу ($M_z = \text{const}$), тому проінтегрувавши рівняння (1.2.3.1.1) приходимо до виразу:

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \quad (1.2.3.1.2)$$

При обертанні твердого тіла відносно нерухомої осі зміна моменту імпульсу:

$$\Delta L_z = J_z \Delta \omega, \quad (1.2.3.1.3)$$

де J_z – момент інерції маховика відносно осі Z ; $\Delta \omega$ – зміна кутової швидкості маховика.

Прирівнюючи праві частини рівнянь (1.2.3.1.2) і (1.2.3.1.3) отримаємо $M_z \Delta t = J_z \Delta \omega$, звідки:

$$M_z = \frac{J_z \Delta \omega}{\Delta t}. \quad (1.2.3.1.4)$$

Момент інерції маховика в вигляді суцільного диска визначається по формулі: $J_z = 1/2 mR^2$

Зміну кутової швидкості $\Delta \vec{\omega} = \vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1$ виразимо через кінцеву n_2 і початкову n_1 частоти обертання, використовуючи співвідношення $\vec{\omega} = 2\pi n$:

$$\Delta \vec{\omega} = \vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1)$$

Підставивши в формулу (1.2.3.1.4) вирази J_Z і $\Delta\vec{\omega}$, отримаємо:

$$M_Z = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}. \quad (1.2.3.1.5)$$

Підставивши значення в (1.2.3.1.5) і врахувавши, що $n_1 = 480 \text{ хв}^{-1} = 480/60 \text{ с}^{-1} = 8 \text{ с}^{-1}$ остаточно отримуємо:

$$M_Z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} = -1 \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

2. Маховик у вигляді суцільного диска масою 80 кг і радіусом 50 см почав обертатися рівноприскорено під дією обертового моменту $M = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Визначити кутове прискорення, кінетичну енергію, яку набув маховик за час 10 с від початку обертання.

Згідно основного рівняння динаміки обертового руху:

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}. \quad (1.2.3.2.1)$$

З формули (1.2.3.2.1) знаходимо кутове прискорення:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}. \quad (1.2.3.2.2)$$

Відомо, що момент інерції диска визначається формулою:

$$J = \frac{1}{2} m R^2. \quad (1.2.3.2.3)$$

Підставивши вираз для J з (1.2.3.2.3) в (1.2.3.2.2), отримаємо:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{2M}{mR^2}. \quad (1.2.3.2.4)$$

Підклавши значення отримаємо :

$$\vec{\varepsilon} = \frac{2 \cdot 20}{80 \cdot 0,5^2} = 2 \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

Кінетична енергія обертаючого тіла визначається формулою:

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (1.2.3.2.5)$$

При рівноприскореному обертанні кутова швидкість зв'язана з кутовим прискоренням співвідношенням:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{\omega}_t - \vec{\omega}_0}{t}. \quad (1.2.3.2.6)$$

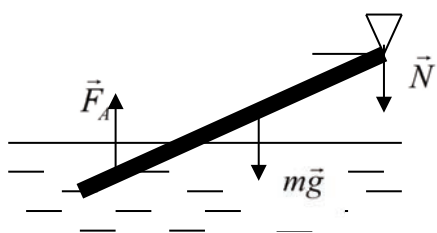
Так як по умові задачі $\vec{\omega}_0 = 0$ то з (1.2.3.2.6) слідує:

$$\vec{\omega}_t = \vec{\varepsilon}t. \quad (1.2.3.2.7)$$

Підставивши вираз для $\vec{\omega}_t$ по (1.2.3.2.7) і J по (1.2.3.2.3) в (1.2.3.2.5) отримаємо:

$$E_k = \frac{1}{2} m R^2 \frac{\varepsilon^2 t^2}{2} = \frac{m(R\varepsilon t)^2}{4} = \frac{80 \cdot (0,5 \cdot 2 \cdot 10)^2}{4} = 2 \text{ (кДж)}.$$

3. Тонку палицю з дерева завдовжки 30 см закріплено шарнірно на одному кінці й опущено вільним кінцем у воду. Яка частина довжини палиці буде знаходитися у воді під час рівноваги?



На палицю, занурену у воду, діють: $m\vec{g}$ – сила тяжіння, $\vec{F}_A$ – відштовхувальна сила води, $\vec{N}$ – сила нормальної реакції шарніра (рис 1.2.3.1).

Застосовуючи до палиці умови рівноваги тіла, що має вісь обертання, маємо:

$$M_1 - M_2 = 0, \quad (1.2.3.3.1)$$

де $M_1 = Fl_1$; $M_2 = mgl_2$ – моменти сил $\vec{F}_A$ і $m\vec{g}$ відносно точки O ; $l_1 = \left(L - \frac{l}{2}\right) \cos \alpha$ і $l_2 = \left(\frac{L}{2}\right) \cos \alpha$ – плечі сил F_A і mg .

Підставивши вирази для M_1 і M_2 в рівняння (1.2.3.3.1), одержуємо:

$$F \left(L - \frac{l}{2}\right) \cos \alpha - mg \left(\frac{L}{2}\right) \cos \alpha = 0. \quad (1.2.3.3.2)$$

Враховуючи, що $\vec{F}_A = r_{\text{в}} g S l$, $m\vec{g} = r_{\text{д}} g S L$ (S – площа поперечного перерізу палиці), записуємо рівняння (1.2.3.3.2) у вигляді $\rho_{\text{в}} g S l \left(L - \frac{l}{2}\right) - \rho_{\text{д}} g S L \frac{l}{2} = 0$, звідки:

$$l^2 - 2Ll + \rho_{\text{д}} \frac{L^2}{\rho_{\text{в}}} = 0. \quad (1.2.3.3.3)$$

Розв'язуючи рівняння (1.2.3.3.3), знаходимо:

$$l = L \pm \sqrt{L^2 - \frac{\rho_{\text{д}} L^2}{\rho_{\text{в}}}} = L \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\rho_{\text{д}}}{\rho_{\text{в}}}}\right);$$

$$l = 0,3 \text{ м} (1 \pm \sqrt{1 - 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3}) = 0,3(1 \pm 0,45) \text{ м}.$$

Отже, $l \approx 0,17$ м, враховуючи те, що друге значення $l = 0,44$ м відкидаємо, оскільки воно не має фізичного змісту ($l > L$).

Задачі для самостійного розв'язування

1. (н). Знайти момент інерції J тіла масою 35 кг та радіусом 1,45 м.
2. (н). Визначити момент інерції земної кулі відносно осі обертання.
3. (н). Колесо велосипеда має радіус 0,4 м. З якою кутовою швидкістю рухається велосипед, якщо колесо робить 100 обертів за хвилину?
4. (н). Стальну заготовку на токарному верстаті сточують на конус. Як змінюється при цьому лінійна швидкість точок на поверхні заготовки?
5. (н). З яким кутовим прискоренням обертається стержень, момент інерції якого $63,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, якщо на нього діє момент сил $98,1 \text{ мН}\cdot\text{м}$.
6. (н). Вал обертається з кутовою швидкістю 5 рад/с. Лінійна швидкість точок, що знаходяться на поверхні вала, 1 м/с. Чому дорівнює радіус вала?
7. (н). Визначити момент інерції тонкого однорідного стержня, маса якого 3,2 кг відносно осі, що проходить паралельно стержню на відстані 4 см від нього.
8. (н). Знайти кутове прискорення маховика, який рухається з кутовою швидкістю 31,4 рад/с за 20 с руху.
9. (н). Визначити момент інерції тонкого однорідного стержня, маса якого 200 г і радіус 30 см відносно осі, що проходить уздовж діаметра кільця.
10. (о). На барабан масою 9 кг намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою 2 кг. Знайти прискорення вантажу. Барабан рахувати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.
11. (о). Знайти момент інерції J і момент імпульсу L земної кулі відносно осі обертання.
12. (о). Однорідний стержень довжиною 1 м і масою 0,5 кг обертається в вертикальній площині навколо горизонтальної осі, яка проходить через середину стержня. З яким кутовим прискоренням обертається стержень, якщо на нього діє момент сил $98,1 \text{ мН}\cdot\text{м}$?
13. (о). Маховик, момент інерції якого $63,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ обертається з кутовою швидкістю 31,4 рад/с. Знайти момент сил гальмування, під дією якого маховик зупиняється через час 20 с. Маховик вважати однорідним диском.

14. (о). На барабан радіусом 0,5 м намотана мотузка до кінця якого прив'язаний вантаж масою 10 кг. Знайти момент інерції барабана, якщо відомо, що вантаж опускається з прискоренням $2,04 \text{ м/с}^2$.

15. (о). Диск масою 2 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині з швидкістю 4 м/с. Знайти кінетичну енергію диска.

16. (о). Однорідний диск радіусом 0,2 м і масою 5 кг обертається навколо осі, яка проходить через його центр перпендикулярно до його площини. Залежність кутової швидкості обертання диска від часу задається рівнянням $\omega = A + Bt$, де $B = 8 \text{ рад/с}^2$. Знайти дотичну силу, яка прикладена до обода диска. Тертям знехтувати.

17. (о). Махове колесо починає обертатися з кутовим прискоренням $0,5 \text{ рад/с}^2$ і через 15 с після початку руху набуває моменту імпульсу $73,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$. Знайти кінетичну енергію колеса через 20 с після початку руху.

18. (о). Маховик обертається з частотою 10 об/с. Його кінетична енергія 7,85 кДж. За який час момент сил 50 Н·м, прикладений до маховика, збільшить кутову швидкість маховика вдвічі?

19. (о). Мідна куля радіусом 10 см обертається з частотою 2 об/с навколо осі, яка проходить через його центр. Яку роботу потрібно виконати, щоб збільшити кутову швидкість обертання вдвічі?

20. (в). Маховик радіусом 0,2 м і масою 10 кг сполучений з мотором за допомогою привідного ремня. Сила натягу ремня, який рухається без ковзання $T = 14,7 \text{ Н}$. Яку частоту обертання n буде мати маховик через 10 с після початку руху? Маховик рахувати однорідним диском. Тертям нехтувати.

21. (в). Кінетична енергія вала, яке обертається з частотою 5 об/с, дорівнює 60 Дж. Знайти момент імпульсу вала.

22. (в). Колесо, обертаючись рівно сповільнено, зменшило за 1 хвилину частоту обертання від $n_1 = 300 \text{ об/хв}$ до $n_2 = 180 \text{ об/хв}$. Момент інерції колеса $J = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Знайти кутове прискорення колеса, момент сил гальмування M , роботу A сил гальмування і кількість обертів N які зробило колесо за 1 хвилину.

23. (в). До обода колеса радіусом 0,5 м і масою 50 кг прикладена дотична сила 98,1 Н. Знайти кутове прискорення колеса. Через який час після початку дії сили колесо буде мати частоту обертання 100 об/с? Колесо рахувати однорідним диском. Тертям знехтувати.

24. (в). На барабан радіусом 20 см, момент інерції якого $0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, намотаний мотузок, до кінця якого прив'язаний вантаж масою 0,5 кг. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою 1 м. Через який час вантаж опуститься до підлоги? Знайти кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу і силу натягу нитки. Тертям знехтувати.

25. (в). До обода однорідного диска радіусом 0,2 м прикладена дотична сила 98,1 Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 4,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Знайти масу диска, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2$.

26. (в). Махове колесо, момент інерції якого $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою 20 об/с. Після того як на колесо перестав діяти обертаючий момент, воно зупинилось, зробивши 1000 об. Знайти момент сил тертя і час, від моменту зупинки дії обертаючого моменту до зупинки колеса.

27. (в). Однорідний суцільний диск радіуса 0,1 м може обертатися навколо вертикальної осі, яка збігається з його віссю симетрії. До ободу диска прикладена дотична сила 200 Н. Визначити масу диска, якщо його кутове прискорення 40 рад/с^2 , а момент сили тертя, що діє при обертанні диска $10 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

28. (в). Куля, радіус якої 0,1 м і маса 10 кг, обертається навколо своєї осі згідно з рівнянням $\varphi = At^3 + Bt^2 + C$, де $A = 1 \text{ рад/с}^3$, $B = -3 \text{ рад/с}^2$. Визначити момент сили для моментів часу $t_1 = 1 \text{ с}$ і $t_2 = 2 \text{ с}$.

29. (в). В однорідному диску, маса якого 2 кг і радіус 40 см, вирізано круглий отвір. Діаметр отвору 20 см, а центр його міститься на відстані 15 см від осі диска. Визначити момент інерції одержаного тіла відносно осі, що проходить через: а) центр диска перпендикулярно до його площини; б) центр диска і відрізу.

30. (в). До одного кінця нитки, перекинutoї через блок, підвішене вантаж, маса якого 1 кг. До другого її кінця прикладена донизу сила $\vec{F} = At + Bt^3$, де $A = 3 \text{ Н/с}$, $B = 2 \text{ Н/с}^3$. Блок має форму диска, його маса 3 кг. З якими прискореннями $\vec{a}_1$ і $\vec{a}_2$ рухається вантаж через час $t_1 = 1 \text{ с}$ і $t_2 = 2 \text{ с}$ від початку дії сили?

1.3. Віртуальний експеримент

1.3.1. Додавання векторів

Теми:

- Вектори.
- Складові вектора.
- Складання векторів.
- Рівняння.

Приклади навчальних цілей:

- Поясніть векторні представлення власними словами.
- Поясніть метод додавання векторів.
- Опишіть, що трапиться з вектором, якщо вектор помножити на скаляр.
- Організуйте вектори так, щоб представити додавання і віднімання векторів.

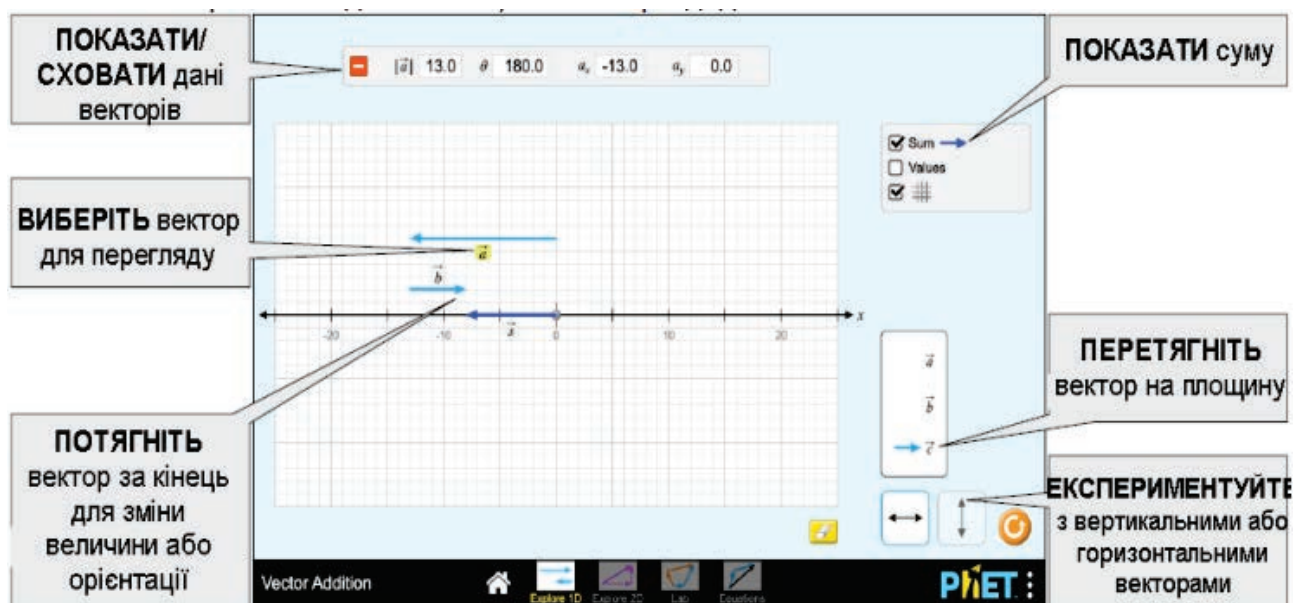
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/vector-addition>.

Інструкції щодо використання:

Вкладка *Дослідити в 1D*

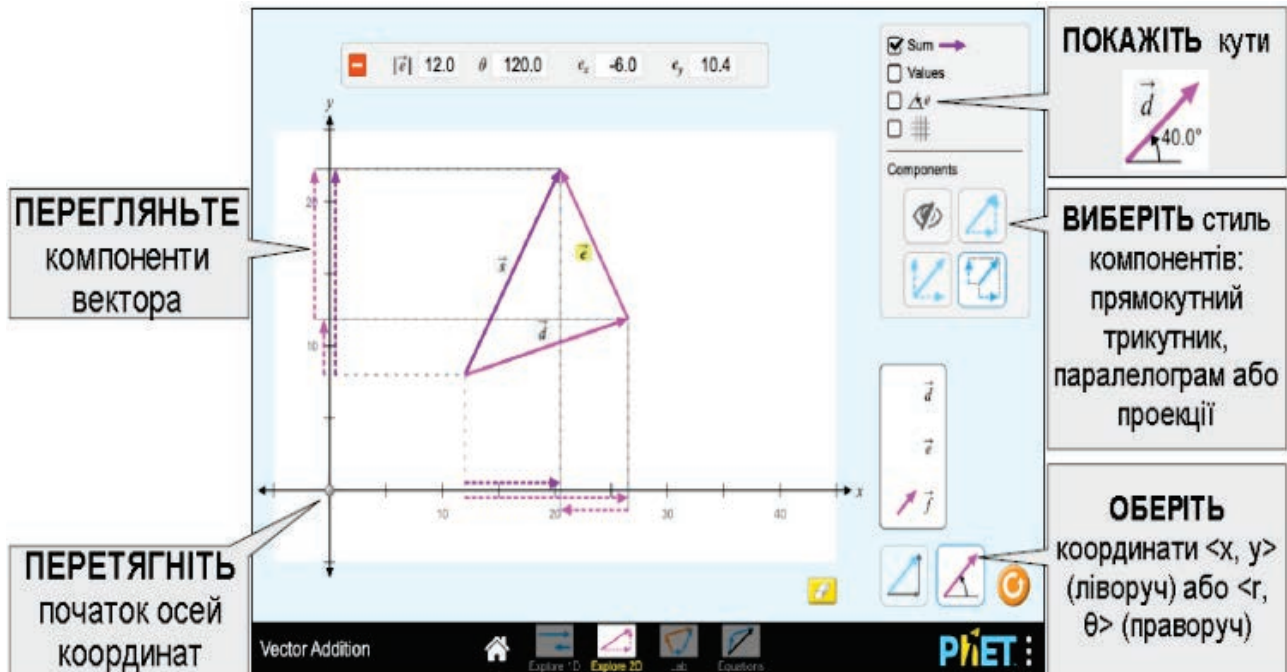
Вивчіть вектори в 1D і дізнайтеся, як вектори додаються.



Додавання векторів

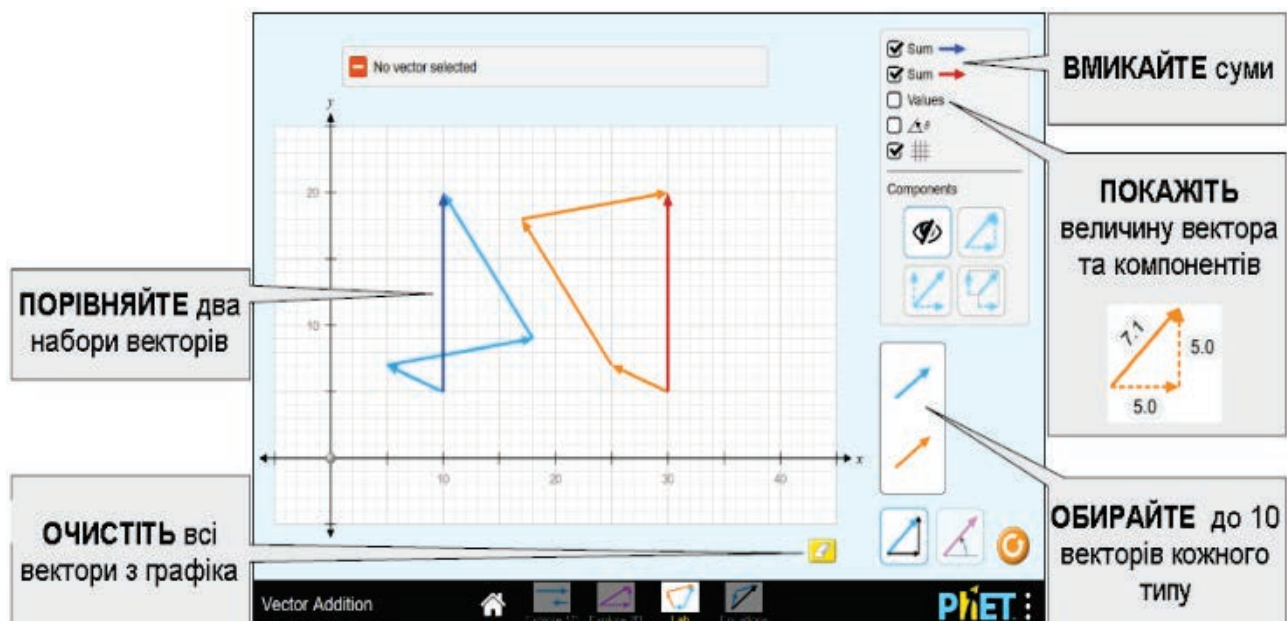
Вкладка *Дослідити в 2D*

Експериментуйте з додаванням векторів в 2D. Вкажіть вектори в декартових або полярних координатах і побачте величину, кут та компоненти кожного вектора.



Вкладка *Лабораторія*

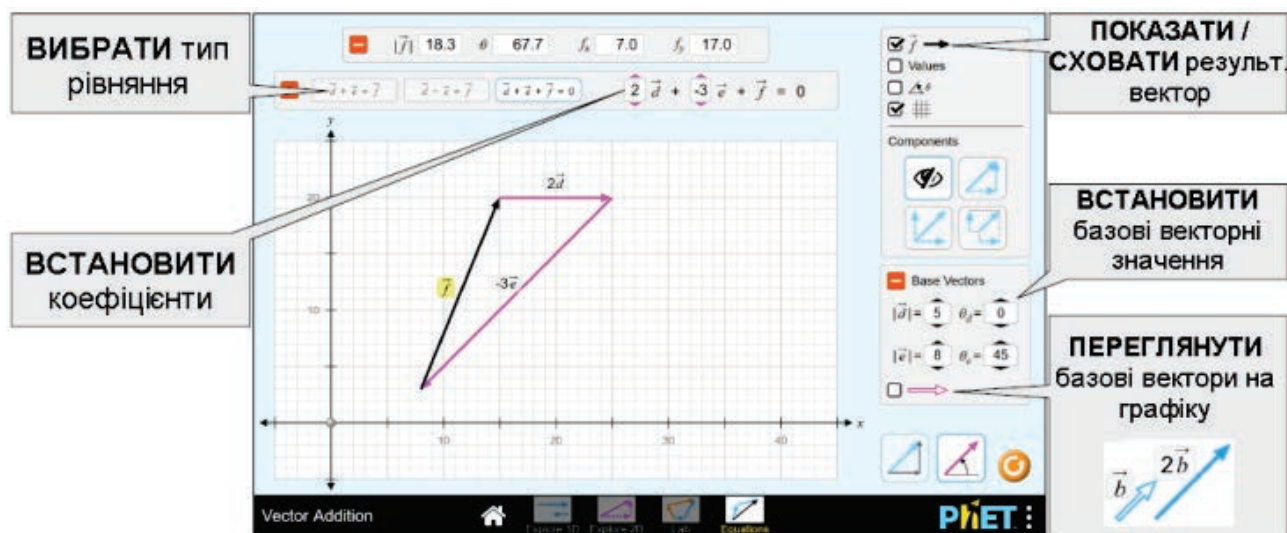
Погравте з двома наборами векторів і порівняйте їхні суми. Додайте до 10 векторів.



Вкладка *Рівняння*

Експериментуйте з векторними рівняннями та порівняйте векторні суми та

різниці. Налаштуйте базові вектори або дослідіть скалярне множення, регулюючи коефіцієнти в рівнянні.



Спрощення в моделюванні:

- Початок вектора обмежений межами графіка. Для запобігання надмірно великих векторів кінчик вектора не може бути витягнутий за межі графіка. Однак кінчику вектора дозволяється вийти з графіка при переміщенні вектора.
- Модель дозволяє на 180° мати позитивний чи негативний знак. У режимі полярних координат знак буде залежати від напрямку наближення – позитивний при обертанні проти годинникової стрілки, негативний при обертанні за годинниковою стрілкою. Щоб змінити знак, натисніть на векторний кінець і трохи перемістіть курсор вгору або вниз. У декартовому режимі 180° завжди буде позитивним завдяки тому, що у-координата вище нуля.
- Векторні мітки можна захоплювати і їх можна використовувати для перекладу векторів у графі. Це може бути особливо корисно для сенсорних пристроїв з меншими екранами.
- Мета перегляду компонентів у стилі проекції – збирати компоненти вздовж осей. Це не призначено для показу справжньої проекції на осі.
- На екрані рівнянь вектори c і f завжди обчислюються із значень інших векторів рівняння.

Комплексне управління:

- Щоб перенести вектор, візьміть і перетягніть його. Щоб розтягнути або обернути вектор, візьміть його за кінчик.
- Є два режими представлення – декартовий (лівий) та полярний (праворуч). У декартовому режимі вектори визначаються цілими значеннями. У полярному режимі вектори визначаються цілими значеннями, кут регулюється з кроком 5° .

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Опишіть вектор своїми словами.
- Поясніть метод додавання векторів.
- Дослідіть та порівняйте стилі компонентів.
- Розкладіть вектор на компоненти.
- Опишіть, що відбувається з вектором, коли він множить на скаляр.
- Впорядкуйте вектори графічно, щоб представити додавання чи віднімання вектора.

1.3.2. Рух снарядів

Теми:

- Кінематика.
- Опір повітря.
- Параболічна крива.
- Вектори.
- Сила тяги.
- Рух снаряду.

Приклади навчальних цілей:

- Визначте, як кожен параметр (початкова висота, початковий кут, початкова швидкість, маса, діаметр і висота) впливає на траєкторію об'єкта з і без опору повітря.
- Передбачте, як зміна початкових умов вплине на шлях снаряда, і дайте пояснення прогнозу.

- Оцініть, де об'єкт буде приземлятися з огляду на початкові умови.
- Визначте, що рух снарядів за x та y є незалежними.
- Дослідіть змінні, які впливають на силу опору.
- Опишіть, який вплив сили тяги на швидкість та прискорення.
- Обговоріть рух снаряда, використовуючи загальний словник (наприклад: кут запуску, початкова швидкість, початкова висота, дальність польоту, час).

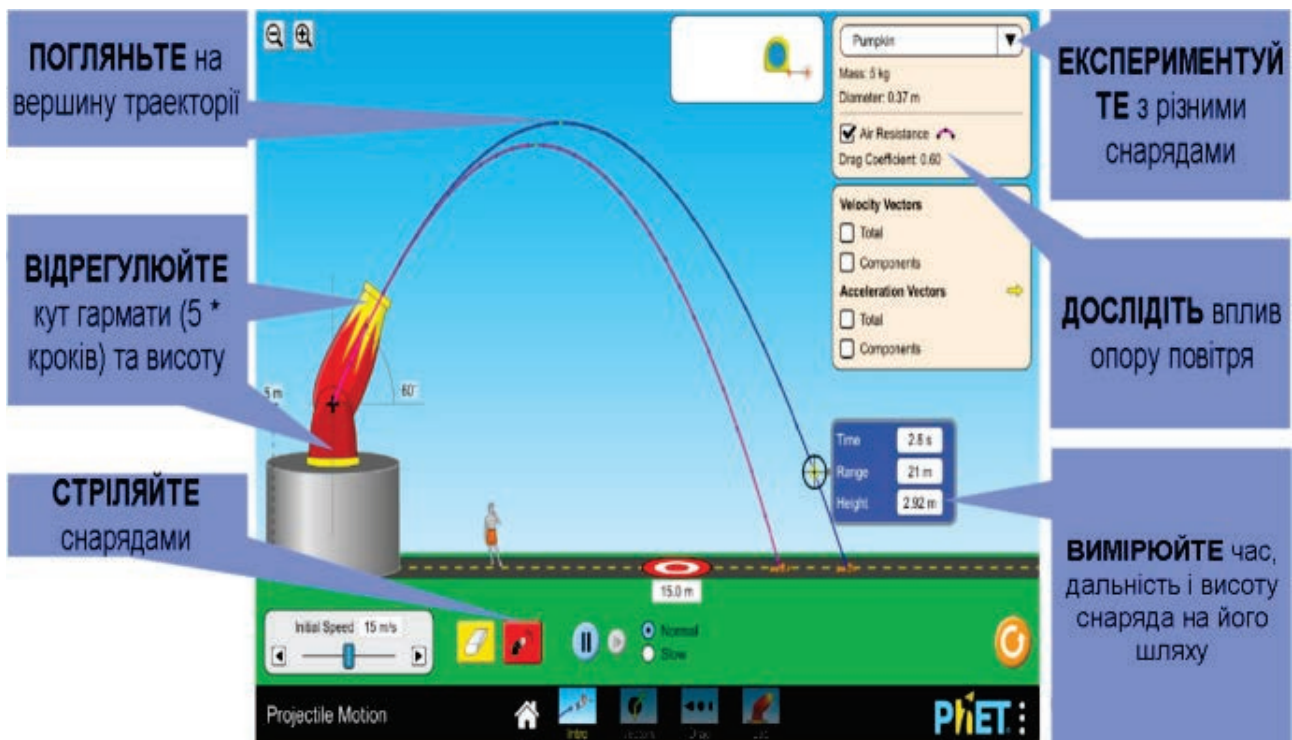
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/projectile-motion>.

Інструкції щодо використання:

Вкладка *Вступ*

Дослідіть фактори, що впливають на траєкторію снаряда, такі як кут, висота, початкова швидкість та опір повітря.



Вкладка *Вектори*

Перегляньте сили, що діють на снаряд на діаграмах та з'ясуйте, як впливає опір повітря на швидкість та прискорення.

Рух снарядів

ЗБІЛЬШУЙТЕ І ЗМЕНШУЙТЕ

СПОСТЕРІГАЙТЕ діаграми в реальному часі

ВСТАНОВІТЬ початкову швидкість

ДОСЛІДЖУЙТЕ вплив діаметра, маси та опору повітря

РОЗГЛЯДАЙТЕ результуючі вектори чи їх компоненти

Initial Speed: 22 m/s

Projectiles

Projectile Motion

PHET

Вкладка *Onip*

Визначте чинники, що впливають на силу опору, і спостерігайте за співвідношенням сили тяги та швидкості.

ПОРІВНЯЙТЕ до 5 траєкторій

СТИРАЙТЕ шляхи

ДОСЛІДЖУЙТЕ співвідношення між коефіцієнтом опору та формою

РЕГУЛЮЙТЕ висоту над рівнем моря

Drag Coefficient: 1.00

Diameter: 0.8 m

Mass: 1 kg

Altitude: 1800 m

Initial Speed: 24 m/s

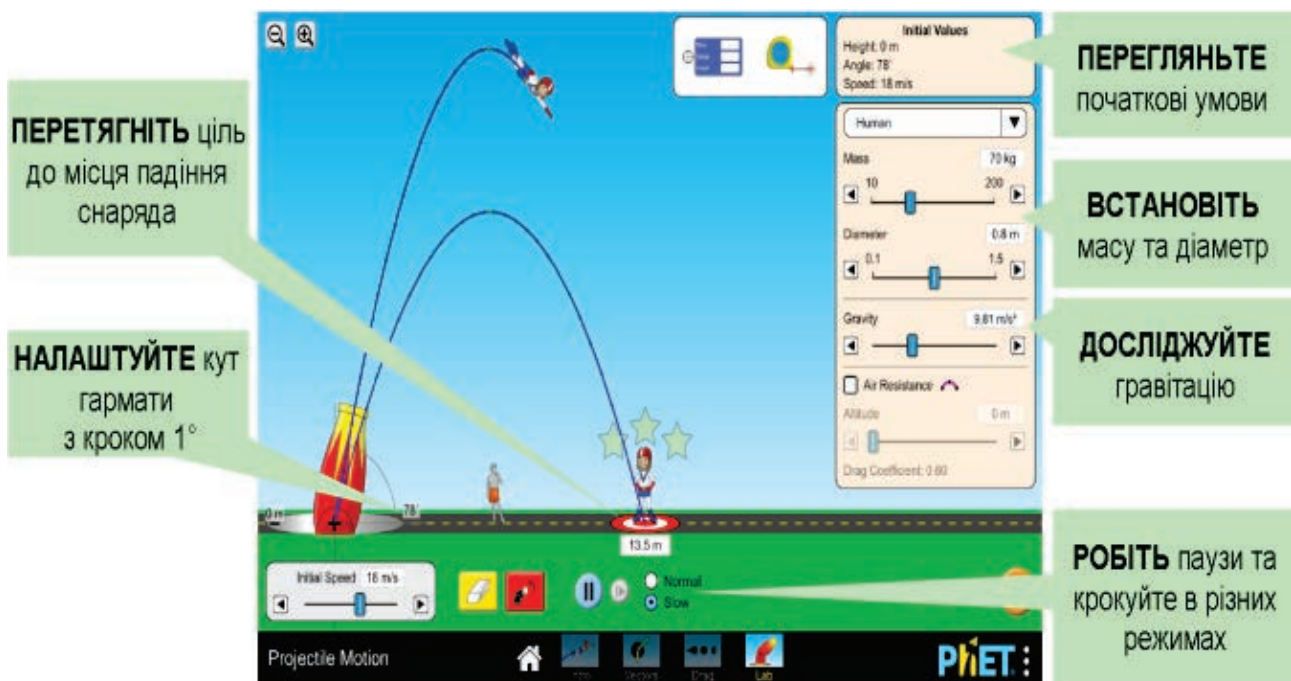
Projectiles

Projectile Motion

PHET

Вкладка *Лабораторія*

Дослідіть ефекти коригування параметрів снаряда та вивчіть вплив сили тяжіння.



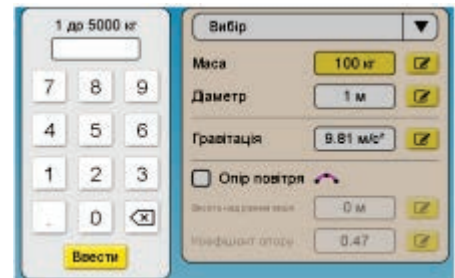
Спрощення в моделюванні:

- Гармата має перехрестя для позначення початкового місця вильоту снаряда.
- Зміни опору повітря, висоти і сили тяжіння застосовуються негайно і вплинуть на всі снаряди в середині польоту.
- Вектори малюються від центру зображення, що може дещо відхилитися від центру маси. Для кращої наочності вектори не масштабуються із рівнем збільшення.
- Сила тяги моделюється за допомогою квадратичного рівняння ($F_{\text{drag}} \propto v^2$), що діє у ліміті Рейнольда, що відповідає макроскопічним об'єктам, як бейсбольний м'яч. Лінійне перетягування (Закон Стока) дійсне лише в дуже малому інтервалі Рейнольда (наприклад, крапельки повітря розміром мікрони).
- Коефіцієнт опору залежить від числа Рейнольдса, яке вважається постійним.
- Коефіцієнт опору залежить також від геометрії об'єкта, тому базові снаряди (наприклад, бейсбол, автомобіль) не мають регульованого коефіцієнта опору.
- Площа поперечного перерізу снарядів наближається до кола, а його площа

визначається діаметром. Предмети, які залишаються дотичними до траєкторії під час руху (наприклад, футбольний м'яч, снаряд), мають відповідну аеродинаміку або розподіл ваги, що призводить до такої поведінки.

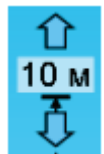
Комплексне управління:

- До трьох снарядів можна встановити чергу, якщо їх вистріляють під час паузи.
- Інструмент відслідковування може вимірювати час, дальність і висоту снаряда в будь-якій точці на шляху. Чорні точки малюються з інтервалом 0,1 с, а зелена крапка є вершиною.
- Для опції *Вибір* снаряд на вкладці *Лабораторія* дозволяє користувачам вводити точні значення для маси, діаметра, сили тяжіння, висоти та опору. Прийнятний діапазон для цих значень відображатиметься при натисканні на жовту піктограму з олівцем.



Інформація щодо використання студентами:

- Студенти зазвичай знаходять усі доступні варіанти в симуляції, наприклад, регулюючи кут гармати, переміщуючи ціль, змінюючи параметри снаряда та включаючи вектори.
- Гармата стоїть на п'єдесталі з регульованою висотою. Щоб зняти це обмеження, гармата на вкладці Вступ починається з 10 м, а на мітці висоти є стрілки, які вкажуть регулювання висоти гармати.



Приклади завдань студентами для дослідження:

- Виберіть змінну та створіть експеримент, щоб визначити, як вона впливає на шлях снаряда.
- Прогнозуйте, як зміна початкових умов вплине на шлях снаряда, і поясніть свої міркування.
- Визначте, які фактори впливають на дальність снаряду при включенні опору повітря, але не впливають, коли опір повітря вимкнено.

- Опишіть, як поведінка векторів швидкості та прискорення з плином часу та як на них впливає опір повітря.
- Поясніть, чому чорні точки на шляху снаряда розташовані ближчі одна до одної вгорі, і розташовані далі, коли знаходяться поблизу землі.
- Створіть ситуацію, коли снаряд досягає кінцевої швидкості.

1.3.3. Сили і рух: основи

Теми:

- Сила.
- Рух.
- Тертя.
- Швидкість.
- Перший закон Ньютона.

Приклади навчальних цілей:

- Визначте, коли сили врівноважуються, а коли – ні.
- Визначте суму сил (результуючу силу) на тіло, коли на нього діють більш ніж одна сила.
- Передбачити рух тіла з нульовою результуючою силою.
- Передбачити напрямок руху при заданій комбінації сил.

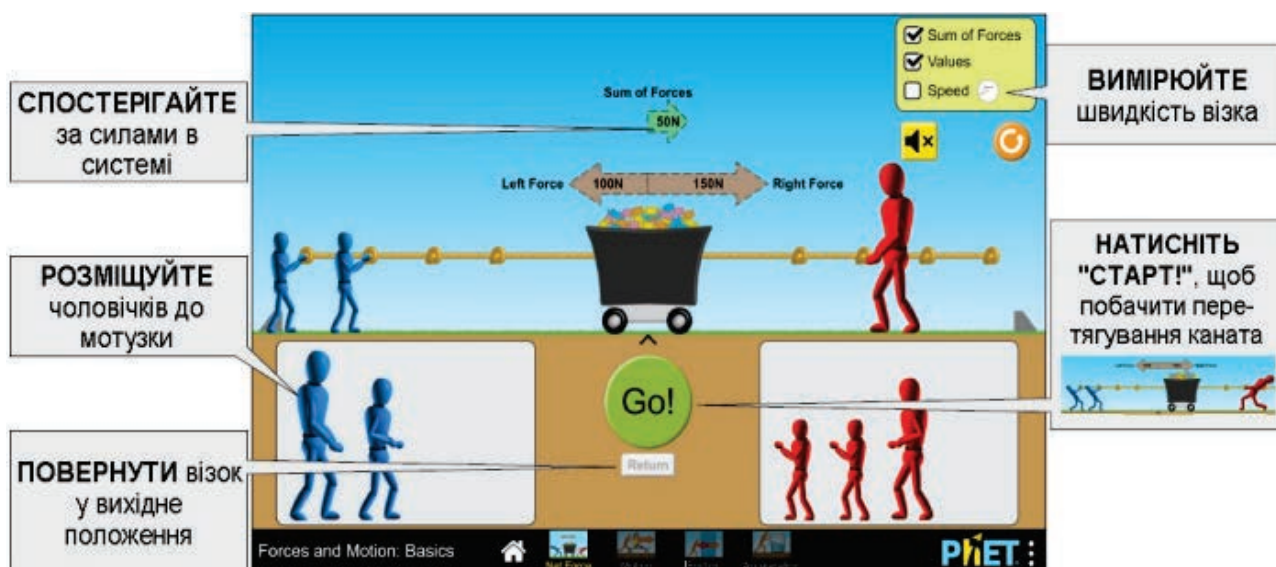
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/forces-and-motion-basics>.

Інструкції щодо використання:

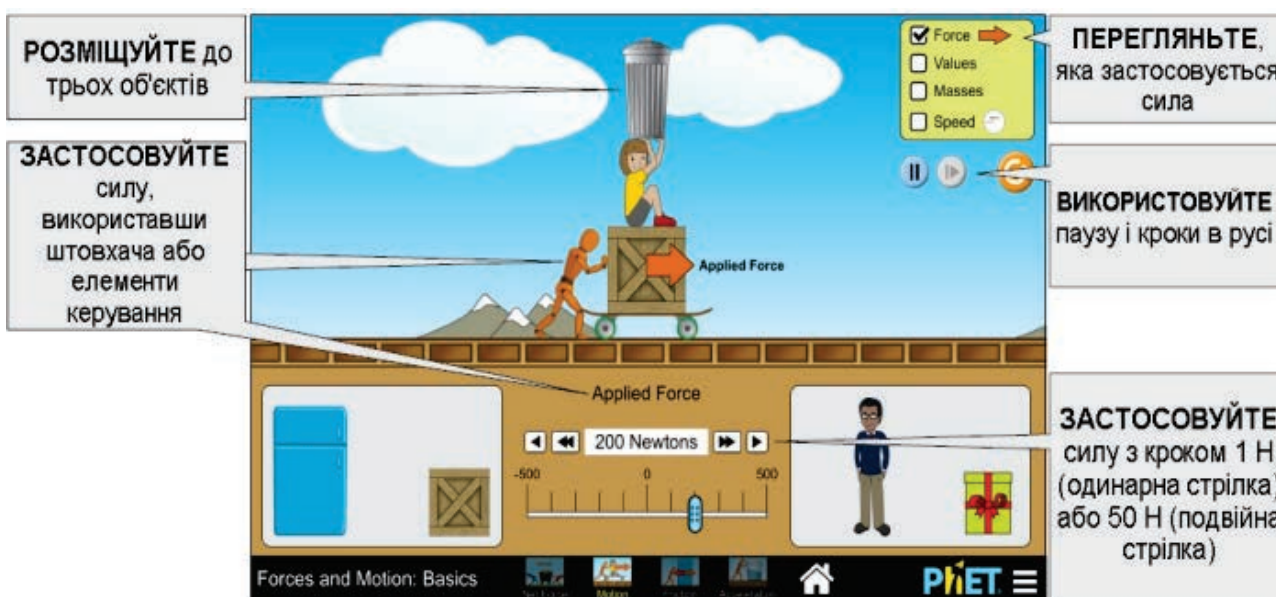
Вкладка *Тільки сила*

Дослідіть різницю між врівноваженими і неуврівноваженими силами, оскільки учасники змагаються при перетягування канату з візком цукерок.



Вкладка *Рух*

Досліджуйте сили в роботі при штовханні холодильника, ящика або людини. Створіть прикладену силу і подивіться, як вона змушує об'єкти рухатися.



Вкладка *ТЕРТЯ*

Створіть прикладену силу, щоб штовхати різні предмети, відрегулюйте тертя і подивіться, як це впливає на їх рух.



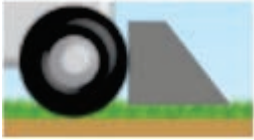
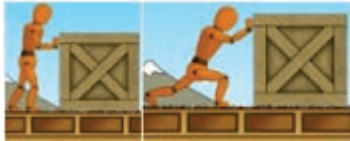
Вкладка *Прискорення*

Дослідіть співвідношення між чистим зусиллям, прискоренням і швидкістю.

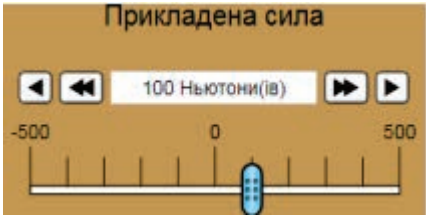


Спрощення в моделюванні:

- Чоловічки, що тягнуть чи штовхають, використовуються для втілення прикладеної сили, але є дещо «магічними», оскільки вони не мають тертя між землею та ногами для застосування сили. Можна також уявити собі тяговиків і штовхачів, що рухаються таким чином, що не вимагають натискання на землю, наприклад, ракетної потужності або з електромагнітною шиною в землі (подібно до поїзда на магнітній подушці).

- Розмір чоловічків, що тягнуть, у вкладці *Тільки сила* пропорційний кількості сил, які вони застосовують (малий = 50 N, середній = 100 N, великий = 150 N), а гра з перетягування каната закінчується, коли візок б'ється об обмежувачі на землі.
- Мета розміщення скейтборду на вкладці *Рух* полягає в тому, щоб вказати на те, що система не має тертя. Зміна маси не впливає на швидкість об'єктів. Припускається, що об'єкт, що впав на вже переміщуваний об'єкт, знаходиться в тій же самій опорній формі, що вони вже обидва рухаються з однаковою швидкістю.
- Повзунок тертя на вкладці *Тертя* і прискорення контролює коефіцієнт статичного тертя. При подоланні статичного порогу об'єкт починає рухатися, а величина сили тертя зменшується на 25%, щоб змоделювати, що коефіцієнт кінетичного тертя менше, ніж коефіцієнт статичного тертя.
- Чоловічок, що штовхає, має на меті допомогти студентам зрозуміти, як застосовується сила. При збільшенні прикладеної сили штовхач нахиляється вперед. Максимальна швидкість, яку може досягти штовхач, становить 20,0 м/с. У цей момент штовхач впаде, і застосований повзунок сили буде відключений, щоб запобігти прискоренню в напрямку руху.
- Якщо маса об'єкта або прикладеної сили, що діє на об'єкт, змінюється під час паузи в симуляції, прискорення в системі не змінюється, поки не буде відновлено симуляцію.

Комплексне управління:

- Якщо застосована сила створена за допомогою повзунка або перетягування штовхача, сила повертається до нуля після відпускання. Щоб застосувати постійну силу, використовуйте кнопки зі стрілками поруч із табло. Кнопка з однією стрілкою регулює силу на 1 Н, а подвійна стрілка регулює силу на 50 Н.

Інформація щодо використання студентами:

- Коли виникає чиста сила, візок прискориться. Якщо після запуску руху буде додано більше чоловічків, студентам можуть бути надані завдання, щоб зрозуміти, чому відбувається цей рух. Це може бути чудовим навчальним моментом, коли “спокійний об'єкт залишається в спокої, а об'єкт у русі залишається в русі, якщо на нього не вплине зовнішня сила”.
- Студенти можуть мати певні труднощі з розумінням того, чому додавання маси в середовищі без тертя не змінює рух.

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Які фактори визначають, яка команда переможе в грі з перетягування каната? Коли візок рухається, сили врівноважені чи не врівноважені?
- У середовищі без тертя використовуйте повзунок прикладеної сили, щоб штовхати об'єкт. Спрогнозуйте, яка буде чиста сила, що діє на об'єкт, коли штовхач відпустить. Що відбудеться з чистою силою і швидкістю, коли штовхач відпускає? Що відбудеться зі швидкістю, якщо ви додасте ще один об'єкт?
- Коли об'єкт рухається, що ви можете зробити, щоб уповільнити його чи зупинити?
- Якими будуть у порівнянні сила тертя і прикладена сила до і після руху об'єкта? Чи є ці сили врівноваженими або не врівноваженими? Передбачте чисту силу.
- Визначте масу невідомого тіла.
- Дослідіть взаємозв'язок між прискоренням, чистою силою і масою.

1.3.4. Гравітація і орбіти

Теми:

- Гравітаційні сили.
- Рух по колу.
- Астрономія.

Гравітація і орбіти

Приклади навчальних цілей:

- Опишіть взаємовплив Сонця, Землі, Місяця і космічних станцій, у тому числі, як вони впливають на орбіти і розташування.
- Опишіть розмір і відстані між Сонцем, Землею, Місяцем і космічною станцією.
- Поясніть, як гравітація управляє рухом нашої Сонячної системи.
- Визначте змінні, які впливають на силу тяжіння.
- Передбачте, як зміниться їх рух, якщо сила тяжіння буде сильнішим чи слабшим.

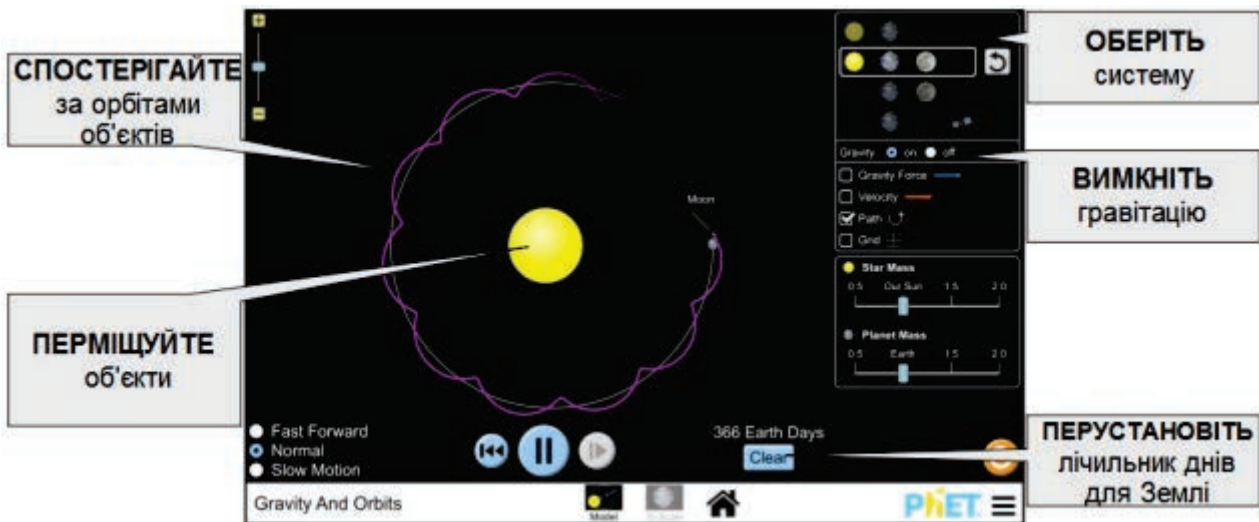
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/gravity-and-orbits>.

Інструкції щодо використання:

Вкладка *Модель*

Переміщуйте Сонце, Землю, Місяць і космічну станцію, щоб побачити, як це впливає на їхні сили тяжіння і орбітальні шляхи.



Вкладка *Масштабувати*

Дослідіть, як гравітація керує рухом нашої Сонячної системи в реальному масштабі.



Спрощення в моделюванні:

- Вкладка *Модель* не масштабується. Об'єкти здаються більше і ближче, ніж у реальному житті. Цей вигляд згори дозволяє студентам зручніше управляти змінними, важливими для розуміння гравітації та орбіт. Відстані і маси точно відображаються на вкладці *Масштабування*.
- Перспективи зображень, що використовуються для Землі і Місяця, різні. Земля показана з північного полюса, дивлячись вниз, так щоб шлях орбіти Місяця виглядав більш точним. Однак зображення Місяця є екваторіальним, тому його можна легко розпізнати.
- У системі Сонце-Земля-Місяць вектори гравітаційних сил є чистими векторами гравітаційних сил, які найбільш помітні на Місяці.
- На вкладці *Масштабування* шляхи дуже близько розташованих тіл можуть значно впливати на швидкість відтворення, що призводить до різних результатів у режимах *Fast Forward* (*Швидко вперед*), *Normal* (*Нормальн.*) і *Slow Motion* (*Повільний рух*). Це відбувається тому, що час кроку, який використовується в моделюванні, масштабується за швидкістю відтворення. Однак, швидкість відтворення не впливатиме на шляхи об'єктів у їх конфігураціях за замовчуванням.

Комплексне управління:

- Розташування об'єктів можна змінити, перетягнувши їх. Їх швидкості також можуть бути змінені шляхом перетягування кінця вектора швидкості V .

- Студенти можуть зберегти користувацьку конфігурацію, зупинивши роботу симулятора, перетягнувши об'єкти та / або вектори швидкості до потрібного місця, а потім відтворивши симуляцію. Щоб повторити експеримент, скористайтесь кнопкою повернення назад (ліворуч від кнопки відтворення / паузи).
- Повзунки, що контролюють маси зірки, планети, Місяця і супутника, масштабуються відносно об'єкта (Сонце, Земля, Місяць і космічна станція відповідно). Повзунки дозволяють змінювати маси від 50 % (0,5) до 200 % (2,0).
- Колір фону моделювання можна змінити для кращої проекції на екран, клацнувши на панелі меню *PHET* (внизу праворуч), вибравши *Options* (*Опції*) і поставивши прапорець на «*Режим проектора*». Доступ до режиму проектора також можна отримати, додавши [?projectorMode](#) до кінця URL-адреси симуляції.

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Передбачити, що відбудеться з орбітою Землі, якщо маса Сонця подвоїлася.
- Знайдіть три способи зміни кількості днів, необхідних Землі, щоб завершити один оберт навколо Сонця.
- Визначте, як змусити Місяць обертатися навколо Сонця по більшій орбіті.
- Отримайте картину того, що станеться, якщо взагалі не буде гравітації.
- Розробити експеримент для визначення факторів, що впливають на величину вектора сили тяжіння.
- Порівняйте сили гравітації на Землі і Сонці. Чи рухається Сонце?
- Маса Венери схожа на Земну, але вона набагато ближче до Сонця. Якою буде гравітаційна сила між Сонцем і Венерою порівняно з гравітаційною силою між Сонцем і Землею? Чи є рік на Венері довшим чи коротшим, ніж земний рік?

1.3.5. Маса і пружини

Теми:

- Періодичний рух.
- Закон Гука.
- Збереження енергії.
- Закони Ньютона.
- Вимірювання.
- Вектори.

Приклади навчальних цілей:

- Визначте чинники, що впливають на період коливань.
- Знайдіть значення g на планеті X .
- Розробіть експеримент для визначення маси невідомого об'єкта.
- Опишіть залежність між векторами швидкості та прискорення, та їх відношення до руху в різних точках коливання.
- Поясніть, як діаграма змінюється протягом коливань.
- Поясніть збереження механічної енергії, використовуючи кінетичний, пружний, гравітаційний потенціал та теплову енергію.

Інформаційні ресурси:

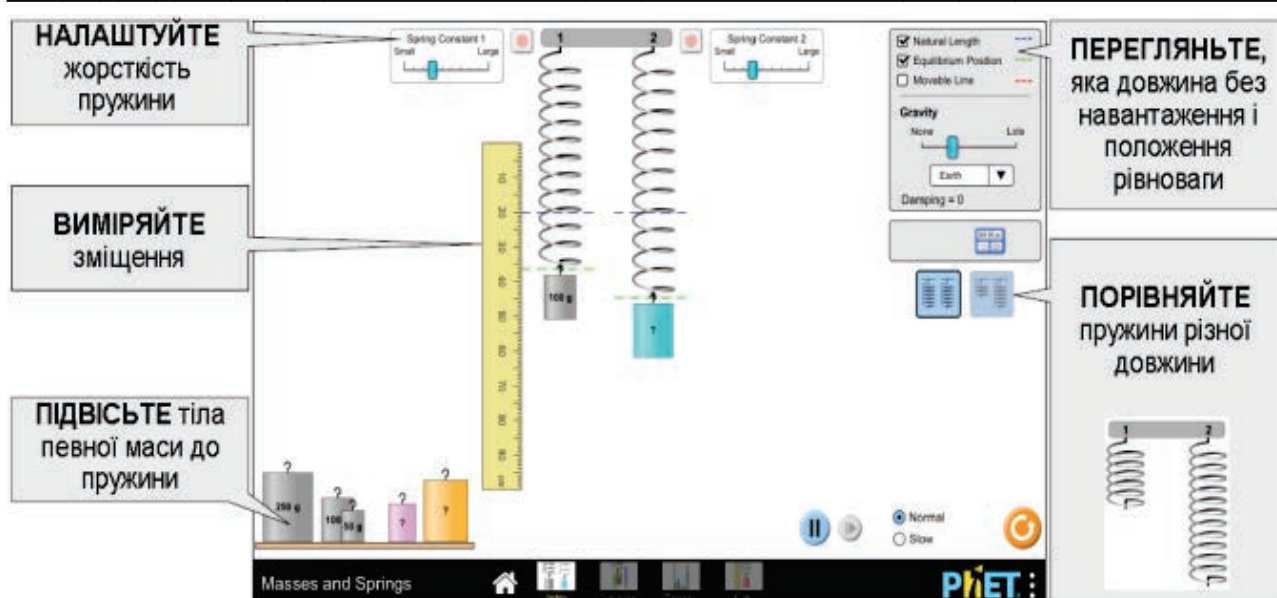
- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/masses-and-springs>.

Інструкції щодо використання:

Вкладка *ВСТУП*

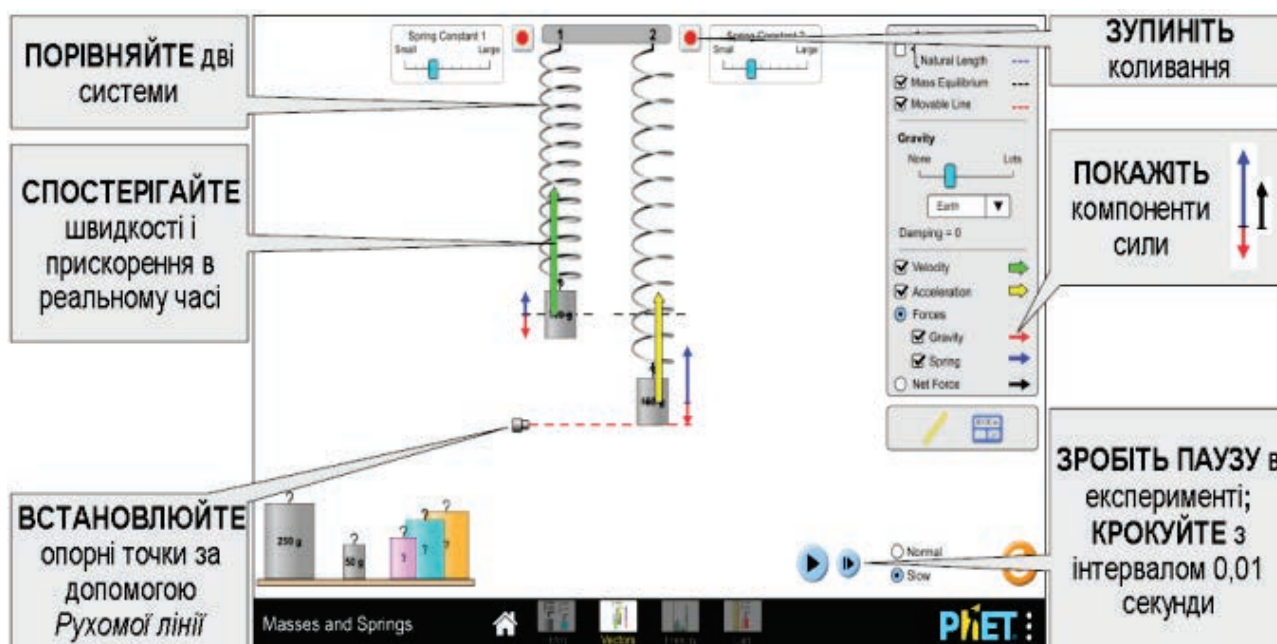
Експериментуйте з однією або двома пружинами та різними масами і виявляйте, які змінні (такі як маса, гравітація, жорсткість пружини, довжина пружини) впливають на період.

Маси і пружини



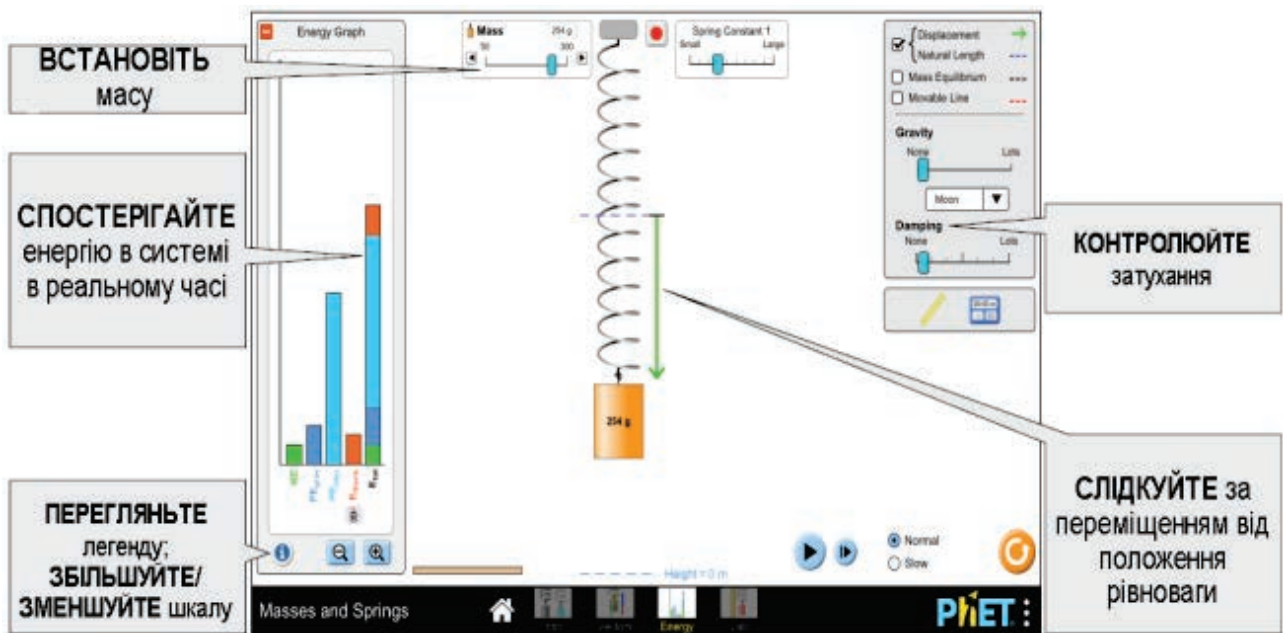
Вкладка *ВЕКТОРИ*

Подивіться на чисту силу або складові сили в системі, а також дослідіть, як швидкість і прискорення змінюються протягом коливання.



Вкладка *ЕНЕРГІЯ*

Досліджуйте енергію в системі в режимі реального часу і спостерігайте збереження механічної енергії.



Вкладка *ЛАБ*.

Зберіть дані і визначте значення невідомої маси або g на Планеті X .

Спрощення в моделюванні:

- Товщина пружини використовується для позначення жорсткості пружини. Пружини з n витками можна розглядати як n ідентичних пружин (кожна з жорсткістю k), з'єднані послідовно, з ефективною жорсткістю $k = k/n$. Для пружин з нерівним числом витків (нерівні довжини), щоб мати однакову ефективну жорсткість, коротка пружина повинна мати більш тонкий вимір. Аналогічно, якщо ці дві пружини мають однакову товщину, більш коротка пружина буде мати більшу ефективну константу пружини.
- Невідомі маси на вкладках *ВСТУП* і *ВЕКТОРИ* мають таку ж густину, як і інші маси, тому їх розмір може бути використаний для (грубо) визначення їх маси. На вкладці *ЛАБ*. Невідомі маси мають різну густину, тому студентам потрібна більш складна стратегія, щоб визначити їхню масу.
- У цій моделі можуть відображатися дві рівноважні позиції: положення рівноваги (кінець пружини) і масова рівновага (центр маси). Положення рівноваги з'являється на вкладці *ВСТУП*, щоб дозволити учням виявити переміщення. Вектори намальовані по відношенню до центру мас, тому масова рівновага є більш корисним візуальним посиленням на пізніших вкладках.

- Сила затухання пропорційна швидкості ($F = -cv$) і затухання залежить від c .
- Якщо параметр (наприклад, гравітація, маса) змінюється в середньому коливанні, миттєве зміщення, маса, константа пружини, сила тяжіння і швидкість будуть використовуватися як нові початкові умови для рівняння руху. Часті зміни середньої осциляції можуть призвести до важкої для інтерпретації (хоча технічно досить точної) поведінки, тому рекомендовано зупиняти масу між експериментами.

Комплексне управління:

- Кнопка видалення тепла в енергетичному графіку миттєво видаляє теплову енергію з системи. Якщо відбувається затухання, тепла енергія буде продовжувати накопичуватися. 
- Нульова точка енергії гравітаційного потенціалу позначена пунктирною лінією в нижній частині екрана. Гравітаційна потенційна енергія буде нульовою, коли центр мас знаходиться на цій лінії. ----- Висота = 0 м
- Коли енергія поза шкалою, стрілка з'явиться над смугою на графіку енергії. Щоб змінити масштаб графіка, необхідно зменшити масштаб, доки стрілки більше не будуть видимі.

Інформація щодо використання студентами:

- При налаштуванні експерименту може бути корисно спочатку призупинити роботу симуляції.
- Студенти можуть помітити, що вектор зміщення асиметричний щодо природної довжини. Ви можете попросити студентів знайти спосіб, щоб зробити це переміщення рівним ($g = 0$) або попросити їх замість цього порівняти зміщення з масовою рівновагою (завжди симетричн.).

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Опишіть природну довжину та положення рівноваги власними словами.
- Визначити всі способи збільшення переміщення в коливанні пружинного маятника.

- Визначити взаємозв'язок між застосованою силою та зміщенням.
- Поясніть, що являє собою період, і визначте спосіб його вимірювання.
- Створити контрольований експеримент, щоб (якісно чи кількісно) визначити, як змінна – такі як маса, гравітація, жорсткість або зміщення – впливає на період.
- Визначте спосіб, щоб надати більш важкій масі більш короткий період, ніж легшій масі.
- Намалюйте сили тяжіння і пружини в декількох точках протягом всього коливання.
- Прогнозувати напрямок і величину векторів швидкості і прискорення протягом всього коливання.
- Визначити, де при коливаннях знаходиться кінетична енергія, гравітаційна потенційна енергія, та пружний потенціал, а також коли енергія збільшується / зменшується, і приймає максимальне / нульове значення.
- Оцініть швидкість маси (наприклад, макс., середню, нульову) або її положення з енергетичного графіка.
- Визначити масу невідомих мас або значення g на Планеті X (якісно або кількісно) і пояснити свій метод (методи).

1.4. Тестові завдання

1.4.1. Кінематика

Кінематика поступального і обертального рухів

1. Який вираз дає змогу визначити швидкість тіла у певний момент часу?

- a) $\frac{dS}{dt}$;
- b) $\frac{dr}{dt}$;
- c) $\frac{d^2S}{dt^2}$;
- d) $\frac{d\vec{r}}{dt}$.

2. Який вираз визначає прискорення тіла у певний момент часу?

- a) $\frac{d^2S}{dt^2}$;
- b) $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$;
- c) $\frac{d^2r}{dt^2}$;
- d) $\frac{dv}{dt}$.

3. В якій точці на графіку залежності координати від часу, швидкість має максимальне значення (рис. 1.4.1.1)?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

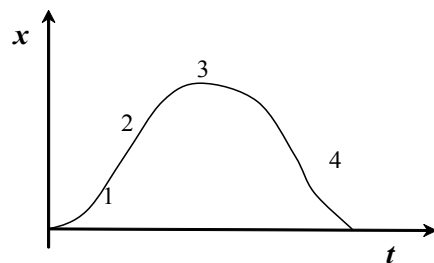


Рис. 1.4.1.1.

4. В якій точці на графіку залежності координати від часу швидкість має мінімальне значення (рис. 1.4.1.1)?

- a) 1;

- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

5. Якою формулою визначається траєкторія руху матеріальної точки?

- a) $f(x, y, z) = 0$;
- b) $f(x, y, t) = 0$;
- c) $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;
- d) $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$.

6. Радіус-вектор частинки змінюється з часом за законом $\vec{r} = 2e^{3t}\vec{i} - 3t\vec{j}$. В момент часу $t = 1$ с частинка опинилась в точці А. Який напрямок має прискорення частинки в цей момент часу (рис. 1.4.1.2)?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4;
- e) 5.

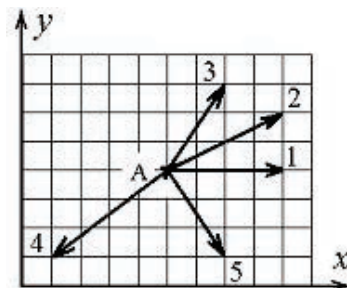


Рис. 1.4.1.2.

7. Дві третини свого шляху мотоцикліст проїхав зі швидкістю 54 км/год, а шлях, який залишився – зі швидкістю 72 км/год. Яка середня шляхова швидкість мотоцикліста?

- a) 16,4 м/с;
- b) 17,5 м/с;
- c) 63 км/год;
- d) 58,7 км/год.

8. На першій ділянці шляху протягом часу $\Delta t_1 = 3t/4$ (t – час руху) середня швидкість тіла в 2 рази більша за його середню швидкість за проміжок часу, що залишився. Якщо середня швидкість тіла на всьому шляху $\langle v \rangle = 14$ км/год, тоді якою є його середня швидкість $\langle v_1 \rangle$ на першій ділянці?

- a) 14 км/год;

- b) 16 км/год;
- c) 19 км/год;
- d) 21 км/год.

9. При якому русі нормальне прискорення НЕ дорівнює нулю, а тангенціальне – дорівнює?

- a) Рівномірному прямолінійному;
- b) Нерівномірному прямолінійному;
- c) Рівномірному русі по колу;
- d) Нерівномірному русі по колу.

10. Виберіть вираз, який описує доцентрове прискорення.

- a) $\omega^2 r$;
- b) $\frac{dv}{dt}$;
- c) $\frac{v^2}{R} \vec{n}$;
- d) $\frac{v^2}{R}$.

11. Який з виразів визначає лінійну швидкість в певний момент часу?

- a) $[\vec{r}\vec{\omega}]$;
- b) $[\vec{\omega}\vec{r}]$;
- c) $[\vec{\epsilon}\vec{r}]$;
- d) $[\vec{r}\vec{\epsilon}]$.

12. З напрямом якого вектора співпадає напрям вектора середньої швидкості за певний проміжок часу?

- a) Вектора сили;
- b) Радіус-вектора;
- c) Радіуса дотичної до траєкторії;
- d) Вектора переміщення.

13. При якому з видів руху нормальне і тангенціальне прискорення дорівнюють нулю?

- a) Рівномірному русі по колу;
- b) Нерівномірному русі по колу;

- c) Рівномірному прямолінійному русі;
 d) Нерівномірному прямолінійному русі.
14. При якому з видів руху нормальне і тангенціальне прискорення НЕ рівні нулю?
- a) Рівномірному прямолінійному русі;
 b) Нерівномірному прямолінійному русі;
 c) Рівномірному русі по колу;
 d) Нерівномірному русі по колу.
15. При якому з видів руху тангенціальне прискорення НЕ дорівнює нулю, а нормальне прискорення дорівнює нулю?
- a) Рівномірному русі по колу;
 b) Нерівномірному русі по колу;
 c) Рівномірному прямолінійному русі;
 d) Нерівномірному прямолінійному русі.
16. Тіло рухається по колу зі сталим повним прискоренням. Якщо проекція тангенціального прискорення на напрямок швидкості додатна, тоді як змінюється величина нормального прискорення?
- a) Зменшується;
 b) Збільшується;
 c) Не змінюється.
17. Тіло рухається зі сталою за величиною швидкістю вздовж плоскої кривої. В якій точці траєкторії її повне прискорення буде максимальним (рис. 1.4.1.3)?

- a) 1;
 b) 2;
 c) 3;
 d) прискорення залишається сталим

в усіх точках траєкторії.

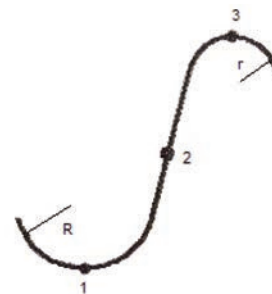


Рис. 1.4.1.3.

18. Тіло рухається по колу зі швидкістю $\vec{v}$. На рисунку зображений графік залежності проекції швидкості v_τ від часу (τ – одиничний вектор позитивного напрямку, v_τ – проекція вектора $\vec{v}$ на цей напрям). Які при цьому виконуються умови для нормального a_n і тангенціального a_τ прискорення?

- a) $a_\tau > 0; a_n = 0;$
- b) $a_\tau = 0; a_n = 0;$
- c) $a_\tau > 0; a_n > 0;$
- d) $a_\tau = 0; a_n > 0.$

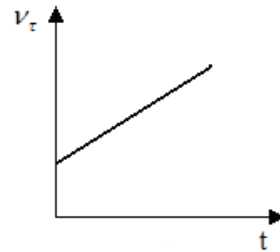


Рис. 1.4.1.4.

19. Тіло рухається по колу. Як напрямлений вектор кутового прискорення цієї точки?

- a) По дотичній до кола;
- b) Вздовж радіуса до центра;
- c) Вгору по осі обертання;
- d) Вниз по осі обертання;
- e) Правильної відповіді немає.

20. Тангенціальне прискорення точки змінюється за траєкторією, зображеною на рис. 1.4.1.5. Який графік відображає залежність швидкості цього руху від часу?

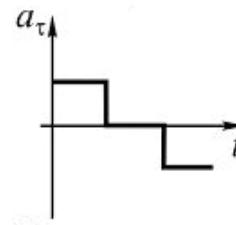
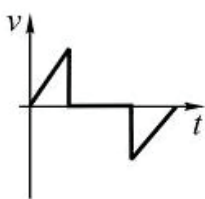
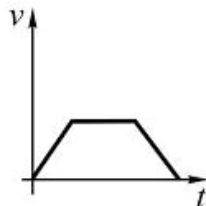


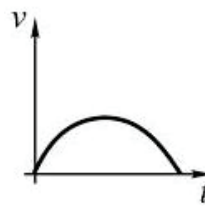
Рис. 1.4.1.5.



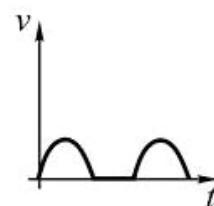
a)



b)



c)



d)

21. Графік проекції швидкості v_x тіла, яке рухається вздовж осі Ox , на цю вісь від часу подано на рис. 1.4.1.6. Чому дорівнює шлях, пройдений тілом за 7 с після початку руху?

- a) 7 м;
- b) 5 м;
- c) 8 м;
- d) 2 м.

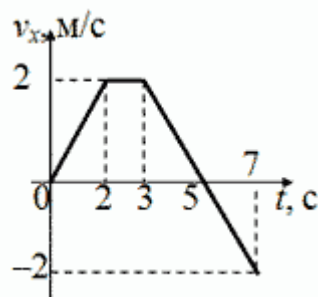


Рис. 1.4.1.6.

22. Модулі лінійних швидкостей точок A та B , розташованих на поверхні горизонтального диска, який рівномірно обертається навколо нерухомої вертикальної осі, яка проходить через його центр (т. O), $v_1 = 9,42$ м/с й $v_2 = 6,0$ м/с відповідно (рис. 1.4.1.7). Якщо частота обертання диска $\nu = 1,5$ с⁻¹, тоді відстань між точками A та B дорівнює:

- a) 0,89 м;
- b) 0,79 м;
- c) 0,36 м;
- d) 0,18 м.

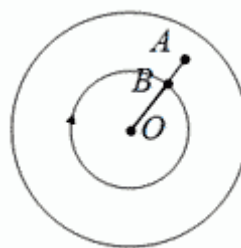


Рис. 1.4.1.7.

23. Тіло обертається навколо нерухомої осі. Залежність кутової швидкості від часу $\omega(t)$ подано на рис. 1.4.1.8. Тангенціальне прискорення точки, що знаходиться на відстані 1 м від осі обертання дорівнює:

- a) $0,5$ м/с²;
- b) 5 м/с²;
- c) -5 м/с²;
- d) $-0,5$ м/с².

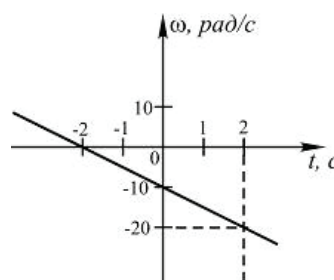


Рис. 1.4.1.8.

24. Тіло рухається вздовж кола радіусом 1 м відповідно до рівняння $\varphi = 2\pi(t^2 - 6t + 12)$, де φ – у радіанах, t – в секундах. Чому дорівнює кутове прискорення частинки (в с^{-2}) через 3 с після початку руху?

- a) 0;
- b) 2π ;
- c) 4π ;
- d) 6π .

25. Тіло зі стану спокою почало рухатись по дузі кола з радіусом $R = 1$ м зі сталим кутовим прискоренням $\varepsilon = 2 \text{ с}^{-2}$. Відношення нормального прискорення до тангенціального через одну секунду дорівнює:

- a) 1;
- b) 2;
- c) 4;
- d) 3.

26. Тіло M рухається по спіралі зі сталою швидкістю у напрямку, вказаному стрілкою (рис. 1.4.1.9). Як зміниться при цьому величина повного прискорення?

- a) Не змінюється;
- b) Збільшується;
- c) Зменшується;
- d) То збільшується, то зменшується.

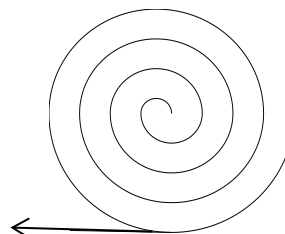


Рис. 1.4.1.9.

27. Тіло M рухається по колу зі швидкістю $\vec{v}$. На рис. 1.4.1.10 зображено графік залежності v_t від часу. Який напрямок повного прискорення в точці M в момент часу t_3 (рис. 1.4.1.11)?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

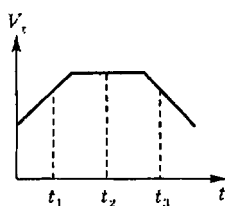


Рис. 1.4.1.10.

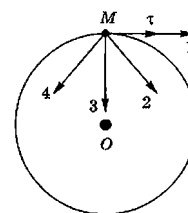


Рис. 1.4.1.11.

28. Тіло M рухається по колу зі швидкістю $\vec{v}$. На рис. 1.4.1.12 зображено графік залежності v_τ від часу ($\vec{\tau}$ – одиничний вектор додатного напрямку; v_τ – проекція $\vec{v}$ на цей напрямок). Який напрямок має вектор повного прискорення на рис. 1.4.1.13?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

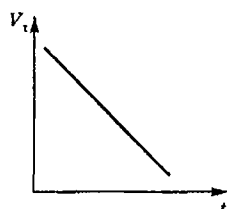


Рис. 1.4.1.12.

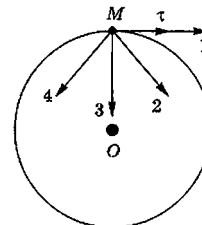


Рис. 1.4.1.13.

29. Два тіла кинуто під одним кутом до горизонту з початковими швидкостями v_0 і $2v_0$. Якщо опором повітря знехтувати, яке буде співвідношення дальностей польоту S_1/S_2 ?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

30. Камінь кинуто під кутом до горизонту зі швидкістю v_0 . Його траєкторія в однорідному полі тяжіння зображена на рис. 1.4.1.14. Як зміниться модуль тангенціального прискорення a_τ на ділянці $A-B-C$?

- a) Не змінюється;
- b) Збільшується;
- c) Зменшується.

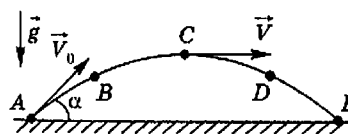


Рис. 1.4.1.14.

31. Камінь кинули під кутом до горизонту зі швидкістю v_0 . Його траєкторія в однорідному полі тяжіння зображена на рисунку попередньої задачі. Опору повітря немає. Модуль повного прискорення каменю:

- a) Максимальний в точці A і E ;
- b) Однаковий у всіх точках;
- c) Максимальний в точках B і D ;
- d) Максимальний в точці C .

32. Тіло кинуто з поверхні Землі зі швидкістю 20 м/с під кутом 60° до горизонту. Визначте радіус кривизни його траєкторії у верхній точці, якщо опором повітря знехтувати і прийняти $g = 10 \text{ м/с}^2$.

- a) 80 м;
- b) 20 м;
- c) 30 м;
- d) 10 м.

33. Диск з радіусом R починає обертатися зі стану спокою в горизонтальній площині навколо осі, що проходить перпендикулярно до його площини через центр диска. Залежність кута повороту від часу показана на графіку. У якому відношенні знаходяться величини нормальних прискорень точки на краю диска в момент часу $t_1 = 2 \text{ с}$ і $t_2 = 7 \text{ с}$?

- a) Відрізняються в 2 рази;
- b) Дорівнюють нулю;
- c) Рівні між собою, але не рівні нулю.

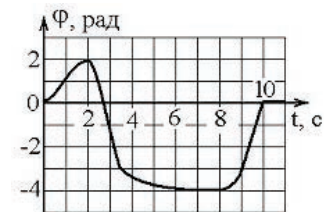


Рис. 1.4.1.15.

34. У початковий момент часу твердому тілу надали кутової швидкості 5 рад/с навколо осі, що проходить перпендикулярно до його площини через центр, і надалі тіло має кутове прискорення, проекція якого змінюється з часом так, як показано на графіку. Нормальне прискорення деякої точки цього тіла через 5 секунд після початку обертання:

- a) Збільшиться в 2 рази;
- b) Не зміниться;
- c) Збільшиться в 1,5 рази;
- d) Збільшиться в 4 рази.

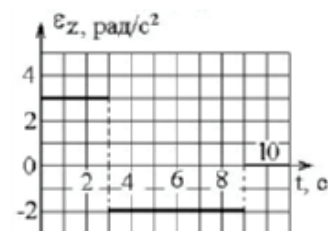


Рис. 1.4.1.16.

35. Диск обертається навколо своєї осі, змінюючи проекцію кутової швидкості $\omega_z(t)$ так, як показано на рис. 1.4.1.17. В які інтервали часу вектор кутової швидкості $\vec{\omega}$ направлений по осі Z ?

- a) Від t_2 до t_3 і від t_3 до t_4 ;
- b) Від 0 до t_1 і від t_1 до t_2 ;
- c) Від t_1 до t_2 і від t_3 до t_4 ;
- d) Від t_1 до t_2 і від t_2 до t_3 .

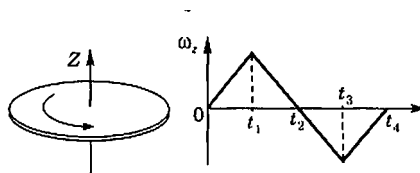


Рис. 1.4.1.17.

36. Тверде тіло починає обертатися навколо осі, що проходить перпендикулярно до його площини через центр, з кутовою швидкістю, проекція якої змінюється з часом так, як це показано на графіку (рис. 1.4.1.18). Кут повороту тіла відносно початкового положення буде найбільшим в момент часу:

- a) 2 с;
- b) 2,7 с;
- c) 10 с.

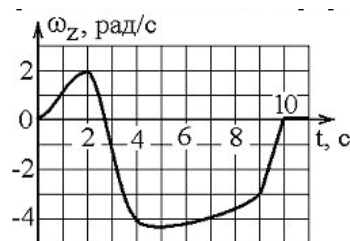


Рис. 1.4.1.18.

37. Тіло рухається по колу радіусом 1 м згідно з рівнянням $\varphi(t) = 2\pi(t^2 - 6t + 12)$, де φ – в радіанах, t – в секундах. В який момент часу тіло зупиниться?

- a) 1 с;
- b) 2 с;
- c) 3 с;
- d) 4 с.

38. Кінематичний закон обертального руху тіла задано рівняння $\varphi = Ct^2$, де $C = 2$ рад/с². Якою буде кутова швидкість тіла наприкінці третьої секунди?

- a) 51 рад/с;
- b) 12 рад/с;
- c) 48 рад/с;
- d) 19 рад/с.

1.4.2. Динаміка руху тіла

Динаміка «матеріальної точки». Закони Ньютона

39. Яка із формул виражає Другий Закон Ньютона?

a) $A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2};$

b) $Ft = mv - mv_0;$

c) $\vec{F} = -\vec{F};$

d) $A = Fs \cos \alpha.$

40. Другий Закон Ньютона у формі $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$, де $\vec{F}_i$ – сили, що діють на тіло з боку інших тіл, є справедливим:

a) Для тіл, як з постійною, так і змінною масою;

b) Тільки в інерціальній системі відліку;

c) У будь-якій системі відліку.

41. Які з векторів збігаються за напрямком з вектором прискорення в загальному випадку?

a) Швидкість;

b) Сила

c) Радіус-вектор;

d) Дотична до траєкторії.

42. Під час випробування повітряної подушки безпеки автомобіля манекен з масою 70 кг мав у момент удару швидкість 25 м/с. Час руху манекена в подушці до повної зупинки 0,25 с. З якою середньою силою діяв манекен на подушку протягом вказаного часу?

a) 70 Н;

b) 700 Н;

c) 7000 Н;

d) 70 000 Н.

43. На тіло масою $m = 2,5$ кг діють сили F_1 та F_2 (рис. 1.4.2.1), проекції яких на осі координат $F_{1x} = -15$ Н та $F_{1y} = 5$ Н. Чому дорівнює модуль прискорення?

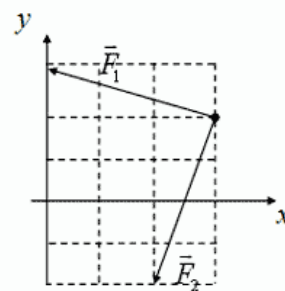


Рис. 1.4.2.1.

- a) 10 м/с^2 ;
- b) $7,5 \text{ м/с}^2$;
- c) $5,0 \text{ м/с}^2$;
- d) $2,5 \text{ м/с}^2$.

44. Тіло M рухається по колу зі швидкістю $\vec{v}$. На рис. 1.4.2.2 зображено графік залежності v_τ від часу ($\vec{\tau}$ – одиничний вектор додатного напрямку; v_τ – проекція $\vec{v}$ на цей напрямок). Вкажіть напрямок сили, яка діє на тіло M в момент часу t_1 (рис. 1.4.2.3).

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

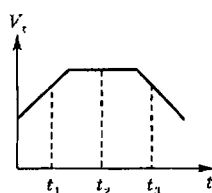


Рис. 1.4.2.2.

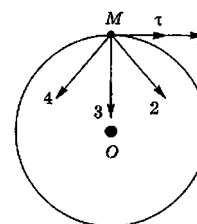


Рис. 1.4.2.3.

45. Швидкість автомобіля (рис. 1.4.2.4) змінювалась з часом так, як показано на графіку (рис. 1.4.2.5) залежності $v(t)$. В момент часу t_1 автомобіль піднімався по ділянці дуги. Який вектор відображає напрям рівнодійної всіх сил, діючих на автомобіль в цей момент часу?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

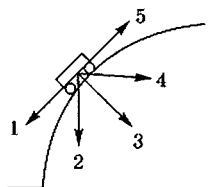


Рис. 1.4.2.4.

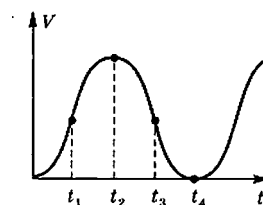


Рис. 1.4.2.5.

46. Система складається з трьох куль з масами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг, які рухаються так, як це показано на рис. 1.4.2.6. Якщо швидкості куль рівні $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 2$ м/с, $v_3 = 1$ м/с, то величина швидкості центра мас цієї системи в м/с дорівнює:

- a) $2/3$;
- b) 4 ;
- c) $5/3$;
- d) 10 .

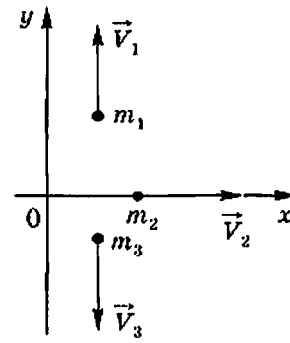


Рис. 1.4.2.6.

47. Кінематичний закон руху вздовж осі Ox має вигляд $x = At + Bt^2$, де $A = -8,0$ м/с, $B = 4,0$ м/с². Якщо маса тіла $2,0$ кг, то через проміжок часу $2,0$ с після початку руху модуль кількості руху цього тіла буде дорівнювати:

- a) 0 кг·м/с;
- b) $5,0$ кг·м/с;
- c) 10 кг·м/с;
- d) 16 кг·м/с.

48. Кількість руху тіла $\vec{p}_1$ під час короткочасного удару змінилась на $\vec{p}_2$ так, як це показано на рисунку. Який напрямок має сила в момент удару?

- a) 1 ;
- b) 2 ;
- c) 3 ;
- d) 4 .

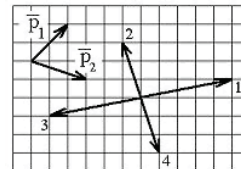


Рис. 1.4.2.7.

49. Тенісний м'яч летів з кількістю руху $\vec{p}_1$ (масштаб і напрямок вказані на рисунку). Тенісист зробив по м'ячу різкий удар з середньою силою 80 Н. Кількість руху м'яча стала рівною $\vec{p}_2$. Протягом якого часу (с) на м'яч діяла сила?

- a) $0,05$;
- b) $0,5$;
- c) $0,2$;
- d) $0,3$;
- e) 2 .

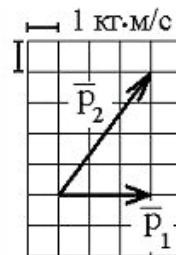


Рис. 1.4.2.8.

50. На тенісний м'яч, який летів, маючи кількість руху $\vec{p}_1$, на короткий час $\Delta t = 0,01$ с подіяв порив вітру з постійною силою $F = 300$ Н, внаслідок чого кількість руху м'яча стала рівною $\vec{p}_2$ (масштаб і напрямок вказані на рис. 1.4.2.9). Величина кількості руху $\vec{p}_1$ дорівнювала _____ кг·м/с:

- a) 33,2;
- b) 6,2;
- c) 5;
- d) 6,1;
- e) 1.

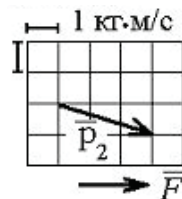


Рис. 1.4.2.9.

51. Тіло починає рухатися під дією сили F_x , графік часової залежності подано на рис. 1.4.2.10. Який графік правильно відображає залежність величини проекції кількості руху тіла від часу?

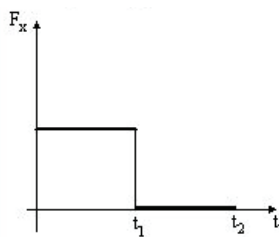
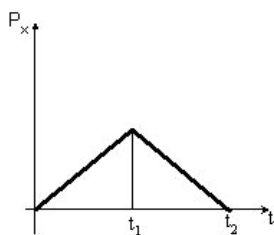
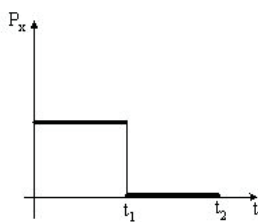


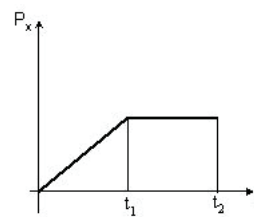
Рис. 1.4.2.10.



a)



b)



c)

52. Вантаж масою 15 кг, який спочатку знаходився в стані спокою, починають опускати, використовуючи систему легких блоків. Модуль сили, прикладеної до нерозтяжного шнура, 70 Н. На яку відстань опустився вантаж за проміжок часу 3 с після початку руху?

- a) 20 см;
- b) 1 м;
- c) 1,5 м;
- d) 30 дм.

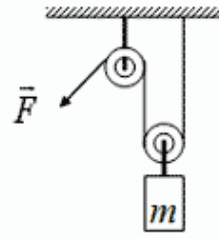


Рис. 1.4.2.11.

Сили тертя і пружності

53. З шахти глибиною $h = 112$ м піднімають вантаж, закріплений на кінці сталюгого ($\rho = 7,80 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$) троса, виготовленого з $N = 18$ дротів площею поперечного перерізу $S = 1,10 \text{ мм}^2$ кожна. Модуль прискорення, з яким починається підйом вантажу, $a = 2,00 \text{ м/с}^2$. Чому дорівнює максимальна маса вантажу m , якщо міцність сталі $\sigma_{\text{гр}} = 500 \cdot 10^6 \text{ Па}$?

- a) 710 кг;
- b) 734 кг;
- c) 750 кг;
- d) 766 кг.

54. Брусок масою $0,1$ кг знаходиться в стані спокою на похилій площині, яка складає кут 30° з горизонтом. Яка величина сили тертя спокою?

- a) 0;
- b) 0,5;
- c) 1;
- d) 2.

55. На рис. 1.4.2.12 подано графіки 1 і 2 залежностей сили тертя $F_{\text{тр}}$ від сили реакції опори N . Відношення коефіцієнтів тертя ковзання μ_1/μ_2 дорівнює:

- a) 2;
- b) 1;
- c) 0,5;
- d) $\sqrt{2}$.

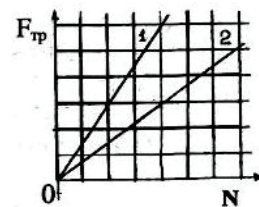


Рис. 1.4.2.12.

Всесвітнє тяжіння

56. Яке з наведених трактувань явища невагомості на супутниках Землі правильне?

- a) Вага і відцентрова сила урівноважують одна одну;
- b) Сила тяжіння Землі нескінченно мала у точці знаходження супутника;
- c) Невагомість обумовлена вільним падінням супутника на Землю;
- d) Сила притягування супутника Землею та Сонцем урівноважені.

57. В якій точці земної поверхні вага нерухомого відносно Землі тіла дорівнює силі його притягування до Землі?

- a) На екваторі;
- b) На полюсі;
- c) На широті 45° ;
- d) В будь-якій точці земної поверхні.

58. З якої рівності можна визначити першу космічну швидкість?

- a) $\frac{mv^2}{2} = \gamma \frac{Mm}{R_3};$
- b) $\frac{mv^2}{R_3} = \gamma \frac{Mm}{R_3^2};$
- c) $\frac{mv^2}{2} = mgh;$
- d) $v = \sqrt{2gR_3}.$

59. З якою силою притягуються два тіла масою по 1 кг, що знаходяться на відстані $r = 1$ м одне від одного?

- a) 1000 Н;
- b) $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н;
- c) 1 Н;
- d) 10^{-6} Н.

60. Яка розмірність гравітаційної сталої?

- a) $\text{кг/м} \cdot \text{с}^2;$

b) $\text{м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$;

c) $\text{кг}/\text{м} \cdot \text{с}$;

d) $\text{м} \cdot \text{кг}/\text{с}$.

61. Як відносно поверхні Землі зміниться прискорення вільного падіння g_0 на висоті, рівній радіусу Землі?

a) Зменшиться в 2 рази;

b) Збільшиться в 2 рази;

c) Збільшиться в 4 рази;

d) Зменшиться в 4 рази.

62. Які з перерахованих величин мають розмірність, що збігається з розмірністю лінійного прискорення?

a) Гравітаційна стала γ ;

b) Потенціал поля тяжіння φ ;

c) Напруженість поля тяжіння G ;

d) Прискорення земного тяжіння g ;

e) Градієнт потенціалу поля тяжіння $\text{grad}\varphi$.

63. У скільки разів (приблизно) значення першої космічної швидкості біля поверхні Землі більша, ніж поблизу поверхні Місяця? (Прийняти, що маса m Місяця у 81 раз менша за масу M Землі, а радіус r Місяця складає 0,27 радіуса R Землі).

a) 2;

b) 3;

c) 4;

d) 5.

64. У скільки разів (приблизно) значення другої космічної швидкості біля поверхні Землі більша, ніж поблизу поверхні Місяця? (Прийняти, що маса m Місяця у 81 раз менша за масу M Землі, а радіус r Місяця складає 0,27 радіуса R Землі).

a) 2;

- b) 3;
- c) 4;
- d) 5.

65. У скільки разів (приблизно) прискорення сили тяжіння на поверхні Землі більше, ніж прискорення сили тяжіння на поверхні Місяця?

- a) 2;
- b) 4;
- c) 16;
- d) 22.

66. Тіло віддалили від Землі так, що сила тяжіння його до Землі зменшилася в 4 рази. Як змінилася його потенціальна енергія?

- a) Зменшилася в 4 рази;
- b) Збільшилася в 4 рази;
- c) Зменшилася в 2 рази;
- d) Збільшилася у 2 раз.

67. Два супутники рухаються по колових орбітах навколо Землі. Радіус орбіти зовнішнього супутника в три рази більший за радіус орбіти внутрішнього супутника. Яка орбітальна швидкість зовнішнього супутника, якщо орбітальна швидкість внутрішнього супутника v ?

- a) $\frac{v}{3}$;
- b) $\frac{v}{\sqrt{3}}$;
- c) $v\sqrt{3}$;
- d) $\sqrt{3}$.

68. Відстань між центрами двох планет з масами m і M , складає R . У якій точці на прямій, що з'єднує центри планет, сили гравітаційного притягання з боку кожної з них будуть рівні?

- a) $\left(\frac{m}{M}\right) R$;
- b) $\left(1 + \frac{m}{M}\right) R$;

- c) $\left(1 + \frac{m}{M}\right) R;$
- d) $\sqrt{\frac{m}{M}} R;$
- e) $\left(1 + \sqrt{\frac{m}{M}}\right) R;$
- f) $\frac{R}{1 - \sqrt{\frac{m}{M}}}.$

Рух тіл в неінерціальних системах відліку

69. Якою є вага тіла масою m в ліфті, що піднімається вгору з прискоренням $a > 0$?

- a) $P = ma;$
- b) $P = mg;$
- c) $P = m(g+a);$
- d) $P = m(g - a).$

70. Людина входить у ліфт, який потім рухається рівномірно вгору, при цьому:

- a) Вага людини буде залежати від швидкості руху ліфта;
- b) Вага людини не зміниться;
- c) Вага людини зменшиться;
- d) Вага збільшиться.

71. Ліфт рухається вниз з прискоренням $a > g$, при цьому:

- a) Тіло знаходитиметься в стані невагомості;
- b) З тілом нічого не станеться;
- c) Тіло притиснеться до підлоги ліфта;
- d) Тіло притиснеться до стелі ліфта.

72. При повороті на горизонтальній ділянці дороги мотоцикліст рухається по дузі кола радіуса $R = 43,2$ м зі швидкістю, модуль якої $18,0$ м/с. Чому дорівнює модуль сили взаємодії з сидінням мотоцикліста, якщо маса мотоцикліста $60,0$ кг?

- a) 150 Н;
- b) 450 Н;
- c) 600 Н;
- d) 750 Н.

73. Стальний куб ($\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) знаходиться на горизонтальній підлозі ліфта, який рухається з прискоренням, що напрямленим вгору і яке за модулем дорівнює $2,5 \text{ м/с}^2$. Чому дорівнює довжина ребра куба, якщо тиск куба на підлогу $p = 39 \text{ кПа}$?

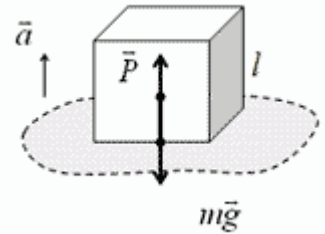


Рис. 1.4.2.13.

- a) 25 см;
- b) 30 см;
- c) 40 см;
- d) 50 см.

74. Мотоцикліст рухається по горизонтальній площині, описуючи коло з радіусом R . Коефіцієнт тертя коліс об ґрунт μ . На який кут α від вертикалі відхиляється мотоцикліст, якщо його швидкість v ?

- a) $\alpha = \arctg\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$;
- b) $\alpha = \arctg\left(\frac{2v}{R\mu}\right)$;
- c) $\alpha = \arctg(\mu Rv)$;
- d) $\alpha = \arctg(\mu/Rv)$.

75. Куб, наполовину заповнений водою, рухають горизонтально з прискоренням a . Яким буде кут нахилу рідини до горизонту?

- a) $\arctg \frac{a}{g}$;
- b) $\arcsin \frac{a}{2g}$;
- c) $\arccos(2ag)$.

76. По диску, який обертається, вздовж радіуса (від центру) котиться куля. Як у цьому випадку буде спрямована сила Коріоліса?

- a) По дотичній до кола в напрямку обертання диска;

- b) По дотичній до кола проти обертання;
 - c) Уздовж радіуса від центру;
 - d) Уздовж радіуса до центру;
 - e) У напрямку кутової швидкості.
77. Яким рівнянням визначається сила Коріоліса?
- a) $F_K = -m[\vec{v} \times \vec{\omega}]$;
 - b) $F_K = \vec{\varepsilon}[\vec{\omega} \times \vec{v}]$;
 - c) $F_K = -2m[\vec{\omega} \times \vec{v}]$;
 - d) $F_K = \vec{v}[\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}]$.

Механіка твердого тіла

78. Яке рівняння виражає Основний закон динаміки обертального руху?

- a) $\sum_{i=1}^n I_i \omega_i = const$;
- b) $M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$;
- c) $\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$;
- d) $\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}]$;
- e) $\vec{F}dt = d(m\vec{v})$.

79. Диск і циліндр мають однакові маси і радіуси. Яке співвідношення¹ справедливе для їх моментів інерції?

- a) $I_u > I_o$;
- b) $I_u = I_o$;
- c) $I_u < I_o$.

80. Чотири маленькі кульки однакової маси жорстко закріплені невагомими стержнями і утворюють квадрат. Яке відношення моментів інерції системи I_1/I_2 , якщо вісь обертання співпадає зі стороною квадрата I_1 або з його діагоналлю I_2 ?

¹ Йдеться про моменти інерції відносно осей симетрії

- a) $1/4$;
- b) 2 ;
- c) 4 ;
- d) 1 ;
- e) $1/2$.

81. На диск діє постійна дотична до ободу сила. Які з перерахованих величин не будуть змінюватися з плином часу?

- a) Момент сили;
- b) Кутова швидкість;
- c) Кутове прискорення;
- d) Момент кількості руху;
- e) Момент інерції.

82. Які з перерахованих величин не залежать від положення відносно осі обертання?

- a) Момент сили $\vec{M}$;
- b) Момент інерції I ;
- c) Кількість руху $\vec{p}$;
- d) Момент кількості руху $\vec{L}$;
- e) Кутове прискорення $\vec{\epsilon}$.

83. Момент інерції тонкого стрижня довжиною l відносно осі, перпендикулярної до його площини і проходить через його центр, рівний $I = \frac{1}{12}ml^2$. Як зміниться момент інерції, якщо вісь обертання перенести паралельно на один з його кінців?

- a) Збільшиться в 2 рази;
- b) Збільшиться в 3 рази;
- c) Збільшиться в 4 рази;
- d) Збільшиться в 6 разів;
- e) Збільшиться в 12 разів.

84. Із жерсті вирізали три однакові деталі у вигляді еліпса. Дві деталі розрізали на чотири однакові частини, які потім розсунули на однакові відстані симетрично осі OO' так, як показано на рис. 1.4.2.14. Яке співвідношення є справедливим для моментів інерції відносно осі OO' ?

- a) $I_1 > I_2 > I_3$;
- b) $I_1 < I_2 = I_3$;
- c) $I_1 = I_2 = I_3$;
- d) $I_1 < I_2 < I_3$.

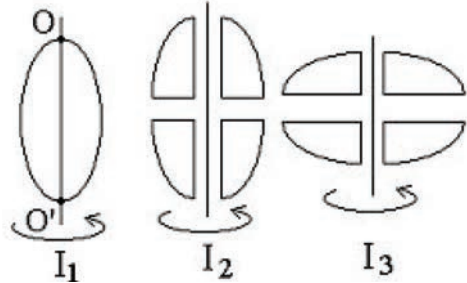


Рис. 1.4.2.14.

85. Із жерсті вирізали три однакові деталі у вигляді еліпса. Дві деталі розрізали на чотири однакові частини, які потім розсунули на однакові відстані симетрично осі OO' так, як показано на рис. 1.4.2.15. Яке співвідношення є справедливим для моментів інерції відносно осі OO' ?

- a) $I_1 > I_2 > I_3$;
- b) $I_1 < I_2 = I_3$;
- c) $I_1 = I_2 = I_3$;
- d) $I_1 < I_2 < I_3$.

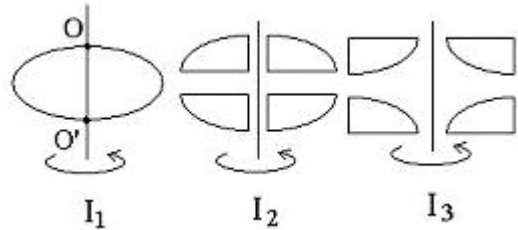


Рис. 1.4.2.15.

86. Тонкостінна трубка і кільце мають однакові маси і радіуси. Яке співвідношення є справедливим для їх моментів інерції?

- a) $I_T = I_K$;
- b) $I_T > I_K$;
- c) $I_T < I_K$.

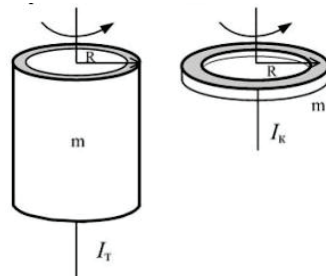


Рис. 1.4.2.16.

87. Олівець, поставлений вертикально, падає на стіл. Як зміниться кутова швидкість олівця в кінці падіння, якщо олівець вкоротити в 4 рази?

- a) Зменшиться в 2 рази;
- b) Збільшиться в 2 рази;
- c) Збільшиться в 4 рази;
- d) Збільшиться у 16 разів.

88. Два тіла однакової маси рухаються з однаковою кутовою швидкістю по колам, що мають радіуси $R_1 = 2R_2$. Як відносяться моментикількостей руху точок L_1/L_2 ?

- a) 1/4;
- b) 1/2;
- c) 2;
- d) 4.

89. До диска, який може вільно обертатись навколо осі, що проходить через точку O^2 , прикладають однакові за величиною сили. В якому з поданих положень момент сил буде максимальним?

- a) 4;
- b) 5;
- c) 1;
- d) 2;
- e) 3.

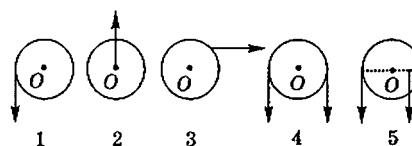


Рис. 1.4.2.17.

90. Однорідний диск з радіусом $R = 0,2$ м і масою $m = 5$ кг обертається навколо осі, яка проходить через його центр. Якщо залежність кутової швидкості від часу визначається виразом $\omega = A + Bt$, де $A = 4$ рад/с, $B = 8$ рад/с², тоді якою буде дотична сила, що прикладена до ободу диска?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 4;
- d) 5;
- e) 8.

²Вісь обертання перпендикулярна до площини малюнка

91. Якщо момент інерції тіла збільшити в 2 рази і швидкість його обертання збільшити в 2 рази, тоді як зміниться момент кількості руху тіла?

- a) Збільшиться в $2\sqrt{2}$ раз;
- b) Не зміниться;
- c) Збільшиться у 8 раз;
- d) Збільшиться в 4 рази.

92. На якому рисунку правильно зображені напрямки векторів моменту кількості руху $\vec{L}$ та моменту сили $\vec{M}$?

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4;
- e) 5.

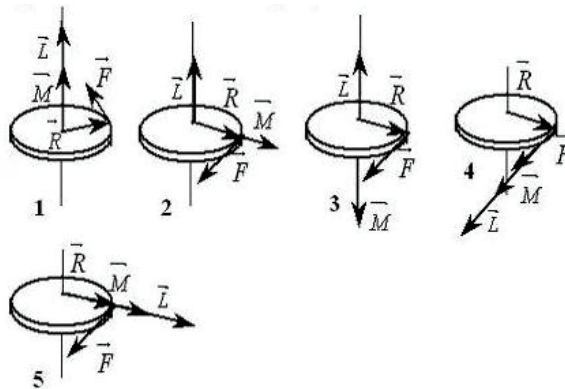


Рис. 1.4.2.18.

93. Момент кількості руху тіла змінюється з часом за законом $L(t) = t^2 - 6t + 8$. Через який час момент сил, діючих на тіло, стане рівним нулю?

- a) 1 с;
- b) 2 с;
- c) 3 с;
- d) 4 с.

94. Момент кількості руху тіла відносно нерухомої осі змінюється за законом $L = -\frac{1}{3}t^3 + 4t$. За яким графіком визначається залежність від часу моменту сил, які діють на тіло?

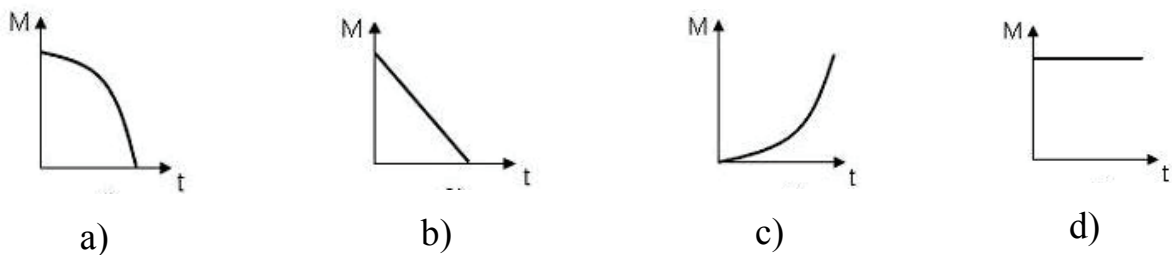


Рис. 1.4.2.19.

95. Диск обертається рівномірно з деякою кутовою швидкістю ω . Починаючи з моменту часу $t = 0$, на нього діє момент сил, графік часової залежності якого зображений на рис. 1.4.2.20. Який графік правильно відображає залежність моменту кількості руху диска від часу?

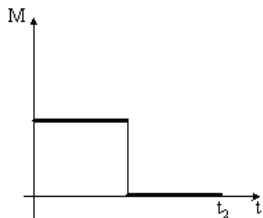
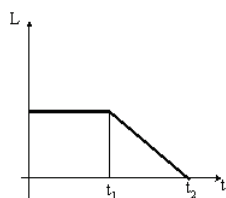
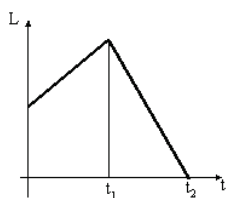


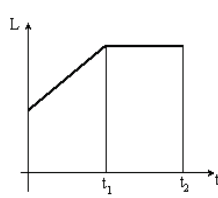
Рис. 1.4.2.20.



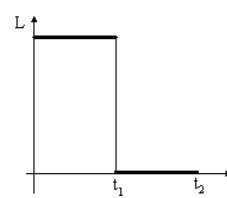
a)



b)



c)



d)

1.4.3. Робота і енергія. Закони збереження

Робота і енергія

96. Який з виразів визначає кількість руху тіла?

a) $\frac{mv^2}{2}$;

b) mv ;

c) $\frac{mv^2}{R}$;

d) mr^2 .

97. Виберіть розмірність роботи, виражену через основні одиниці СІ.

a) 1 кг;

b) 1 кг·м/с;

c) 1 кг·м/с²;

d) 1 кг·м²/с².

98. Яка з вказаних величин має розмірність $\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$?
- Момент інерції I ;
 - Кількість руху (кількість руху) p ;
 - Момент сили M ;
 - Момент кількості руху L .
99. Яка з формул виражає кінетичну енергію системи тіл?

- $W_k = \frac{mv^2}{2}$;
- $W_k = \int_v^0 -mvdv$;
- $W_k = \frac{(m_1v_1 + m_2v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$;
- $W_k = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i v_i^2)}{2}$.

100. Яка формула відповідає роботі змінної сили?

- $A = Fl$;
- $A = \sum_{i=1}^n F_i \Delta l_i$;
- $A = Fl \cos \alpha$;
- $dA = Fdl$.

101. За якою формулою можна обчислити роботу сили тяжіння?

- $A = Fl \cos \alpha$;
- $A = M\Delta\alpha$;
- $A = Nt$;
- $A = -mg\Delta h$.

102. Яке співвідношення робіт сили тяжіння при переході з точки B в точку C (рис. 1.4.3.1)?

- $A1 = A2 = A3 = 0$;
- $A1 < A2 < A3$;
- $A1 = A3 > A2$;
- $A1 > A2 > A3$;
- $A1 = A2 = A3 \neq 0$.

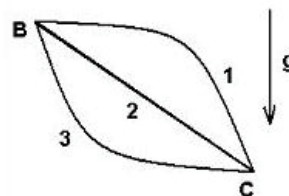


Рис. 1.4.3.1.

103. Чому дорівнює робота, що здійснюються при рівноприскореному підйомі вантажу масою 100 кг на висоту 4 м за 2 с?

- a) 2000 Дж;
- b) 40000 Дж;
- c) 8000 Дж;
- d) 1000 Дж.

104. Чому навантажений автомобіль при тій же потужності двигуна має меншу швидкість, ніж ненавантажений?

- a) Збільшується сила тертя;
- b) Зменшується сила тяги;
- c) Автомобіль з великою силою тисне на землю;
- d) Зменшується робота.

105. Невелика шайба почала рух з льодяної гірки з точки *A*. Залежність потенціальної енергії від координати зображено на графіку (рис. 1.4.3.2). Опором повітря нехтують. Яку роботу здійснила сила тяжіння на ділянці *AF*?

- a) В 1,4 рази більшу, ніж на ділянці *AD*;
- b) В 1,6 рази більшу, ніж на ділянці *AC*;
- c) В 5 разів більшу, ніж на ділянці *AC*;
- d) В 1,2 рази більшу, ніж на ділянці *AE*.

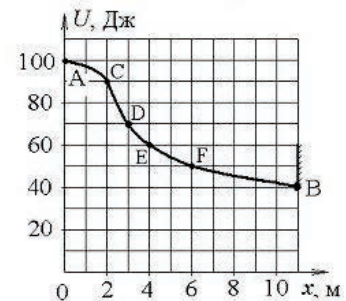


Рис. 1.4.3.2.

106. Кулька, прикріплена до пружини і насаджена на горизонтальну направляючу вісь, здійснює гармонічні коливання (рис. 1.4.3.3). На графіку (рис. 1.4.3.4) подано залежність проекції сили пружності пружини на додатний напрямок осі *OX* від координати кульки. Чому дорівнює робота сили пружності на етапі *O–A–B*?

- a) $8 \cdot 10^{-2}$ Дж;
- b) 0 Дж;
- c) $4 \cdot 10^{-2}$ Дж.

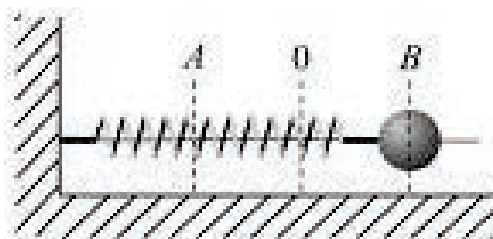


Рис. 1.4.3.3.

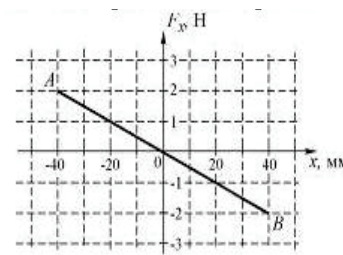


Рис. 1.4.3.4.

107. Зміна сили тяги на різних ділянках шляху подана на графіку. На якій ділянці робота є максимальною?

- a) 3-4;
- b) 1-2;
- c) 4-5;
- d) 0-1;
- e) 2-3.

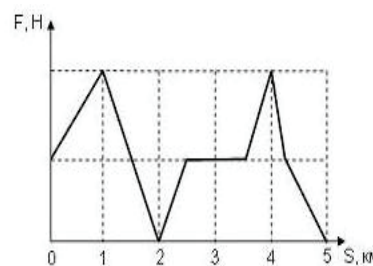


Рис. 1.4.3.5.

108. Залежність переміщення тіла масою 4 кг від часу подана на рис.

1.4.3.6. Чому дорівнює кінетична енергія тіла в момент часу 3 с?

- a) 15 Дж;
- b) 20 Дж;
- c) 25 Дж;
- d) 40 Дж;
- e) 50 Дж.

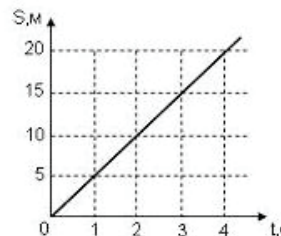


Рис. 1.4.3.6.

109. До шнура підвішений вантаж масою 3 кг. Важок відвели убік так, що шнур зайняв горизонтальне положення, а потім відпустили. Якою є сила натягу шнура в момент, коли гиря проходить положення рівноваги?

- a) 9,8 Н;
- b) 30 Н;
- c) 90 Н;
- d) 300 Н.

110. Сила 2 Н діяла на тіло протягом 4 с і надала йому кінетичної енергії 6,4 Дж. Якою була маса тіла?

- a) 3,2 кг;

- b) 5 кг;
- c) 25,6 кг;
- d) 51,2 кг.

111. Під дією доцентрової сили 10 Н тіло описує в горизонтальній площині коло радіусом 1 м. Визначити кінетичну енергію тіла.

- a) 5 Дж;
- b) 10 Дж;
- c) 12 Дж;
- d) 20 Дж.

112. Визначити повну кінетичну енергію при коченні без ковзання зі швидкістю v по плоскій поверхні візка, що має чотири колеса у вигляді дисків з масою $\frac{m}{4}$ кожен. Маса візка без коліс дорівнює m .

- a) mv^2 ;
- b) $2mv^2$;
- c) $1,25mv^2$;
- d) $1,5mv^2$;
- e) $0,25mv^2$.

113. Визначити повну кінетичну енергію циліндра, що має масу m , при коченні без ковзання зі швидкістю v по плоскій поверхні.

- a) $\frac{mv^2}{2}$;
- b) $\frac{mv^2}{4}$;
- c) $1,5 mv^2$;
- d) $1,25 mv^2$;
- e) $\frac{3}{4}mv^2$.

114. Визначити повну кінетичну енергію кулі, яка має масу m , при коченні без ковзання зі швидкістю v по плоскій поверхні.

- a) $0,7mv^2$;
- b) $\frac{1}{5}mv^2$;

c) $\frac{mv^2}{2}$;

d) $\frac{3mv^2}{10}$;

e) $\frac{9mv^2}{10}$.

115. Стала сила 2 Н, прикладена по дотичній до твердої кулі з радіусом 2 см змусила кулю здійснити один повний оберт навколо своєї осі. Якою була робота цієї сили?

a) 0,25 Дж;

b) 7,2 Дж;

c) 14,4 Дж;

d) 40 м Дж;

e) 100 Дж.

116. Планета масою m рухається по еліптичній орбіті, в одному з фокусів якої знаходиться зірка масою M (рис. 1.4.3.7). Якщо $\vec{r}$ – радіус-вектор планети, то яке з наведених тверджень є справедливим?

a) Для моменту кількості руху у планети відносно центра зірки справедливий вираз $L = mvr$;

b) Момент сили тяжіння, який діє на планету, відносно центру зірки, не рівний нулю;

c) Момент кількості руху у планети відносно центру зірки при русі по орбіті не змінюється.

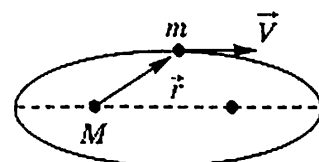


Рис. 1.4.3.7.

117. В потенціальному полі сила $\vec{F}$ пропорційна до градієнта потенціальної енергії W_p . Якщо графік залежності потенціальної енергії W_p від координати x має вигляд, показаний на рис. 1.4.3.8, то якою буде відповідна залежність проекції F_x ?

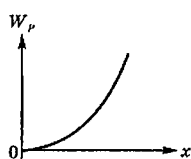
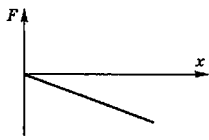
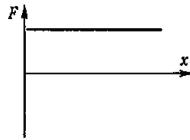


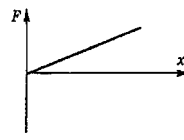
Рис. 1.4.3.8.



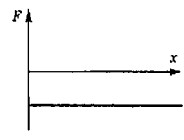
a)



b)



c)



d)

118. Обруч масою $m = 0,3$ кг і з радіусом $R = 0,5$ м почали обертати, надавши йому енергію обертального руху 1200 Дж, і опустили на підлогу так, що його вісь обертання виявилася паралельною до площини підлоги. Обруч почав рухатися без проковзування, маючи кінетичну енергію поступального руху 200 Дж. Яку роботу здійснила сила тертя?

- a) 800 Дж;
- b) 1400 Дж;
- c) 600 Дж;
- d) 1000 Дж.

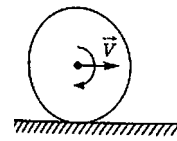
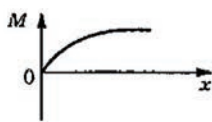
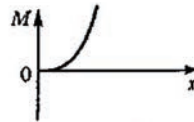


Рис. 1.4.3.8.

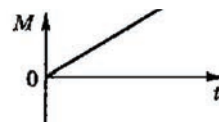
119. Момент кількості руху тіла відносно нерухомої осі змінюється за законом $L = at^2$. Вкажіть графік, який правильно відображає залежність від часу величини моменту сил, які діють на тіло.



a)



b)



c)



d)

Рис. 1.4.3.9.

120. Для того, щоб розкрутити диск радіуса R_1 навколо своєї осі до кутової швидкості ω необхідно здійснити роботу A_1 . Під пресом диск стає тоншим, але радіус його зростає до $R_2 = 2R_1$. Для того, щоб розкрутити його до тієї ж кутової швидкості необхідно виконати роботу:

- a) $A_2 = 2A_1$;
- b) $A_2 = \frac{1}{2}A_1$;
- c) $A_2 = 4A_1$;
- d) $A_2 = \frac{1}{4}A_1$.

121. Тіло масою m починає рухатися під дією сили $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Залежність швидкості тіла від часу має вигляд $\vec{v} = t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$. Визначте потужність, що розвивається силою в момент часу τ .

- a) $\frac{5\tau}{6}$;
- b) $(\tau^2 + 2\tau)\vec{i} + (\tau^3 + 3\tau^2)\vec{j}$;
- c) $(\tau^2 - 2\tau)\vec{i} + (\tau^3 - 3\tau^2)\vec{j}$;
- d) $2\tau^3 + 3\tau^5$.

122. У потенціальному полі сила F пропорційна до градієнта потенціальної енергії W_p . Графік залежності потенціальної енергії від координати x має вигляд, зображений на рис. 1.4.3.10. Який вигляд матиме залежність проекції сили F_x на вісь x ?

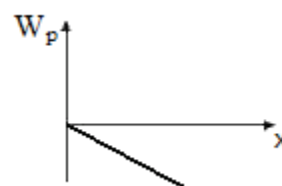
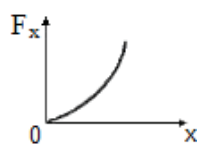
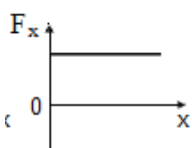


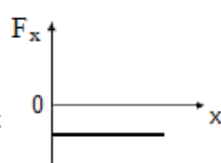
Рис. 1.4.3.10.



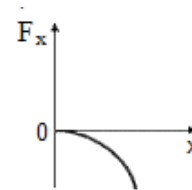
a)



b)



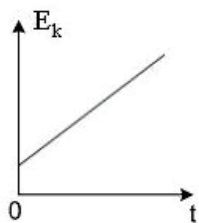
c)



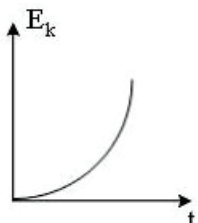
d)

Рис. 1.4.3.11.

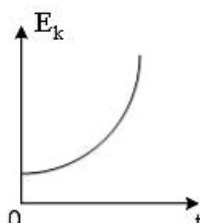
123. Тіло кинуто горизонтально з деякої висоти з початковою швидкістю. Якщо опором повітря знехтувати, то який вигляд матиме графік залежності кінетичної енергії тіла від часу?



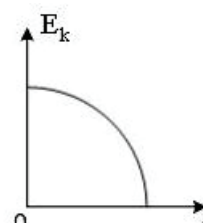
a)



b)



c)



d)

Рис. 1.4.3.12.

124. Яким радіус-вектором визначається положення центру мас системи двох частинок, зображених на рис. 1.4.3.13?

- a) $\vec{r}_c = (4\vec{r}_1 + \vec{r}_2)/3$;
- b) $\vec{r}_c = (\vec{r}_1 + 3\vec{r}_2)/4$;
- c) $\vec{r}_c = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$;
- d) $\vec{r}_c = (3\vec{r}_1 + \vec{r}_2)/4$.

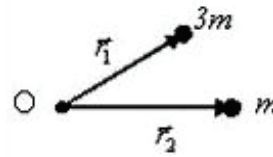


Рис. 1.4.3.13.

125. Визначте кількість руху системи матеріальних точок, якщо центр мас цієї системи рухається прямолінійно і рівномірно?

- a) Рівномірно збільшується;
- b) Не змінюється;
- c) Рівномірно зменшується;
- d) Дорівнює нулю.

126. Однорідний стрижень довжиною 85 см підвішений на горизонтальній осі, яка проходить через його верхній кінець. Яку швидкість потрібно надати верхньому кінцю, щоб стрижень здійснив повний оберт навколо своєї осі?

- a) 7,1 м/с;
- b) 14,2 м/с;
- c) 12,5 м/с;
- d) 5,6 м/с.

127. Обруч котиться без ковзання по горизонтальній площині. У скільки разів повна енергія більше кінетичної енергії обертання обруча?

- a) У 2 рази;
- b) У 3 рази;
- c) У 4 рази;
- d) Енергії однакові.

128. Сила тертя коліс поїзда змінюється за законом $F(S) = \frac{1}{5}SF(S) = \frac{4}{5}S$.

Чому дорівнює робота сил тертя на шляху 1 км?

- a) 100 кДж;

- b) 10 кДж;
- c) 1 МДж;
- d) 200 Дж;
- e) 200 кДж.

129. Залежність переміщення тіла масою 4 кг від часу представлено на рисунку. Якою буде кінетична енергія тіла в момент часу 3 с?

- a) 15 Дж ;
- b) 40 Дж;
- c) 50 Дж;
- d) 20 Дж;
- e) 25 Дж.

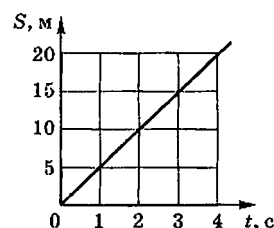


Рис. 1.4.3.14.

130. Тіло масою 2 кг піднято над землею. Його потенціальна енергія 400 Дж. Якщо на поверхні землі потенціальна енергія тіла рівна нулю і силами опору повітря можна знехтувати, то з якою швидкістю воно впаде на землю?

- a) 40 м/с;
- b) 20 м/с;
- c) 14 м/с;
- d) 10 м/с.

131. Сила, яка необхідна для стиснення пружини на величину x , записується у вигляді $F(x) = 5x + 10x^3$, де x виражено в метрах, а F – у Ньютонах. Яку швидкість надасть пружина розташований перед нею кульці масою $m = 4$ кг, якщо пружину було стиснено на 2 м?

- a) 1 м/с;
- b) 2 м/с;
- c) 3 м/с;
- d) 4 м/с;
- e) 5 м/с.

132. Невагома дошка знаходиться в стані спокою на двох опорах. Права опора поділяє дошку на дві нерівні частини. На її правий кінець падає тіло масою $m_2 = 2$ кг, втрачаючи при цьому всю свою швидкість. Після удару тіло

масою $m_1 = 1$ кг набуває швидкості $v_1 = 6v_2$. Яким у цьому випадку буде співвідношення між l_1 і l_2 ?

- a) $l_1 = 3l_2$;
- b) $l_2 = 8l_1$;
- c) $l_1 = \frac{1}{3}l_2$;
- d) $l_1 = l_2$.

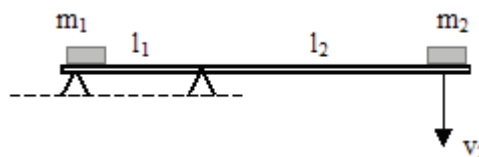


Рис. 1.4.3.15.

133. Людина сидить в центрі каруселі, яка обертається навколо вертикальної осі за інерцією. В руках у людини – жердина, яку вона тримає за середину. Якою буде частота обертання при повороті жердини з вертикального положення в горизонтальне?

- a) Не зміниться;
- b) Зменшиться;
- c) Збільшиться.

Закони збереження

134. Яка з формул виражає закон збереження кількості руху в найбільш загальному вигляді?

- a) $m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2$;
- b) $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$;
- c) $m \vec{v} = \text{const}$;
- d) $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = 0$.

135. Які з зазначених нижче сил є дисипативними?

- a) Сила тяжіння.
- b) Сили, що виникають при абсолютно не пружному ударі куль.
- c) Сили, що виникають при абсолютно пружному ударі;
- d) Сили, що виникають при пружному розтягуванні пружини.

136. Як змінюється сумарна механічна енергія тіл при їх русі в консервативній системі?

- a) Сумарна механічна енергія збільшується;

- b) Зменшується;
- c) Залишається сталою;
- d) Перетворюється в теплоту.

137. До яких систем застосовний закон збереження кількості руху?

- a) До інерційної;
- b) До неінерційної;
- c) До дисипативної системи тіл;
- d) До будь-яких систем.

138. Із гармати, закріпленій на рухомій платформі, зробили постріл в напрямку її руху. Маса гармати разом зі снарядом 1000 кг; маса платформи 1000 кг; маса снаряда 30 кг; швидкість платформи 10 м/с; швидкість снаряда 1000 м/с. Як буде рухатися платформа після пострілу?

- a) Швидкість платформи збільшиться;
- b) Швидкість платформи зменшиться;
- c) Платформа зупиниться;
- d) Платформа буде рухатися в протилежному напрямку.

139. Два тіла рухалися до стіни з однаковими швидкостями і після удару зупинились. Перше тіло котилося, друге – ковзало. Якщо після удару виділилась однакова кількість теплоти, то більшою є маса якого тіла?

- a) Першого;
- b) Другого;
- c) Однакові.

140. Куля масою m_1 здійснює центральний абсолютно пружний удар об кулю масою m_2 , яка знаходиться в стані спокою. При якому співвідношенні мас, перша куля полетить після удару у зворотному напрямку?

- a) $m_1 = m_2$;
- b) $m_1 \ll m_2$;
- c) $m_1 \gg m_2$;
- d) $m_1 \geq m_2$.

141. На нерухому більярдну кулю налетіла інша така ж куля з кількістю руху $p = 0,5 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$. Після удару кулі розлетілися під кутом 90° так, що кількість руху першої кулі стала рівною $p_1 = 0,3 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$. Якою буде кількість руху другої кулі після удару?

- a) $0,2 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- b) $0,3 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- c) $0,4 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- d) $0,5 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$.

142. На нерухому більярдну кулю налетіла інша така ж куля. Після удару кулі розлетілися під кутом 90° так, що кількості руху їх стали відповідно рівними $p_1 = 0,3 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$ і $p_2 = 0,4 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$. Яку кількість руху мала куля, яка рухалась спочатку?

- a) $0,1 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- b) $0,25 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- c) $0,7 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$;
- d) $0,5 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$.

143. На рис. 1.4.3.16 показано два об'єкти (зазначено їх маси і швидкості), які рухаються по горизонтальній шорухуватій поверхні. Після удару вони рухаються разом. Якою буде швидкість після зіткнення?

- a) $0,67v_0$;
- b) $0,87v_0$;
- c) v_0 ;
- d) $1,15v_0$;
- e) $1,73v_0$.

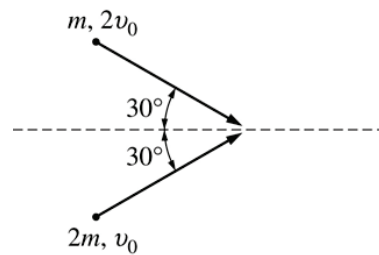


Рис. 1.4.3.16.

144. Суцільний і порожнистий (трубка) циліндри, які мають однакові маси і радіуси, викочуються без проковзування на гірку. Що відбудеться, якщо початкові швидкості тіл однакові?

- a) Вище підніметься пустотілий циліндр;
- b) Вище підніметься суцільний циліндр;
- c) Обидва тіла піднімуться на одну й ту ж висоту.

145. Суцільний і порожнистий (трубка) циліндри, що мають однакові маси й радіуси, скочуються без прослизання з гірки висотою h . Вірним є наступне твердження:

- a) Обидва тіла скотяться одночасно;
- b) Швидше скотиться порожнистий циліндр;
- c) Швидше скотиться суцільний циліндр.

146. Куля і порожниста сфера, що мають однакові маси й радіуси, вкочується без прослизання на гірку. Якщо початкові швидкості цих тіл однакові, то:

- a) Вище підніметься куля;
- b) Обидва тіла піднімуться на одну і ту ж висоту;
- c) Вище підніметься порожниста сфера.

147. По похилій площині з однієї і тієї ж висоти скочуються (без ковзання) куля, обруч (кільце), диск і циліндр однакового радіуса та однакової маси. Яке з тіл скотиться швидше?

- a) Куля;
- b) Обруч;
- c) Диск;
- d) Пустотілий циліндр.

148. Яка з формул виражає закон збереження моменту кількості руху в найбільш загальному вигляді?

- a) $\overline{J_1 \omega_1} = \overline{J_2 \omega_2}$;
- b) $\sum_{i=1}^n \overline{J_i \omega_i} = 0$;
- c) $\overline{J_1 \omega_1} + \overline{J_2 \omega_2} = \overline{J_1' \omega_1'} + \overline{J_2' \omega_2'}$;
- d) $\sum_{i=1}^n \overline{J_i \omega_i} = const.$

149. Як зміниться кінетична енергія системи (людина на лаві Жуковського (рис. 1.4.3.17)), якщо людина шляхом розведення гантелей збільшить момент інерції системи в 3 рази?

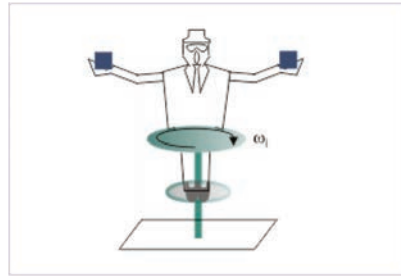


Рис. 1.4.3.17.

- a) Збільшиться в 9 разів;
- b) Зменшиться у 9 разів;
- c) Зменшиться в 3 рази;
- d) Не зміниться.

150. Людина стоїть на краю горизонтальної платформи, що обертається навколо нерухомої вертикальної осі з частотою n . Відношення моменту інерції платформи до моменту інерції людини одно $J_{\text{плат}} / J_{\text{люд}} = 4$. Якою буде частота обертання платформи, якщо людина перейде до її центру?

- a) $0,25n$;
- b) $4n$;
- c) $0,8n$;
- d) $1,25n$.

151. Тонкий стрижень в польоті обертається навколо осі, що проходить через його середину. При падінні стрижень впирається у землю і продовжує обертатися в тій же площині. Що відбудеться з моментом інерції стержня?

- a) Збільшиться в 2 рази;
- b) Не зміниться;
- c) Зменшиться в 2 рази;
- d) Збільшиться в 4 рази;
- e) Зменшиться в 4 рази.

152. Людина сидить у центрі каруселі, яка обертається навколо вертикальної осі та тримає в руках довгу жердину за її середину. Якщо людина поверне жердину з горизонтального положення у вертикальне, то якою буде частота обертання в кінцевому стані?

- a) Збільшиться;
- b) Не зміниться;
- c) Зменшиться.

153. Людина сидить на каруселі, яка обертається за інерцією навколо вертикальної осі і тримає в руках довгу жердину. Якщо людина за допомогою жердини вистрибне з каруселі, то що відбудеться з частотою обертання каруселі?

- a) Збільшиться;
- b) Зменшиться;
- c) Не зміниться.

154. Невелика шайба починає рух без початкової швидкості по гладенькій крижаній гірці з точки A . Опір повітря дуже малий. Залежність потенціальної енергії шайби від координати x зображена на графіку $U(x)$. Якою буде швидкість шайби в точці C ?

- a) У 2 рази більша, ніж у точці B ;
- b) У 3 рази більша, ніж у точці B ;
- c) У 3 рази менша, ніж у точці B ;
- d) У 2 рази менша, ніж у точці B .

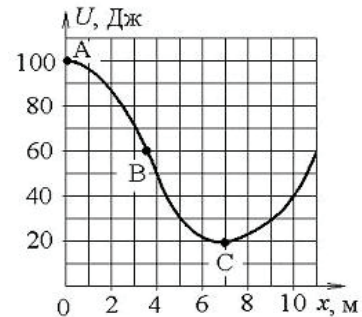


Рис. 1.4.3.18.

155. Тіло масою $m = 10$ кг починає рух зі швидкістю $v_0 = 2$ м/с по гладенькій крижаній гірці з точки A . Опір повітря дуже малий. Залежність потенціальної енергії цього тіла від координати x зображена на графіку $U(x)$. Якою буде кінетична енергія тіла в точці B ?

- a) У 3 рази більше, ніж у точці A ;
- b) У 2 рази більше, ніж у точці A ;
- c) В 1,8 рази більше, ніж у точці A ;
- d) У 2,1 разів більше, ніж у точці A .

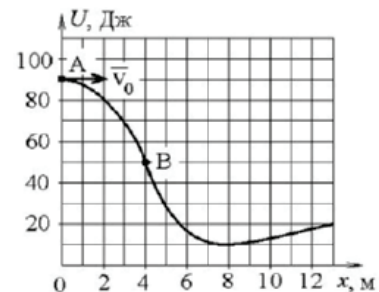


Рис. 1.4.3.19.

156. Невелика шайба починає рух без початкової швидкості по гладенькій крижаній гірці з точки A . Опір повітря дуже малий. Залежність

потенціальної енергії шайби від координати x зображена на графіку $U(x)$. Визначте швидкість шайби в точці C .

- a) У 4 рази більша, ніж у точці B ;
- b) У $\frac{\sqrt{7}}{2}$ разів більша, ніж у точці B ;
- c) У $\sqrt{2}$ разів більша, ніж у точці B ;
- d) У 2 рази більша, ніж у точці B .

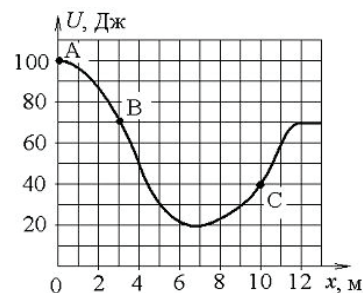


Рис. 1.4.3.20.

157. Тіло масою $m = 10$ кг починає рух зі швидкістю $v_0 = 2$ м/с по гладенькій крижаній гірці з точки A . Опір повітря дуже малий. Залежність потенціальної енергії цього тіла від координати x зображена на графіку $U(x)$. В точці B тіло прилипає до стіни, вдарившись об неї. Яка кількість теплоти виділилась внаслідок цього абсолютно непружного удару?

- a) 30 Дж;
- b) 90 Дж;
- c) 80 Дж;
- d) 70 Дж.

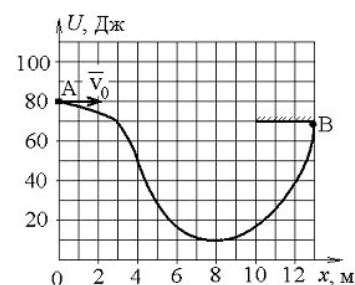


Рис. 1.4.3.21.

158. Кульці в точці A було надано початкової кінетичної енергії, яка достатня для проходження в полі сили тяжіння без тертя через підйом і западину. В якій точці кулька має найбільшу кінетичну енергію?

- a) B ;
- b) E ;
- c) C ;
- d) D .

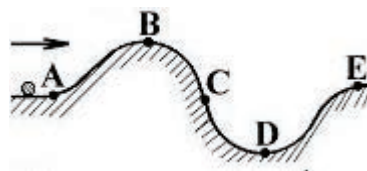


Рис. 1.4.3.22.

159. Невелика шайба починає рух по гладенькій крижаній гірці з точки A . Опір повітря дуже малий. Залежність потенціальної енергії шайби від координати x зображена на графіку $U(x)$. Порівняйте кінетичну енергію шайби в точці C з енергією в точці B .

- a) У 1,33 рази більша, ніж у точці B ;
- b) У 2 рази менша, ніж у точці B ;
- c) У 2 рази більша, ніж у точці B ;
- d) У 1,33 рази менша, ніж у точці B .

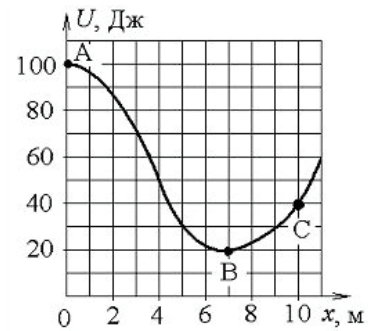


Рис. 1.4.3.23.

160. Два невагомих стрижня довжиною b з'єднані під кутом $\alpha_1 = 90^\circ$ і обертаються без тертя в горизонтальній площині навколо вертикальної осі O з кутовою швидкістю ω . На кінці одного зі стрижнів прикріплена дуже маленька масивна кулька. У деякий момент кут між стрижнями мимовільно збільшився до $\alpha_2 = 180^\circ$. З якою кутовою швидкістю стала обертатися система?

- a) $\sqrt{2}\omega$
- b) 2ω ;
- c) $\frac{\omega}{2}$;
- d) $\frac{\omega}{\sqrt{2}}$.

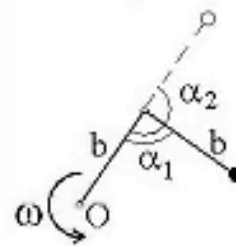


Рис. 1.4.3.24.

161. Два невагомих стрижня довжини b з'єднані під кутом $\alpha_1 = 120^\circ$ і обертаються без тертя в горизонтальній площині навколо вертикальної осі O з кутовою швидкістю ω . На кінці одного зі стрижнів прикріплена дуже маленька масивна кулька. У деякий момент кут між стрижнями мимовільно зменшився до $\alpha_2 = 90^\circ$. З якою кутовою швидкістю стала обертатися система?

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}\omega$;
- b) $\frac{2}{3}\omega$;
- c) $\frac{3}{2}\omega$;
- d) $\frac{3}{\sqrt{2}}\omega$.

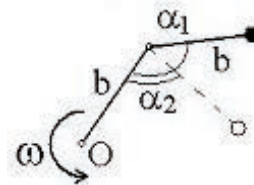


Рис. 1.4.3.25.

162. Система складається з трьох рухомих куль масами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг. Якщо швидкості куль рівні $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 2$ м/с, $v_3 = 1$ м/с, то вектор кількості руху центра мас направлений:

- a) Вздовж осі $+OX$;
- b) Вздовж осі $+OY$;
- c) Вздовж осі $-OY$;
- d) Вздовж осі $-OX$.

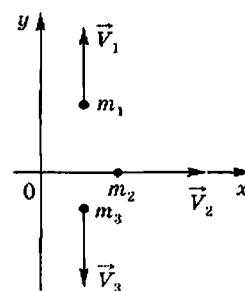


Рис. 1.4.3.26.

163. Дві маленькі масивні кульки закріплені на кінцях невагомго стрижня довжиною d . Стрижень може обертатися в горизонтальній площині навколо вертикальної осі, що проходить через його середину. Стрижень розкрутили до кутової швидкості ω_1 . Під дією тертя він зупинився, при цьому виділилось тепло Q_1 . Якщо стрижень розкручений до кутової швидкості $\omega_2 = \omega_1$, то при зупинці стрижня виділиться тепло:

- a) $Q_2 = \frac{1}{4}Q_1$;
- b) $Q_2 = 4Q_1$;
- c) $Q_2 = \frac{1}{2}Q_1$;
- d) $Q_2 = 2Q_1$.

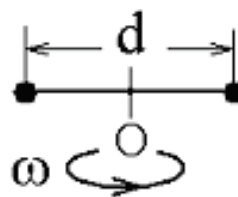


Рис. 1.4.3.27.

164. Гвинтовий літак (гіроскоп) летить горизонтально і прямолінійно. Навколо якої осі почне повертатися літак, якщо частина пасажирів перейде у хвіст (скористатися поняттям про правогвинтову систему)?

- a) Навколо осі z ;
- b) Навколо осі y ;
- c) Навколо осі x ;
- d) Не буде обертатися.



Рис. 1.4.3.28.

Елементи релятивістської механіки

165. Яка величина є інваріантною?

- a) Кількість руху частинки;
- b) Швидкість світла у вакуумі;
- c) Довжина предмета;
- d) Тривалість події.

166. Яка величина є відносною?

- a) Електричний заряд;
- b) Баріонний заряд;
- c) Тривалість події;
- d) Швидкість світла у вакуумі.

167. Яким співвідношенням визначається кінетична енергія релятивістської частинки, що рухається зі швидкістю v ?

a)
$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2;$$

b)
$$E_k = m_0 c^2;$$

c)
$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

168. Тіло рухається зі швидкістю $0,6c$ (c – швидкість світла у вакуумі).

Тоді його довжина:

- a) Збільшиться на 20%;
- b) Зменшиться на 10%;
- c) Зменшиться на 20%;
- d) Збільшиться на 10%.

169. Відносно нерухомого спостерігача тіло рухається зі швидкістю v , близькою до швидкості світла c . Яким співвідношенням виражається залежність маси цього тіла від швидкості при масі спокою m_0 ?

a)
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}};$$

b)
$$m = m_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2};$$

c) $m = m_0 \frac{v}{c};$

d) $m = m_0.$

170. Космічний корабель з двома космонавтами на борту, один з яких знаходиться в носовій частині ракети, інший – в хвостовій, летить зі швидкістю $v = 0,8c$ (c – швидкість світла у вакуумі). Космонавт, який знаходиться в хвостовій частині ракети, створює спалах світла і вимірює проміжок часу t_1 , за який світло проходить відстань до дзеркала, закріпленого у нього над головою, і назад до випромінювача. Цей проміжок часу з точки зору іншого космонавта:

a) Дорівнює t_1 ;

b) Більша, ніж t_1 в 1,67 разу;

c) Менша, ніж t_1 в 1,67 разів;

d) Менша, ніж t_1 в 1,25 разів;

e) Більша, ніж t_1 в 1,25 разу.

171. Швидкість світла у вакуумі:

a) Залежить від довжини хвилі;

b) Однакова у всіх інерціальних системах відліку;

c) Різна в різних системах відліку;

d) Залежить від швидкості джерела.

172. Вимірюється довжина рухомого метрового стрижня з точністю до 0,5 мкм. Якщо стрижень рухається перпендикулярно до своєї довжини, то її зміну можна помітити при швидкості:

a) $3 \cdot 10^3$ м/с;

b) $3 \cdot 10^7$ м/с;

c) ні при якій;

d) $3 \cdot 10^5$ м/с.

173. Космічний корабель летить зі швидкістю $v = 0,8c$ (c – швидкість світла у вакуумі). Один з космонавтів повільно повертає метровий стрижень з положення 1, перпендикулярного до напрямку руху корабля, в положення 2, паралельне до цього напрямку. Тоді довжина цього стрижня з точки зору спостерігача, що знаходиться на Землі:

- a) Зміниться від 1,0 м в положенні 1 до 0,6 м в положенні 2;
- b) Зміниться від 1,0 м в положенні 1 до 1,67 м в положенні 2;
- c) Зміниться від 0,6 м в положенні 1 до 1,0 м в положенні 2;
- d) Рівна 1,0 м при будь-якій його орієнтації.

174. Повз спостерігача пролетіла ракета зі швидкістю $0,8c$ (c – швидкість світла у вакуумі). Спостерігачеві здалося, що її довжина 60 м. Реальна довжина ракети рівна:

- a) 36 м;
- b) 100 м;
- c) 48 м;
- d) 75 м.

175. На борту космічного корабля нанесено емблему у вигляді геометричної фігури. Через релятивістське скорочення довжини ця фігура змінює свою форму. Якщо корабель рухається в напрямку, вказаному на рисунку справа стрілкою, зі швидкістю, порівнянною зі швидкістю світла, то в нерухомій системі відліку емблема матиме форму, вказану на рисунку:

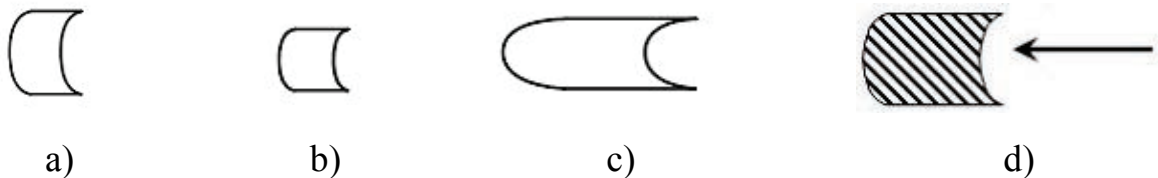


Рис. 1.4.3.29.

176. На борту космічного корабля нанесено емблему у вигляді геометричної фігури. Через релятивістське скорочення довжини ця фігура змінює свою форму. Якщо корабель рухається в напрямку, вказаному на рисунку справа стрілкою, зі швидкістю, порівнянною зі швидкістю світла, то в нерухомій системі відліку емблема матиме форму, вказану на рисунку:

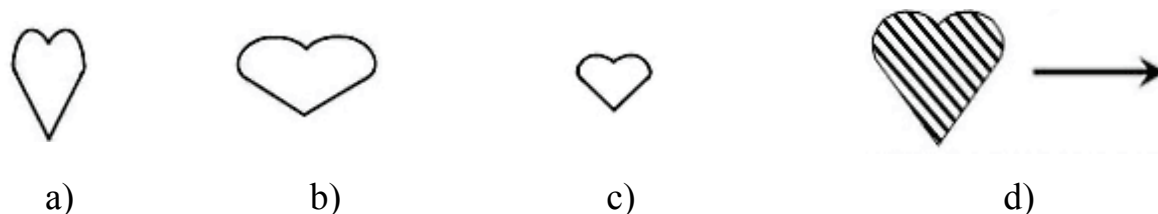


Рис. 1.4.3.30.

177. На борту космічного корабля нанесено емблему у вигляді геометричної фігури. Через релятивістське скорочення довжини ця фігура змінює свою форму. Якщо корабель рухається в напрямку, вказаному на рисунку справа стрілкою, зі швидкістю, порівнянною зі швидкістю світла, то в нерухомій системі відліку емблема матиме форму, вказану на рисунку:

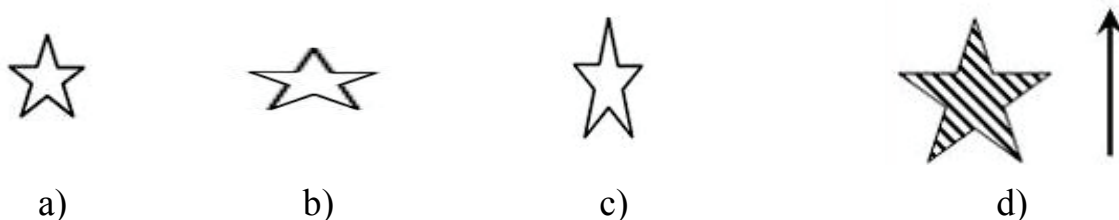


Рис. 1.4.3.31.

178. На борту космічного корабля нанесено емблему у вигляді геометричної фігури. Через релятивістське скорочення довжини ця фігура змінює свою форму. Якщо корабель рухається в напрямку, вказаному на рисунку справа стрілкою, зі швидкістю, порівнянною зі швидкістю світла, то в нерухомій системі відліку емблема матиме форму, вказану на рисунку:

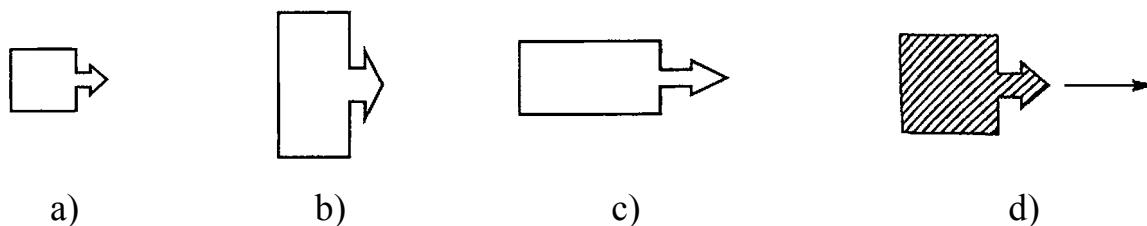


Рис. 1.4.3.32.

179. Палиця лежить в площині XOY . Спостерігач рухається вздовж осі X зі швидкістю $0,8c$ (c – швидкість світла у вакуумі) і вимірює її довжину. Якими будуть значення проекцій довжини палиці на координатні осі, що їх отримує спостерігач?

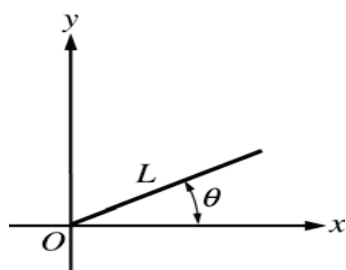


Рис. 1.4.3.33.

L_x	L_y
a) $L \cos \theta$;	$0.60 L \sin \theta$
b) $0.60 L \cos \theta$	$0.60 L \sin \theta$
c) $0.60 L \cos \theta$	$L \sin \theta$
d) $0.64 L \cos \theta$	$0.64 L \sin \theta$
e) $0.78 L \cos \theta$	$0.78 L \sin \theta$

180. Ракета рухається відносно земного спостерігача зі швидкістю $v = 0,6c$ (c – швидкість світла у вакуумі). Якщо за годинником в ракеті пройшло 8 місяців, то за годинником земного спостерігача пройшло:

- a) 8 місяців;
- b) 9 місяців;
- c) 10 місяців;
- d) 11 місяців;
- e) 1 рік.

181. На скільки відсотків релятивістська маса частинки більша за її масу при швидкості руху 30 Мм/с?

- a) 0,5;
- b) 1;
- c) 10;
- d) 25.

182. Повна енергія тіла зросла на 1 Дж. При цьому маса тіла змінилася на _____ кг:

- a) $27 \cdot 10^{-10}$;
- b) $11 \cdot 10^{-18}$;
- c) $4 \cdot 10^{-23}$;
- d) $7 \cdot 10^{-3}$.

Механіка рідин і газів

183. Кулька падає вертикально вниз в рідині. Якщо на неї діють: mg – сила тяжіння; F_A – сила Архімеда і F_o – сила опору, то при рівномірному русі кульки:

- a) $mg + F_A + F_o = 0$;
- b) $mg + F_A - F_o = 0$;
- c) $mg - F_A + F_o = 0$;
- d) $-mg + F_A + F_o = 0$.

184. Металевий блок поклали в порожній бак, шкала якого показала вагу W . Бак заповнюють водою так, що металевий блок повністю занурюється в неї. Якщо густина металу у три рази більша за густину води, то, очевидно, що вага, яку можна побачити на шкалі, буде:

- a) $1/2W$;
- b) $2/3W$;
- c) W ;
- d) $3/2W$;
- e) $3W$.

185. Знайти швидкість v течії, якщо відомо, що за час 30 хв через поперечний переріз труби протікає маса газу 0,51 кг, густина газу $7,5 \text{ кг/м}^3$. Діаметр труби 2 см.

- a) 0,12 м/с;
- b) 0,24 м/с;
- c) 1,2 м/с;
- d) 24 м/с.

186. В дні циліндричної посудини діаметром D є круглий отвір діаметром d . Знайти залежність швидкості зменшення рівня води в посудині від висоти h цього рівня.

- a) $\frac{d^2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{D^4 - d^4}}$;
- b) $\frac{d \sqrt{2gD}}{\sqrt{h^2 - d^2}}$;
- c) $\frac{2gh}{\sqrt{D^2 - d^2}}$.

187. Якщо відомо, що за час t через поперечний переріз труби протікає маса газу m , а густина газу ρ і діаметр труби D , то швидкість v течії вуглекислого газу по трубі визначатиметься виразом:

- a) $v = \frac{m}{\pi D \rho t}$.

b) $v = \frac{4\pi r^2 \rho \tau}{\pi D^2 \rho \tau}$

c) $v = \frac{m \rho}{\pi D^2 \tau}$

d) $v = \frac{2m \tau}{\pi D^2 \rho}$

188. Дві циліндричні посудини з'єднані внизу тонкою трубкою з закритим краном K . У вузькій посудині, діаметр якої в 2 рази менший за діаметр широкої посудини, знаходиться стовпчик ртуті, ($\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$) висотою H . Площа поперечного перерізу посудини $S = 25 \text{ см}^2$. Якщо після відкриття крана в процесі переходу ртуті в стан рівноваги виділилась кількість теплоти $Q = 27 \text{ Дж}$, то висота H рівна:

- a) 22 см;
- b) 29 см;
- c) 35 см;
- d) 45 см.

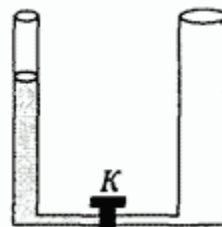


Рис. 1.4.3.34.

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

2.1. Теорія

2.1.1. Елементи молекулярної фізики

У основі молекулярної фізики лежать певні уявлення про будову речовини. Для встановлення законів поведінки макроскопічних систем, що складаються з величезного числа частинок, в молекулярній фізиці використовуються різні моделі речовини, наприклад, модель *ідеального газу*.

Молекулярна фізика є *статистичною теорією*, тобто теорією, яка розглядає поведінку систем, що складаються з величезного числа частинок (атомів, молекул), на основі моделей вірогідності. Вона прагне на основі статистичного підходу встановити зв'язок між експериментально виміряними макроскопічними величинами (тиск, об'єм, температура та ін.) і мікроскопічними характеристиками частинок, що входять до складу системи (маса, імпульс, енергія і т.д.).

На відміну від молекулярно-кінетичної теорії (МКТ), термодинаміка при вивченні властивостей макроскопічних систем не спирається ні на які уявлення про молекулярну структуру речовини. Термодинаміка є наукою феноменологічною. Вона робить висновки про властивості речовини на основі законів встановлених дослідно, таких, наприклад як закон збереження енергії. Термодинаміка оперує тільки з макроскопічними величинами (тиск, температура, об'єм і т.д.), які вводяться на основі того чи іншого фізичного експерименту.

Обидва підходи – термодинамічний і статистичний – не лише не суперечать, а й доповнюють один одного. Тільки сумісне використання підходів термодинаміки і молекулярно-кінетичної теорії може дати якнайповніше уявлення про властивості систем, що складаються з великого числа частинок.

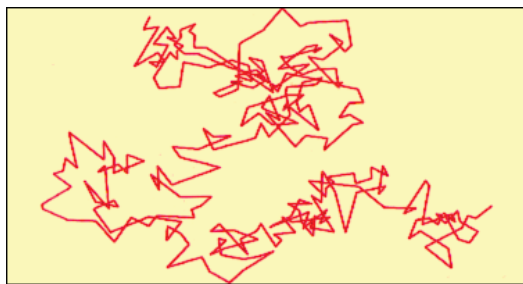
Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу

Молекулярно-кінетичною теорією називають вчення про будову і властивості речовини на основі уявлення про існування атомів і молекул як найменших частинок хімічних речовин.

У основі МКТ лежать три основні положення:

1. Всі речовини – рідкі, тверді і газоподібні – утворені з найдрібніших частинок – молекул, які самі складаються з атомів. Молекули хімічної речовини можуть бути простими і складними, тобто складатися з одного або декількох атомів. Молекули і атоми є електрично нейтральними частинками. За певних умов молекули і атоми можуть отримувати додатковий електричний заряд і перетворюватися на позитивні або негативні іони.
2. Атоми і молекули знаходяться в безперервному хаотичному русі.
3. Частинки взаємодіють одна з одною через сили, що мають електричну природу. Гравітаційна взаємодія між частинками дуже мала.

Найяскравішим експериментальним підтвердженням уявлень МКТ про безладний рух атомів і молекул є *броунівський рух*. Це тепловий рух найдрібніших мікроскопічних частинок, завислих в рідині або газі. Він був



відкритий англійським ботаніком Р. Броуном у 1827 р. Броунівські частинки рухаються під впливом безладних ударів молекул. Через хаотичний тепловий рух молекул ці удари ніколи не врівноважують один одного. В результаті швидкість броунівської частинки

безладно змінюється за модулем і напрямом, а її траєкторія є складною зигзагоподібною кривою (рис. 2.1.1.1). Теорія броунівського руху була створена А. Ейнштейном у 1905 р. і експериментально підтверджена в досліджах французького фізика Ж. Перрена, проведених в 1908-1911 рр.

Головний висновок теорії А. Ейнштейна полягає у тому, що квадрат зсуву $\langle r^2 \rangle$ броунівської частинки від початкового положення, усереднений по багатьох броунівських частинках, пропорційний до часу спостереження t :

$$\langle r^2 \rangle = Dt.$$

Це співвідношення виражає так званий **дифузійний закон**. Як впливає з теорії, коефіцієнт пропорційності D монотонно зростає із збільшенням температури.

Постійний хаотичний рух молекул речовини виявляється також в іншому, легко спостережуваному явищі – дифузії. **Дифузією** називається явище проникнення двох або декількох дотичних речовин одна в одну. Найшвидше процес протікає в сумішах газів. Дифузія призводить до утворення однорідної суміші, незалежно від густини компонентів. Так, якщо в двох частинах посудини, розділених перегородкою, знаходяться кисень O_2 і водень H_2 , то після видалення перегородки починається процес взаємного проникнення газів один в одного, що приводить до утворення вибухонебезпечної суміші – гримучого газу. Цей процес відбуватиметься і у тому випадку, коли легкий газ (водень) знаходиться у верхній половині посудини, а важчий (кисень) – в нижній.

Значно повільніше протікають подібні процеси в рідинах. Взаємопроникнення двох різнорідних рідин одна в одну, розчинення твердих речовин в рідинах (наприклад, цукру у воді) і утворення однорідних розчинів – приклади дифузійних процесів в рідинах.

У реальних умовах дифузія в рідинах і газах маскується швидшими процесами перемішування, або через виникнення конвекційних потоків.

Дуже повільно процес дифузії протікає і в твердих тілах. Проте, досліди показують, що при контакті добре очищених поверхонь двох металів через тривалий час в кожному з них виявляється атоми іншого металу.

Дифузія і броунівський рух – споріднені явища. Взаємопроникнення дотичних речовин одна в одну і безладний рух найдрібніших частинок,

завислих у рідині або газі відбуваються унаслідок хаотичного теплового руху молекул.

У МКТ **кількість речовини** прийнято вважати пропорційною до числа частинок. Одиниця кількості речовини називається **молем** (моль).

Моль – це кількість речовини, що містить стільки ж частинок (молекул), скільки міститься атомів в 0,012 кг вуглецю ^{12}C , молекула якого складається з одного атома Карбону.

Таким чином, в одному молі будь-якої речовини міститься одне і те ж число частинок (молекул), яке називається **сталою Авогадро** N_A :

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Стала Авогадро – одна з найважливіших сталих в молекулярній фізиці.

Кількість речовини ν визначається як відношення числа N частинок (молекул) речовини до сталої Авогадро N_A :

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \quad (2.1.1.1)$$

Масу одного моля речовини прийнято називати **молярною масою** M . Молярна маса рівна добутку маси m_0 однієї молекули даної речовини на сталу Авогадро:

$$M = N_A m_0. \quad (2.1.1.2)$$

Молярна маса вимірюється в кілограмах на моль (кг/моль).

Для речовин, молекули яких складаються з одного атома, використовується термін атомна маса.

За одиницю маси атомів і молекул приймається 1/12 маси атома ізотопу Карбону ^{12}C (з масовим числом 12). Вона називається атомною одиницею маси (а. о. м.):

$$1 \text{ а. о. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Ця величина близька до маси співпадає з масою протона або нейтрона. Відношення маси атома або молекули даної речовини до 1/12 маси атома вуглецю ^{12}C називається **відносною масою**.

Сили, які діють між двома молекулами, залежать від відстані між ними. Молекули є складними просторовими структурами, що містять як позитивні, так і негативні заряди. Якщо відстань між молекулами достатньо велика, то переважають сили міжмолекулярного притягання. На малих відстанях переважають сили відштовхування. Якісні залежності результуючої сили F і потенціальної енергії E_p взаємодії між молекулами від відстані між їх центрами зображені на рис. 2.1.1.2. За деякої відстані $r = r_0$ сила взаємодії перетворюється в нуль. Цю відстань умовно можна прийняти за діаметр молекули. Потенціальна енергія взаємодії за $r = r_0$ мінімальна. Молекули мають надзвичайно малі розміри. Прості одноатомні молекули мають розмір порядку 10^{-10} м. Складні багатоатомні молекули можуть мати розміри в сотні і тисячі раз більший.

Щоб віддалити одну від одної дві молекули, що знаходяться на відстані r_0 , потрібно надати їм додаткову енергію E_0 . Величина E_0 називається глибиною потенційної ями або енергією зв'язку.

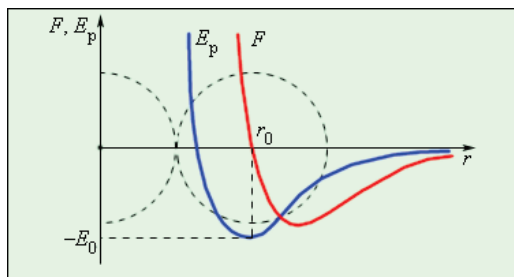


Рис. 2.1.1.2. Сила взаємодії F і потенціальна енергія взаємодії E_p двох молекул. $F > 0$ – сила відштовхування, $F < 0$ – сила притягання.

Безладний хаотичний рух молекул називається *тепловим рухом*. Кінетична енергія теплового руху росте зі зростанням температури. При низьких температурах середня кінетична енергія молекули може виявитися менше за глибину потенційної ями E_0 . В цьому випадку молекули конденсуються в рідку або тверду речовину; при цьому середня відстань між молекулами буде приблизно рівна r_0 . При підвищенні температури середня кінетична енергія молекули стає більше E_0 , молекули «розлітаються», і утворюється газоподібна речовина.

У твердих тілах молекули здійснюють безладні коливання біля фіксованих центрів (положень рівноваги). Ці центри можуть бути розташовані

в просторі нерегулярним чином (аморфні тіла) або утворювати впорядковані об'ємні структури (кристалічні тіла).

У *рідинах* молекули мають значно більше «можливостей» для теплового руху. Вони не прив'язані до певних центрів і можуть переміщатися по всьому об'єму посудини. Цим пояснюється текучість рідин. Близько розташовані молекули рідини також можуть утворювати впорядковані структури, що містять декілька молекул (рис.2.1.1.3). Це явище називається *ближнім порядком* на відміну від *дальнього порядку*, який характерний для кристалічних тіл.

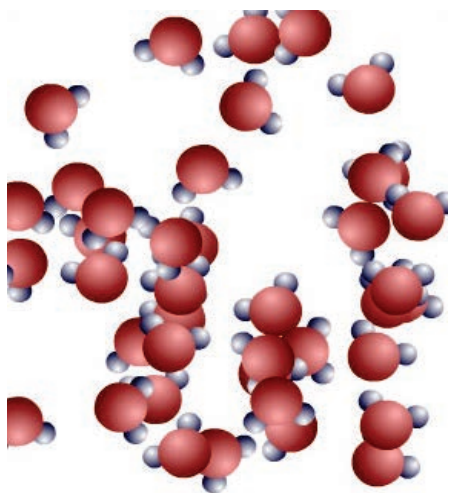


Рис. 2.1.1.3.
Розміщення молекул води в рідкому стані.

У *газах* відстані між молекулами значно більші від їх розмірів. Сили взаємодії між молекулами на таких великих відстанях малі, і кожна молекула рухається уздовж прямої лінії до чергового зіткнення з іншою молекулою або зі стінкою судини. Середня відстань між молекулами повітря за нормальних умов порядку 10^{-8} м, тобто у десятки і сотні разів перевищує розмір молекул. Слабка взаємодія між молекулами пояснює здатність газів розширяться і заповнювати весь об'єм посудини. Коли взаємодія прямує до нуля, отримаємо відому модель ідеальний газ.

У кінетичній моделі ідеального газу молекули розглядаються як ідеально пружні кульки, що взаємодіють між собою та зі стінками тільки під час пружних зіткнень. Сумарний об'єм всіх молекул є малим у порівнянні з об'ємом судини, в якому знаходиться газ. Модель ідеального газу достатньо добре описує поведінку реальних газів в широкому діапазоні тиску і температур. Задача МКТ полягає в тому, щоб встановити зв'язок між мікроскопічними (маса, швидкість, кінетична енергія молекул) і макроскопічними параметрами (тиск, об'єм, температура).

В результаті кожного зіткнення (між молекулами і молекул із стінками), швидкості молекул можуть змінюватися за модулем і за напрямом; в інтервалах часу між послідовними зіткненнями молекули рухаються рівномірно і прямолінійно.

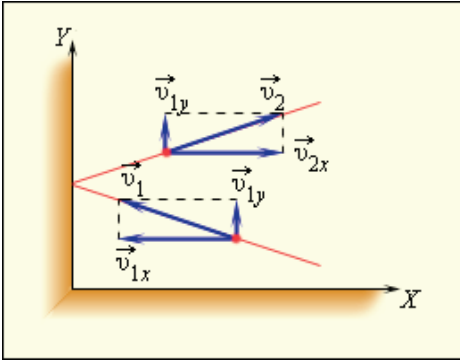


Рис. 2.1.1.4. Пружне зіткнення молекули із стінкою.

Використовуючи модель ідеального газу, обчислимо тиск газу на стінку посудини. В процесі взаємодії молекули зі стінкою посудини виникають сили, що описуються третім законом Ньютона. В результаті проекція v_x швидкості молекули, яке перпендикулярна до стінки, змінює свій знак на протилежний, а проекція v_y швидкості, яке паралельна до стінки, залишається незмінною (рис. 2.1.1.4).

Тому зміна імпульсу молекули буде рівна $2m_0v_x$, де m_0 – маса молекули. Виділимо на стінці деяку площину площею S (рис. 2.1.1.5). За час Δt з цією площею зіткнуться всі молекули, що мають проекцію швидкості v_x , направлену у бік стінки, і що знаходяться в циліндрі з основою S і висотою $v_x\Delta t$.

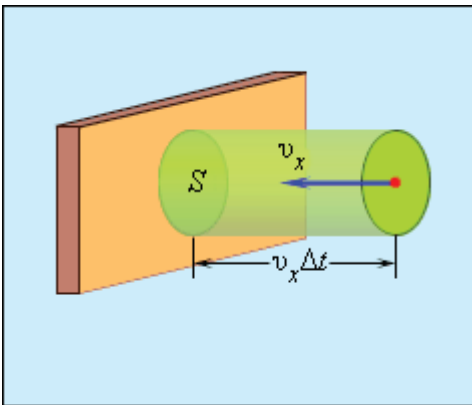


Рис. 2.1.1.5. Визначення числа зіткнень молекул з площиною S .

Нехай в одиниці об'єму посудини містяться n молекул; тоді кількість молекул в об'ємі циліндра рівне $nSv_x\Delta t$. Але лише половина з них рухається у бік стінки, а інша половина рухається в протилежному напрямі і із стінкою не стикається. Отже, число ударів молекул на площу S за час Δt рівне $\frac{1}{2}nSv_x\Delta t$.

Оскільки кожна молекула при зіткненні зі стінкою змінює свій імпульс на величину $2m_0v_x$, та повна зміна імпульсу всіх молекул, що зіткнулися за час Δt з площею S , рівна $nm_0v_x^2 S\Delta t$. За законами механіки ця зміна імпульсу всіх

молекул, що зіткнулися із стінкою, відбувається під дією імпульсу сили $F\Delta t$, де F – деяка середня сила, діюча на молекули з боку стінки площею S . Але за III законом Ньютона така ж за модулем сила діє з боку молекул на площу S . Тому можна записати:

$$F\Delta t = nm_0v_x^2S\Delta t.$$

Розділивши обидві частини на $S\Delta t$, одержимо: $p = \frac{F}{S} = nm_0v_x^2$, де p – тиск газу на стінку судини.

При виведенні цього співвідношення передбачалося, що всі n молекул, які містяться в одиниці об'єму газу, мають однакові проекції швидкостей на вісь X . Насправді це не так. Щоб уточнити формулу для тиску газу на стінку посудини, припустимо, які всі молекули, що містяться в одиниці об'єму, розбиті на групи, що містять n_1, n_2, n_3 і т. д. молекул з проекціями швидкостей v_{x1}, v_{x2}, v_{x3} і т. д. відповідно. При цьому $\sum_i n_i = n$. Кожна група молекул вносить свій внесок $n_i m_0 v_{xi}^2$ у тиск газу. В результаті зіткнень із стінкою молекул з різними значеннями проекцій швидкостей v_{xi} виникає сумарний тиск:

$$p = m_0 \sum_i n_i v_{xi}^2.$$

Сума, яка входить в цей вираз, – це сума квадратів проекцій v_x всіх n молекул в одиничному об'ємі газу. Якщо цю суму розділити на n , то ми отримаємо середнє значення v_x^2 квадрата проекції v_x швидкості молекул:

$$\frac{1}{n} \sum_i n_i v_{xi}^2 = \bar{v}_x^2.$$

Тобто формулу для тиску газу можна записати у вигляді $p = nm_0 \bar{v}_x^2$.

Оскільки всі напрями для векторів швидкостей молекул рівноймовірні, середнє значення квадратів їх проекцій на координатні вісі рівні між собою:

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2.$$

Формула для середнього тиску газу на стінку судини запишеться у вигляді:

$$p = \bar{p} = \frac{1}{3} nm_0 \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{2}{3} n \bar{E}_k. \quad (2.1.1.3)$$

Це рівняння встановлює зв'язок між тиском p ідеального газу, масою молекули m_0 , концентрацією молекул n , середнім значенням квадрата

швидкості $\bar{v}^2$ і середньою кінетичною енергією $\bar{E}_k$ поступального руху молекул. Його називають **основним рівнянням МКТ газів**.

Таким чином, тиск газу рівний двом третинам середньої кінетичної енергії поступального руху молекул, що містяться в одиниці об'єму.

В основне рівняння МКТ газів входить добуток концентрації молекул n на середню кінетичну енергію $\bar{E}_k$ поступального руху. Якщо припустити, що газ знаходиться в посудині незмінного об'єму V , то $n = \frac{N}{V} = \text{const}$ (N – число молекул в посудині). В цьому випадку зміна тиску Δp пропорційна до зміни $\Delta \bar{E}_k$ середньої кінетичної енергії.

Для зміни середньої кінетичної енергії руху молекул в посудині незмінного об'єму потрібно змінити температуру.

Температура – це фізичний параметр, однаковий для всіх тіл, що знаходяться в тепловій рівновазі. **Теплова рівновага** – це такий стан системи тіл, що знаходяться в тепловому контакті, при якому не відбувається теплопередача від одного тіла до іншого, і всі макроскопічні параметри тіл залишаються незмінними. Можливість введення поняття температури виходить з досліду і носить назву *нульового закону термодинаміки*.

Для вимірювання температури використовуються фізичні прилади – *термометри*, в яких про величину температури оцінюють за зміною якого-небудь фізичного параметра. Для створення термометра необхідно вибрати термометричну речовину (наприклад, ртуть, спирт) і термометричну величину, що характеризує властивість речовини (наприклад, довжина ртутного або спиртового стовпчика). У різних конструкціях термометрів використовуються різноманітні фізичні властивості речовини (наприклад, зміна лінійних розмірів твердих тіл або зміна електричного опору провідників при нагріванні).

Термометри повинні бути *відкалібровані*. Для цього їх приводять в тепловий контакт з тілами, температури яких вважаються заданими. Частіше всього використовують прості природні системи, в яких температура залишається незмінною, не дивлячись на теплообмін з навколишнім

середовищем – це суміш льоду і води і суміш води і пари при кипінні при нормальному атмосферному тиску. За температурною шкалою Цельсія точці плавлення льоду приписується температура $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, а точці кипіння води – $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ (за нормального атмосферного тиску). Зміна довжини стовпа рідини в капілярах термометра на одну соту довжини між відмітками $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ приймається рівним $1\text{ }^{\circ}\text{C}$. У ряді країн широко використовується шкала Фаренгейта (T_F), в якій температура води, що кристалізується, приймається рівною $32\text{ }^{\circ}\text{F}$, а температура кипіння води рівною $212\text{ }^{\circ}\text{F}$. Отже, $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^{\circ}$ або $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32^{\circ})$.

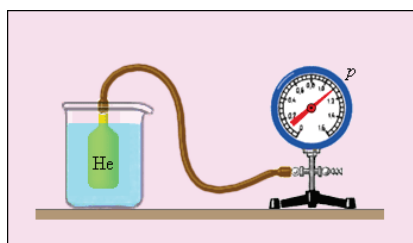


Рис. 2.1.1.6. Газовий термометр з постійним об'ємом.

Особливе місце у фізиці займають газові термометри (рис. 2.1.1.6), в яких термометричною речовиною є розріджений газ (гелій, повітря) в посудині незмінного об'єму ($V = \text{const}$), а термометричною величиною – тиск газу p . Дослід показує, що тиск газу (при $V = \text{const}$) росте зі зростанням температури.

Щоб проградуювати газовий термометр постійного об'єму, можна виміряти тиск при двох значеннях температури (наприклад, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $100\text{ }^{\circ}\text{C}$), нанести точки p_0 і p_{100} на графік, а потім провести між ними пряму лінію (рис. 2.1.1.7).

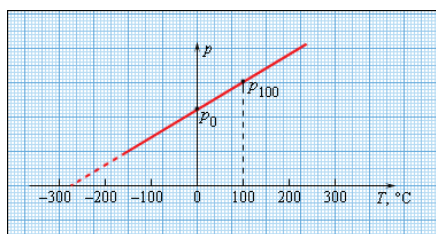


Рис. 2.1.1.7. Залежність тиску газу від температури при $V = \text{const}$.

Використовуючи одержаний таким чином калібрувальний графік, можна визначати температури, відповідні іншим значенням тиску. Екстраполюючи графік в межу низького тиску, можна визначити деяку «гіпотетичну» температуру, при якій тиск газу став би рівним нулю. Дослід показує, що ця температура рівна $273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ і не залежить від властивостей газу. Експериментально газ з нульовим тиском

одержати неможливо, оскільки при дуже низьких температурах всі гази переходять в рідкий або твердий стан.

Англійський фізик У. Томсон (лорд Кельвін) у 1848 р. запропонував використовувати точку нульового тиску газу для побудови нової температурної шкали (шкала Кельвіна). У цій шкалі одиниця вимірювання температури така ж, як і в шкалі Цельсія, але нульова точка зсунута:

$$T_K = T_C + 273,15. \quad (2.1.1.4)$$

У СІ прийнято одиницю вимірювання температури за шкалою Кельвіна називати кельвіном і позначати буквою К. Наприклад, кімнатна температура $T_C = 20\text{ }^\circ\text{C}$ за шкалою Кельвіна рівна $T_K = 293,15\text{ K}$.

Температурна шкала Кельвіна називається **абсолютною шкалою** температур. Вона виявляється найзручнішою при побудові фізичних моделей та теорій.

Немає необхідності прив'язувати шкалу Кельвіна до двох фіксованих точок – точки плавлення льоду і точки кипіння води при нормальному атмосферному тиску, як це прийнято в шкалі Цельсія.

Окрім точки нульового тиску газу, яка називається *абсолютним нулем температури*, достатньо прийняти ще одну фіксовану опорну точку. У шкалі Кельвіна в якості такої точки використовується температура потрійної точки води ($0,01\text{ }^\circ\text{C}$), в якій при тепловій рівновазі знаходяться всі три фази – лід, вода і пара. За шкалою Кельвіна температура потрійної точки приймається рівною $273,16\text{ K}$.

Таким чином, тиск розрідженого газу в посудині постійного об'єму V змінюється прямо пропорційно до його абсолютної температури: $p \sim T$. З іншого боку, дослід показує, що при незмінних об'ємі V і температурі T тиск газу змінюється прямо пропорційно до відношення кількості речовини ν в даній посудині до об'єму V судини $p \sim \frac{\nu}{V} = \frac{N}{N_A V} = \frac{n}{N_A} \sim n$, де N – число молекул в посудині, N_A – стала Авогадро, $n = \frac{N}{V}$ концентрація молекул (тобто число

молекул в одиниці об'єму посудини). Об'єднуючи ці співвідношення пропорційності, можна записати:

$$p = nkT,$$

де k – деяка універсальна для всіх газів стала величина. Її називають *сталою Больцмана*, на честь австрійського фізика Л. Больцмана, одного з творців МКТ. Стала Больцмана – одна з фундаментальних фізичних констант. Її чисельне значення в СІ рівне:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

Порівнюючи співвідношення $p = nkT$ з основним рівнянням МКТ газів (2.1.1.3), можна одержати:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT. \quad (2.1.1.5)$$

Середня кінетична енергія хаотичного руху молекул газу прямо пропорційна до абсолютної температури . Таким чином, температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул.

Слід звернути увагу на те, що середня кінетична енергія поступального руху молекули не залежить від її маси. Броунівська частинка, зависла в рідині або газі, володіє такою ж середньою кінетичною енергією, як і окрема молекула, маса якої на багато порядків менша від маси броунівської частинки. Цей висновок поширюється і на випадок, коли в посудині знаходиться суміш хімічно не взаємодіючих газів, молекули яких мають різні маси. В стані рівноваги молекули різних газів матимуть однакові середні кінетичні енергії теплового руху, які визначаються тільки температурою суміші. Тиск суміші газів на стінки судини складатиметься з парціального тиску кожного газу:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots)kT, \quad (2.1.1.6)$$

де $n_1, n_2, n_3, \dots$ – концентрації молекул різних газів в суміші. Співвідношення (2.1.1.6) виражає експериментально встановлений на початку XIX століття **закон Дальтона**: тиск в суміші хімічно не взаємодіючих газів рівний сумі їх парціальних тисків.

Парціальний тиск – тиск, який мав би газ, що входить до складу газової суміші, якби він один займав об'єм, рівний об'єму суміші при тій же температурі.

Співвідношення $p = nkT$, яке пов'язує тиск газу з його температурою і концентрацією молекул було одержане для моделі ідеального газу, молекули якого взаємодіють між собою і зі стінками судини тільки під час пружних зіткнень. Це співвідношення може бути записане в іншій формі, що встановлює зв'язок між макроскопічними параметрами газу – об'ємом V , тиском p , температурою T і кількістю речовини ν . Для цього потрібно використовувати рівність $n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V} = \frac{m}{M} \frac{N_A}{V}$, де N – число молекул в посудині, N_A – стала Авогадро, m – маса газу в посудині, M – молярна маса газу. У результаті одержимо:

$$pV = \nu N_A kT = \frac{m}{M} N_A kT.$$

Добуток сталої Авогадро N_A на k (сталу Больцмана) називається **універсальною газовою сталою і позначається буквою R** . Її числове значення в СІ:

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}.$$

Співвідношення

$$pV = \nu RT = \frac{m}{M} RT \quad (2.1.1.7)$$

називається **рівнянням стану ідеального газу**.

Для одного моля будь-якого газу це співвідношення набуває вигляду:

$$pV = RT. \quad (2.1.1.8)$$

Якщо температура газу рівна $T_n = 273,15 \text{ К}$ (0°C), а тиск $p_n = 1 \text{ атм} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, то говорять, що газ знаходиться за **нормальних умов**. Як впливає з рівняння стану ідеального газу, один моль будь-якого газу за нормальних умов займає один і той же об'єм V_0 , рівний

$$V_0 = 0,0224 \text{ м}^3/\text{моль} = 22,4 \text{ дм}^3/\text{моль} = 22,4 \text{ л/моль}.$$

Це твердження називається **законом Авогадро**.

Для суміші невзаємодіючих газів рівняння стану приймає вигляд:

$$pV = (v_1 + v_2 + v_3 + \dots)RT,$$

де v_1, v_2, v_3 і т. д. – кількість речовини кожного з газів в суміші.

Рівняння, що встановлює зв'язок між тиском, об'ємом і температурою газу було одержано у середині XIX століття французьким фізиком Б. Клайпероном, а у вигляді (2.1.1.7) воно було вперше записане Д.І. Менделєєвим. Тому рівняння стану газу називається **рівнянням Клапейрона-Менделєєва**.

Слід зазначити, що задовго до того, як рівняння стану ідеального газу було теоретично одержане на основі молекулярно-кінетичної моделі, закономірності поведінки газів в різних умовах були добре вивчені експериментально. Тому рівняння (2.1.1.7) можна розглядати як узагальнення дослідних фактів, які знаходять пояснення в МКТ.

Газ може брати участь в різних теплових процесах, при яких можуть змінюватися всі параметри, що описують його стан (p, V і T). Якщо процес протікає достатньо повільно, то у будь-який момент система близька до свого рівноважного стану. Такі процеси називаються **квазістатичними**, які звичному для нас масштабі часу можуть протікати і не дуже повільно. Наприклад, розрідження і стиснення газу в звуковій хвилі сотні раз в секунду можна розглядати як квазістатичний процес. Квазістатичні процеси можуть бути зображені на **діаграмі станів** (наприклад, в координатах p, V) у вигляді **деякої лінії, кожна точка якої представляє рівноважний стан**.

Важливими для дослідників є процеси, в яких один з параметрів (p, V або T) залишається незмінним. Такі процеси називаються **ізопроцесами**.

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$)

Ізотермічним процесом називають квазістатичний процес, що протікає при постійній температурі T . З рівняння (2.1.1.7) стану ідеального газу виходить, що при постійній температурі T і незмінній кількості речовини v в посудині, добуток тиску p такого газу на його об'єм V повинен залишатися постійним:

$$pV = \text{const.} \quad (2.1.1.9)$$

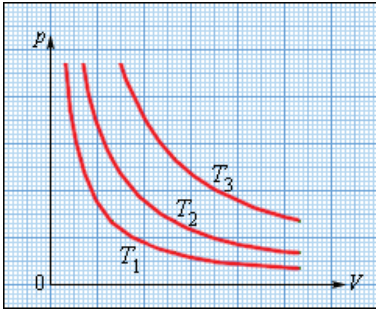


Рис. 2.1.1.8. Групи ізоTERM у координатах (p, V) . $T_3 > T_2 > T_1$.

У координатах (p, V) ізоТЕРМІЧНІ процеси зображаються при різних значеннях температури T групою гіпербол $p \sim \frac{1}{V}$, які називаються **ізоТЕРМАМИ**. Оскільки коефіцієнт пропорційності в цьому співвідношенні збільшується із зростанням температури, ізоТЕРМИ, відповідні вищим значенням температури, розташовуються на графіку вище за ізоТЕРМИ, відповідні меншим значенням температури (рис. 2.1.1.8). Рівняння ізоТЕРМІЧНОГО

процесу було одержане експериментально англійським фізиком Р. Бойлем (1662 р.) і незалежно французьким фізиком Е. Маріоттом (1676 р.). Тому (2.1.1.9) називають **законом Бойля-Маріотта**.

Ізохорний процес ($V = \text{const}$)

Ізохорний процес – це процес квазістатичного нагрівання або охолодження газу при постійному об'ємі V і за умови, що кількість речовини ν в посудині залишається незмінною.

Як впливає з рівняння (2.1.1.7) при $V = \text{const}$ тиск газу p прямо пропорційний його абсолютній температурі: $p \sim T$ або

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (2.1.1.10)$$

У координатах (p, T) ізохорні процеси для заданої кількості речовини ν при різних значеннях об'єму V зображаються групою прямих ліній, які називаються **ізохорами**. Більшим значенням об'єму відповідають ізохори з меншим нахилом до осі температур (рис. 2.1.1.9).

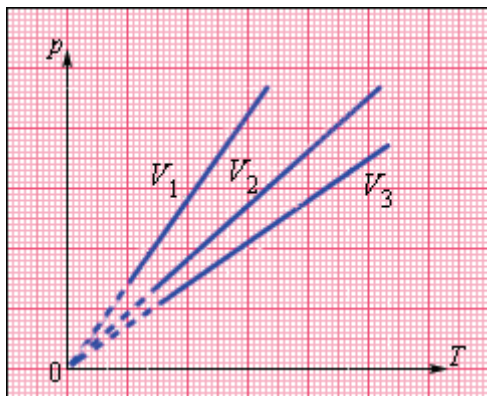


Рис. 2.1.1.9. Групи ізохор у координатах (p, T) . $V_3 > V_2 > V_1$. коефіцієнтом тиску.

Експериментально залежність тиску газу від температури досліджував французький фізик Ж. Шарль (1787 р.). Тому рівняння ізохорного процесу називається **законом Шарля**.

Рівняння ізохорного процесу може бути записане у вигляді:

$$p = \frac{p_0}{T_0} T = p_0 \alpha T, \quad (2.1.1.11)$$

де p_0 – тиск газу при $T = T_0 = 273,15$ К (тобто при температурі 0°C). Коефіцієнт α рівний $(1/273,15) \text{ K}^{-1}$, називають *температурним*

Ізобарний процес ($p = \text{const}$)

Ізобарним процесом називають квазістатичний процес, що протікає при незмінному тиску p .

Рівняння ізобарного процесу для деякої незмінної кількості речовини ν має вигляд:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad V = V_0 \alpha T, \quad (2.1.1.12)$$

де V_0 – об'єм газу при температурі 0°C . Коефіцієнт α рівний $(1/273,15) \text{ K}^{-1}$. Його називають *температурним коефіцієнтом об'ємного розширення газів*.

У координатах (V, T) ізобарні процеси при різних значеннях тиску p зображаються групою прямих ліній (рис. 2.1.1.10), які називаються **ізобарами**.

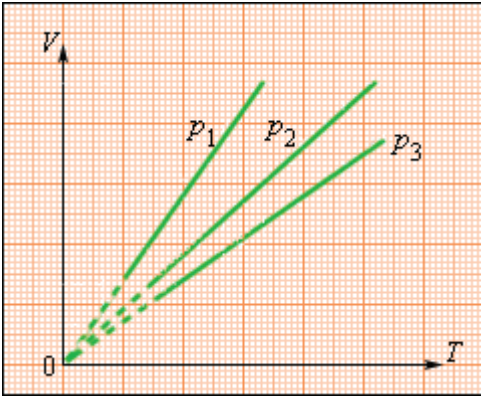


Рис. 2.1.1.10. Група ізобар у координатах (V, T) .
 $p_3 > p_2 > p_1$.

Залежність об'єму газу від його температури при незмінному тиску була експериментально досліджена французьким фізиком Ж. Гей-Люссаком (1862 р.). Тому рівняння ізобарного процесу називають **законом Гей-Люссака**.

Експериментально встановлені закони Бойля-Маріотта, Шарля і Гей-Люссака знаходять пояснення в МКТ газів. Вони є безпосереднім наслідком рівняння стану ідеального газу.

В результаті численних зіткнень молекул газу між собою і зі стінками

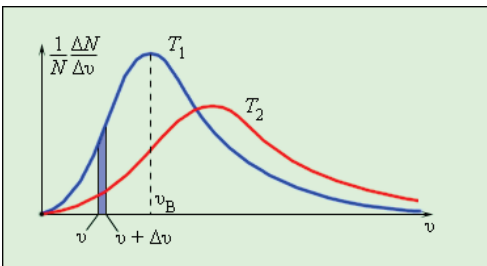


Рис. 2.1.1.11. Розподіл молекул за швидкостями.
 $T_2 > T_1$.

посудини встановлюється деякий статистичний розподіл молекул за швидкостями. При цьому всі напрями векторів швидкостей молекул виявляються рівноправними (рівноймовірними), а модулі швидкостей і їх проекції на координатні осі підкоряються певним закономірностям.

Розподіл молекул газу за модулями швидкостей називається розподілом

Максвелла. Дж. Максвелл у 1860 р. вивів

закон розподілу молекул газу за швидкостями, виходячи з основних положень МКТ. На рис. 2.1.1.11 представлені типові криві розподілу молекул за швидкостями. По осі абсцис відкладений модуль швидкості, а по осі ординат – відносне число молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + \Delta v$. Це число рівне площі виділеного на рис. 2.1.1.11 стовпчика.

Вся площа, обмежена кривою розподілу і віссю абсцис, чисельно дорівнює кількості молекул, швидкості яких мають різні значення від 0 до ∞ . Оскільки

цю умову задовольняють всі n молекул, то площа, що розглядається, рівна одиниці:

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1.$$

Швидкість, при якій $f(u)$ максимальна, називається **найімовірнішою швидкістю** u_i . Для знаходження u_i , використаємо умову максимуму функції $f(u)$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{dv} \left(v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \right) \right|_{v=v_{im}} &= \left[2v e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} - v^2 \frac{2vm_0}{2kT} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \right] = \\ &= 2v \left(1 - \frac{m_0 v^2}{2kT} \right) e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \Big|_{v=v_{im}} = 0. \end{aligned}$$

Звідси, $v_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$, оскільки $k = \frac{R}{N_A}$, $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$.

Середня арифметична швидкість молекул $\langle u \rangle$ визначається за формулою:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v dn(v) = \int_0^{\infty} v f(v) dv.$$

Підставляючи сюди $f(u)$ й інтегруючи, отримаємо:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

Отже, є три швидкості, які характеризують стан газу:

Найімовірніша:

$$v_i = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \approx 1,41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}; \quad (2.1.1.13)$$

середня арифметична:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = 1,13 v_{im} \approx 1,60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}; \quad (2.1.1.14)$$

середня квадратична:

$$\langle v_{kv} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,22 v_{im} \approx 1,73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \quad (2.1.1.15)$$

Із зростанням температури, максимум кривої розподілу зміщується у бік більших швидкостей, при цьому v_B і v_{kv} зростають.

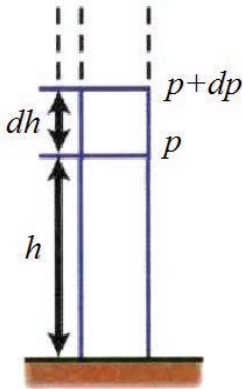
Барометрична формула

Рис. 2.1.1.12.

Залежність тиску від висоти.

Якщо на молекули не діють зовнішні сили, то вони рівномірно розподіляються по об'єму посудини. Однак молекули будь-якого газу завжди перебувають в полі сил тяжіння Землі. Якби не було тяжіння, то атмосферне повітря розсіялося б по всьому Всесвіту. А якби не було теплового руху молекул атмосферного повітря, то всі вони впали б на Землю. Тяжіння і тепловий рух приводять до стаціонарного стану газу, при якому його тиск і концентрація зменшується з висотою.

Розглянемо ідеальний газ, маси всіх молекул якого однакові, температура стала і який знаходиться в однорідному полі тяжіння.

Якщо тиск газу на висоті h дорівнює p (рис. 2.1.1.12), то на висоті $h + dh$ він дорівнює $p + dp$, причому при $dh > 0$ $dp < 0$, оскільки тиск з висотою зменшується.

Різниця тиску p і $p + dp$ чисельно дорівнює вазі газу, що знаходиться в об'ємі циліндра заввишки dh , а площа основи якого дорівнює одиниці:

$$p - (p + dp) = \rho g dh, \quad (2.1.1.16)$$

де ρ – густина газу на висоті h .

Використаємо рівняння Клайперона-Менделєєва

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Звідси, густина газу $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. Тоді $-dp = \frac{\mu g p}{RT} dh$ або $\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh$.

Вважаючи $T = \text{const}$ й інтегруючи по тиску від p_0 до p , а по висоті від 0 до h , отримуємо $\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh$. Звідси:

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} h}, \quad h = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{p_0}{p}. \quad (2.1.1.17)$$

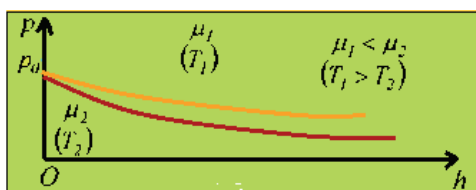


Рис. 2.1.1.13. Залежність тиску від висоти.

Ці формули називаються **барометричними формулами**. Із них можна зробити висновок, що тиск газу зменшується із висотою експоненціально і тим швидше, чим важчий газ (чим більше μ) і чим нижча температура (рис.2.1.1.13).

Барометрична формула дозволяє знайти співвідношення між концентраціями газу на різній висоті. Використаємо рівняння стану ідеального газу у вигляді $p = nkT$, де n – концентрація молекул газу. При $T = \text{const}$ отримуємо:

$$nkT = n_0 kT e^{-\frac{E_p}{RT}h},$$

де n_0 – концентрація молекул на висоті $h = 0$.

Оскільки $\mu = m_0 N_A$, а $R = k N_A$, то

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}},$$

де E_p – потенціальна енергія молекул в полі тяжіння.

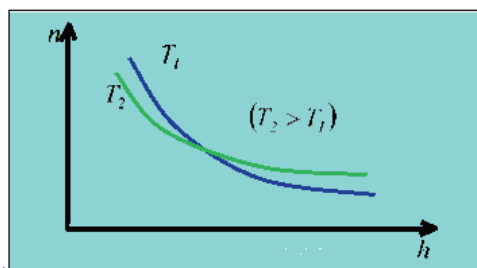


Рис. 2.1.1.14. Залежність концентрації молекул повітря від висоти.

Із збільшенням висоти концентрація молекул газу зменшується за експоненціальним законом (рис. 2.1.1.14). При високих температурах кількість молекул n незначно зменшується з висотою і при $T \rightarrow \infty$, $n \rightarrow n_0$, тобто підвищення температури викликає вирівнювання концентрації газу за висотою.

При $T \rightarrow 0$ К $n \rightarrow 0$, тобто всі молекули під дією сили тяжіння опускаються на дно посудини.

Больцман довів, що співвідношення $n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}$ справедливе не тільки у випадку потенціального поля сил земного тяжіння, але і в довільному потенціальному полі сил для сукупності довільних однакових частинок, що знаходяться у стані хаотичного теплового руху.

Тому вираз

$$n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}} \quad (2.1.1.18)$$

називається **розподілом Больцмана** у зовнішньому потенціальному полі.

З (2.1.1.18) видно, що чим менша потенціальна енергія молекул, тим більша їх концентрація.

Враховуючи, що $\mu = m_0 N_A$, де N_A – число Авогадро, із розподілу Больцмана отримуємо

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{mgN_A}{RT}(h_2 - h_1)},$$

де n_1 і n_2 – концентрація молекул на рівнях h_1 і h_2 .

Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул

Енергія, яка припадає на всі рухи молекул, визначається число ступенів вільності.

Числом ступенів вільності називають найменше число координат, які необхідно задати для того, щоб повністю визначити положення тіла у просторі, або кількість незалежних рухів, які може виконувати тіло.

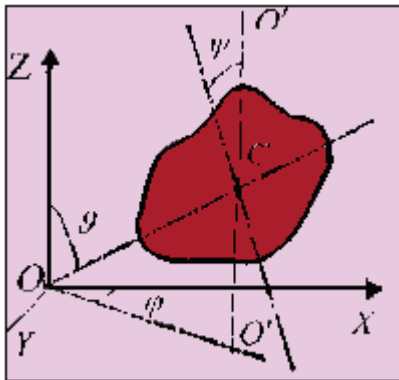


Рис. 2.1.1.15. Ступені вільності абсолютно твердого тіла.

Матеріальна точка, що довільно рухається у просторі, має три ступеня вільності (x, y, z).

Якщо ця точка рухається по деякій поверхні або вздовж певної кривої, то вона відповідно має два або один ступінь вільності.

Абсолютно тверде тіло має 6 ступенів вільності. Щоб визначити його положення в просторі, треба задати три координати (x, y, z) (3 ступеня вільності) поступального руху центра мас C тіла (рис. 2.1.1.15); два кути ψ і ϕ , які визначають положення в просторі певної осі

($O'O'$), яка проходить через центр мас і яку-небудь іншу фіксовану точку тіла і необхідно задати кут ψ , що визначає напрямок другої зв'язаної з тілом осі, яка перпендикулярна до першої (J, φ, ψ – 3 ступеня вільності обертального руху).

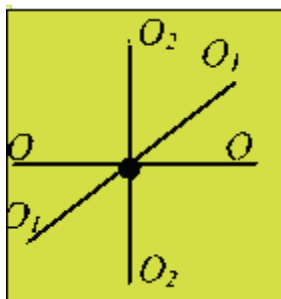


Рис. 2.1.1.16.

Ступені вільності
одноатомної молекули.

Якщо тіло не абсолютно тверде і його частини можуть зміщуватись одна відносно одної, то необхідно ввести ще додаткові ступеня вільності коливального руху.

Маса молекули одноатомного газу зосереджена в ядрі, розміри якого дуже малі. Тому таку молекулу можна розглядати як матеріальну точку, яка має три ступені вільності поступального руху (рис. 2.1.1.16).

Внаслідок хаотичного теплового руху всі напрямки швидкості молекул рівноймовірні. Кінетичні енергії руху молекул вздовж координатних осей OX , OY , і OZ в середньому однакові. Отже, в стані теплової рівноваги на кожен поступальний ступінь вільності молекули припадає одна і та ж середня кінетична енергія.

Оскільки $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT$, то:

$$\langle E_{k1} \rangle = \frac{3}{2} \langle E_k \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (2.1.1.19)$$

Молекули, що складаються з двох, трьох і більшої кількості атомів, не можуть бути уподібнені до матеріальних точок.

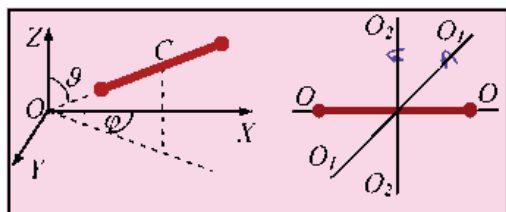


Рис. 2.1.1.17. Ступені

вільності двоатомної молекули.
системи.

Молекула двоатомного газу в першому наближенні – це два жорстко зв'язані атоми, що перебувають на деякій відстані один від одного. Положення такої системи можна визначити, якщо задати три координати центра мас системи (рис. 2.1.1.17) і два кути J і φ , які визначають напрямок у просторі осі

Отже, три ступеня вільності будуть поступальними, а два – обертальними навколо осей O_1-O_1 і O_2-O_2 . Обертання навколо третьої осі $O-O$ розглядати не треба, бо момент інерції атомів відносно цієї осі дуже малий.

Якщо два атоми зв'язані не жорстким зв'язком, а пружним, то $i = 6$. Положення системи в цьому випадку можна визначити, якщо задати три координати центра мас, два кути J і φ і відстань між атомами r (рис. 2.1.1.18). Зміна r відповідає коливанням в системі, внаслідок чого цей ступінь вільності називається *коливним*.

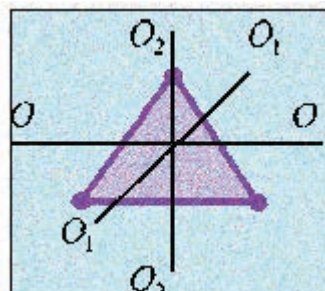
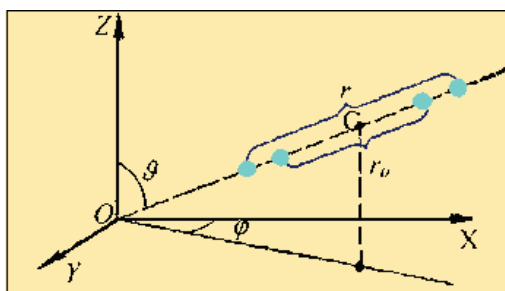


Рис. 2.1.1.19.

Рис. 2.1.1.18. Ступені вільності двоатомної молекули. Ступені вільності трьохатомної молекули.

Триатомна і багатоатомні нелінійні молекули (рис. 2.1.1.19) мають 6 ступенів вільності: – 3 поступальних і 3 обертальних.

Жорсткого зв'язку між атомами

не існує. Тому для реальних молекул необхідно враховувати також ступені вільності коливального руху.

У класичній статистичній фізиці виводиться **закон Больцмана про рівномірний розподіл енергій за ступенями вільності молекул**:

для статистичної системи, що перебуває у стані термодинамічної рівноваги, на кожний поступальний і обертальний ступінь вільності припадає в середньому кінетична енергія, що дорівнює $\frac{kT}{2}$, а на кожний коливальний ступінь вільності – в середньому енергія kT .

Коливальний ступінь має вдвоє більшу енергію тому, що на нього припадає не лише кінетична енергія, як у разі поступального і обертального

руху, але й потенціальна енергія, причому середні значення кінетичної і потенціальної енергій однакові: $\langle E_k \rangle = \langle E_p \rangle = \frac{1}{2} kT$.

Таким чином, середня енергія молекули:

$$\langle E_i \rangle = \frac{1}{2} kT, \quad (2.1.1.20)$$

де $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{об}} + 2i_{\text{кол}}$.

Середня кількість зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул

Молекули газу, перебуваючи в стані хаотичного теплового руху, безперервно стикаються одна з одною. *Зіткненням молекул* називається процес взаємодії між молекулами, внаслідок якого молекули змінюють напрямок свого руху.

Мінімальна відстань, на яку зближуються при зіткненні центри двох молекул, називається **ефективним діаметром** d молекули (рис. 2.1.1.20).

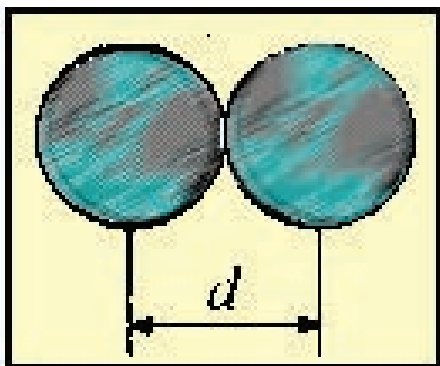


Рис. 2.1.1.20.

Ефективний діаметр молекули.

Величина $\sigma = \pi d^2$ називається *ефективним перерізом молекули*. Ефективний діаметр молекул залежить від їх енергії, а отже, від температури речовини, з підвищенням якої ефективний діаметр молекул зменшується і навпки. Величина d залежить і від хімічної природи газу.

Обчислимо середнє число зіткнень під час руху молекули в однорідному газі за одиницю часу. Припустимо, що одна молекула рухається із середньою арифметичною швидкістю $\langle u \rangle$, а всі інші молекули нерухомі (рис. 2.1.1.21).

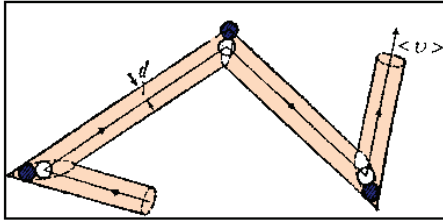


Рис. 2.1.1.21. Кількість зіткнень під час руху молекули.

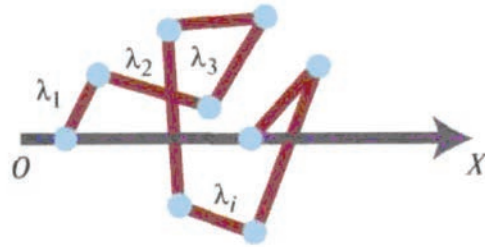


Рис. 2.1.1.22. Довжина вільного пробігу молекул.

Під час руху молекула стикатиметься з усіма молекулами газу, центри яких віддалені від траєкторії руху її центра на відстанях, що менші або дорівнюють d . За одиницю часу молекула зіткнеться з усіма молекулами, центри яких лежать всередині циліндра завдовжки $\langle u \rangle$ і радіусом основи d . Якщо n – концентрація молекул, то середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень молекули за одиницю часу дорівнюватиме:

$$\langle z \rangle = \pi d^2 \langle u \rangle n.$$

Якщо врахувати рух інших молекул, в цю формулу ввійде відносна швидкість молекул $\langle u_g \rangle = \sqrt{2} \langle u \rangle$.

Отже, середня кількість зіткнень за одиницю часу $\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle u \rangle$.

Між двома послідовними зіткненнями молекули рухаються прямолінійно і рівномірно і проходять при цьому деякі відстані λ , що мають називаються довжинами вільного пробігу. Ці відстані можуть бути різними (рис. 2.1.1.22). Тому використовують поняття про **середню довжину вільного пробігу** $\langle \lambda \rangle$ – середню відстань, яку молекула проходить без зіткнення, тобто:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n}{n}, \quad (2.1.1.21)$$

де n – кількість зіткнень.

Середня довжина вільного пробігу є характеристикою всієї сукупності молекул газу при даних значеннях тиску p і температури T . Середній шлях, що проходить молекула за одиницю часу, чисельно дорівнює середній арифметичній швидкості $\langle u \rangle$ і, якщо за одиницю часу молекула стикається з іншими молекулами $\langle z \rangle$ разів, то середня довжина вільного пробігу буде:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Оскільки $p = nkT$, то

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}. \quad (2.1.1.22)$$

При сталій температурі середня довжина вільного пробігу є обернено пропорційною до тиску, тобто

$$\langle \lambda_1 \rangle p_1 = \langle \lambda_2 \rangle p_2 = \langle \lambda_3 \rangle p_3. \quad (2.1.1.23)$$

Приведемо значення довжини вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ молекул повітря при 0 °C і різних тисках:

p , мм.рт.ст	760	1	10^{-2}	10^{-4}
$\langle \lambda \rangle$, м	$6,5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,5

Явища перенесення у термодинамічно нерівноважних системах

Невпорядкованість теплового руху молекул газу, безперервні зіткнення між ними призводять до постійного перемішування частинок і зміни їх швидкостей та енергій.

Якщо в газі існує просторова неоднорідність густини, температури або швидкості впорядкованого переміщення окремих шарів газу, то тепловий рух молекул вирівнює ці неоднорідності. При цьому в газі відбуваються особливі процеси, об'єднані загальною назвою **явищ перенесення**. До них явищ належать *дифузія, теплопровідність і внутрішнє тертя*.

Дифузія у газах

Процес дифузії полягає у вирівнюванні густини концентрації або складу суміші газів в об'ємі.

Якщо дифузія зводиться лише до вирівнювання густини, то в ньому беруть участь односторонні молекули, тобто тут переноситься маса однієї речовини. Таку дифузію називають *самодифузією*.

Якщо у процесі дифузії відбувається вирівнювання складу газу по всьому об'ємі, то зустрічаємося з явищем, яке називається просто **дифузією**. Тут маса

однієї речовини переноситься в середовище іншої. Отже, у цьому випадку дифузія полягає в тому, що кожна з компонент суміші переходить з тих частин об'єму газу, де її концентрація є більшою, туди, де вона є меншою.

Переміщення однієї або іншої компоненти суміші, або ж групи молекул односортної речовини під дією різниці концентрації або густини називається **дифузійним потоком**. Дифузійний потік визначається кількістю дифузної речовини, яка за одиницю часу проходить через одиницю площі, що перпендикулярна до напрямку дифузії.

Перемішування молекул внаслідок їх теплового руху призводить до вирівнювання густини газу по всьому об'єму. Для того, щоб існувало неперервне, незалежне від часу (стаціонарне) перенесення газу потрібна зовнішня дія. Вона повинна підтримувати незмінний розподіл густини за об'ємом газу і нейтралізувати вирівнювання густини внаслідок процесу дифузії.

Нехай газ міститься у посудині, яка має форму куба, з площею граней S і довжиною ребер l .

Об'єм, який займає газ, дорівнює об'ємові посудини, тобто $V = Sl = S\langle u \rangle t$, де $\langle u \rangle$ – середня швидкість молекул. У цьому об'ємі буде $N = n\langle u \rangle St$ молекул, де n – кількість молекул в одиниці об'єму.

Рух молекул у газі є однаково ймовірним у всіх напрямках, тобто в напрямку OX , OY і OZ буде рухатись $\frac{1}{3}N$ молекул. Нехай напрямок дифузійного потоку збігається з віссю OX . Тоді в заданому напрямку OX рухатиметься $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}N$ молекул і у від'ємному $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}N$ молекул. Отже, в напрямку перебігу дифузії рухатиметься $\frac{1}{6}n\langle u \rangle St$ молекул. При цьому переноситься маса речовини

$$M = \frac{1}{6}n\langle u \rangle Stm.$$

Однак це відбувалося б, коли густина газу ρ була би сталою у всьому об'ємі. Але $\rho = \rho(x)$ і $n = n(x)$. Тому за час t через поверхню S переноситься зліва направо і справа наліво різна кількість молекул:

$$M_1 = \frac{1}{6}n_1\langle u \rangle Stm, \quad M_2 = \frac{1}{6}n_2\langle u \rangle Stm.$$

Отже, загальна маса, яка переноситься через площу S , дорівнюватиме:

$$M = M_1 - M_2 = \frac{1}{6} \langle u \rangle S t m (n_1 - n_2).$$

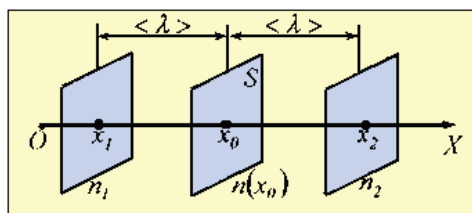


Рис. 2.1.1.23. До пояснення величини градієнту концентрації.

На відстанях, які дорівнюють середній довжині вільного пробігу, не змінюються ні величина, ні напрямок швидкості молекул і з двох боків площадки S буде n_1 і n_2 , молекул (рис. 2.1.1.23).

Нехай градієнт концентрації:

$$\frac{dn}{dx} = \lim_{x_1 \rightarrow x_2} \frac{n_1 - n_2}{x_1 - x_2}, \quad (2.1.1.24)$$

який описує зміну концентрації з відстанню у напрямку, протилежному до напрямку перебігу дифузії (рис. 2.1.1.24).

Через те, що $\frac{dn}{dx}$ є різниця концентрації, яка припадає на одиницю довжини, то на відстані $2\langle \lambda \rangle$ вона дорівнює: $n_1 - n_2 = -\langle \lambda \rangle \frac{dn}{dx}$.

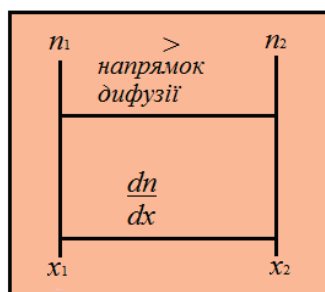


Рис. 2.1.1.24.

Напрямок перебігу дифузії.

Таким чином $M = -\frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle \frac{dn}{dx} S t m$

Оскільки густина газу $\rho = nm$ і $\frac{dn}{dx} = \frac{1}{m} \frac{d\rho}{dx}$ то

отримуємо

$$M = -\frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle \frac{d\rho}{dx} S t = -D \frac{d\rho}{dx} S t,$$

де $D = \frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle. \quad (2.1.1.25)$

Маса газу M , що переноситься завдяки дифузії через поверхню S , яка перпендикулярна до напрямку OX , в якому зменшується густина, пропорційна до розміру цієї поверхні, проміжку часу t перенесення і градієнта густини $\frac{d\rho}{dx}$.

Формула для маси M , що переноситься, називається рівнянням дифузії, або законом Фіка.

Технології виготовлення мікросхем

Явище дифузії газів лягло в основу виготовлення інтегральних мікросхем (ІМС).

Планарна технологія виготовлення ІМС

У 1959 р. запропонована так звана **планарна технологія** виготовлення напівпровідникових приладів, яка відкрила нову еру в мікроелектроніці. Існує два різновиди пленарної технології: планарно-дифузійна і планарно-епітаксійна.

Етапи виготовлення *p-n*-переходів методом **планарно-дифузійної технології** показані на рис. 2.1.1.25.

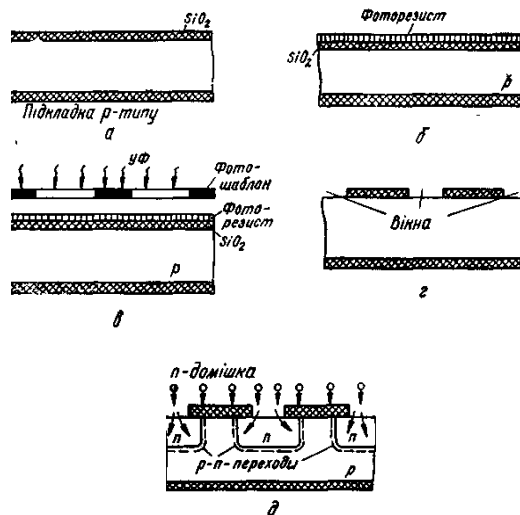


Рис. 2.1.1.25. Планарно-дифузійна технологія виготовлення ІМС.

На поверхні однорідної пластини монокристала кремнію *p*-типу: термічним окисленням кремнію формується тонка захисна плівка двооксиду кремнію SiO_2 (рис. 2.1.1.25.а). Електронно-дірковий перехід утворюється в об'ємі напівпровідника під цим захисним шаром, що запобігає дії різних зовнішніх факторів на *p-n*-перехід, а також відіграє важливу роль у процесі виготовлення пленарних структур, забезпечуючи проникнення домішки в певні ділянки кристала.

Для цього способом **фотолітографії** виготовляється оксидна маска. Пластину кристала кремнію з рівномірною тонкою (товщина 0,5 мкм) плівкою

SiO_2 вкривають шаром світлочутливої емульсії – фоторезистом, тобто наносять на пластину кілька краплин фоторезиста і вміщують її у центрифугу. Під час обертання під дією відцентрової сили фоторезист розтікається, утворюючи тонку рівномірну плівку (рис. 2.1.1.25.б), яку висушують.

Фоторезист чутливий до дії ультрафіолетового світла. На кремнієву пластину накладають фотошаблон з рисунком ділянок, які в подальшому повинні бути оброблені, щільно притискують до пластини і освітлюють ультрафіолетовим світлом (рис. 2.1.1.25.в).

Світло, яке проходить через прозорі ділянки фотошаблону, впливає на фоторезист так, що засвітлені ділянки його полімеризуються і стають нерозчинними в проявнику. Потім пластини з фоторезистом піддають спеціальній обробці, в результаті якої вилучається лак з тих ділянок, на які не діяло ультрафіолетове випромінювання. Решта ділянок кремнієвої пластини, які покриті двооксидом кремнію, захищені полімеризованою плівкою фоторезисту. Якщо тепер діяти на пластину плавиковою кислотою, яка розчинює двооксид кремнію, то оксидна плівка буде видалена саме з тих місць, де потрібно ввести домішку. Плавикова кислота не діє на полімеризований фоторезист, який, однак, тепер не потрібний і в подальшому змивається спеціальним розчинником.

Таким чином, у плівці двооксиду кремнію утворюється сукупність вікон (рис. 2.1.1.25.г), а на поверхні пластини – потрібний рисунок, вигравійований у плівці. Ця плівка і являє собою оксидну маску, через яку вводиться легуюча домішка. Домішка може бути введена в монокристал кремнію тільки через відкриті вікна, оскільки шар двооксиду кремнію SiO_2 добре затримує дифундуючі речовини.

Через утворені вікна дифундують із газової фази домішки *n*-типу, і проникаючи вглиб кристала, утворюють *n*-острівці. Задовільна швидкість дифузії буває при температурі порядку 1000-1200 °С. Оскільки провідність кристала *p*-типу, то між ним і острівцями утворюються *p-n*-переходи (рис. 2.1.1.25.д).

При планарно-дифузійній технології дифузія домішки відбувається з поверхні кристала, що зумовлює нечіткі межі p - n -переходів. При цьому домішка розподіляється нерівномірно по товщині основи: концентрація на поверхні більша, ніж у глибині. Недостатня чіткість p - n -переходів знижує якість напівпровідникових приладів. Вказаний недолік значною мірою усувається за допомогою планарно-епітаксійної технології.

Планарно-епітаксійна технологія дозволяє нарощувати тонкий напівпровідниковий шар на напівпровідникову основу з будь-яким типом провідності, при якій кристалічні ґратки вирощеного шару є точним продовженням кристалічних ґраток основи. Склад вирощеного шару епітаксійної плівки може відрізнятись від складу матеріалу основи. Вирощений епітаксійний шар n -типу на підкладці p -типу показаний на рис. 2.1.1.26.а.

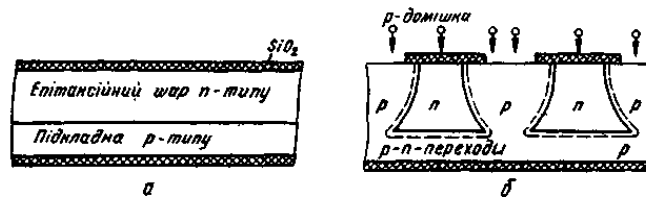


Рис. 2.1.1.26. Планарно-епітаксійна технологія виготовлення ІМС.

Якщо виконати всі технологічні операції описаним вище способом по виготовленню оксидної маски за допомогою методу фотолітографії (див. рис. 2.1.1.26. (б, в, г)) і внести через розкриті вікна p -домішку, то одержимо n -острівці епітаксійного шару і відповідно p - n -переходи між острівцями і p -підкладкою (рис. 2.1.1.26.б). Використання тонкого епітаксійного шару при планарно-епітаксійній технології дозволяє отримати рівномірний розподіл домішки по товщині і достатньо чіткі p - n -переходи.

Одне із важливих досягнень планарної технології є можливість захисту p - n -переходу від зовнішнього впливу. Утворені p - n -переходи і відповідні контакти виходять на одну площину підкладки (основи). Тому захисний шар, нанесений на поверхню основи, відіграє не тільки важливу роль в процесі виготовлення планарних структур, забезпечуючи проникання домішки в певні ділянки основи, але й запобігає дії зовнішніх факторів на p - n -переходи, їх

можна додатково захистити ще легкоплавким склом, лаком, запресувати в пластмасу і т. п. Стало можливим автоматизувати найбільш трудомісткі процеси виготовлення напівпровідникових приладів – складання і герметизацію.

Процес фотолітографії у планарній технології дає змогу одержувати в кристалі напівпровідника області і p - n -переходи з лінійними розмірами не тільки в десятки, але й одиниці мікрометрів, що суттєво розширило частотний діапазон напівпровідникових приладів. Почали швидко розвиватись прилади із структурою метал-діелектрик-напівпровідник: МДН-структури.

Однак найголовніше досягнення планарної технології полягає в тому, що вона дозволила одночасно в єдиному технологічному циклі виготовляти на одному кристалі велику кількість p - n -переходів і з'єднань між ними, а отже, і напівпровідникових приладів, об'єднаних в єдину інтегральну мікросхему. Саме тому планарну технологію, яка відкрила дорогу новому напрямку в напівпровідниковій техніці – мікроелектроніці, розглядають як другу революцію в електроніці.

Створення великих і надвеликих інтегральних мікросхем (ВІС і НВІС) – в центрі уваги сучасної мікроелектроніки і вимагає розвитку нових технологічних методів, які б дозволили різко підвищити ступінь інтеграції і швидкодію НВІС. Проте оксидні маски, які створені методом фотолітографії, обмежені мінімальними розмірами елементів у зв'язку з явищем дифракції світла на елементах рисунка. Мінімальний розмір елементів становить приблизно 1-2 мкм.

Подальше збільшення ступеня інтеграції компонентів мікросхем вимагає створення елементів з розмірами в десяті долі мікрометра. Для цього розроблено нові методи мікролітографії: електронний, рентгенівський та іонний. Найпоширеніша у виробництві сучасних мікросхем разом з фотолітографією *електронна літографія*.

Суть електронної літографії полягає в тому, що маска з потрібним рисунком створюється в процесі засвічування електронним потоком

спеціального шару, який чутливий до електронів. Такий шар називають електронним резистом. Дифракція електронів не є обмежуючим фактором у випадку використання електронних зондів з енергією електронів в десятки кіловольт. Практична межа роздільної здатності обробки визначається розсіюванням електронів в резисті і становить 0,2 мкм.

Електронний резист засвічується за точно визначеним рисунком або за допомогою тонкосфокусованих пучків електронів, які відхиляються електричними і магнітними полями за заданою програмою з допомогою ЕОМ або в результаті одночасного переносу зображення рисунка за шаблонами маски. Перший спосіб засвітки здійснюють пристрої, які називаються генераторами зображення, а другий – проекторами.

Пристрої електронної літографії являють собою складний комплекс обладнання, до якого входять електронно-оптична система, джерело електронів і елементи, які формують електричні або магнітні поля для керування рухом електронів; система завантаження-розвантаження пластин; координатний стіл з прецизійним переміщенням; ЕОМ або мікропроцесор, який керує роботою всіх систем; система вакуумного забезпечення, джерело стабілізованого живлення і різноманітні контролюючі системи.

Дуже часто пристрої електронної літографії використовуються в змішаних процесах, коли велика частина операцій проводиться методом фотолітографії, а найбільш відповідальні ділянки обробляються електронним променем. При цьому досягається висока точність і особлива роздільна здатність обробки.

Молекулярно-променева технологія виготовлення ІМС

Сучасним методом виготовлення ІМС є молекулярно-променева епітаксія (МПЕ). Це найбезпечніший і найточніший метод. Використовується для дуже тонких (декілька нанометрів) плівок. Основною перевагою є низька температура процесу (600-800 °С температура підкладки). МПЕ ґрунтується на тому, що компоненти в різних посудинах випаровуються, через заслонки газові пучки фокусуються та направляються на підкладку, на якій вони осідають, та

реагують. Величини потоків також керуються температурою при якій йде випаровування.

Проблеми створення такої системи:

1) вакуумні умови: щоб створити достатню довжину вільного пробігу для парів (10^{-7} Па);

2) Формування фокусованого променя: чим більшим буде співвідношення l/τ , тим вузчим буде сформований потік (атомний потік).

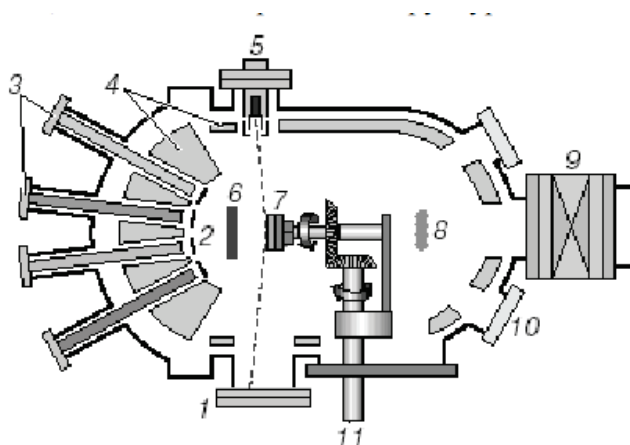


Рис. 2.1.1.27. Схематичне зображення ростової камери установки молекулярно-променевої епітаксії:

- 1 – флуоресцентний екран дифрактометра;
- 2 – заслінки ефузійних випарникових комірок;
- 3 – ефузійні випарники з речовиною;
- 4 – екрани з азотним охолодженням;
- 5 – електронна гармата дифрактометра;
- 6 – основна заслінка;
- 7 – тримач підкладок, що обертається;
- 8 – іонізаційний індикатор;
- 9 – шлюзовий клапан з вакуумним шлюзом для заміни зразків;
- 10 – оглядове скло;
- 11 – вісь двигуна обертання підкладок і живлення нагрівника підкладок.

Проводять МПЕ в спеціальній вакуумній камері (рис. 2.1.1.27). Високий вакуум, малі швидкості надходження атомів на поверхню росту (10^{14} - 10^{15} атомів за секунду), можливість точного управління профілями хімічного складом та легування дають змогу отримувати як епітаксiальні плівки, так і багат шарові наноструктури.

Пунктиром показано хід електронного променя дифрактометра.

Теплопровідність газів

Теплова рівновага – це такий стан системи тіл, що знаходяться в тепловому контакті, при якому не відбувається теплопередача від одного тіла до іншого, і всі макроскопічні параметри тіл залишаються незмінними. Теплопровідність має місце, коли існує різниця температур, яка викликана будь-якими зовнішніми причинами. Виникнення потоку тепла в газі називається *теплопровідністю*. Молекули газу в різних місцях його об'єму мають різні середні кінетичні енергії. Тому при хаотичному тепловому русі молекул відбувається перенесення енергії. Молекули, що потрапили з нагрітих частин газу в холодніші, віддають надлишок своєї енергії навколишнім

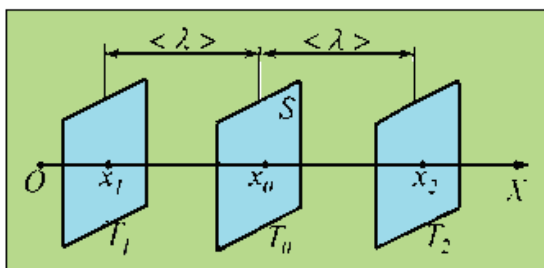


Рис. 2.1.1.28. Теплопровідність газів.

частинкам. Навпаки, молекули, що повільно рухаються, потрапляючи з холодних частин в тепліші, збільшують свою енергію за рахунок зіткнень з молекулами, що мають більші швидкості.

Нехай в деякому об'ємі газу температура T зменшується в напрямку OX (рис. 2.1.1.28). Позначимо через T_1 і T_2 , значення температури на відстанях $\langle \lambda \rangle$ від поверхні S , причому $T_1 > T_2$. Оскільки кінетична енергія газової молекули $\langle E_k \rangle = \frac{i}{2} kT$, то $\langle E_{k1} \rangle > \langle E_{k2} \rangle$.

Тому в напрямку зменшення температури буде відбуватися перенесення енергії, а, отже, і кількості теплоти Q , оскільки внутрішня енергія газу складається з кінетичної енергії його молекул.

Зліва направо рухатиметься кількість молекул, яка дорівнює $N_1 = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t$, а справа наліво – $N_2 = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t$.

Відповідно, при цьому буде переноситися кількість теплоти:

$$Q_1 = N_1 \langle E_{k1} \rangle = \langle E_{k1} \rangle \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t;$$

$$Q_2 = N_2 \langle E_{k2} \rangle = \langle E_{k2} \rangle \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t.$$

Загальна кількість теплоти, яка буде переноситися при теплопровідності, дорівнюватиме:

$$Q = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t (\langle E_{k1} \rangle - \langle E_{k2} \rangle).$$

Середня енергія молекули дорівнює $\langle E_k \rangle = \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = C_V \frac{1}{N_A} T$, де C_V – молярна теплоємність за сталого об'єму.

Тому

$$Q = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t \frac{C_V}{N_A} (T_1 - T_2). \quad (2.1.1.26)$$

Якщо градієнт температури $\frac{dT}{dx} = \lim_{x_1 \rightarrow x_2} \frac{T_1 - T_2}{x_1 - x_2}$ поблизу площини S , то $T_1 - T_2 = -2\langle \lambda \rangle \frac{dT}{dx}$, бо $\frac{dT}{dx}$ – зміна температури на одиницю довжини. Знак « $-$ » показує, що зростанню x відповідає спадання T . Звідси:

$$Q = -\frac{1}{3}n\langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{C_V}{N_A} \frac{dT}{dx} St,$$

а коефіцієнт теплопровідності:

$$\chi = \frac{1}{3}n\langle v \rangle \langle \lambda \rangle \frac{C_V}{N_A} = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle \lambda \rangle n \frac{\mu C_V}{N_A} = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle \lambda \rangle n m_0 c_V = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho c_V.$$

Отже,

$$Q = -\chi \frac{dT}{dx} St. \quad (2.1.1.27)$$

Отриманий вираз називається законом **теплопровідності Фур'є**: кількість теплоти Q , яка переноситься через поверхню S , перпендикулярну до напрямку

ОХ, в якому зменшується температура, пропорційна до розміру цієї поверхні, проміжку часу t перенесення і градієнту температури $\frac{dT}{dx}$.

Внутрішнє тертя у газах

Явище внутрішнього тертя пов'язано з виникненням сил тертя між шарами газу або рідини, що переміщуються паралельно один до одного з різними за величиною швидкостями. З боку шару, що рухається швидше, на шар, який рухається повільніше, діє прискорююча сила. І навпаки, шар, що повільно рухається, гальмує шари газу, які рухаються швидше. Сили тертя, які при цьому виникають, направлені вздовж дотичної до поверхні зіткнення шарів.

З погляду кінетичної теорії газів причиною внутрішнього тертя є накладання впорядкованого руху шарів газу з різними швидкостями на хаотичний тепловий рух молекул, інтенсивність якого залежить від температури. Завдяки тепловому руху молекули переходять з шару, що рухається з швидкістю $\vec{u}_2$ у шар, який рухається з швидкістю $\vec{u}_1$. При цьому молекули переносять кількість руху $m\vec{u}$ свого впорядкованого руху.

Якщо різниця швидкостей руху різних шарів газу зовнішніми силами підтримується сталою, то і потік імпульсу від шару до шару буде сталим (стаціонарним), причому цей потік буде спрямований уздовж спадання швидкості. З таким випадком зустрічаємось при повільній течії газу (або рідини) між двома пластинами або у трубі під впливом сталої зовнішньої різниці тисків, спрямованої вздовж руху.

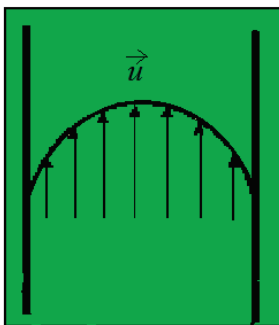


Рис. 2.1.1.29. Швидкість різних шарів газу.

Коли газ тече вздовж труби, то швидкості різних шарів розподілені так, як показано на рис. 2.1.1.29. Найбільша швидкість спостерігається в середній частині труби, що прилягає до осі. У міру наближення до стінок швидкість зменшується, а шар, що безпосередньо прилягає до стінок труби,

перебуває у спокої. При такій течії кількість руху переноситься від центрального шару, де швидкість найбільша, до шарів, які рухаються з меншою швидкістю. Через те, що цей процес пов'язаний зі зміною кількості руху, то газ поводить себе так, якби на нього діяла якась сила (сила внутрішнього тертя).

Кількісно перенесення імпульсу можна описати так само, як перенесення енергії у процесі теплопровідності.

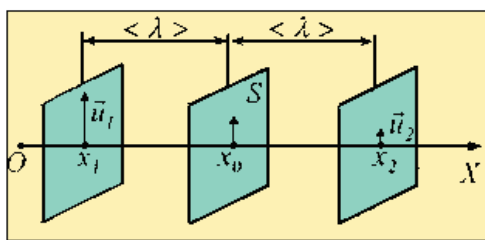


Рис. 2.1.1.30. До пояснення внутрішнього тертя в газах.

Розглянемо площину S , паралельну швидкості течії газу і перпендикулярну до осі OX (рис. 2.1.1.30). Нехай $\vec{u}_1 > \vec{u}_2$. Завдяки обміну молекулами між обома шарами газу (обмін відбувається завдяки тепловим рухам) ця різниця зменшується.

Молекули праворуч від S заміщуються іншими молекулами, які надійшли зліва і мають більший імпульс. У разі зіткнення цих молекул з молекулами, що були до цього праворуч від S , більша швидкість течії розподілиться між усіма молекулами праворуч, після чого швидкість течії цього шару, а отже, й імпульс стануть більшими, водночас швидкість й кількість руху шару газу, який знаходиться ліворуч від S , зменшується.

Отже, обмін молекулами, зумовлений тепловими рухами, приводить до вирівнювання швидкостей течії різних шарів газу. Таким є механізм перенесення імпульсу в напрямку осі OX від одного шару газу, який тече, до іншого.

Величина потоку імпульсу P , який переноситься за одиницю часу через одиницю площі площини S , визначається різницею кількості руху P_1 і P_2 , які переносяться молекулами, що огинають площадку S зліва і справа відповідно.

Зліва направо рухатиметься кількість молекул, яка дорівнює $N_1 = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t$, а справа наліво $N_2 = \frac{1}{6}nS\langle u \rangle t$.

Припускаємо, що всі молекули рухаються з однаковою тепловою швидкістю $\langle u \rangle$. Площину S перетинатимуть лише ті молекули, які перебувають на відстані $\langle \lambda \rangle$. Молекули, завдяки наявності в них теплової швидкості $\langle u \rangle$, мають кількість руху $m\langle u \rangle$, яку не розглядатимемо мова йде про кількість руху $m\vec{u}$, яку мають молекули завдяки тому, що вся маса газу рухається поступально.

Молекули, які рухаються зліва направо, переносять кількість руху

$$p_1 = \frac{1}{6} n S \langle u \rangle t m u_1.$$

Відповідно, молекули, які рухаються справа наліво, переносять імпульс

$$p_2 = \frac{1}{6} n S \langle u \rangle t m u_2.$$

Повна зміна імпульсу молекул

$$p = p_1 - p_2 = \frac{1}{6} n S \langle u \rangle t m (u_1 - u_2).$$

Якщо градієнт швидкості $\frac{du}{dx} = \lim_{x_1 \rightarrow x_2} \frac{u_1 - u_2}{x_1 - x_2}$ поблизу площини S , то

$$u_1 - u_2 = -2\langle \lambda \rangle \frac{du}{dx},$$

оскільки $\frac{du}{dx}$ – зміна швидкості на одиницю довжини. Знак « $\rightarrow$ » показує, що зростанню x відповідає спадання u . Звідси:

$$p = -\frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle \rho \frac{du}{dx} S t,$$

де $\rho = mn$. Оскільки зміна імпульсу дорівнює імпульсу діючої сили, то $p = Ft$, де F – сила взаємодії між шарами газу, що діє у поверхні їх дотику:

$$Ft = -\frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle \rho \frac{du}{dx} S t, \text{ або}$$

$$F = \eta \left| \frac{du}{dx} \right| S. \quad (2.1.1.28)$$

Це рівняння внутрішнього тертя, або **закон Ньютона**: сила внутрішнього тертя, що виникає у площині дотику двох шарів газу, що ковзають один відносно одного, пропорційна до площі їх дотику S і градієнта швидкості $\frac{du}{dx}$.

Коефіцієнт пропорційності η називається коефіцієнтом внутрішнього тертя або динамічною в'язкістю:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \lambda \rangle \rho. \quad (2.1.1.29)$$

$$[\eta] = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$$

Внаслідок пропорційності η добутку $\langle \lambda \rangle \rho$ виходить, що, як і χ , коефіцієнт внутрішнього тертя не залежить від тиску, за винятком сильно розрідженого газу, коли середня довжина вільного пробігу молекул стає більшою від розмірів посудини.

Поряд з динамічною в'язкістю η використовується також кінематична в'язкість σ , яка визначається як динамічна в'язкість, поділена на густину:

$$\sigma = \frac{\eta}{\rho}. \quad (2.1.1.30)$$

Між коефіцієнтами перенесення існують такі співвідношення:

$$\eta = \rho D, \quad \chi = C_V \eta, \quad \chi = D C_V \rho. \quad (2.1.1.31)$$

Наявність цього зв'язку між коефіцієнтами процесів перенесення обумовлена однаковістю фізичної природи процесів перенесення і тим, що всі вони описуються однаковими рівняннями.

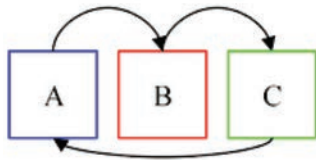
2.1.2. Основи термодинаміки

Закони термодинаміки

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає закони поширення, передавання та збереження тепла. Термодинаміка вивчає процеси, які відбуваються в тілах, що перебувають у тепловій рівновазі з іншими тілами. Термодинаміка була створена завдяки потребі побудови теоретичного підґрунтя для опису роботи теплових двигунів.

Наприкінці XVIII століття в Англії розпочалася промислова революція, одним із чинників якої був винахід парового двигуна. Завдяки цьому винаходу людство навчилося перетворювати тепло у механічну роботу. Виникла необхідність розуміння та кількісного опису процесів, які при цьому відбуваються. У XVIII-му столітті зародилася калориметрія, яка дозволила вимірювати кількість теплоти. Перший калориметр винайшов Джозеф Блек.

Завдяки дослідженням Бойля, Маріотта, Гей-Люссака, Шарля були відкриті закони для процесів у газах. Об'єднання цих законів привело до думки, що основні термодинамічні змінні: (тиск, температура й об'єм) для кожної речовини у стані теплової рівноваги пов'язані певним співвідношенням, яке отримало назву рівняння стану (2.1.1.7).



Подальші дослідження проводилися уже не для газів, близьких до абстрактного ідеального газу, а для реальних газів, для яких газові закони можуть мати зовсім інший вигляд, і в яких можливі такі процеси, як конденсація, фазові переходи.

Рис. 2.1.2.1. До Нульовий закон термодинаміки: якщо дві системи знаходяться в стані теплової рівноваги з третьою системою, то вони знаходяться в стані теплової рівноваги і між собою. Очевидно, що стан теплової рівноваги свідчить про рівність температур тіл ізольованої системи (рис. 2.1.2.1).

Запишемо нульовий закон термодинаміки в математичній формі:

$$T_A = T_C; T_B = T_C \text{ @ } T_A = T_B. \quad (2.1.2.1)$$

Перший закон термодинаміки: зміна внутрішньої енергії ізольованої системи, яка відбувається в рівноважному процесі переходу системи із стану 1 в стан 2, дорівнює сумі роботи, виконаної над системою зовнішніми силами, і кількості теплоти, наданої системі: $\Delta U = A' + Q$. Робота здійснена системою над зовнішніми тілами в процесі A ($A = -A'$), тоді закон приймає вигляд:

$$Q = \Delta U + A. \quad (2.1.2.2)$$

Тобто кількість теплоти, що надається системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи і на здійснення системою роботи проти зовнішніх сил.

Перший закон термодинаміки – одне з основних положень термодинаміки, є, по суті, законом збереження енергії у застосуванні до термодинамічних процесів. Перший закон термодинаміки сформульований в середині 19 століття

в результаті робіт Саді Карно, Юліуса фон Маєра, Джеймса Прескотта Джоуля і Германа фон Гельмгольца. Перший закон термодинаміки часто формулюють: неможливим є існування вічного двигуна 1-го роду, який здійснював би роботу, не отримуючи енергію з якого-небудь джерела.

Робота, що виконується тілом (наприклад, газом) над зовнішніми тілами при переміщенні елемента поверхні цього тіла (оболонки газу), площею ΔS , на відстань Δh уздовж нормалі до поверхні дорівнює:

$$\Delta A = \Delta F \Delta h = p \Delta S \Delta h, \quad (2.1.2.3)$$

де ΔF – сила, що діє по нормалі до поверхні, p – зовнішній тиск, яке вважається незмінним при переміщенні елемента на відстань Δh . Якщо тиск один і той же в усіх точках поверхні тіла, то, підсумувавши по всій поверхні, отримаємо:

$$\Delta A = \Delta F \Delta h = p \Delta V, \quad (2.1.2.4)$$

де ΔA – робота, здійснена тілом при збільшенні його об'єму на величину ΔV (рис. 2.1.2.2.а).

Робота при кінцевих змінах об'єму тіла може бути визначена шляхом інтегрування виразу (2.1.2.4):

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (2.1.2.5)$$

Цей інтеграл залежить від способу переходу зі стану з об'ємом V_1 в стан з об'ємом V_2 , оскільки функція $p(V)$ може мати різний вигляд. Рис. 2.1.2.2.б ілюструє залежність величини інтеграла (2.1.2.5), чисельно рівного площі під кривою функції $p(V)$.

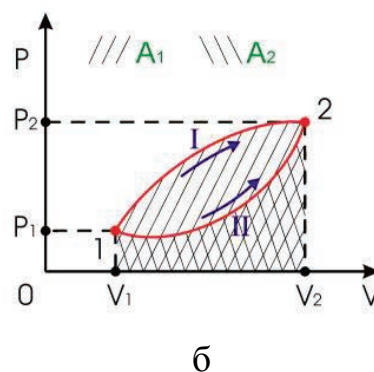
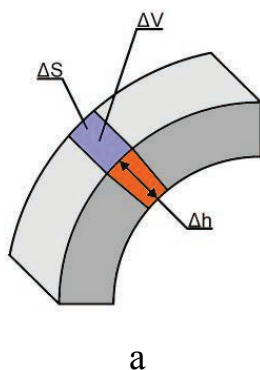


Рис. 2.1.2.2. Розрахунок роботи при зміні об'єму робочого тіла.

Залежно від траєкторії I або II переходу з першого стану в другий, площа під кривою $p(V)$ буде різною, а, отже, буде різною механічна робота, що здійснюється системою в цих термодинамічних процесах. Кількість теплоти, необхідна для переходу з першого стану в другий, також буде залежати від виду кривої $p(V)$ (форми траєкторії). У цьому можна переконатися, якщо врахувати той факт, що внутрішня енергія є функцією стану термодинамічної системи, і її зміна при переході з першого стану в другий не залежить від способу цього переходу. А отже, відповідно до першого закону термодинаміки (2.1.2.2) теплота, також як і робота, повинна залежати від термодинамічного процесу, за допомогою якого проводився перехід термодинамічної системи.

Перший закон термодинаміки забороняє створення вічних двигунів першого роду, принцип дії яких заснований на одержанні корисної роботи без підведення зовнішньої енергії до системи. Дійсно, якщо до системи не підводиться теплота, то відповідно до (2.1.2.2) корисна робота може бути виконана тільки за рахунок зменшення внутрішньої енергії системи на величину ΔU . А, оскільки, внутрішня енергія будь-якої системи обмежена, то і виконана таким чином корисна робота так само буде деякою обмеженою величиною. Після вичерпання внутрішньої енергії виконання системою корисної роботи припиниться, і двигун зупиниться.

Другий закон термодинаміки – один із основних законів фізики, закон про *відсутність спадання ентропії в ізольованій системі*. Він накладає обмеження на кількість корисної роботи, яку може здійснити тепловий двигун.

Поняття ентропії було вперше введено у 1865 році Рудольфом Клаузіусом. Він визначив зміну ентропії термодинамічної системи при оборотному процесі як відношення загальної кількості теплоти ΔQ , отриманої або втраченої системою, до величини абсолютної температури T :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (2.1.2.6)$$

Ентропія – міра енергії у термодинамічній системі, яка не може бути використана для виконання роботи. Вона також є мірою безладдя, присутнього в системі. Таким чином другий закон термодинаміки визначає напрямок

протікання процесів у фізичній системі – від порядку до безпорядку. Допускається як процес мимовільної передачі теплоти від більш нагрітого тіла до менш нагрітого, так і зворотний процес мимовільного переходу теплоти від холодного тіла до гарячого. Але з повсякденного досвіду нам відомо, що при з'єднанні двох тіл з різними температурами відбувається охолодження гарячого і нагрівання холодного. Зворотний процес в природі мимовільно не спостерігається і для його організації потрібно створення спеціальних холодильних машин, що працюють з використанням зовнішніх джерел енергії.

Вказана обставина, вперше відзначена Карно в 1824 році, призвела у 1850-1851 роках до формулювання другого закону термодинаміки, що дає обмеження на напрямки протікання термодинамічних процесів. Перше формулювання другого закону термодинаміки була дане в 1850 році Рудольфом Юліусом Емануель Клаузіусом (1822-1888 рр.): «Теплота сама по собі не може перейти від більш холодного тіла до більш теплого». Деяке інше формулювання другого закону термодинаміки було запропоноване в 1851 році Томсоном (лордом Кельвіном): «У природі не можливий круговий процес, єдиним результатом якого була б механічна робота, що здійснюється за рахунок відводу теплоти від теплового резервуара».

З другого закону термодинаміки випливає неможливість створення вічного двигуна другого роду, принцип дії якого заснований на повному перетворенні теплоти в роботу. Ідея такого джерела корисної роботи або енергії полягає у використанні внутрішньої енергії, що міститься в природних тілах (повітрі, воді, ґрунті і т.д.), для здійснення механічної роботи. Далі, після здійснення корисної роботи і переходу її в теплоту за рахунок тих чи інших дисипативних процесів, внутрішня енергія природних тіл відновлюється, і термодинамічний цикл замикається. Можливість функціонування вічного двигуна другого роду не суперечить закону збереження енергії (першому закону термодинаміки), але забороняється другим законом термодинаміки.

Спроби створити «вічний двигун» мали позитивний результат, оскільки, зокрема, дозволили створити тепловий двигун.

Тепловий двигун – машина для перетворення теплової енергії в механічну роботу.

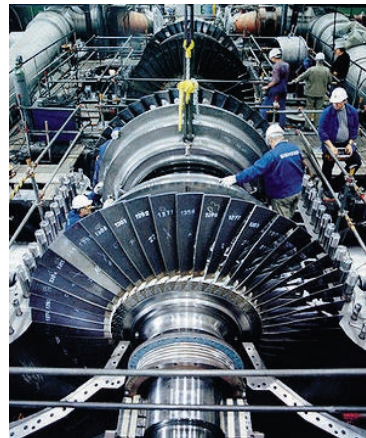
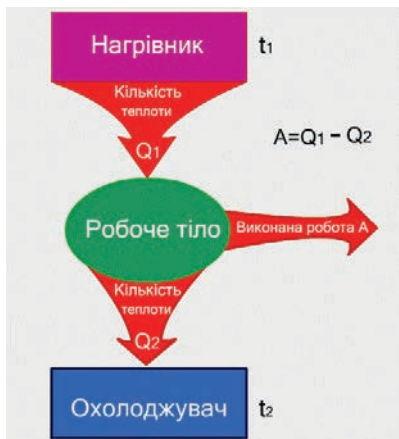


Рис. 2.1.2.3. Принцип роботи теплового двигуна.

Рис. 2.1.2.4. Парова турбіна електростанції.

Тепловий двигун є посередником між нагрівачем і холодильником (рис. 2.1.2.3). Основним елементом теплового двигуна є *робоче тіло*. Робоче тіло отримує тепло від нагрівача, переходить до холодильника і віддає там частину цього тепла, після чого охолоджене, повертається до нагрівача і так починається наступний цикл. В залежності від того, в яких умовах відбувається отримання і передача тепла, виділяють різні робочі цикли теплових двигунів.

Третій закон термодинаміки (теорема Нернста) сформувано Вольтером Фрідріхом Германом Нернстом (1864-1941 рр.): *ентропія прямує до нуля при абсолютному нулі температури*.

Теорема Нернста застосовна тільки для систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги і не виконується для нерівноважних систем. Зокрема, при зменшенні температури аморфного тіла, наприклад, скла, до абсолютного нуля, його ентропія не прямує до деякого певного постійного значення. Залежно від того, як здійснюється процес охолодження, ентропія аморфного тіла при зменшенні до абсолютного нуля буде різною. Це пов'язано з тим, що для аморфних тіл, які знаходяться в нерівноважному (метастабільному) стані, процес охолодження може відбуватися швидше, ніж перехід їх в рівноважний (кристалічний) стан.

З третього закону термодинаміки безпосередньо випливає недосяжність температури рівної абсолютному нулю. Дійсно, для того, щоб практично здійснити охолодження термодинамічної системи до абсолютного нуля температури, необхідно чергувати ізотермічне стиснення і адіабатичне розширення. При першому процесі відбувається відведення теплоти, а при другому – зменшення температури системи. Але, якщо ізотермічний процес призведе до відведення деякого кінцевої кількості теплоти, то це викличе нескінченно велику зміну ентропії. Це суперечить теоремі Нернста, згідно якій зміна ентропії в ізотермічному процесі теж прямує до нуля. Отже, охолодження термодинамічної системи до абсолютного нуля температури неможливе.

Іншим наслідком третього закону термодинаміки є неможливість використання рівняння Клапейрона-Менделєєва для опису ідеального газу при температурах, близьких до абсолютного нуля.

Система охолодження для ПК

Всі мікросхеми виділяють тепло, яке потрібно розсіювати. Насамперед це відноситься до процесорів, контролерів відеокарт і чіпсетів. Швидкісні модулі пам'яті також вимагають відводу тепла. Все це приводить до необхідності установки системи охолодження.

Основні вимоги до системи охолодження ПК:

- охолодження повинне бути ефективним. Перегрів кожного з компонентів комп'ютера приведе до нестійкої роботи, «зависанням» і, можливо, виходу з ладу;
- низький рівень шуму. Система охолодження є основним джерелом звуку, що виходить від системного блоку;
- вартість високоефективних, безшумних систем охолодження може становити сотні доларів. І, крім того, монтаж таких систем часто вимагають певних навичок.

Основні типи систем охолодження: пасивна, активна повітряна, рідинна.



Рис. 2.1.2.5. Пасивна система охолодження (радіатор).

1) Пасивна система охолодження (рис. 2.1.2.5) – це радіатор, що встановлюється на мікросхеми, які потрібно охолодити. Основні переваги – повна відсутність шуму й простота в обслуговуванні (достатньо періодично видаляти з радіаторів пил, наприклад, за допомогою пилососа). Якщо примусової подачі холодного повітря на радіатор немає, тому виробникам доводиться збільшувати їхні розміри. У результаті виходить, що установка таких систем не завжди можлива через їхні габарити.

2) Активна повітряна (рис. 2.1.2.6). На сьогоднішній день – це найпоширеніший варіант.

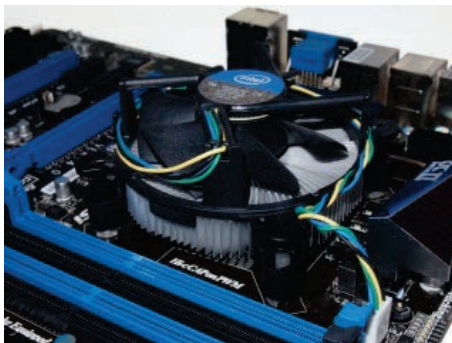


Рис.2.1.2.6. Активна повітряна система охолодження.



Рис.2.1.2.7. Проектування активної повітряної системи охолодження системного блоку.

У таких системах використовуються одночасно радіатори й вентилятори. Радіатор установлюється на мікросхему й відводить від неї тепло, а вентилятор подає холодне повітря на радіатор. У результаті ефективність значно зростає.

Але при цьому виникає шум. У загальному випадку рівень шуму залежить від швидкості обертання лопастей вентилятора. Тому вибирати краще вентилятори більших розмірів, але працюючих на низьких обертах.

Наприклад, на задню стінку системного блоку можна встановити або два вентилятори діаметром 80 мм, або одним діаметром 120 мм. Останній вентилятор буде працювати тихіше. Обслуговування таких систем небагато складніше, ніж пасивних, тому що іноді доводиться розбирати й змазувати вентилятори.

Необхідно правильно спроектувати систему охолодження системного блоку ПК, щоб повітря з однієї сторони всмоктувалось, а з інших боків виходило назовні. Для цього потрібно правильно встановити вентилятори у корпусі системного блоку (рис. 2.1.2.7): на передній стінці на вдуг, на задній на видуг повітря.



Рис.2.1.2.8. Рідинна система охолодження.



Рис.2.1.2.9. Система охолодження на рідкому азоті.

3) Рідинна. Такі системи складаються з помпи, радіатора й спеціальних трубок з радіаторами (рис. 2.1.2.8). На мікросхеми, які потрібно охолодити встановлюють невеликі радіатори із трубками. Помпа забезпечує безперервний рух рідини (найчастіше це вода). Тепло, що виділяють мікросхеми, поглинається водою й потім розсіюється на радіаторі.

Для збільшення ефективності радіатора використовують дуже тихі вентилятори, тому такі системи можна вважати практично безшумними.

Недоліки очевидні. Це висока складність монтажу системи і її вартість. Також в ролі робочої рідини іноді затссовують рідкий азот (рис. 2.1.2.9). Такі системи використовуються в основному для розгону процесорів. Перевага тут одна – найвища ефективність. Зате недоліків безліч – висока вартість, надзвичайна складність монтажу й обслуговування, нетривалий час роботи (азот у системі поступово витрачається).

2.2. Практикум

2.2.1. Елементи молекулярно-кінетичної теорії

Приклади розв'язування задач

1. Скільки атомів міститься в 1 кг гелію? Визначити масу одного атома гелію.

Кількість молекул N в даній масі газу визначається виразом:

$$N = \frac{m}{M} N_A, \quad (2.2.1.1.1)$$

де $M(\text{He}) = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Підставляючи ці значення в формулу (2.2.1.1.1) отримуємо:

$$N = \frac{1 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}}{4} = 1,50 \cdot 10^{26}.$$

Щоб визначити масу одного атома m_I достатньо розділити масу на кількість атомів, яка є у ній $m_I = \frac{m}{N}$.

Підставивши числові значення отримаємо:

$$m_I = \frac{1}{1,50 \cdot 10^{26}} = 6,67 \cdot 10^{-27} (\text{кг}).$$

2. В балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском $p_1 = 1$ МПа і при температурі $T_1 = 300$ К. Після того як з балона було взято 10 г гелію, температура в балоні знизилась до $T_2 = 290$ К. Визначити тиск p_2 гелію, який залишився в балоні.

Виходячи з рівняння Менделєєва-Клапейрона для кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (2.2.1.2.1)$$

отримуємо шуканий тиск

$$p_2 = \frac{m_2 R T_2}{M V}. \quad (2.2.1.2.2)$$

Масу m_2 гелію виразимо через масу m_I , яка відповідає початковому стану, і масу m гелію, взятого з балона:

$$m_2 = m_I - m. \quad (2.2.1.2.3)$$

Масу гелію m_I знайдемо також з рівняння Менделєєва-Клапейрона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = \frac{Mp_1V}{RT_1}. \quad (2.2.1.2.4)$$

Підставивши вираз для маси m_1 в (2.2.1.2.3), а потім вираз m_2 в (2.2.1.2.2) знайдемо:

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV}$$

або

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \quad (2.2.1.2.5)$$

Підставляючи значення в (2.2.1.2.5) і враховуючи що $M(\text{He}) = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль отримаємо:

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) = 3,64 \cdot 10^5 = 0,364 \text{ (МПа)}.$$

3. Густина газу $0,2 \text{ кг/м}^3$, тиск $0,1 \text{ атм}$. Визначити при цих умовах середню квадратичну швидкість молекул газу.

Середня квадратична швидкість визначається по формулі: $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Для визначення невідомих величин T і M використовуємо рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (2.2.1.3.1)$$

звідки:

$$\frac{RT}{M} = \frac{pV}{m} \text{ або } \frac{RT}{M} = \frac{p}{m/V} = \frac{p}{\rho}. \quad (2.2.1.3.2)$$

Підставляючи значення $\frac{RT}{M}$ з (2.2.1.3.2) в (2.2.1.3.1) знайдемо

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}. \quad (2.2.1.3.3)$$

Виразимо числові значення в одиницях системи СІ ($p = 0,1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^4 \text{ Па}$) та проведемо обрахунки:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,01 \cdot 10^4}{0,2}} = 389 \text{ (м/с)}.$$

4. Скільки молекул повітря міститься в кімнаті об'ємом 240 м^3 при температурі $15 \text{ }^\circ\text{C}$ і тиску 750 мм. рт. ст. ?

Щоб скласти рівняння Клапейрона, порівняємо між собою стан заданої маси повітря в двох випадках: за заданих умов p_1, V_1, T_1 і за нормальних умов p_0, V_0, T_0 .

Тоді $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$ або, оскільки $V_0 = \frac{m}{\rho_0}$, де ρ_0 – густина за нормальних умов, то $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 m}{T_0 \rho_0}$. Звідки $m = \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1}$.

Знайдемо скільки повітря (в молях) є в цій масі: $n' = \frac{m}{\mu} = \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1 \mu}$.

Але відомо, що в одному молі будь-якої речовини, в тому числі і повітря, міститься число молекул, яке дорівнює числу Авогадро N_A . Отже, повне число молекул в кімнаті дорівнює: $n = N_A \cdot n' = N_A \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1 \mu}$

$$n = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{750 \cdot 133 \cdot 240 \cdot 273 \cdot 1,29}{760 \cdot 133 \cdot 288 \cdot 29} = 6 \cdot 10^{27}.$$

5. У закритій посудині об'ємом 200 дм^3 знаходиться повітря при температурі $t_1 = 25^\circ \text{C}$ з відносною вологістю $\square$. Яка маса водяної пари сконденсується під час охолодження посудини до температури $t_2 = 10^\circ \text{C}$? Тиск насиченої пари при 25°C $p_1 = 3,13 \cdot 10^3 \text{ Па}$, а при 10°C $p_2 = 1,21 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Тиск водяної пари в посудині: $p_n = \square p_1$,

$$p_n = 60 \% \cdot 3,13 \cdot 10^3 = 1,78 \cdot 10^3 \text{ (Па)}.$$

Отже, точка роси відповідає температурі вище $t_2 = 10^\circ \text{C}$.

З рівняння Клапейрона-Менделєєва випливає, що

$$\rho_1 = \frac{p_1 M}{RT_1} \text{ і } m_1 = \frac{V p_1 M}{RT_1}.$$

$$\text{Аналогічно, } m_2 = \frac{V p_2 M}{RT_2}.$$

Маса сконденсованої води:

$$m = m_1 - m_2 = \frac{VM}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right), \quad (2.2.1.5.1)$$

де газова стала $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, а молярна маса води $M = 0,0018 \text{ кг/моль}$.

Підставляючи числові значення у формулу (2.2.1.5.1), отримаємо:

$$m = \frac{0,2 \cdot 0,018}{8,31} \left(\frac{3,13 \cdot 10^3}{298} - \frac{1,21 \cdot 10^3}{283} \right) = 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. (н). Скільки молей міститься в 1 кг водню?
2. (н). Чи можна посудину наповнити газом наполовину?
3. (н). Яка концентрація молекул азоту при температурі $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ і тиску 760 мм.рт.ст. ?
4. (н). Визначити середню кінетичну енергію поступального руху гелію і азоту при температурі $27\text{ }^{\circ}\text{C}$.
5. (н). Який тиск чинить газ при температурі $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ в посудині місткістю 2 л, якщо він складається з $1\cdot 10^{22}$ молекул?
6. (н). Балон якого об'єму треба взяти, щоб вмістити в ньому 8 кг кисню під тиском 200 атм. при температурі $40\text{ }^{\circ}\text{C}$?
7. (н). Яку температуру T має маса 2 г азоту який займає об'єм 820 см^3 при тиску $0,2\text{ МПа}$?
8. (н). Балон об'ємом 12 л заповнений азотом при тиску $8,1\text{ МПа}$ і температурі $17\text{ }^{\circ}\text{C}$. Яка маса азоту знаходиться в балоні?
9. (н). При температурі $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ густина водяної пари у приміщенні становить $13,6\text{ г/м}^3$. Який тиск чинить ця пара?
10. (о). Яка кількість газу знаходиться в балоні об'ємом 10 м^3 при тиску 96 кПа і температурі $17\text{ }^{\circ}\text{C}$?
11. (о). В посудині об'ємом 2 л знаходиться маса 6 г вуглекислого газу (CO_2) і маса окису азоту (N_2O) при температурі $127\text{ }^{\circ}\text{C}$. Знайти тиск суміші в посудині.
12. (о). Яке число молекул N знаходиться в кімнаті об'ємом 80 м^3 при температурі $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ і тиску 100 кПа ?
13. (о). Середня квадратична швидкість молекул деякого газу при нормальних умовах складає 461 м/с . Яку кількість молекул N містить одиниця маси цього газу?
14. (о). В скільки разів густина повітря, яке заповнює приміщення зимою ($T_1 = 7\text{ }^{\circ}\text{C}$) більше його густини літом ($T_2 = 37\text{ }^{\circ}\text{C}$)? Тиск газу рахувати сталим.

15. (о). Масу 5 г азоту, який знаходиться в закритому посуді об'ємом 4 л при температурі 20 °С, нагрівають до температури 40 °С. Знайти тиск p_1 і p_2 газу до і після нагрівання.
16. (о). Знайти відношення середніх квадратичних швидкостей молекул гелію і азоту при однакових температурах.
17. (о). В посудині об'ємом 4 л знаходиться маса 1 г водню. Яке число молекул містить одиниця об'єму посудини?
18. (о). Молекула азоту летить зі швидкістю 430 м/с. Знайти імпульс цієї молекули.
19. (о). В посудині знаходиться маса $m_1 = 14$ г азоту і маса $m_2 = 9$ г водню при температурі 10 °С і тиску 1 МПа. Знайти молярну масу суміші і об'єм посудини.
20. (о). Яка маса водяної пари у класі, об'єм якого 210 м³, при температурі 30 °С і відносній вологості 75 %?
21. (в). В закритому посуді об'ємом 1 м³ знаходиться маса 1,6 кг кисню і маса 0,9 кг води. Знайти тиск в посудині при температурі 500 °С, знаючи, що при цій температурі вся вода перетворюється в пару.
22. (в). В посудині 1 об'ємом 3 л знаходиться газ під тиском 0,2 МПа. В посудині 2 об'ємом 4 л знаходиться той самий газ під тиском 0,1 МПа. Температура газу в обох посудинах однакова. Під яким тиском буде знаходитись газ, якщо з'єднати посудини 1 і 2 трубкою?
23. (в). В посудині знаходиться маса $m_1 = 10$ г вуглекислого газу і маса $m_2 = 15$ г азоту. Знайти густину суміші при температурі 27 °С і тиску 150 кПа.
24. (в). В балоні знаходилась маса 10 кг газу при тиску 10 МПа. Яку масу газу взяли з балона, якщо тиск став рівний 2,5 МПа? Температуру газу рахувати сталою.
25. (в). Знайти імпульс молекули водню при температурі 20 °С. Швидкість молекули рахувати рівною середній квадратичній швидкості.

26. (в). В повітрі міститься 23,6 % кисню і 76,4 % азоту (по масі) при тиску 100 кПа і температурі 13 °С. Знайти густину повітря і парціальні тиски p_1 та p_2 кисню та азоту.
27. (в). В посудині є суміш газів – гелію і кисню. При температурі $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ і тиску $9 \cdot 10^4$ Па густина цієї суміші $0,44\text{ кг/м}^3$. Яким буде тиск у посудині, якщо з неї забрати половину молекул кисню?
28. (в). Чому дорівнює різниця мас повітря, яке заповнює приміщення об'ємом 70 м^3 взимку і влітку при тиску 735 мм.рт.ст., якщо взимку температура падає до $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$, а влітку досягає $37\text{ }^{\circ}\text{C}$?
29. (в). Яка середня енергія молекули одноатомного газу, якщо його тиск 20 кПа, а концентрація молекул становить $3 \cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$?
30. (в). Яке відношення тисків азоту і кисню однакової густини при однаковій температурі?

2.2.2. Основи термодинаміки

Приклади розв'язування задач

1. Обрахувати питомі теплоємності при постійному об'ємі c_V і при постійному тиску c_p неону і водню, приймаючи ці гази як ідеальні.

Питомі теплоємності ідеальних газів виражають за формулами:

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad (2.2.2.1.1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}, \quad (2.2.2.1.2)$$

де i – число ступенів вільності молекул газу, M – молярна маса.

Для неону (одноатомний газ) $i = 3$ і $M = 20 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$.

Зробимо обрахунки:

$$c_V = \frac{3}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 6,24 \cdot 10^2 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right),$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1,04 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right).$$

Для водню (двохатомний газ) $i = 5$ і $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тоді:

$$c_V = \frac{5}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,04 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right),$$

$$c_p = \frac{5 + 2}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,46 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right).$$

2. Кисень масою $m = 2$ кг займає об'єм $V_1 = 1$ м³ і знаходиться під тиском $p_1 = 0,2$ МПа. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму $V_2 = 3$ м³, а потім при постійному об'ємі до тиску $p_3 = 0,5$ МПа. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, виконувану роботу A і теплоту Q передану газу. Побудувати графік процесу.

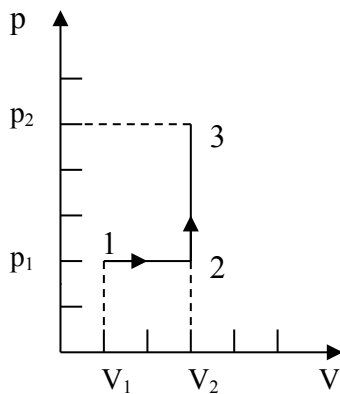


Рис.2.2.2.1

Зміна внутрішньої енергії газу:

$$\Delta U = c_V m \Delta T = \frac{i}{2} \frac{R}{M} m \Delta T,$$

де i – число ступенів вільності молекул газу (для двохатомних молекул кисню $i = 5$); $\Delta T = T_3 - T_1$ різниця температур газу в кінцевому (третьому) і початковому стані.

Початкову і кінцеву температуру знайдемо з рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (2.2.2.2.1)$$

звідки $T = \frac{pVM}{mR}.$

Робота розширення газу при постійному тиску виражається формулою:

$$A_1 = \frac{m_1}{M} R \Delta T. \quad (2.2.2.2.2)$$

Робота газу, який нагрівається при постійному об'ємі, дорівнює нулю, тобто $A_2 = 0$.

Відповідно, повна робота, яку виконує газ $A = A_1 + A_2 = A_1$.

Згідно першого закону термодинаміки теплота Q , яка передається газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії ΔU і роботи A : $Q = A + \Delta U$. Тоді:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 385 \text{ (K)};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 1155 \text{ (K)};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 2887 \text{ (K)};$$

$$A_I = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 0,400 \cdot 10^6 = 0,4 \text{ (МДж)};$$

$$A = A_I = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3,24 \cdot 10^6 = 3,24 \text{ (МДж)};$$

$$Q = 3,24 + 0,4 = 3,64 \text{ (МДж)}.$$

Графік процесу зображується на рис. 2.2.2.1.

3. Нагрівник теплової машини, який працює по циклу Карно, має температуру $T_1 = 194 \text{ }^\circ\text{C}$. $\frac{3}{4}$ теплоти отриманої газом від нагрівника, газ віддає холодильнику. Визначити температуру холодильника T_2 .

ККД теплової машини, яка працює по циклу Карно виражається формулою:

$$\eta_0 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.2.2.3.1)$$

або

$$\eta_0 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.2.2.3.2)$$

Прирівнявши праві частини формул (2.2.2.3.1) і (2.2.2.3.2) отримаємо:

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.2.2.3.3)$$

Після перетворень отримаємо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (2.2.2.3.4)$$

звідки:

$$T_2 = T_1 \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (2.2.2.3.5)$$

Підставивши числові значення в (2.2.2.3.5) отримуємо, що:

$$T_1 = 197 + 273 = 470 \text{ (K)};$$

$$Q_2 = \frac{3}{4} Q_1.$$

Виконаємо обрахунки $T_2 = 470 \frac{3Q_1}{4Q_1} = 352 \text{ (K)} = 79 \text{ }^\circ\text{C}$.

4. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули кисню при температурі 350 К, а також кінетичну енергію обертального руху всіх молекул кисню масою 4 г.

На кожному ступені вільності молекул газу припадає однакова середня енергія:

$$\langle E_1 \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

де k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура газу.

Так як обертальному руху двохатомної молекули відповідають два ступеня вільності, то середня енергія обертального руху молекул кисню:

$$\langle E_{\text{обер}} \rangle = 2 \frac{1}{2} kT = kT. \quad (2.2.2.4.1)$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу рівна:

$$E_k = \langle E_{\text{обер}} \rangle N. \quad (2.2.2.4.2)$$

Число всіх молекул газу:

$$N = N_A \nu. \quad (2.2.2.4.3)$$

Якщо врахувати, що кількість $\nu = \frac{m}{M}$, то формула (2.2.2.4.3) набуде вигляду:

$$N = \frac{N_A m}{M}.$$

Підставивши вираз в формулу (2.2.2.4.2) отримуємо:

$$E_k = N_A m \langle E_{\text{обер}} \rangle / M.$$

Врахувавши, що $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль проведемо обрахунок для шуканих значень енергій:

$$\langle E_{\text{обер}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)};$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} = 364 \text{ (Дж)}.$$

5. Одному молу ідеального одноатомного газу надали $Q = 700$ Дж теплоти і його температура збільшилась на $\Delta T = 50$ К. Яку роботу виконав газ?

Запишемо перший закон термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A \quad (2.2.2.5.1)$$

і врахуємо, що в цьому разі $\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$. (2.2.2.5.2)

У результаті підстановок (2.2.2.5.1) та (2.2.2.5.2) знаходимо:

$$A = Q - \Delta U = Q - \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Виконаємо розрахунок:

$$A = 700 - \frac{3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 50}{2 \cdot 1} = 77,8 \text{ (Дж)}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. (н). Чи можна при ізотермічному стисканні газу дістати об'єм газу, що дорівнює нулю?
2. (н). З якого металу виготовлена деталь масою 200 г, якщо її температура збільшилась на 20 °С тоді, коли їй надали 1840 Дж теплоти?
3. (н). Чи можна передати деяку кількість теплоти речовині, не підвищуючи цим її температури?
4. (н). Вуглекислий газ масою 0,02 кг нагрівають при постійному об'ємі. Визначити зміну внутрішньої енергії газу при його нагріванні від 20 °С до 108 °С.
5. (н). Невідомий газ, що має масу 0,2 кг під час ізобарного нагрівання на 20 °С виконав роботу 1,2 кДж. Про який газ іде мова?
6. (н). Знайдіть ККД турбіни ТЕС, якщо вона отримує від нагрівника $6 \cdot 10^7$ Дж теплоти і виконує при цьому роботу $0,5 \cdot 10^6$ Дж.
7. (н). Теплова машина за один цикл отримує від нагрівника кількість теплоти 100 Дж і віддає холодильнику 60 Дж. Який ККД машини?
8. (н). Винахідник оголосив, що він сконструював машину, яка дає змогу від тонни вугілля одержати $9 \cdot 10^{19}$ Дж енергії. Чи можна вірити цьому?
9. (н). Обчисліть внутрішню енергію одноатомного газу з кількістю речовини 5 моль при температурі 27 °С.
10. (н). Температуру нагрівника теплового двигуна підвищили, а холодильника знизили. Що сталося з ККД двигуна?
11. (о). Знайти питому теплоємність c_p : а) неону б) оксиду азоту; в) оксиду вуглецю; г) парів ртуті.

12. (о). Яку кількість теплоти Q потрібно надати 12 г кисню, щоб нагріти його на $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ при $p = \text{const}$?
13. (о). Маса 10,5 г азоту ізотермічно розширюється при температурі -23°C , причому його тиск змінюється від 250 кПа до 100 кПа. Знайти роботу A виконану газом при розширенні.
14. (о). Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно виконує за один цикл роботу 2,94 кДж і віддає за один цикл холодильнику кількість теплоти $Q_2 = 13,4$ кДж. Знайти ККД циклу.
15. (о). Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно, виконує за один цикл роботу $A = 73,5$ кДж. Температура нагрівника 100°C , температура холодильника 0°C . Знайти ККД циклу, кількість теплоти Q_1 яку отримує машина за один цикл від нагрівника, і кількість теплоти Q_2 яку віддає машина за один цикл холодильнику.
16. (о). Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. При цьому 80 % кількості теплоти, яку отримує від нагрівача, передається холодильнику. Машина отримує від нагрівника 6,28 кДж теплоти. Знайти ККД циклу і роботу A , яку виконує за один цикл машина.
17. (о). В закритій посудині об'ємом 10 л знаходиться повітря при тиску 0,1 МПа. Яку кількість теплоти потрібно надати повітрю, щоб підвищити тиск у посудині в 5 раз?
18. (о). В закритій посудині знаходиться маса 20 г азоту і маса 32 г кисню. Знайти зміну внутрішньої енергії суміші газів при охолодженні її на 28 К.
19. (о). Кількість 2 кмоль вуглекислого газу нагрівається при сталому тиску на 50 К. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, роботу розширення газу і кількість теплоти, яка передана газу.
20. (о). В посудині об'ємом 5 л знаходиться газ під тиском 200 кПа і температурі 17°C . При ізобарному розширенні газу була виконана робота 196 Дж. На скільки нагріли газ?
21. (о). При ізотермічному розширенні маси 10 г азоту, який знаходиться при температурі 17°C , була виконана робота 860 Дж. В скільки разів змінився тиск азоту при розширенні?

22. (в). Робота ізотермічного розширення маси 10 г деякого газу від об'єму V_1 до $V_2 = 2V_1$ дорівнює 575 Дж. Знайти середню квадратичну швидкість молекул газу при цій температурі.
23. (в). Яку масу вуглекислого газу можна нагріти при $p = \text{const}$ від температури $T_1 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 100^\circ\text{C}$ кількістю теплоти 222 Дж? На скільки при цьому зміниться кінетична енергія однієї молекули?
24. (в). Енергія поступального руху молекул азоту, який знаходиться в балоні об'ємом 20 л, дорівнює 5 кДж, а середня квадратична швидкість його молекул $2 \cdot 10^3$ м/с. Знайти масу азоту в балоні і тиск, під яким він знаходиться.
25. (в). Маса 10 г кисню знаходиться під тиском 0,3 МПа і температурі 10°C . Після нагрівання при $p = \text{const}$ газ зайняв об'єм $V_2 = 10$ л. Знайти кількість теплоти Q отриману газом, і енергію теплового руху молекул газу W до і після нагрівання.
26. (в). Густина деякого двохатомного газу при нормальних умовах $1,43 \text{ кг/м}^3$. Знайти питомі теплоємності c_V, c_p цього газу.
27. (в). Знайти відношення $\frac{c_p}{c_V}$ для газової суміші, яка складається з маси 8 г гелію, та маси 16 г кисню.
28. (в). Маса 12 г азоту знаходиться в закритій посудині об'ємом 2 л при температурі 10°C . Після нагрівання тиск в посудині став рівний 1,33 МПа. Яку кількість теплоти передано газу при нагріванні?
29. (в). Маса 10 г кисню, який знаходиться при нормальних умовах, стискається до об'єму 1,4 л. Знайти тиск p_2 і температуру T_2 кисню після стиску, якщо кисень стискається: а) ізотермічно б) адіабатично. Знайти роботу A стиску в кожному з цих випадків.
30. (в). Азот знаходиться в закритій посудині об'ємом $V_2 = 3$ л при температурі $T_1 = 27^\circ\text{C}$ і тиску 0,3 МПа. Після нагрівання тиск в посудині підвищився до 2,5 МПа. Знайти температуру T_2 азоту після нагрівання і кількість теплоти Q , надану азоту.

2.3. Віртуальний експеримент

2.3.1. Стан речовини: базові поняття

Теми:

- Атоми.
- Молекули.
- Стани речовини.

Приклади навчальних цілей:

- Опишіть характеристики трьох станів матерії: твердого, рідкого та газового.
- Передбачте, як зміна температури або тиску впливатиме на зміни поведінки частинок.
- Порівняйте частинки в трьох різних фазах.
- Поясніть заморожування і плавлення з молекулярним рівнем деталізації.
- Дізнайтеся, що різні речовини володіють різними властивостями, у тому числі плавлення, замерзання і кипіння.

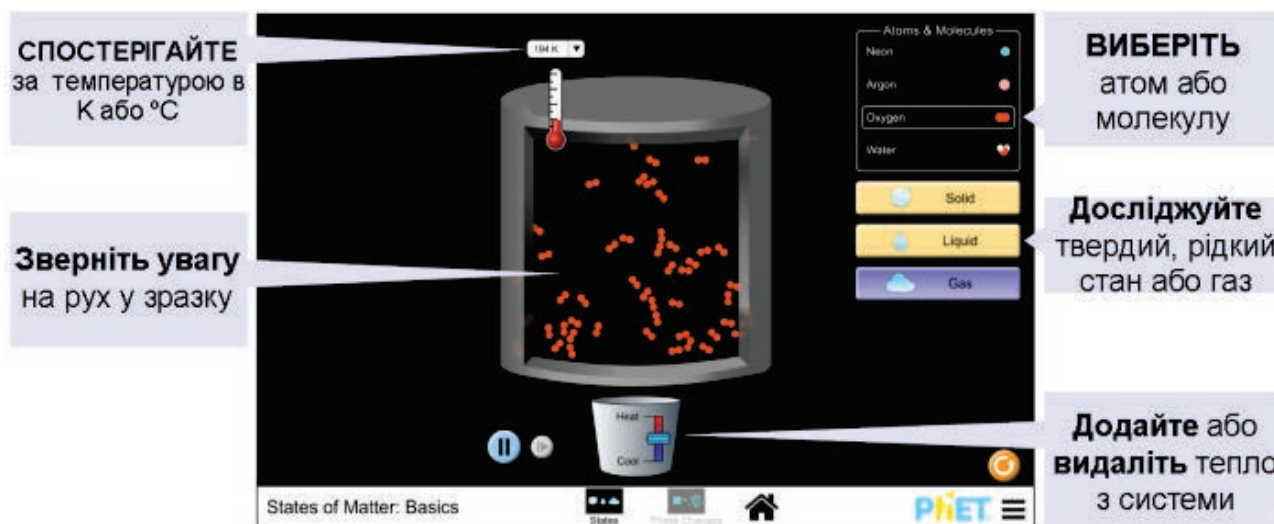
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/states-of-matter-basics>.

Інструкції щодо використання:

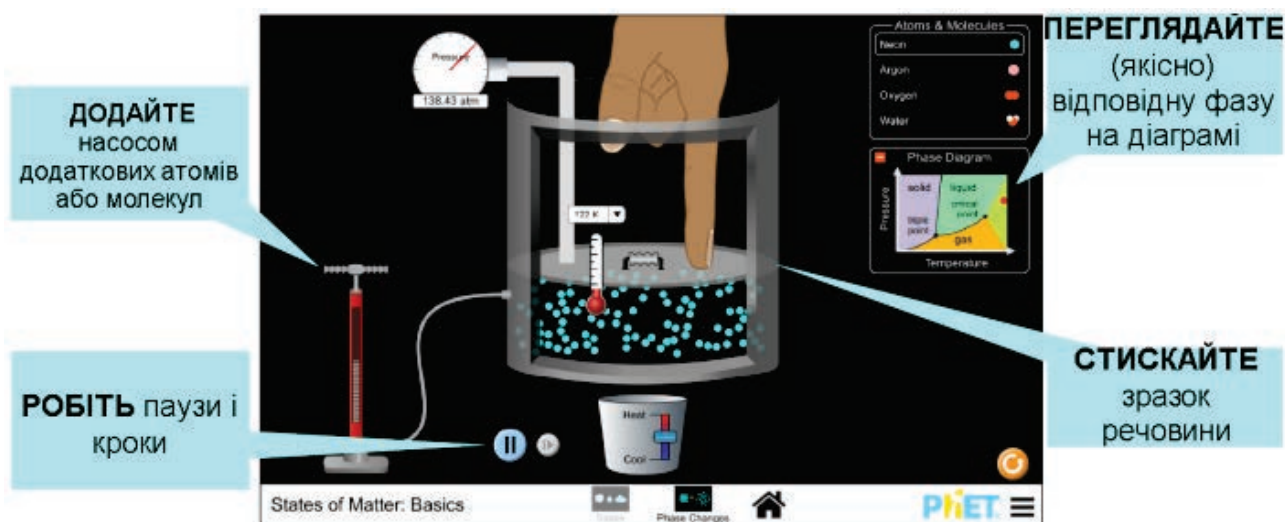
Вкладка *СТАНИ*

Нагрівайте або охолоджуйте атоми і молекули і спостерігайте, які відбуваються зміни між твердою, рідкою і газовою фазами.



Вкладка *Фазові зміни*

Дослідіть, як поводить ся система, як атоми і молекули поведуть ся при нагріванні, охолодженні, стисненні або при додаванні більшої кількості частинок.



Спрощення в моделюванні:

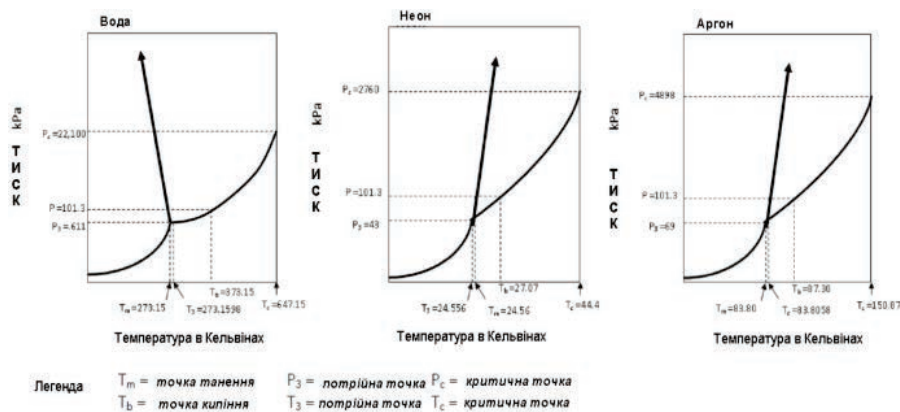
- Модель найкраще працює, якщо в контейнері є, принаймні, 15 частинок. Можна створювати ситуації, коли в контейнері є лише кілька частинок, і в цих ситуаціях студенти можуть спостерігати деяку дивну поведінку. Одним з прикладів є випадкові видимі зміни швидкості окремих частинок. Якщо студенти спостерігають за такими речами, їм слід сказати, що це пов'язано з обмеженнями моделі і не представляє явищ «реального світу».
- Це моделювання призначене для вивчення станів рівноваги. Таким чином, додавання / видалення тепла, регулювання обсягу і накачування додаткових

частинок цілеспрямовано утримуються повільно, так щоб система могла в цілому врівноважуватися при внесенні змін. (Швидкі зміни в системі, якщо це дозволено, призведе до більшої кількості системних станів).

- Латентна теплота не розглядається або не підтримується моделлю в цьому моделюванні.
- Температура системи обчислюється на основі швидкостей частинок і може змінюватися, оскільки в систему закачується більше частинок.
- Тиск у системі впливає з передачі імпульсу між частинками та стінками контейнера. В результаті тиск при 0 K буде дорівнювати нулю.
- Можна досягти абсолютного нуля в моделюванні, але швидкість зміни температури помітно сповільнюється, коли наближається 0 K. Це зроблено навмисне, оскільки дуже важко зробити систему молекул такою холодною. Істинного абсолютного нуля досягти неможливо, тому це слід розглядати як округлення вниз від чогось нижче 0,5 K.
- Для твердої води змодельовано так, щоб показати, що між молекулами є простір. Правильна структура твердої води вимагає 3D-вигляду, але з незначними компромісами якісно показано ситуацію в 2D. Крім того, частинки твердої води вібрують більше, ніж очікувалося.
- Якщо кришка ємності відірвалася в повітря, з'являється кнопка *«Повернення кришки»*, яка захопить частинки в контейнері і заправить велосипедний насос.
- Моделюється деяка кількість тяжкості, але вона мінімальна – достатньо, щоб зберегти тверді форми речовин на підлозі контейнера. З цієї причини речовини в їх рідкій формі не є завжди розміщені по нижній частині контейнера, як вода в склянці.
- Хоча плазма є станом матерії, навмисно вибрано не моделювати її в цьому моделюванні.
- Для студентів може бути важливим пояснити, що рука і контейнер взагалі не мають масштабу, оскільки в реальному світі вони також складаються з атомів і молекул.

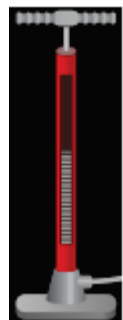
Фазові діаграми:

Симуляція не призначена для використання як комплексний інструмент для вивчення фазових діаграм, замість цього фокус на фазах матерії. Осі фазової діаграми не мають масштабів, але мають на меті дати учням загальне уявлення про розуміння фазових діаграм. Невелика кількість показаних частинок і простота базових моделей ускладнює точне визначення точної фази до правильних областей фазової діаграми. Проте, ми відчували, що учнями буде сприйнята спрощена фазова діаграма. (Фазові діаграми для води, неону і аргону проілюстровані нижче.) У схемі маркер діаграми залишається на лінії співіснування між рідиною / газом або твердим газом (і екстраполюється в критичну область). Якщо це наближення не відповідає вашим конкретним цілям навчання, і ви стурбовані тим, що це може призвести до плутанини, ви можете запропонувати своїм учням закрити фазові діаграми.



Комплексне управління:

- Кількість атомів або молекул, які можуть бути закачані в систему, обмежена. Індикаторні стрічки в насосі показують, скільки залишилося відкачати в систему.
- Колір фону моделювання можна змінити для легшого проєціювання, натиснувши на панель меню PHET (в правому нижньому куті), вибравши *Options (Опції)* і перевіривши режим проєктора. Доступ до режиму проєктора також можна отримати, додавши «*projectorMode*» до кінця URLадреси симуляції.



Приклади завдань студентами для дослідження:

- Намалюйте зображення кожної речовини у різних станах, як тверда речовина, рідина і газ. Опишіть відмінності та подібності між кожним станом.
- Дослідіть, як можна змінити стан речовини в контейнері.
- Опишіть різницю в русі частинок у твердому, рідкому або газовому стані.
- Передбачте, що відбувається з речовиною при її нагріванні або охолодженні.
- Опишіть метод, щоб зупинити рух атомів або молекул.
- Поясніть, чому деякі молекули починають злипатися, коли ви додаєте більше молекул.

2.3.2. Дифузія

Теми:

- Газ.
- Дифузія.
- Термодинаміка.

Приклади навчальних цілей:

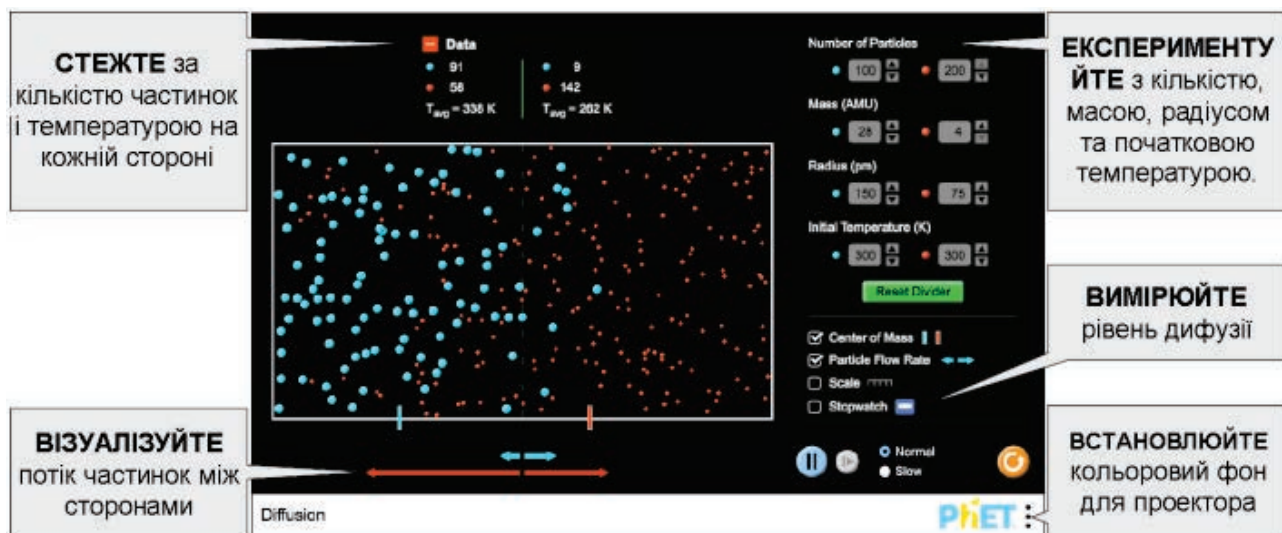
- Поясніть, як змішуються два гази.
- Розробіть експеримент, щоб знайти фактори, які впливають на швидкість дифузії.

Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/diffusion>.

Інструкції щодо використання:

Моделювання *ДИФУЗІЯ* дозволяє студентам вивчити, як змішуються два гази. Експериментуйте з концентрацією, температурою, масою та радіусом, щоб визначити, як ці фактори впливають на швидкість дифузії. Використовуйте *Центр мас* і *Потік частинок*, щоб визначити, коли система досягає рівноваги.



Спрощення в моделюванні:

- Зіткнення частинка-частинка моделюються як зіткнення жорстких сфер.
- Стрілки швидкості потоку частинок пропорційні кількості частинок, які перейшли середню лінію і в середньому перевищують 300 пс.

Інформація щодо використання студентами:

- Студентам може знадобитись деякий час, щоб виявити, що вони можуть швидко змінювати значення, утримуючи кнопки зі стрілками.

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Поясніть, як змішуються два гази.
- Опишіть, що являють собою стрілки швидкості руху частинок.
- Розробіть експеримент для визначення факторів, які впливають на швидкість дифузії.

2.3.3. Гази. Вступ

Теми:

- Закони ідеального газу.
- Тиск.
- Об'єм.
- Температура.

Приклади навчальних цілей:

- Опишіть поведінку газових частинок у резервуарі.
- Визначте залежність між тиском, об'ємом, температурою та кількістю молекул газу.
- Опишіть взаємозв'язок між зіткненням частинок-стінка та тиском.
- Прогнозуйте, як зміна температури вплине на швидкість молекул.

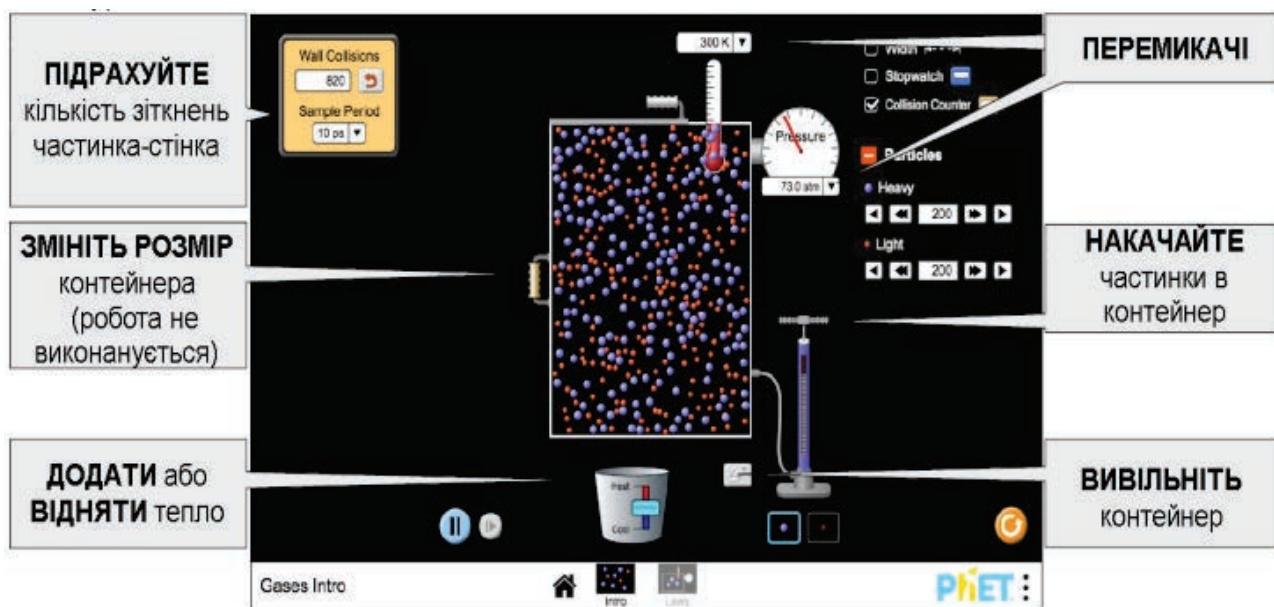
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/gases-intro>.

Інструкції щодо використання:

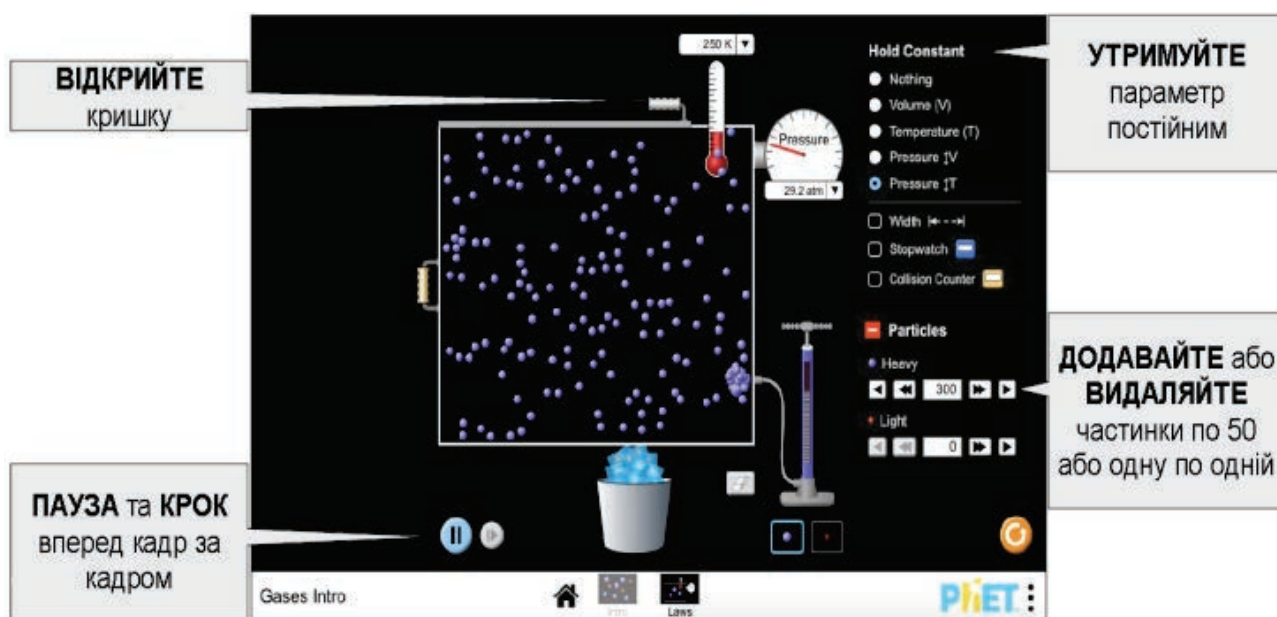
Вкладка *Вступ*

Накачайте молекули газу в контейнер і дізнайтеся, що відбувається під час зміни об'єму, додавання або видалення тепла тощо.



Вкладка *Ідеальний (газ)*

Дослідіть, як змінюються властивості газу залежно один від одного, та експериментуйте, тримаючи один параметр постійним.



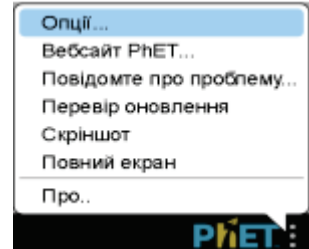
Спрощення в моделюванні:

- Зіткнення частинка-частинка моделюються як зіткнення жорстких сфер.
- Глибина контейнера (4 нм) і висота (8,75 нм) постійні, тому об'єм змінюється лінійно залежно від ширини.
- Легкі частинки мають масу 4 а.о.м. (атомна одиниця маси), а важкі частинки – 28 а.о.м. Хоча ці маси відповідно відповідають He і N_2 , радіуси різняться для оптимізації візуальної різниці розмірів.
- Тиск у моделі походить від закону про ідеальний газ! Тиск буде не нульовим, як тільки $N > 0$, і залишається постійним, поки не буде змінено N , T або V . Тиск, показаний на манометрі, може залежати від модельного значення за певних обставин.
- Манометр покаже нульовий тиск до першого зіткнення частинка-стінка.
- Якщо включена опція «Шум під тиском», показник тиску коливатиметься кожні 0,75 пс максимум на 50 кПа. Величина шуму під тиском обернено пропорційна тиску, і для $T \leq 50$ К він буде лінійно зменшуватися, поки не стане 0 кПа, коли $T \leq 5$ К.
- Переміщення стінки контейнера не призводить до здійснення роботи в системі / над системою. Коли взята стінка контейнера, моделювання призупиниться. Після вивільнення частинки миттєво перерозподіляються в контейнері, а їх швидкість залишатиметься незмінною.

- Коли температура системи нижче 0,5 К, на дисплеї з'явиться 0 К. Рух частинок з часом припиниться, якщо контейнер ще більше охолоне, хоча це може зайняти деякий час.

Комплексне управління:

- Для кращого контрасту при проектуванні моделювання використовуйте *Режим проектора* в меню «*Параметри*».
- За замовчуванням манометр відображає точний тиск у моделі, що виходить із закону про ідеальний газ. Вимірювач штучного шуму додається до манометра в розділі *Опції* → *Шум тиску*.



Приклади завдань студентами для дослідження:

- Охарактеризуйте залежність між зіткненням частинка-стінка та тиском.
- Спрогнозуйте, як зміна температури вплине на швидкість молекул газу.
- Розробіть експеримент, щоб визначити залежність між двома властивостями газу, такими як тиск і температура.
- Визначте залежність між тиском, об'ємом, температурою та кількістю молекул газу.

2.3.4. Властивості газів

Теми:

- Закони ідеального газу.
- Молекулярно-кінетична теорія.
- Дифузія.
- Робота газу.
- Розподіл Максвелла-Больцмана.

Приклади навчальних цілей:

- Визначте, як зміна змінних P , V , N і T впливає на інші властивості газу.
- Опишіть взаємозв'язок між зіткненням частинок і стінкою та тиском.
- Прогнозуйте, як зміна температури впливає на швидкість молекул.

- Прогнозуйте швидкість молекул у тепловій рівновазі на основі відносної маси молекул.
- Визначте, коли робота з об'ємом виконується газом або над газом.
- Поясніть, як змішуються два гази.
- Розробіть експеримент, щоб знайти фактори, які впливають на швидкість дифузії.

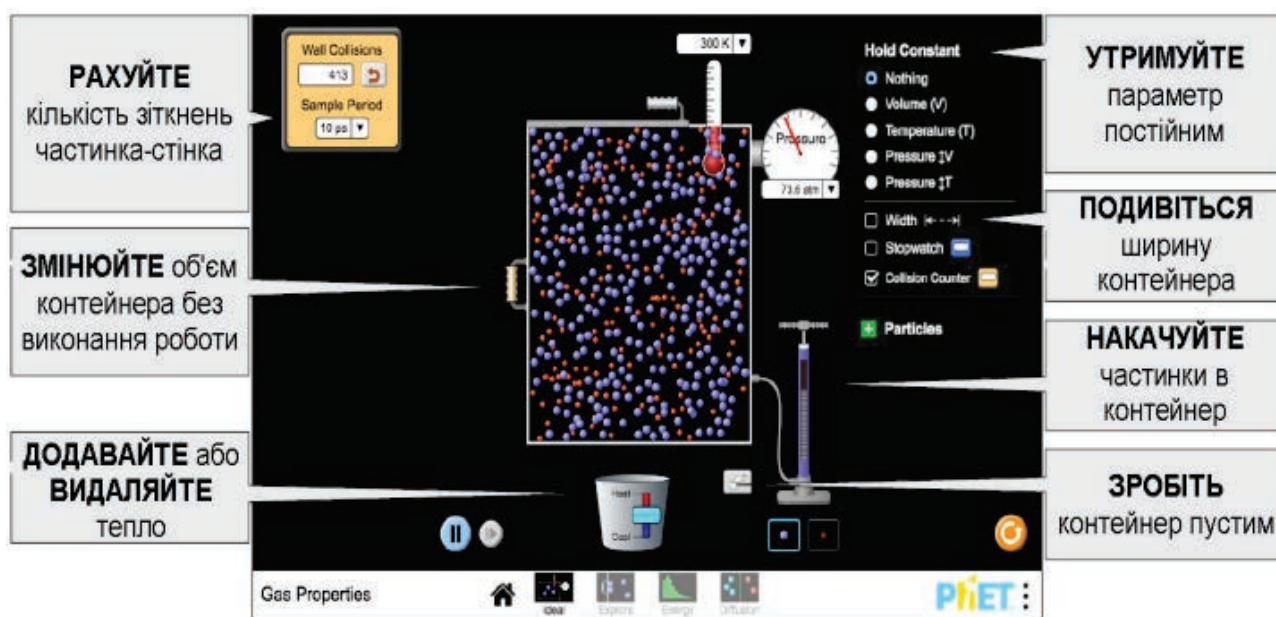
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/gas-properties>.

Інструкції щодо використання:

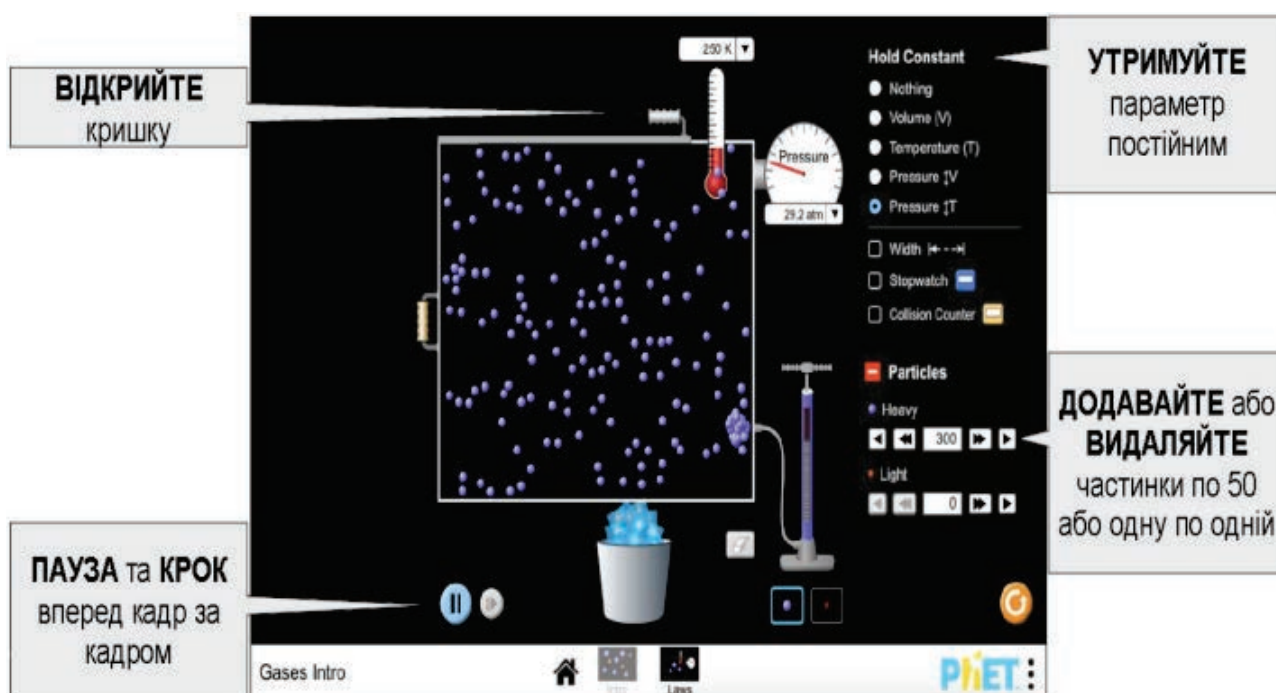
Вкладка *Ідеальний*

Накачайте молекули газу в контейнер і дізнайтеся, що відбувається, коли ви змінюєте об'єм, додаєте або видаляєте тепло та інше.



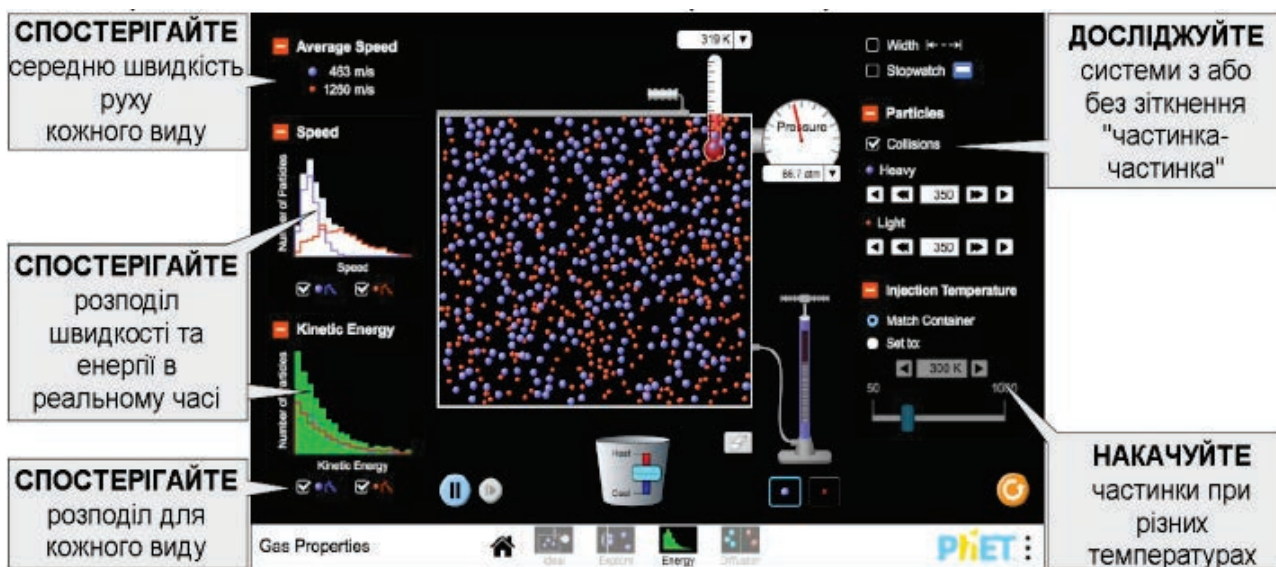
Вкладка *Дослідження*

Дізнайтеся, що відбувається при стисненні або розширенні газу, і визначте, коли робота P - V газом виконується або не виконується.



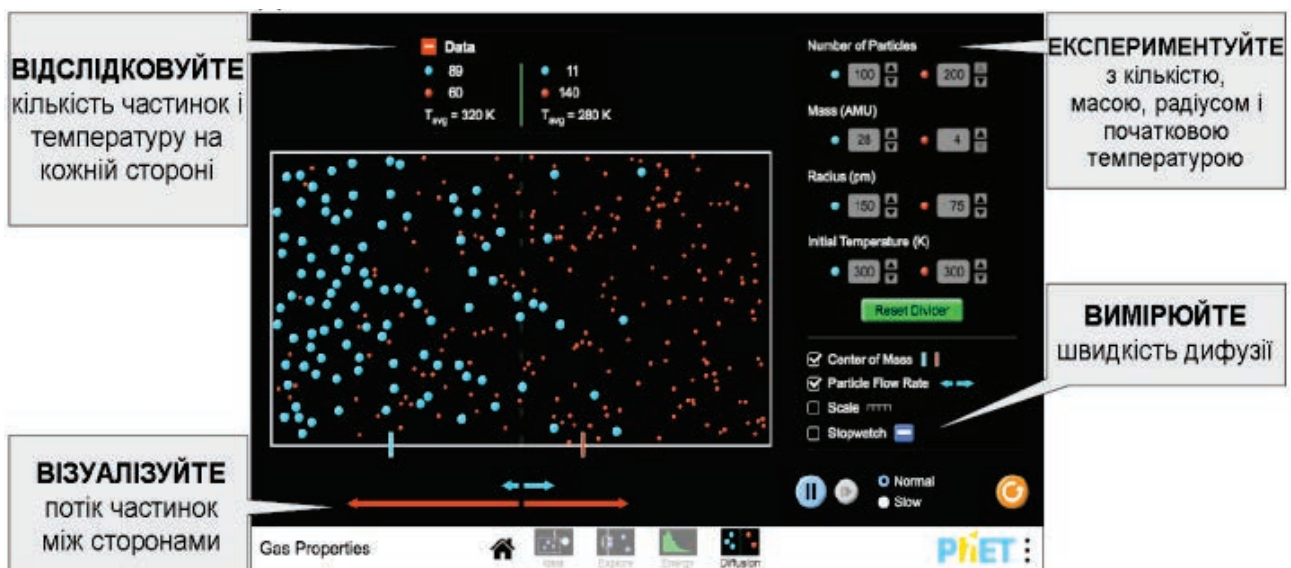
Вкладка *Енергія*

Вивчіть розподіл швидкості та кінетичної енергії та порівняйте важкі та легкі гази.



Вкладка *Дифузія*

Дослідіть, як змішуються два гази, та експериментуйте з чинниками, що впливають на швидкість дифузії.



Спрощення в моделюванні:

- Зіткнення «частинка-частинка» моделюються як зіткнення жорстких сфер.
- Глибина контейнера (4 нм) і висота (8,75 нм) постійні, тому об'єм змінюється лінійно залежно від ширини.
- Легкі частинки мають масу 4 а.о.м. (атомна одиниця маси), а важкі частинки – 28 а.о.м. Хоча ці маси відповідно відповідають He і N_2 , радіуси різняться для оптимізації візуальної різниці розмірів.
- Тиск у моделі походить від закону про ідеальний газ! Тиск буде не нульовим, як тільки $N > 0$, і залишається постійним, поки не буде змінено N , T або V . Тиск, показаний на манометрі, може залежати від модельного значення за певних обставин.
- Манометр покаже нульовий тиск до першого зіткнення частинка-стінка.
- Якщо включена опція «Шум під тиском», показник тиску коливатиметься кожні 0,75 пс максимум на 50 кПа. Величина шуму під тиском обернено пропорційна тиску, і для $T \leq 50$ K він буде лінійно зменшуватися, поки не стане 0 кПа, коли $T \leq 5$ K.
- Переміщення стінки контейнера не призведе до здійснення роботи в системі/над системою. Коли взята стінка контейнера, моделювання призупиниться. Після вивільнення частинки миттєво перерозподіляються в контейнері, а їх швидкість залишатиметься незмінною.

- На екрані «Дослідження» переміщення стінки контейнера впливатиме на швидкість зіткнення частинок. При зменшенні об'єму стіни обмеження швидкості руху становить 800 пм/пс, щоб завжди злітала кришка.
- Додавання частинок до контейнеру не змінить температуру системи, оскільки щойно додані частинки мають відповідну швидкість, щоб відповідати температурі газу в контейнері. На вкладці *Енергія*, використовуйте регулятори температури впорскування, щоб встановити температуру частинок перед додаванням їх у контейнер.
- Коли температура системи нижче 0,5 К, на дисплеї з'явиться 0 К. Рух частинок з часом припиниться, якщо контейнер ще більше охолоне, хоча це може зайняти деякий час.
- Гістограми «Енергія» та «Кінетична енергія» розроблені так, щоб вони показували якісні зміни. Автошкала y , має горизонтальні лінії, що представляють 50 частинок. Осі x є статичними, і в рідкісних випадках деякі дані можуть потрапляти поза масштабом. Дані оновлюються кожні 1 пс.
- Стрілки швидкості потоку частинок пропорційні кількості частинок, які перейшли середню лінію і в середньому перевищують 300 пс.

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Охарактеризуйте залежність між зіткненнями частинка-стінка та тиском.
- Розробіть експеримент, щоб визначити залежність між двома властивостями газу, такими як P і T .
- Визначте залежність між тиском, об'ємом, температурою та кількістю молекул газу.
- Порівняйте ефект переміщення стінки контейнера та температуру системи на екранах «Ідеальний» та «Дослідження». Який вплив має швидкість стінки на зміну температури?
- Опишіть форму розподілу швидкості. Який вид у середньому швидший? Що відбувається, коли зіткнення «частинка-частинка» вимкнено?

- Поясніть, як змішуються два гази.
- Опишіть, що представляють стрілки швидкості руху частинок.
- Розробіть експеримент для визначення факторів, які впливають на швидкість дифузії.

2.3.5. Форми енергії і її зміни

Теми:

- Збереження енергії.
- Енергетичні системи.
- Перенесення енергії.
- Перетворення енергії.
- Теплопровідність.

Приклади навчальних цілей:

- Передбачте, як буде переходити енергія, коли тіла нагріваються або охолоджуються, або контактують тіла з різними температурами.
- Опишіть різні види енергії і наведіть приклади з повсякденного життя.
- Опишіть, як енергія може переходити з однієї форми в іншу.
- Поясніть збереження енергії в реальних системах.
- Розробіть систему з джерелами енергії, змінами, користувачами й опишіть, як відбуваються зміни енергетичних потоків і як відбуваються зміни одного виду енергії в іншій.
- Розкажіть про зміни енергії для реальних систем.

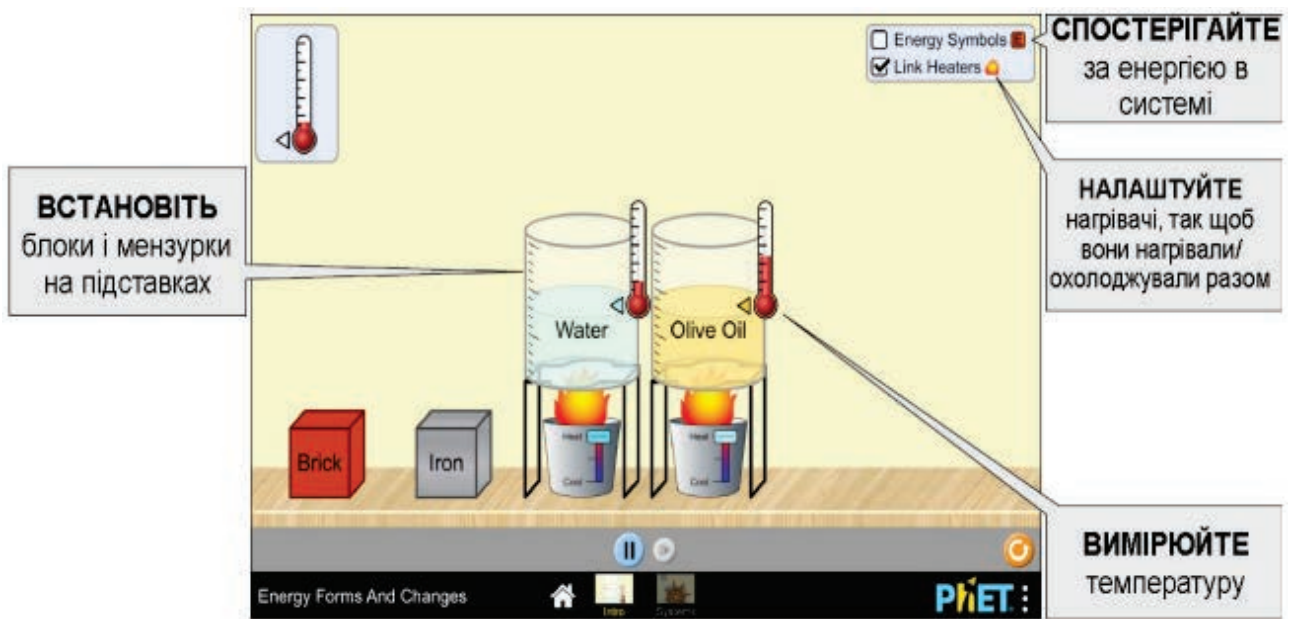
Інформаційні ресурси:

- <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/energy-forms-and-changes>.

Інструкції щодо використання:

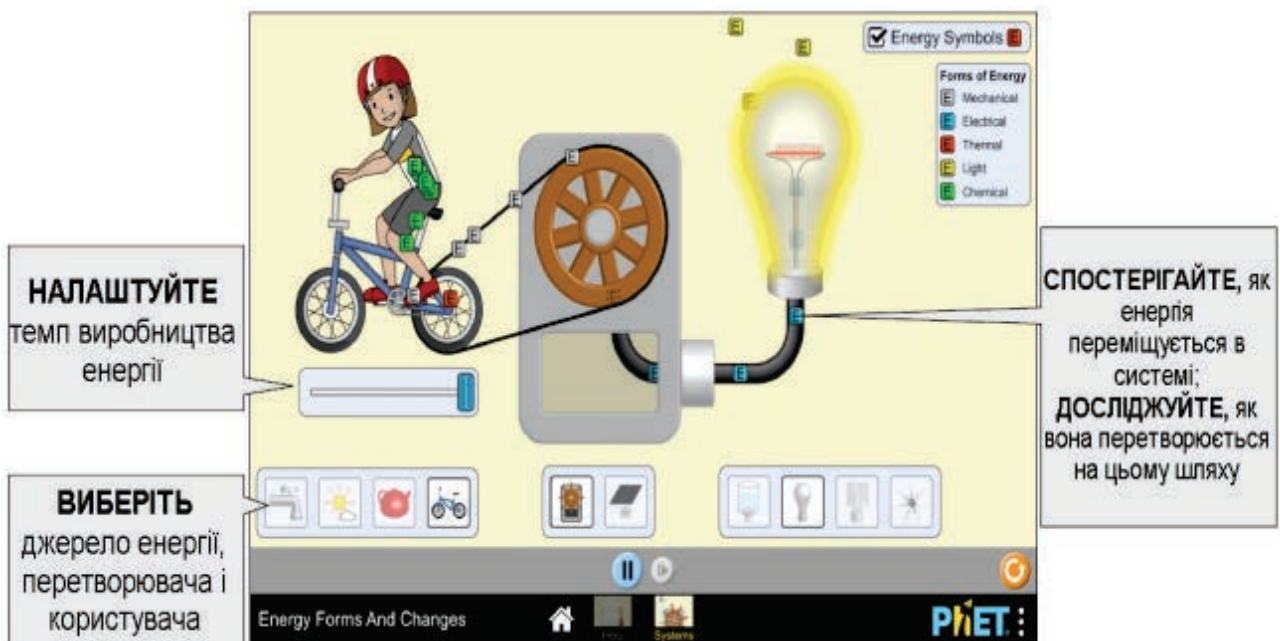
Вкладка *Вступ*

Дослідіть, як нагрівання та охолодження заліза, цегли, води та оливкової олії додає або видаляє енергію. Подивіться, як передається енергія між об'єктами.



Вкладка Системи

Створіть свою власну систему з джерелами енергії, перетворювачами та користувачами. Відстежуйте і візуалізуйте, як енергія переходить і змінюється через вашу систему.



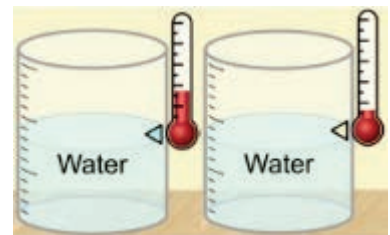
Спрощення в моделюванні:

- Метою цього прикладу є допомогти студентам розробити якісні «енергетичні історії» з узагальненим словником. Симуляція не призначена для використання як комплексний інструмент для вивчення всіх форм енергії.

- Коли енергетичні символи вимикаються, симуляція поводить ся так, як це було б у реальному житті, з безперервним потоком енергії. Коли є енергетичні символи, безперервна енергія розбивається на маленькі пакети (енергетичні блоки), що дозволяє візуально відображати енергію, тому нічого не приховується.
- Символи енергії представляють енергію в системі в дискретних кількостях, а кількість шматків пропорційно кількості енергії. Шматки досить великі, щоб забезпечити концепцію створення, але представляють широкий діапазон, тому кількісний аналіз не є доречним.
- Енергія повітря не показана, тому що шматки є занадто великими, щоб бути реалістичними, однак, коли має сенс, щоб енергія входила або виходила з повітря, показано фрагменти.
- Ефективність перетворення енергії не моделюється.
- Блоки цегли та заліза мають однаковий об'єм, але не таку ж масу, тому цегла нагрівається на 20 % швидше, незважаючи на більшу питому теплоємність.
- Термометр досягає 300 °C, а головні позначки відповідають 50 °C.

Комплексне управління:

- Колір маленького трикутника поруч із термометром вказує, який об'єкт зараз вимірюється (ліворуч). Для простоти модель розглядає форму склянки, як прямокутну. У деяких випадках термометр, здається, знаходиться на воді, але не буде читати його температуру. Це буде видно з кольору трикутника термометра (праворуч).



Інформація щодо використання студентами:

- Ковш для тепла додає або видаляє теплову енергію, проте були розроблені деякі обмеження:
 - Показ замерзання води занадто складний для цієї моделі, тому енергія, що надходить, зупиняється біля точки замерзання води.

- О Коли вода знаходиться при температурі кипіння, все одно є можливість додати теплову енергію та пару. Енергії, що йде у воду, недостатньо для істотного зміни обсягу води. Іншими словами, вода ніколи не закипить.

Приклади завдань студентами для дослідження:

- Передбачити, що відбувається з енергією об'єкта при його нагріванні або охолодженні.
- Одночасно нагрійте цеглу та залізо. Яке з них може тримати більше енергії?
- Створіть енергетичну систему і опишіть, що відбувається з енергією, коли вона рухається по системі.
- Опишіть, як енергія може змінюватися з однієї форми на іншу.
- Визначте, чи є деякі джерела енергії та змінювачі несумісними. Що робить їх несумісними?
- Порівняйте дві лампочки. Яку лампу ви вважаєте енергоефективнішою? Поясніть.

2.4. Тестові завдання

2.4.1. Молекулярна фізика

Будова речовини, броунівський рух

1. Число ступенів вільності молекули газу залежить від:
 - a) Молекулярної маси газу;
 - b) Числа атомів у молекулі;
 - c) Сили зв'язку атомів у молекулі;
 - d) Розміру молекули;
 - e) Виду атомів у молекулі.
2. При збільшенні маси броунівської частинки в n раз число ударів

молекул за деякий час:

- a) Збільшиться у n раз;
 - b) Зменшиться у n раз;
 - c) Збільшиться у $n/2$ рази;
 - d) Залишиться сталим.
3. Число ступенів вільності жорстких молекул газу визначається:
 - a) Масою молекули;
 - b) Кількістю атомів у молекулі;
 - c) Силою зв'язків атомів у молекулі;
 - d) Розміром молекули;
 - e) Характером взаємодії атомів у молекулі.
4. Встановіть відповідність:

Тип зв'язку		Назва речовини	
a)	Ван-дер-Ваальсовий;	1.	Кухонна сіль;
b)	Ковалентний;	2.	Золото;
c)	Іонний;	3.	Алмаз;
d)	Металічний;	4.	Нафталін.

Стала Авогадро, стала Больцмана, універсальна газова стала

5. Найбільше молекул міститься у:

- a) 10 г кисню O_2 ;
- b) 5 г азоту N_2 ;
- c) 10 г водню H_2 ;
- d) 50 г вуглекислого газу CO_2 ;
- e) 10 г метану CH_4 .

6. При $T = 273,16$ К, $p = 1,013 \cdot 10^5$ Па у суміші двох газів об'ємом

$V = 22,4$ л, міститься _____ молекул.

- a) $9,06 \cdot 10^{23}$;
- b) $1,66 \cdot 10^{27}$;
- c) $1,3 \cdot 10^{24}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{23}$;
- e) $1,38 \cdot 10^{23}$.

7. При $T = 273,16$ К, $p = 1,013 \cdot 10^5$ Па у суміші трьох газів об'ємом

$V = 22,4$ л, міститься _____ молекул.

- a) $9,06 \cdot 10^{23}$;
- b) $1,66 \cdot 10^{27}$;
- c) $1,3 \cdot 10^{24}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{23}$;
- e) $1,38 \cdot 10^{23}$.

8. При $T = 273,16$ К, $p = 1.013.10^5$ Па у суміші чотирьох газів об'ємом

$V = 22,4$ л, міститься _____ молекул.

- a) $9,06 \cdot 10^{23}$;
- b) $1,66 \cdot 10^{27}$;
- c) $1,3 \cdot 10^{24}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{23}$;
- e) $1,38 \cdot 10^{23}$.

9. Маса $12,04 \cdot 10^{23}$ молекул азоту рівна _____ кг.

- a) $1,38 \cdot 10^{-3}$;

- b) $2,01 \cdot 10^{-3}$;
- c) $1,6 \cdot 10^{-2}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{-3}$;
- e) $5,6 \cdot 10^{-2}$.

10. Маса $6,02 \cdot 10^{23}$ молекул водню рівна _____ кг.

- a) $1,38 \cdot 10^{-3}$;
- b) $2,01 \cdot 10^{-3}$;
- c) $1,6 \cdot 10^{-2}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{-3}$;
- e) $5,6 \cdot 10^{-2}$.

11. Маса $3,01 \cdot 10^{23}$ молекул кисню рівна _____ кг.

- a) $1,38 \cdot 10^{-3}$;
- b) $2,01 \cdot 10^{-3}$;
- c) $1,6 \cdot 10^{-2}$;
- d) $6,02 \cdot 10^{-3}$;
- e) $5,6 \cdot 10^{-2}$.

12. Молярна маса суміші 0,028 кг азоту і 0,032 кисню рівна:

- a) 2 г/моль;
- b) 30 г/моль;
- c) 60 г/моль;
- d) 64 г/моль.

13. Стала Больцмана і молекулярна газова стала пов'язані співвідношенням:

- a) $k = \frac{R}{M}$;
- b) $k = \frac{m}{R}$;
- c) $k = \frac{R}{N_A}$;
- d) $k = \frac{R}{V}$.

14. Яке значення постійної Больцмана в системі СІ?

- a) $1,38 \cdot 10^{-16}$ Ерг/К;

- b) $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К;
- c) $8,31 \cdot 10^{-3}$ Дж/(кмоль·К);
- d) $8,31 \cdot 10^{-3}$ кДж/(кмоль·К);
- e) $9,31 \cdot 10^{-27}$ Дж/Л.

15. Яка кількість молекул міститься у двох молях Азоту N_2 ? Вважайте, що стала Авогадро дорівнює $6 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

- a) $3 \cdot 10^{23}$;
- b) $6 \cdot 10^{23}$;
- c) $12 \cdot 10^{23}$;
- d) $18 \cdot 10^{23}$;
- e) $24 \cdot 10^{23}$.

16. Найбільша похибка під час визначення числа Авогадро за формулою Ейнштейна для броунівських частинок пов'язана з:

- a) Вимірюванням радіуса броунівських частинок за допомогою мікроскопа;
- b) Визначенням $\Delta \bar{x}^2$;
- c) Вимірюванням часу електронним секундоміром;
- d) Нагріванням емульсії освітлювачем;
- e) Визначенням динамічної в'язкості.

Ідеальний газ

17. Зміна енергії молекули ідеального газу при зміні температури на 1 К дорівнює:

- a) $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж;
- b) $1,66 \cdot 10^{-27}$ Дж;
- c) 8,31 Дж;
- d) $6,02 \cdot 10^{23}$ Дж;
- e) $1,38 \cdot 10^{23}$ Дж;

18. Коли речовину можна вважати ідеальним газом:

- a) Якщо речовина знаходиться у газоподібному стані;

- b) Якщо газ знаходиться при температурі вище критичної;
 - c) Якщо можна знехтувати силами взаємодії молекул та їх розмірами;
 - d) Якщо газ знаходиться при низькому тиску;
 - e) Якщо газ знаходиться при високому тиску.
19. Ідеальний газ характеризується:
- a) Сферичною формою молекул;
 - b) Нескінченно малими розмірами молекул;
 - c) Тим, що він є одноатомним;
 - d) Притяганням між молекулами;
 - e) Відштовхуванням між молекулами;
 - f) Відсутністю взаємодії між молекулами.

Температура

20. Температура – це:
- a) Ступінь нагрітості тіла;
 - b) Міра середньої кінетичної енергії хаотичного поступального руху молекул;
 - c) Міра числа зіткнень молекул;
 - d) Міра внутрішньої енергії речовини;
 - e) Характеристика агрегатного стану речовини.
21. Для одержання і підтримання сталої температури використовують:
- a) Термопару;
 - b) Термоскоп;
 - c) Термостат;
 - d) Термістор;
 - e) Термометр.
22. Газ знаходиться в посудині, яка швидко рухається. Посудина різко загальмувала. Що при цьому відбудеться з температурою газу?
- a) Збільшиться;
 - b) Зменшиться;

с) Не зміниться.

23. Як зміниться температура ідеального газу при адіабатичному розширенні його в вакуум, якщо об'єм його збільшився в 10 разів?

а) Збільшиться в 10 разів;

б) Зменшиться в 10 разів;

с) Не зміниться;

д) Збільшиться в 10 разів;

е) Зменшиться в 10 разів.

24. В зачиненій кімнаті стоїть увімкнений холодильник. Як буде змінюватися температура повітря в кімнаті, коли його дверці відкрити?

а) Не зміниться;

б) Зростатиме;

с) Спадатиме;

д) Зменшиться, після чого зростатиме;

е) Збільшиться, після чого спадатиме.

25. При нагріванні рідини сила поверхневого натягу:

а) Збільшується;

б) Зменшується;

с) Не змінюється;

д) Змінюється немонотонно;

е) Стрибком зникає.

26. Температура ідеального газу:

а) Характеризує середню кінетичну енергію молекул;

б) Характеризує кількість теплоти, передану газу від інших тіл;

с) Характеризує середню потенціальну енергію молекул;

д) Однозначно визначає тиск одного моля газу в одиничному об'ємі;

е) Однозначно визначає концентрацію молекул в об'ємі;

ф) Залишається незмінною, якщо газ не обмінюється теплотою з іншими тілами.

27. Як зміниться температура моля одноатомного газу, якщо йому ізобарно надати кількість тепла Q ? R – газова стала.

- a) Не зміниться;
- b) Зменшиться на Q/R ;
- c) Збільшиться на $2/5 Q/R$;
- d) Зменшиться у 2 рази;
- e) Збільшиться у 3 рази.

Тиск

28. Тиск повітря у кімнаті:

- a) Більший на стелю, ніж на підлогу;
- b) Менший на стелю, ніж на підлогу;
- c) Найбільший на стіни;
- d) Однаковий в усіх напрямках.

29. Висоту підлоги лабораторії відносно поверхні Землі, користуючись барометром – анероїдом можна розрахувати з формули:

- a) $p = p_0 \cdot e^{-\frac{Mg}{RT}(h-h_0)}$;
- b) $P = P_1 + P_2$;
- c) $p = \rho gh$;
- d) $pV = \frac{m}{M}RT$.

30. Формула розподілу молекул газу з висотою в полі земного тяжіння:

- a) $n = n_0 \cdot e^{-\frac{Mgh}{RT}}$;
- b) $n = \frac{m}{M}h$;
- c) $h = \frac{p}{\rho g}$;
- d) $h = \frac{mRT}{MpV}$.

31. Коефіцієнт об'ємного розширення газів рівний:

- a) $1/2$;
- b) $1/25$;

c) $1/100$;

d) $1/273$.

32. На скільки треба змінити діаметр робочого циліндра в гідравлічній машині (пресі), щоб підняти її робочу силу вдвічі?

a) Збільшити в 1,4 рази;

b) Збільшити в 2 рази;

c) Збільшити в 3 рази;

d) Зменшити в 5 разів;

e) Зменшити в 3 рази.

Вимірювальні прилади

33. Без вимірювальних приладів можна відчувати зменшення на 2 %:

a) Атмосферного тиску повітря;

b) Відстані між молекулами повітря;

c) Швидкості молекул;

d) Температури;

e) Довжини вільного пробігу молекул.

34. Без фізичних приладів можна помістити зростання на 13 %:

a) Відстані між молекулами повітря;

b) Довжини вільного пробігу молекул;

c) Швидкості молекул;

d) Повного числа зіткнень молекул.

35. Величину випадкової похибки вимірювання можна зменшити:

a) Збільшивши кількість вимірювань;

b) Використовуючи прилади більш високого класу точності;

c) Поліпшуючи методику експерименту;

d) Застосувавши розподіл Стюдента;

e) Усередненням результатів повторних вимірювань.

36. Визначте послідовність кроків з виготовлення термопари:

a) Зачистити кінці провідників зі сплавів типу хромель та алюмель;

- b) Подати напругу на електрод зварювання;
- c) Привести в контакт скручені кінці провідників і електрод для одержання спаїв;
- d) Скрутити кінці провідників підібраної пари;
- e) Розкрутити провідники, перевіряючи механічну міцність спаїв;
- f) Проградувати термопару;
- g) Під'єднати вільні кінці термопар до вимірювального приладу.

Основне рівняння МКТ, газові закони

37. Встановіть відповідність:

Газові закони	Аналітичні вирази
1. Дальтона;	a) $P_1/T_1 = P_2/T_2$ при $V_1 = V_2$;
2. Авогадро;	b) $V_1/T_1 = V_2/T_2$ при $P_1 = P_2$;
3. Бойля-Маріотта;	c) $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$;
4. Гей-Люссака;	d) $N_1 = N_2$;
5. Шарля;	e) $P_1 V_1 = P_2 V_2$ при $T_1 = T_2$.

38. Рівняння _____ пов'язує макроскопічні та мікроскопічні параметри системи.

- a) Дальтона;
- b) Авогадро;
- c) Бойля-Маріотта;
- d) Клапейрона;
- e) Шарля.

39. Встановіть відповідність:

1. $\left(\rho + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$;	a) Рівняння Ван-дер-Ваальса для одного моля реального газу;
2. $\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$;	b) Рівняння для визначення критичних параметрів газу через сталі Ван-дер-Ваальса;

3. $\left(p + \frac{m}{M^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) = \frac{m}{M} RT;$ с) Зведене рівняння стану реального газу;

4. $(P_k + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT_k;$ д) Рівняння Ван-дер-Ваальса для ν молів реального газу;

5. $3V_{\mu k} = b + \frac{RT_k}{P_k}, 3V_{\mu k}^2 = \frac{a}{P_k},$ е) Рівняння Ван-дер-Ваальса в критичній точці.

$$\frac{ab}{P_k} = V_{\mu k}^3.$$

40. Рівняння Клапейрона описує:

- а) Адіабатичний процес;
- б) Ізобаричний процес;
- с) Ізотермічний процес;
- д) Адіабатичний, ізобаричний та ізотермічний процеси;
- е) Правильна відповідь відсутня.

41. Яка точка відповідає більшій масі ідеального газу?

- а) Б;
- б) А.

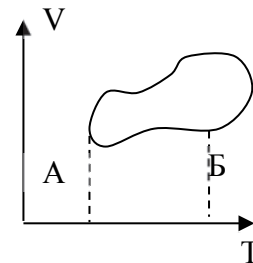


Рис. 2.4.1.1.

42. При зростанні тиску ідеального газу у 4 рази температура:

- а) Зменшиться у 4 рази;
- б) Залишиться сталою;
- с) Зменшиться у 2 рази;
- д) Збільшиться у 4 рази.

43. Газу з більшою молярною масою відповідає лінія:

- a) 1;
- b) 2.

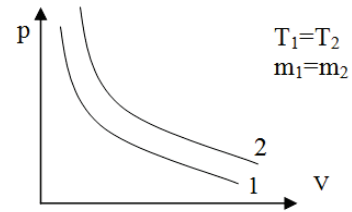


Рис. 2.4.1.2.

44. В результаті деякого процесу тиск газу зростає у 3 рази, а температура у 9 разів. Як при цьому змінюється густина газу?

- a) Зростає у 3 рази;
- b) Зменшується у 3 рази;
- c) Не змінюється;
- d) Зменшується у 6 разів;
- e) Зростає у 27 разів.

45. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів установлює зв'язок між:

- a) Тиском і температурою;
- b) Мікроскопічними величинами і макроскопічними, які характеризують газ;
- c) Між об'ємом, температурою і тиском;
- d) Між тиском і середньою кінетичною енергією поступального руху молекул;
- e) Між об'ємом і концентрацією молекул.

Ізопроеци

46. При ізобарному збільшенні об'єму азоту у 4 рази середня квадратична швидкість молекул $\left\{ \begin{matrix} \text{зменшиться;} \\ \text{збільшиться} \end{matrix} \right\}$ у $\left\{ \begin{matrix} 2; \\ 4; \\ 16; \end{matrix} \right\}$ рази.

47. Газу з більшою температурою відповідає ізотерма:

- a) 1;
- b) 2.

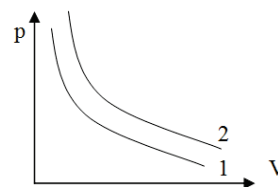


Рис. 2.4.1.3.

48. Прямая АБ опишет изобарный процесс в координатах:

- a) $p-T$;
- b) $V-T$;
- c) $p-V$;
- d) $V-p$;
- e) $T-p$.

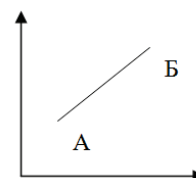


Рис. 2.4.1.4.

49. Встановити відповідність:

Газові закони :

Аналітичні вирази:

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1. Шарля; | a) $pV^\gamma = \text{const}$; |
| 2. Гей-Люссака; | b) $TV^{\gamma-1} = \text{const}$; |
| 3. Авогадро; | c) $\frac{p}{T} = \text{const}$; |
| 4. Дальтона; | d) $N_1 = N_2$; |
| 5. Бойля-Моріотта. | e) $pV^h = \text{const}$; |
| | f) $pV = \text{const}$; |
| | g) $p = p_1 + \dots + p_n$; |
| | h) $T^n p_1^{-n}$; |
| | i) $\frac{V}{T} = \text{const}$. |

50. Які з процесів відбувалися з поглинанням теплоти (рис. 2.4.1.5)?

- a) 1 ® 2;
- b) 2 ® 3;
- c) 3 ® 4;
- d) 4 ® 1.

51. Які з процесів відбувалися з тепловіддачею?

- a) 1 ® 2;
- b) 2 ® 3;
- c) 3 ® 4;
- d) 4 ® 1.

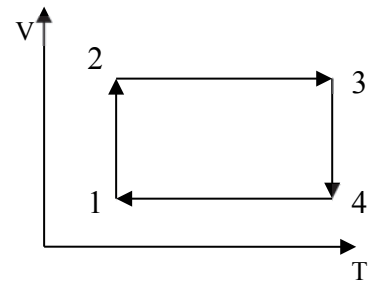


Рис. 2.4.1.5.

52. Явище Джоуля-Томсона полягає у:

- a) Охолодженні газу під час його адіабатного проникнення крізь пористу перетинку;
- b) Зміні температури газу під час його стискання;
- c) Зрідженні газу;
- d) Переході газу через критичний стан;
- e) Розширенні газу у вакуумі.

53. Процес адіабатичного розширення газу характеризується тим, що при його протіканні:

- a) Зберігається температура;
- b) Відсутній теплообмін з навколишнім середовищем;
- c) Зберігається тиск;
- d) Виконується робота проти зовнішніх сил;
- e) Зберігається об'єм.

Робота газу

54. Газ виконає найбільшу роботу для зміни свого об'єму при:

- a) Ізотермічному розширенні;
- b) Ізобарному розширенні;
- c) Ізобарному стисненні;
- d) Адіабатичному розширенні.

55. Робота газу додатна при переході з стану 1 в стан 2 у випадку процесу:

- a) Ізотермічного;
- b) Ізохорного;
- c) Ізобарного;
- d) Адіабатного.

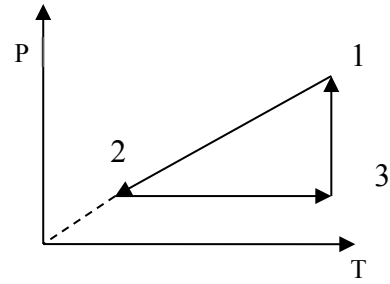


Рис. 2.4.1.6.

56. Робота при ізобарному процесі розраховується за формулою:

- a) $A = p(V_2 - V_1)$;
- b) $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_2}{p_1}$;
- c) $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$;
- d) $A = \frac{m}{M} RT \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)$.

57. Одноатомному газу надають кількість теплоти Q . При цьому газ розширяється ізобарично. Чому дорівнює робота розширення газу?

- a) $2/5 Q$;
- b) $2 Q$;
- c) $1/2 Q$;
- d) Q ;
- e) $3/2 Q$.

58. Для того щоб знайти роботу в термодинаміці при довільному

процесі необхідно зобразити цей процес у координатах $\begin{Bmatrix} p, V; \\ p, T; \\ T, V. \end{Bmatrix}$ і знайти площу

під кривою процесу в межах $\begin{Bmatrix} \text{від } p_1 \text{ до } p_2; \\ \text{від } T_1 \text{ до } T_2; \\ \text{від } V_1 \text{ до } V_2 \end{Bmatrix}$.

59. Газ, що знаходився в об'ємі V_0 при тиску p_0 , швидко стискають. Яким стане при цьому добуток pV ?

- a) $pV = p_0 V_0$;
- b) $pV > p_0 V_0$;
- c) $pV < p_0 V_0$.

60. В якому випадку ідеальний газ виконує більшу роботу?

- a) Ізобаричне розширення;
- b) Ізотермічне розширення;
- c) Однаково при ізобаричному та ізотермічному розширенні;
- d) Робота дорівнює нулю.

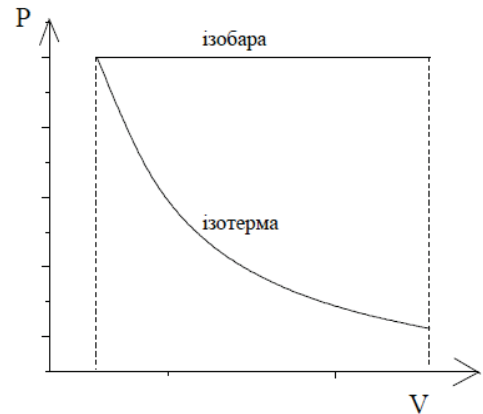


Рис. 2.4.1.7.

Енергія

61. Зміна енергії молекули ідеального газу при зміні температури на 3 К дорівнює _____ Дж.

- a) $3,674 \cdot 10^{-23}$;
- b) $4,14 \cdot 10^{-23}$;
- c) $6,02 \cdot 10^{-23}$;
- d) $1,38 \cdot 10^{-23}$;
- e) $2,76 \cdot 10^{-23}$.

62. При T середовища 300 К середня кінетична енергія поступального руху броунівської частинки рівна _____ Дж.

- a) $6,02 \cdot 10^{-23}$;
- b) $6,21 \cdot 10^{-21}$;
- c) $3 \cdot 10^{-21}$;
- d) $3,1 \cdot 10^{-21}$.

63. При зростанні температури газу від 1 °С до 2 °С середня кінетична

енергія газу його частинок $\left\{ \begin{array}{l} \text{збільшиться;} \\ \text{зменшиться} \end{array} \right\}$ у $\left\{ \begin{array}{l} 1/2; \\ 2; \\ 4; \\ 1/4 \end{array} \right\}$ рази.

64. Внутрішня енергія ідеального газу являє собою _____
теплого руху молекул.
- a) Потенціальну енергію;
 - b) Кінетичну енергію;
 - c) Ентропію;
 - d) Ентальпію.
65. Внутрішня енергія ідеального одоатомного газу обчислюється за формулою:
- a) $U = e^{-\frac{Mgh}{RT}};$
 - b) $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT;$
 - c) $U = mgh;$
 - d) $U = \frac{m}{M} RT.$
66. Способами зміни внутрішньої енергії тіла є:
- a) Теплопередача;
 - b) Сила тиску;
 - c) Теплоізоляція;
 - d) Теплопровідність;
 - e) Збільшення кількості речовини;
 - f) Виконання роботи.

2.4.2. Основи термодинаміки

Начала термодинаміки

67. Встановити відповідність:

Ізопроцеси:

Аналітичні вирази:

- | | |
|------------------|--|
| 1. Адіабатний; | a) $dQ = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1};$ |
| 2. Ізобарний; | b) $dQ = dA = 0;$ |
| 3. Ізотермічний; | |

4. Ізохорний.
- c) $dQ = dU$;
 - d) $dQ = dA$;
 - e) $A_v = 0$;
 - f) $A_p = 0$;
 - g) $Q_p = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1)$;
 - h) $dQ = dU + dA$.

68. Робота при ізотермічному процесі розраховується за формулою:

- a) $A = p(V_2 - V_1)$;
- b) $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_2}{p_1}$;
- c) $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$;
- d) $A = \frac{m}{M} RT \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)$.

69. Тиск газу при ізотермічному опусканні поршня на $\frac{3}{4}$ висоти циліндра:

- a) Зменшиться в 0,75;
- b) Збільшиться в 3 рази;
- c) Збільшиться в 4 рази;
- d) Зменшиться в 4 рази.

70. Адіабатний процес відбувається при умові:

- a) $Q = \text{const}$;
- b) $Q = 0$;
- c) $Q = A$;
- d) $Q = U$.

71. Один моль газу при ізохорному нагріванні на 1 К виконає роботу рівну:

- a) 1 Дж;
- b) 10 Дж;
- c) 8,31 Дж;
- d) 0,1 Дж.

72. Встановіть відповідність:

- | | |
|-----------------------|------------------|
| 1. $d'Q = dU + d'A$; | a) Адіабатний; |
| 2. $dU + d'A = 0$; | b) Ізобарний; |
| 3. $d'Q = dU$; | c) Ізотермічний; |
| 4. $d'Q = d'A$. | d) Ізохорний. |

73. Виберіть правильні твердження з цього переліку:

- a) Тиск газу обумовлений ударами молекул об стінки посудини;
- b) Тиск газу зменшується зі зростанням його температури;
- c) Температура газу характеризує середню потенціальну енергію його молекул;
- d) Тиск газу у замкненій посудині не залежить від його температури;
- e) Середня теплова швидкість молекул газу зростає вдвічі при збільшенні температури в чотири рази;
- f) Температура газу залишається незмінною, якщо газ не обмінюється теплотою з іншими тілами.

74. Для приготування ванни місткістю 200 л змішали холодну воду при 10 °С з гарячою при 60 °С. Які об'єми тієї й іншої води треба взяти, щоб температура встановилась 40 °С?

- a) 30 л холодної і 130 гарячої;
- b) 50 л холодної і 150 гарячої;
- c) 100 л холодної і 100 гарячої;
- d) 150 л холодної і 50 гарячої;
- e) 80 л холодної і 120 гарячої;
- f) 150 л холодної і 20 гарячої.

Розподіл швидкостей, фазові переходи

75. В атмосфері Землі при нормальних умовах найбільшу швидкість мають молекули:

- a) Водню;
- b) Кисню;

- с) Азоту;
- д) Водяної пари;
- е) Вуглекислого газу.

76. Зі зростанням висоти від $h = 15$ м до 400 м в однорідному полі тяжіння доля «швидких» молекул:

- а) Залишається сталою;
- б) Зменшиться;
- с) Збільшиться;
- д) Стане рівною нулю.

77. Перехід системи з одного рівноважного стану в інший –

- а) Випаровування;
- б) Конденсація;
- с) Фазові перетворення;
- д) Сублімація.

78. На рисунку подано графік залежності температури T речовини від часу t . У початковий момент речовина знаходиться у кристалічному стані. Яка точка відповідає початку процесу плавлення речовини?

- а) 6;
- б) 5;
- с) 4;
- д) 3;
- е) 2.

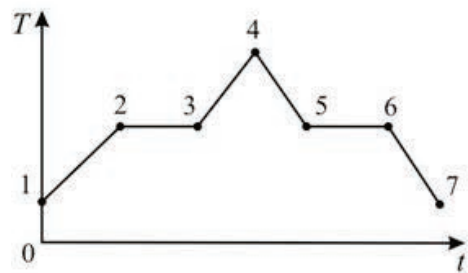


Рис. 2.4.2.1.

79. На рисунку подано графік залежності температури T речовини від часу t . У початковий момент речовина знаходиться у кристалічному стані. Яка точка відповідає початку процесу кристалізації речовини?

- a) 6;
- b) 5;
- c) 4;
- d) 3;
- e) 2.

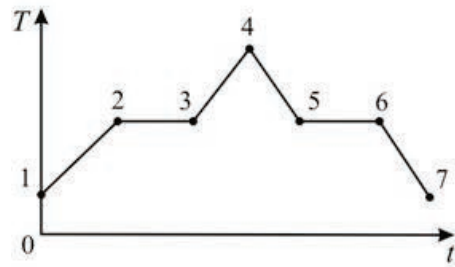


Рис. 2.4.2.2.

80. Перехід з стану 4 в 3:

- a) Випаровування рідини;
- b) Плавлення твердого тіла;
- c) Сублімація твердого тіла;
- d) Конденсація пари;
- e) Кристалізація рідини.

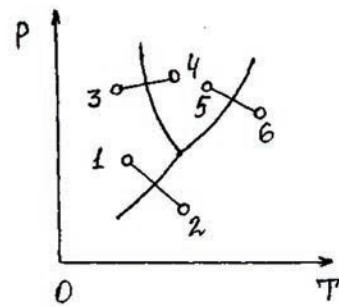


Рис. 2.4.2.3.

81. Які фізичні параметри є координатами для побудови фазової діаграми?

- a) Об'єм;
- b) Температура;
- c) Тиск;
- d) Густина;
- e) Молярна маса.

82. Чому найбільша кількість туману утворюється поблизу кришки чайника після виключення вогню?

- a) Температура зменшується;
- b) Відносна вологість збільшується;
- c) Кришка залишилася холоднішою через погане прилягання;
- d) Краплі води додатково випаровуються з кришки чайника;
- e) Вода продовжує кипіти і після виключення вогню.

83. В яку пору року корабель найглибше занурений у воду?

- a) Восени;
- b) Взимку;

- c) Навесні;
- d) Влітку;
- e) Однаково.

84. Як зміниться об'єм бульбашки, коли ця бульбашка підніметься з дна водойми на поверхню?

- a) Зменшується;
- b) Збільшується;
- c) Не змінюється.

85. При поступовому нагріванні речовина, що знаходиться в аморфному стані:

- a) Кристалізується;
- b) Плавиться;
- c) Плавню переходить у рідкий стан;
- d) Випаровується;
- e) Залишається в аморфному стані незалежно від її температури.

86. Рідина в замкненій посудині знаходиться в рівновазі зі своєю насиченою парою.

a) При невеликому збільшенні об'єму посудини при сталій температурі тиск пари не зміниться;

b) При невеликому збільшенні об'єму посудини при сталій температурі тиск пари зросте;

c) При невеликому збільшенні об'єму посудини при сталій температурі тиск пари зменшиться;

d) При невеликому збільшенні температури при сталому об'ємі тиск пари не зміниться;

e) При невеликому збільшенні температури при сталому об'ємі тиск пари зросте;

f) При невеликому збільшенні температури при сталому об'ємі тиск пари зменшиться.

87. У закритій посудині об'ємом 1 л при кімнатній температурі знаходиться 1 г води. Як зміниться тиск насиченої водяної пари в посудині, якщо її об'єм ізотермічно зменшити на 10 %?

- a) Зменшиться на 10 %;
- b) Не зміниться;
- c) Збільшиться на 10 %;
- d) Збільшиться на 20 %;
- e) Збільшиться на 30 %.

Теплоємність

88. Вивід рівняння Майера. Встановити вірну послідовність дій:

- a) $dU/dT = C_v$;
- b) $d'Q = dU + pdV$;
- c) $C_p = C_v + R$;
- d) $dV/dT = R/p$;
- e) $d'Q/dT = dU/dT + pdV/dT$;

89. Закону Дюлонга і Пті відповідає ділянка графіку:

- a) А;
- b) В;
- c) С;
- d) Д;
- e) Е.

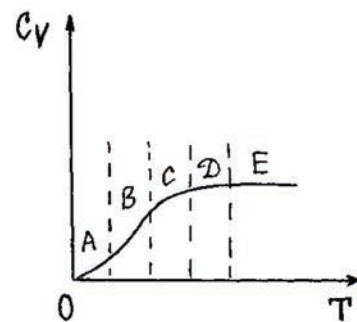


Рис. 2.4.2.4.

90. Установіть відповідність:

- | | |
|--|----------------------|
| 1. $\Delta Q = -K \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta \tau$; | a) Дифузія; |
| 2. $\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta \tau$; | b) Теплопровідність; |
| 3. $\Delta(mv) = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S \Delta \tau$; | c) Внутрішнє тертя; |

4. $C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$ d) Теплоємність при сталому тиску;
5. $C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$ e) Теплоємність при сталому об'ємі.

91. Який із виразів відповідає рівнянню Пуассона:

- a) $1 - p dV = -C_V dT$;
- b) $2 - dU + dA' = 0$;
- c) $3 - dA' = -dU$;
- d) $4 - \frac{R}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1 = \gamma - 1$;
- e) $5 - p = \frac{RT}{V}$;
- f) $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{R}{C_V}}$;
- g) $7 - \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V}$;
- h) $pV^\gamma = \text{const.}$

92. Питомою теплоємністю речовини називається:

- a) Величина, що дорівнює відношенню кількості теплоти, яку отримує чи віддає речовина, до його маси;
- b) Величина, що дорівнює кількості теплоти, яку отримує чи віддає 1 кг речовини при зміні його температури на 1 К;
- c) Кількість теплоти, яка необхідна для нагрівання чи виділяється при охолодженні 1 кг речовини;
- d) Кількість теплоти, яка необхідна для нагрівання чи виділяється при охолодженні 1 кг речовини на 1 °С.

Теплові двигуни

93. Зміна внутрішньої енергії робочого тіла теплової машини, що працює по оборотному коловому циклі рівна _____ Дж.

- a) const;
- b) 0;

- c) $dU = TdS - pdV$;
- d) $dU = Q_1 - Q_2$;
- e) $dU = (Q_1 - Q_2)/Q_2$;

94. Кількість теплоти, одержана від нагрівника за один прямий цикл Карно, виражається на рисунку площею ділянки:

- a) EADK;
- b) EABL;
- c) EACM;
- d) LBCM;
- e) KDCM.

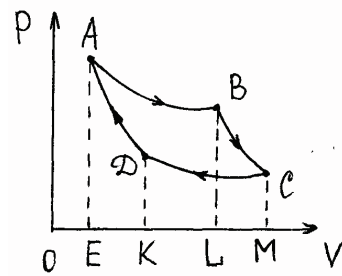


Рис. 2.4.2.5.

95. Зростання ККД ідеальної теплової машини буде помітнішим, якщо:
- a) Робочим тілом стане реальний газ;
 - b) Збільшити температуру нагрівника на ΔT ;
 - c) Зменшити температуру холодильника на ΔT ;
 - d) Зменшити температуру нагрівника на ΔT ;
 - e) Збільшити температуру холодильника на ΔT .
96. ККД циклу Карно $\eta = 1/4$. Як треба змінити температуру нагрівача (залишаючи температуру холодильника незмінною), щоб ККД збільшився вдвічі?

- a) Зменшити в 2 рази;
- b) Зменшити в 1,5 рази;
- c) Збільшити в 1,5 рази;
- d) Збільшити в 2 рази;
- e) Збільшити в 3/4 разів.

97. Максимальне значення ККД теплового двигуна визначається:
- a) Відношенням корисної роботи до виконаної роботи;
 - b) Якістю теплоізоляції теплового двигуна;
 - c) Величиною робочого об'єму теплового двигуна;

- d) Відсутністю сил тертя;
- e) Температурами нагрівача та холодильника.

98. ККД машини, яка працює за циклом Карно, дорівнює 0,9. Чому він буде дорівнювати, якщо температуру холодильника збільшити у 5 разів, а температуру нагрівача у 2 рази?

- a) 0,1;
- b) 0,35;
- c) 0,95;
- d) 0,75;
- e) 0,25.

99. Цикл Карно в ідеальній тепловій машині складається із:

- a) Двох ізотермічних та двох ізохоричних процесів;
- b) Двох ізобаричних та двох адіабатичних процесів;
- c) Двох ізотермічних та двох адіабатичних процесів;
- d) Двох адіабатичних та двох ізохоричних процесів;
- e) Вірна відповідь відсутня.

100. Способи підвищення ККД теплового двигуна:

- a) Збільшити температуру нагрівника, зменшити температуру холодильника;
- b) Збільшити тиск робочого тіла;
- c) Добитись повнішого згоряння палива;
- d) Зменшити тертя.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Аніщенко В.О. Електрика і магнетизм: навчально-методичний посібник / В.О. Аніщенко. – Ніжин: Ред. – вид. відділ НДПУ, 2001. – 148 с.
2. Атаманчук П.С., Криськов А.А., Мендерецький В.В. Збірник задач з фізики. Київ «Школяр» 1996. – 300 с.
3. Атаманчук П.С., Кух А.М. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності. Кам'янець-Подільський. 1997 р.
4. Бланк О.Я., Гречко Л.Г. Фізика. – Х.: Факт. 2002. – 344 с.
5. Бригінець В.П., Подласов С.О., Сергієнко В.П. Лекції з курсу загальної фізики. Механіка: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / За редакцією професора В.П. Сергієнка. – К.: Видавництво НПУ імені М.П.Драгоманова, 2010. – 170 с.
6. Горбачук І.Т., Сергієнко В.П., Собко І.М. Підвищення ефективності контролю знань, умінь і навичок студентів з курсу загальної фізики на основі використання нової інформаційної технології – К.: УДПУ, 1994. – с. 24.
7. Горбачук І.Т., Сергієнко В.П., Шут М.І. Нова технологія навчання в курсі загальної фізики. Наук. - метод. зб. – К.: МО України, 1994. – с. 271–273.
8. Дідович М.М., Пастушенко С.М., Сергієнко В.П. Розв'язування задач з фізики. – К.: ДІАЛ, 2004. – 178 с.
9. Електрика і магнетизм: [навчально-методичний посібник / під ред. Шута М.І.]. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2004. – 215 с.
10. Загальна фізика. Лабораторний практикум: Навч. посібник за заг.ред. І.Т. Горбачука. – К.: Вища школа, 1992. – 509 с.
11. Загальний курс фізики: Електрика і магнетизм: навч. посіб. [для студ. вищ. техн. і пед. закл. освіти] / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик; за ред. І.М. Кучерука. – К.: Техніка, 2001. – Т. 1-3. – 452 с.
12. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін./ За заг.ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка., 2003.– 560 с.

13. Збаравська Л.Ю., Сергієнко В.П. та інші. Розв'язування задач з фізики: Навчальний посібник для студентів аграрно-технічних закладів освіти. – К.: НМУ аграрної політики, 2007. – 153 с.
14. Корсак К.В. Фізика: 25 повторювальних лекцій: Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1994. - 431 с.
15. Курс фізики: Навч. посіб. для студентів комп'ютерних спеціальностей вищих навчальних закладів [Сергієнко В.П., Сліпухіна І.А., Войтович І.С.]; за ред. Сергієнка В.П. – К.: Видавництво НПУ, 2014. – 326 с.
16. Кучерук І.М, Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 2. – К.: Техніка, 2001. – 470 с.
17. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики, т. 3. – К.: Техніка, 1999. – 536 с.
18. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. І. – К.: Техніка, 1999. – 536 с.
19. Пастушенко С.М. Формули і закони загальної фізики: навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / С.М. Пастушенко. – [2-е вид.]. – К. : Діал, 2005. – 268 с.
20. Пастушенко С.М., Пастушенко Т.С. Фізика. Означення, закони, приклади розв'язування задач: Навч. посібник. – К.: НАУ, Діал. Абетка, 2002. – 312 с.
21. Сергієнко В.П. Курс фізики: Навч. посібник для абітурієнтів. – К.: Майстер-клас, 2006. – 368 с.
22. Сергієнко В.П., Садовий М.І., Трифонова О.М.. Фізика: Підручник для слухачів підготовчих відділень вищих навчальних закладів. - Кіровоград: ПП «Ексклюзив – Систем», 2008. – 698 с.
23. Сергієнко В.П., Скубій Т.В. Розв'язування задач з електростатики: Посібник для студентів вищих навчальних закладів. – К.: Політехніка. 2005. – 132 с.
24. Сусь Б.А. Електростатика: навчальний посібник [для самостійної роботи студентів] / Б.А. Сусь. – Львів : Світ, 2002. – 68 с.

25. Фізика. Модуль 1. Механіка: Навч. посіб. / А.Г. Бовтрук, Ю.Т. Герасименко, Б.Ф. Лахін та ін.; За заг. ред. проф. А.П. Поліщука. – К. : Книжкове вид-во НАУ, 2007.– 232 с.

26. Фізика. Модуль 4. Коливання і хвилі : Навч. посіб./ Б.Ф. Лахін, К.К. Мартинчук, В.І. Оглобля та ін.; За заг. ред. проф. А.П. Поліщука. – 3-тє вид., стереотип.– К. : Книжкове вид-во НАУ, 2006.– 176 с.

27. Шут М.І., Сергієнко В.П. Науково-дослідна робота з фізики у середніх і вищих навчальних закладах. К.: Шкільний світ, 2004. – 128 с.

Навчальне видання

СЕРГІЄНКО В.П., СЛІПУХІНА І.А., ВОЙТОВИЧ І.С.,
ЗБАРАВСЬКА Л.Ю., ЗАЗИМКО Н.М., МАЛЕЖИК П.М.,
МАЛЕЖИК М.П., КОЛУПАЄВ Б.Б., ЛЕВЧУК В.В.,
ЛЯШУК Т.Г.

Фізика для інформатиків.

Ч.1. Механіка та молекулярна фізика

Навчальний посібник

Формат 60x84 1/16. Папір офсет. Гарнітура «Times».
Ум. друк. арк. 15,58. Зам. 89.
Видавництво «Волинські обереги».
33028 м. Рівне, вул. 16 Липня, 38; тел./факс: (0362) 62-03-97;
e-mail: oberegi97@ukr.net
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єкта
видавничої справи ДК № 270 від 07.12.2000 р.