Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики і інформатики
Кафедра вищої математики

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня
на тему

"Особливості викладання курсу аналітичної геометрії в просторі в умовах дистанційного навчання".

Виконала:студентка II курсу,групи М2
Спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)
Береза Оксана Анатоліївна

Керівник кандидат технічних наук,
доцент кафедри вищої математики
Присяжнюк І.М.

Рецензент доктор технічних наук,
професор
Сафоник А.П.

Рівне – 2022 року

ЗМІСТ

ВСТУП

Інформатизованість суспільного шару - це глобально соціальний варіант, особливість якого в тому, що головною сферою діяльності у сфері соціального виробництва є збір, накопичення, виробництво, обробка, збереження, передавання та використання інформації, яка здійсгюється на основі сучасних засобів-комп'ютерної техніки, а також на базі різних способів обміну інформації. Процеси, які є інформатизацією суспільства, допоманають не тільки прискоренню прогресу, інтелектуалізації всіх видів діяльності людини, а й створенню якісно нового інформаційного середовища соціуму, що забезпечує творчий розвиток потенціалу людини.

До напрямів інформатизації сучасного суспільства є цифровізація та ін-форматизація освіти - процес вивчення, дослідження й упровадження в освіті методологією, практикою та оптимальними способами використання сучасних технологій, або нових інформаційних технологій, орієнтованих на реалізацію цілей навчання.

З кінця 20 століття. досить актуальним напрямом досліджень стає віддалене навчання, яке стало набувати швидкого поширення завдяки технології Інтернет. У ній розглядаються робота здобувачів, діяльність викладача-ментора, технічне та програмне забезпечення, методи контролю. Це стало доволі великою темою, за якою написано багато наукових праць, що виступають у ролі рекомендацій до впровадження, реалізації та проведення - дистанційних технологій і форм навчання. Однак до сьогоднішнього часу встановленого механізму реалізації не ви-роблено у зв'язку з тим, що світ і технології постійно змінюються. Також потрібно розглядати забезпечення слухачів доступом і реалізації дистанційної освіти в межах конкретної країни, регіону. Особливо це стало актуально у зв'язку з подіями у світі, де через пандемію COVID-19 змушені були перейти від теоретичних досліджень до реалізації на практиці.

Дистанційна освіта - це новий тип організації навчання, що базується на використанні традиційних методів здобуття знань, нових інформаційних технологій та принципів самоосвіти. Ці тренінги слугують поширенню знань серед населення, незалежно від рівня доходів, місця проживання та стану здоров'я. Вона надає можливість людям отримати якісну підготовку, підвищити свою кваліфікацію та має такі переваги: часова та географічна гнучкість, актуальність, модульність, економічна ефективність та інтерактивність. Недоліками є питання, які ще не вирішені в принципі - контроль за виконанням завдань, рівнем набутих навичок, часто відсутність "живого" спілкування, часткова або повна консервація, часто в процесі навчання покладаються на самоосвіту - конкретні або специфічні навички, велика аудиторія.

Для того, щоб дистанційне навчання було максимально ефективним, воно має бути належним чином організоване через систему організаційно-технічних, програмних та методичних заходів. В даній роботі розглядається реалізація курсу "Аналітична геометрія в просторі" в умовах дистанційної освіти.

Метою роботи є аналізування особливостей віддаленої освіти у вищих навчальних закладах та виявлення переваг і недоліків її функціонування.

Дистанційна освіта - це спосіб організації освітнього процесу, за якого учасники перебувають на відстані один від одного та взаємодіють за допомогою сучасних цифрових технологій.

Завданням роботи є впровадження поглибленого дистанційного навчання в курсі аналітичної геометрії в просторі. Ще одне важливе завдання - запровадити можливість самостійного навчання студентів у зручний та зрозумілий спосіб.

Предметом дослідження є методи та засоби дистанційної освіти, які надають можливість навчання на відстані.

З огляду на законодавство, дистанційна освіта може бути реалізована двома способами:

Як самостійна форма навчання. Його ще називають дистанційною освітою. У цьому варіанті учні не відвідують навчальний заклад, а лише засвоюють матеріал на відстані;

Використання технологій дистанційного навчання за будь-якою формою навчання: очною, заочною або дистанційною. Тобто, студенти знаходяться частково в офлайні, а частково в онлайні.

Саме поєднання цих двох варіантів і об'єднує термін "дистанційна освіта".

Апробація результатів дослідження

Брала участь у публікації матеріалів "Викладання курсу аналітичної геометрії в просторі в умовах дистанційного навчання" у XV Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів освіти та молодих вчених "Наука, освіта, суспільство очима молодих" 17 травня 2022 року і м.Рівне, зокрема секція III молодий природодослідник. 1 листопада2022р брала участь у XV Всеукраїнської науково-практичної конференції "Інформаційні технології у професійній діяльності»

РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ БАЗИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ У ПРОСТОРІ. ВІДДАЛЕНА ОСВІТА ТА ЇЇ АКТУАЛЬНІСТЬ.

1.1 Бази віддаленої освіти відкритого формату

З онлайн технологій навчання, всі характеристики особливо яскраво показані нам в зручному форматі. Наприклад, етап вступу до заочного вищого навчального закладу включає такі процедури, як ознайомлення з характеристиками та параметрами навчального закладу, вибір напряму підготовки та підготовка відповідної документації. Етап навчання передбачає доступ до навчальних матеріалів, що зберігаються на серверах, засвоєння цих матеріалів, консультації з викладачами електронною поштою та контрольні заходи.[54]

Розробка та проектування технологій дистанційної освіти включає наступні етапи:

- Теоретичний - визначає мету, зміст освіти, предмет технологізації, поділ освітнього процесу на окремі складові та виявлення зв'язків між ними;

- Методичний - полягає у виборі відповідних форм, методів і засобів навчання відповідно до мети та змісту навчання;

- Процедурний - спрямований на організацію практичної діяльності з розробки, апробації, адаптації та впровадження технологій дистанційної освіти в навчальний процес.[53]

У процесі дистанційного навчання можуть використовуватися різні засоби навчання, характерні особливості яких для дистанційної освіти недостатньо представлені в сучасній педагогічній практиці.

Одним із засобів навчання є підручники. Це традиційні підручники, навчальні посібники, робочі зошити тощо. Друковані видання широко використовуються в дистанційній освіті. Навіть у системах дистанційної освіти, які характеризуються високим технічним рівнем оснащення навчального процесу, складова друкованих матеріалів залишається досить значною і їх використання є дуже важливим.

При розробці друкованих дидактичних видань та матеріалів для дистанційної освіти автори повинні керуватися наступними принципами:

- Підручники, рекомендовані для використання, повинні бути розроблені таким чином, щоб звести до мінімуму необхідність звернення учнів до додаткових підручників або інших джерел інформації;

- Що стосується структурування навчального матеріалу, то його доцільно створювати за модульним принципом;

- Обов'язковою умовою є наявність детальних методичних рекомендацій щодо засвоєння навчального матеріалу та організації самостійної роботи студента.

Не менш важливим для дистанційного навчання є дидактичний аудіо- та відеоматеріал. Навчальні відео- або аудіозаписи дають можливість сприймати інформацію через зорові та слухові повідомлення одночасно. Наочний матеріал з текстовим супроводом максимально наближає слухачів до реальних життєвих ситуацій, на основі чого створюються сприятливі умови для осмислення та засвоєння слухачами програмного матеріалу, що вивчається, без залучення викладацького складу.

Ще одним засобом сучасної дистанційної освіти може бути віртуальна реальність, яка слугує засобом безконтактного доступу учнів або студентів до навчальних матеріалів і реалізується за допомогою складних медіа-операційних середовищ, на основі яких створюється ілюзія безпосередньої присутності у стереоскопічно відображеному "екранному світі". [52]

Реалізація віртуальної реальності визначається рівнем розвитку програмних засобів, створених для функціонування "віртуальних світів", а також характеристиками апаратних засобів, за допомогою яких ці середовища реалізуються.

Використання віртуальної реальності в навчальному процесі рекомендується для виконання конструктивних - графічних, художніх та інших - завдань, для вивчення методів графічного моделювання, організації підготовки фахівців в умовах, максимально наближених до реальності тощо.

Не можна залишати поза увагою і організаційні форми дистанційної освіти, яка є невід'ємною складовою освітнього процесу в цілому. Процес дистанційної освіти зазвичай відбувається у формі послідовного чергування "контактної" та "безконтактної" співпраці. Тривалість цих видів може бути різною. В окремих випадках час "контактної" взаємодії може не бути у навчальному процесі.

У навчальній практиці є ось такі форми організації навчального процесу: лекції, семінари, лабораторні роботи, заліки, контрольні роботи, самостійна робота, іспити та заліки, консультації, та інші. Всі вони з певною специфікою використовуються в системі дистанційної освіти як на контактному, так і на безконтактному етапах навчання.

Лекції – одні з найважливіших навчальних занять і вони складають основу підготовки учнів або студентів. Основна мета лекцій - викласти систематизовані бази наукових знань з дисципліни, представити проблеми, стан і перспективи прогресу в певній науковій галузі та зосередити увагу на найбільш складних питаннях.

З точки зору методики, лекція - це систематичний, проблемний виклад навчального матеріалу, питань, тем, розділів або предметів. Систематична послідовність лекцій, які чергують викладення матеріалу курсу, включає вступну, оглядову та заключну лекції. Особливого значення набувають консультативні лекції в контексті дистанційного навчання.

Зауважимо, що загальні традиційні вимоги до лекцій у системі дистанційної освіти зберігаються. Такими вимогами є науковість, доступність, єдність форми і змісту, органічний зв'язок з іншими видами освіти. Вимога щодо емоційної подачі навчального матеріалу також повністю виконується, шляхом використання аудіо та відеоматеріалів або у вигляді "електронних лекцій", представлених у вигляді текстових файлів за допомогою спеціальних символів. Лекції за дистанційною формою навчання можуть бути в режимі реального часу або зі зміщенням у часі, очні та індивідуальні. Для проведення фронтальних лекцій можуть використовуватися засоби відеозв'язку (комп'ютерні відеоконференції). Існує багато підходів до проведення лекцій в системі дистанційної освіти. Доцільно використовувати текстові версії лекцій, записи вебінарів та відеоконференцій.

Семінари також є формою підвищення кваліфікації. Вони використовуються у навчальному процесі з усіх навчальних дисциплін. Семінари базуються на творчому дослідженні певної теми. На думку викладачів, основним недоліком семінарів є пасивність студентів, викликання видимості активності через попередній розподіл питань та виступів, відсутність справжньої творчої дискусії.

Семінари можуть проводитися в умовах дистанційного навчання за допомогою комп'ютерного відеозв'язку або телеконференції. З педагогічної точки зору, відео-версія семінару нічим не відрізняється від традиційної, оскільки учасники можуть бачити один одного на моніторах. [51]

Консультація є формою керування роботи слухача курсу, а також допомоги в самостійному опрацюванні навчального матеріалу. Консультації мають бути індивідуальними або груповими. Під час консультації виявляються індивідуальні особистісні студентів (їх інтелектуальні та моральні якості і, насамперед, характерними особливостями психіки та свідомості є увага, пам'ять, мислення та уява У системі дистанційної освіти консультації переважно проводяться з використанням новітніх інформаційно-комунікаційних технологій.

Кожна лабораторна робота базово використовується для навчання студентів спеціальностей технічного направлення. Вони проводяться тоді, коли можливий віддалений доступ шляхом підключення до комп'ютерних мереж, лабораторної апаратури або комп'ютера, яким моделюється експеримент, або коли треба забезпечити портативний лабораторний практикум в домашніх умовах.

Контрольні заходи складаються з оцінювання знань, умінь та навичок, набутих під час дистанційного навчання. Вони мають особливе значення, оскільки відсутній прямий контакт між викладачами та студентами.

Зростає значення об'єктивних та багатокритеріальних форм контролю рівня засвоєння навчального матеріалу. Особливістю контролю в системі дистанційного навчання є те, що додатково мають бути реалізовані функції ідентифікації учня/студента з метою виключення можливої фальсифікації результатів навчання. У системі дистанційної освіти використовуються такі види контролю: Іспит, тест, залік, курсова або дипломна робота. В умовах дистанційної освіти тестові засоби контролю часто використовуються як для самоперевірки, так і для підсумкового контролю засвоєння студентами навчального матеріалу.

Самоконтроль може здійснюватися за допомогою комп'ютерних систем з педагогічними цілями, а також шляхом відповіді на контрольні запитання або тестові завдання, пов'язані з розділами навчальної програми.

Так звані "активні методи навчання" також використовуються у дистанційному навчанні. Методами є різні способи активізації навчальної діяльності учнів і студентів, а також різні викладацькі засоби та форми викладу навчальних занять. [49]

Активні методи навчання можуть використовуватися як на контактній, так і на безконтактній фазах навчання. Безконтактне навчання можливе з використанням комп'ютера, відео, аудіо, та інакших методів телекомунікації. Особливо ефективним вважається використання мережі Інтернет. Розглянемо також чинники, які можуть впливати на ефективність роботи викладачів зі студентами в системі дистанційної освіти.

- Чим складніші фактори трудового процесу, тим вищі вимоги до кваліфікації виконавців (як фізичної, так і розумової) та до технічного оснащення навчального процесу;

- організаційно-управлінські фактори або фактори матеріально-технічного оснащення навчальної діяльності вчителів та учнів. Такими чинниками є наявність обладнання, засобів сучасних комунікаційних технологій, організації навчального місця, що дозволить забезпечити прогресивні підходи і методи навчання та форм роботи, раціональністичних засобів, що характеризують злагодженість комплексу засобами матеріального забезпечення з метою і завданнями навчання, його змістом, особливостями діяльності викладача, пізнавальними можливостями студента, адекватністю навчання відповідно до організаційних факторів зовнішнього середовища, а саме:

- Екологічні фактори, зокрема правові, санітарно-гігієнічні, естетичні, технічні тощо;

- фактори соціального середовища, зокрема мотиваційна стійкість трудової діяльності учасників навчального процесу, тобто задоволеність процесом і результатами навчання, мотивація до виконання завдання та зацікавленість у результатах своєї діяльності;

- Фактори, пов'язані з індивідуальними особливостями людини, тобто психофізіологічними, антропометричними, поведінковими, природними характеристиками (здатність до навчання, стан здоров'я, вік тощо), які визначають час, що витрачається викладачем на викладення матеріалу і сприйняття його студентами, а також на відбір і підготовку навчальних матеріалів та управління навчальним процесом.

Таким чином, узагальнюючи, можна виділити наступні характерні ознаки поняття "дистанційна освіта"[50]

- форма здобуття знань, що прирівнюється до очної або заочної екстернатної освіти;
- комплекс освітніх послуг, що надаються різним категоріям студентів з використанням інформаційних засобів та сучасних мультимедійних технологій;
- індивідуалізований процес навчання, який відбувається опосередковано в процесі взаємодії викладача та студента з використанням засобів Інтернет-технологій.

В освітньому процесі з використанням інформаційно-комунікаційних технологій застосування комп'ютерних технологій позитивно впливає на діяльність учня, оскільки з психолого-педагогічної точки зору задіяні всі пізнавальні процеси дитини.

У цьому розділі ми розглянули форми, підходи та способи реалізації навчального процесу учнів або студентів в умовах дистанційної освіти. Викладання навчальної дисципліни "Аналітична геометрія в просторі" за дистанційною формою навчання є самостійним процесом, який потребує включення специфічних знань, умінь та навичок, притаманних певній навчальній дисципліні.

РОЗДІЛ II .ТЕОРЕТИЧНІ БАЗИ КУРСУ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОСТОРІ

2.1 Реалізація сучасної віддаленої парадигми освіти

Як ми вже описали в першому розділі, дистанційна освіта є необхідною частиною нашого часу. В умовах війни та постійної напруги люди просто зобов'язані проводити заняття та продовжувати навчання дистанційно. Ця проблема включає наступні складові:

- Відсутність можливості зустрічатися з людьми, які живуть в інших містах;

- Наявність постійних тривог, під час яких заборонено рухатися для збереження життя;[48]

- Незручний доступ до матеріалів, який би дозволив нам проходити навчання за всіма програмами одночасно;

Але дистанційна освіта не втрачає своєї актуальності і сьогодні, а тому ми ще раз опишемо та узагальнимо, як вона допомагає у створенні курсу.

Віртуальна освіта - вид освітнього процесу, в якому здобувачі освіти досягають освітніх результатів з використанням засобів і технологій віртуальних освітніх систем.

"Просторова модель системи освіти передбачає можливість створення різноманітних освітніх зон (віртуальних курсів), де відбувається індивідуальний розвиток кожної людини. Людина самотужки визначає свій віддалений університет, показуючи в ньому різні структури і цінності. Будування моделі «віртуальна освіта» наводить до формування світу людини у вигляді різного, постійно розширюваного середовища: емоційної, інтелектуальної, культурно подібної, історичної, комунікативної та інших. Всі напрямки тісно пов'язані між собою, мобільні і в своїй сукупності утворюють віртуальний простір освіти. Це середовище також пов'язане із світом ззовні, з яким знайомляться в процесі навчання. До розмежування людиною цього світу є також її самопізнання - рефлексивна дія людини з свідомістю власних дій, станів і змін. Таким чином виконується заповіт древніх: Хто пізнає себе, той пізнає весь світ".

Віртуальна освіта відповідає просторовій необмеженій стереометричній моделі з нефіксованим центром у просторній моделі. Просторова безгранність моделі, її багатовимірна та наявна необмеженій кількості ступенів відображає гносеологічну частину знань про світ, можливу різноманітність шляхів набуття суб'єктом знань про наш світ, показуючи факт, що система віддаленої освіти не визначає і не передбачає для всіх суб'єктів чітко узгоджених напрямів руху і меж розвитку. Зовнішні напрями модельного простору показують сукупність знань людей про світ, що навкого людини, про культуру, цінності і способи життя в ньому, про пріоритети, методи і засоби його пізнання і покращення. Це напрямки, яких хоче (повинна хотіти) людина в своїй освіті, здобуваючи нові знання, опановуючи новітні методи продуктивної праці, показуючи свої розумові, моральні та вольові якості, і досягаючи таким чином вершини індивідуального покращення. Також не визначений розташуванням у просторі моделі її центр ототожнюється з вказаним суб'єктом, визначає особистісний освітнього потенціалу, по відношенню до якого творчий розвиток людини відбувається за індивідуальним-напрямком. Ця частина пов'язує особистість з конкретним суб'єктом, з тими властивостями, якостями і рисами, які повинні бути основані і розвинені в процесі вивчення. Використання назви "центр" показує причетність людини до моделі та вказує на віртуальність освітньої системи створюватись заради та в інтересах людини.[49]

Однак характер шляху, по якому розвивається людина, поточна позиція в просторі моделі кульмінації індивідуального розвитку, якої людина досягає під час навчання (поступовий рух індивідуально показаного центру моделі в її вимірі), визначений не тільки потенційними розумовими і моральними та вольовими властивостями людини, а також його індивідуальним і соціальним мотивом, який спонукає його до вивчення матеріалу. Ця характеристика багато в чому визначає якість характеристики системи віддаленої освіти, яка показує специфічність структури і функціоналу системи, а також специфіку використовуваних в ній засобів і технологій.

Система віддаленої освіти (СВО) - це частина системи освіти, яка базується та використовує засоби і технології віртуальної реальності для досягнення освітніх цілей.

У сучасних системах освіти, які основуються на принципі відкритої освітньої програми, можуть використовувати як традиційні, так і особливі засоби і технології віддалених освітніх систем. Тому навчальне оточення новітніх систем освіти має забезпечувати якісну освіту як через традиційні системи освіти, так і через системи віддаленої освіти. Таке освітнє середовище має мати як традиційні засоби навчальної практики і педагогічні технології, так і спеціально розроблені методи та технології, що дозволять учневі отримати доступ до інформаційного ресурса відкритого простору освіти, спілкуючись і виконуючи інші види навчальної діяльності в середовищі систем віртуальної реальності. Ці формотворчі компоненти сучасних освітніх систем у своїй системній сукупності дають додаткові освітні та організаційні можливості для гнучкого прогресу учня до майбутніх можливих перемог його індивідуального розвитку. Зокрема, вони допоможуть учневі навчитися пізнавати себе, спостерігати та аналізувати свою діяльність і досягнення, також в тому числі свідомо оцінювати можливості, межі та настороження навчання за допомогою віддалених освітніх систем.[50]

Система викладання віддаленого навчання (ВСВН) - це частина системи віддаленого навчання, в якій для виконання освітніх цілей є спеціально облаштовані методичні системи віддаленого навчання та новітня оболонка віртуалізованої реальності.

Система викладання віддаленого навчання (ВСВН) - складова викладацької системи віддаленого навчання, яка показує використання навчального контенту та педагогічних технологій, які як спеціально розроблені відповідно до стандартизованих психолого-педагогічних вимог конкретної МСВН, так і індивідуалізовані для студентів в процесі віддаленого навчання. Тобто, познаені зміст і технології дають можливість їх гнучкого, теоретично необмежено доповнювати їх (розвитку) відповідно до цілей, намірень, вподобань, здібностей і сприйняття учня, які можуть змінюватися в процесі віддаленого навчання.

Слід підкреслити, що спеціально розроблений навчальний контент та педагогічні технології, які включені до складу ЕНК, розробляються науково-методичними співробітниками, а моделі ЕНК відображають фактично у відповідних навчально-методичних матеріалах.

Педагогічна технологія системи віртуального навчання (ПТВС) - це складова методичної системи віртуального навчання, що організовує статику і динаміку відповідної СДН для досягнення визначених освітніх цілей.

Слід підкреслити, що розробляють ЕОР науково-методичні працівники - розробники ЕОР. Ці технології значно спрощують функціонування ВНЗ.

Віртуальне навчальне середовище (ВНС) - це спеціально налаштований штучний модельно-формуючий, навчальний, пізнавальний, організацій, технологічний та інформаційно-комунікативний простір, що дає достатні умови для продуктивного досягнення цілей педагогічних віртуальних навчальних систем.

Слід підкреслити, що ЕНК - це реальне навчальне середовище, яке містить в собі реальні підходи та засоби навчання, колективне функціонування яких організовано реальним ЕНК. Ця сфера фізично оточує учня в процесі віртуального навчання і дозволяє йому/їй виконувати освітню діяльність в індивідуалізованому середовищі віртуальної реальності.[48].

ССВН містить матеріальні та інформативні компоненти індивідуалізованого та колективного користування, комп'ютерні та комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання (традиційні та спеціальні), комп'ютерні мережі та електронні інформаційні ресурси навчального призначення, а також засоби їх формування, обробки, підтримки та використання, які можуть бути гнучко адаптовані до навчальних цілей та вимог тих, кого навчають. Це середовище повинно підтримувати та з’єднувати спільну навчальну діяльність учнів/студентів та вчителів/викладачів (реальних учасників освітнього процесу) у так званому віддаленому класі.[51]

"Показано багато новітніх технологій, які постійно розвиваються: віртуальна реальність, нанотехнологічні процеси та штучний інтелект, які в поєднанні з оптоволокном викличуть технологічну революцію, порівнянну з технологічною революцією кінця 19 ст. І на основі цього з'явиться альтернатива та/або доповнення до традиційного класу - віртуальний клас".5 Доктор Набуйоші Терашима, президент Дослідницької лабораторії новітніх телекомунікаційних технологій (Японія), стверджує: "Найбільш очевидними і серйозними проблемами є перенаселення, забруднення навколишнього середовища, енергетична криза..... Глобальне мислення і глобальні дії - єдиний можливий шлях вперед. Віртуальний клас ... Відіграватиме важливу роль у досягненні цих цілей "6.

Серед спеціальних засобів VLE, окрім вже згаданих, можна виділити об'єктно-орієнтовані системи програмування (ООС), до складу яких входять комп'ютерно-орієнтовані мови опису віртуальної реальності (розвиток мов гіпертекстового опису), за допомогою яких можна, зокрема, створювати багатокористувацькі "місця" в кіберпросторі (MUD - MultiUser Dungon), де передбачається взаємодія віртуальних студентів, створюються віртуальні навчальні об'єкти, персоналії, віртуальні процеси тощо. МВОК як засоби програмування в MUD стають потужним інструментом відтворення віртуальних спільнот, які надають студентам нові можливості для співпраці в SSVN. "Кіберпростір сповнений нових форм співпраці та нових тем для обговорення, різноманіття яких ми тільки починаємо осягати".7 Дивовижні перспективи для ССВН-освіти відкриває можливість використання голографії, яка, ймовірно, дозволить створити МНВ не як спеціальне тривимірне зображення на екрані, а як середовище навчально-пізнавальної діяльності, що віртуально оточує учня [50].

Середовище систем віртуальної реальності може бути закритим і відкритим.

Закрита ДВС створюється в межах конкретного навчального закладу і тому є обмеженою за складом та структурою своїх компонентів. Таке ППЗ непридатне для використання в освітньому процесі, який передбачає зовнішнє залучення інших студентів та викладачів, які навчаються та працюють поза межами навчального закладу, де існує закрите ППЗ, використання додаткових освітніх інформаційних ресурсів (не передбачених у цьому ППЗ) тощо.

З цієї причини закриті ЕПЗ мають обмежене дидактичне застосування (локальні тренажери, інтерактивні ігри в закритих комп'ютерно-орієнтованих моделюючих середовищах з гіпертекстовим та графічним зануренням тощо).

Реалізація принципів відкритої освіти при побудові СВО дозволяє суттєво розширити потенційний простір СВО для забезпечення формування та використання ресурсів відкритого освітнього простору в освіті, в якому засоби навчання та навчально-методичні ресурси, доступні учасникам освітнього процесу, не обмежуються набором компонентів СВО в конкретному навчальному закладі.

Ці можливості показують новий, покращений склад ССВН, який надає потенційні умови для значного підвищення ресурсного інформованого забезпечення засвоєння показників освіти в процесах навчально-пізнавальної діяльності. Ці додаткові (у порівнянні з закритою ССВН) можливості розширеної компонентної структури виражаються в характеристиках відкритої ССВН.

Педагогічні засоби віддаленого навчання та МСВН з використанням закритої або відкритої ССВН будемо називати відповідно закритою ССВН, закритою МСВН та відкритою ССВН, відкритою МСВН.[50]

Основними характеристиками (критерій) СМО (як закритих, так і відкритих) є:

Особистість (ідентична) - здатність відображати особистісні характеристики суб'єкта, що бере участь у приведенні та використанні віддаленого середовища.

Навчитися оцінювати свій навчально-пізнавальний стиль;

Експресивність (Expression) - здатність виражати невербальні сповіщення;

Конструктивна особливість, творчість (building) - здатність створювати та маніпулювати об'єктами у віртуальному навчальному середовищі;

Стійкість (resistence) - здатність зберігати новостворені у віртуальному навчальному середовищі об'єкти протягом певного часу;

Спільні інтереси (shared interest) - можливість об'єднання користувачів віртуального навчального середовища в групи за освітніми інтересами.

Додаткові (альтернативні) характеристики (критерії оцінювання) ЕНП визначають можливу ефективність досягнення певного рівня навчально-пізнавальної комунікації в ЕНП. До таких ознак (критеріїв оцінки) СЗПБ відносяться:

Занурення (immersion) - визначає доступність глибини відтворення та можливу ступінь інформаційності та виразності об'єктів віртуального навчального середовища;

Інтерактивність - ступінь самостійності дій суб'єкта в ЕНВ.

Загалом, ЕНП можуть включати або не включати технології дистанційного навчання.

Технології навчання. Тобто, методи віддаленого навчання можуть використовуватися і в закритих ЕОР.

Віддалені педагогічні системи (ВПС), які здійснюють принципи відкритої освіти, використовують засоби та сервіси комп’ютерів та їх мереж відкритого освітнього простору, дозволяють автоматизовано створювати візуальні та/або аудіо об'єкти навчання, а також забезпечують зворотній зв'язок методом візуальних та/або аудіо повідомлень з учасниками освітньої діяльності, можна розглядати лише як перше наближення ДПС до показаних ДН. "Ефект присутності" майже не сприймається учасниками освітнього процесу в існуючих ДПС через недосконаліcть освітнього середовища.[48]

З таким застереженням слід сприймати термін віртуальне представництво навчального закладу, тобто сукупність інформаційних ресурсів навчальних закладів, представлених за допомогою мережі Інтернет в Єдиному інформаційному освітньому просторі.

З ціллю устворення в учасників навчального процесу уявлення про присутність в достатньо гарній ССВН, "ефект присутності" має бути максимально виражений.

У такій ВТС зворотний зв'язок від ВТС до того, хто навчається, має потенційно охоплювати весь спектр можливих впливів (зорових, слухових, тактильних, а в перспективі - нюхових і смакових) на всі органи чуття людини, а засоби формування та оперування об'єктами, обробки даних і комунікації в ВТС мають бути значно гнучкішими, адаптованішими і потужнішими. Такі перспективи відкриває подальший розвиток методів та інструментів ІКТ.[48]

Навчальні заклади, що надають освіту у відкритих СДО, називаються віртуальними навчальними закладами (віртуальними університетами, школами, коледжами, ліцеями тощо). Основними завданнями таких закладів є організація, розвиток, управління та підтримка навчального процесу у відкритих СДН.

Академічною складовою віддалених закладів навчання є так звані віртуальні класи (віддалені навчальні групи). Зазвичай класи у звичайних школах - це, з одного боку, середовище, де проходить навчання, а з іншого - група людей (навчальна група), що об'єднані для проходження курсу з навчання та досягнення певних освітніх цілей. Віддалений клас - це спільнота двох або більше осіб (учнів та вчителів/викладачів), які віртуально присутні у віддаленому класі здійснюють навчання (зокрема, навчальну комунікацію) у ЕНК ж до спільно обраних цілей навчання. У цьому сенсі віртуальний клас є своєрідною штучною електронною копією звичайного класу, де, серед іншого, усувається необхідність фізичного зближення учнів і вчителів для навчання, а разом з тим зменшується потреба в суворому дозуванні знань у часі та обсязі.[49]

2.2 Висвітлення програми курсу, лекцій з аналітичної геометрії в просторі.

Розглянемо саму програму курсу з аналітичної геометрії, щоб бачити, що вивчається на самому курсі:

1. **Опис навчальної дисципліни**

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання

<table>
<tr><td>Кількість кредитів – 3</td><td>Галузь знань
<u>01 «Освіта»</u>
(шифр і назва)</td><td colspan="2">Обов'язкова</td></tr>
<tr><td>Модулів – 2</td><td rowspan="5">Спеціальність:
<u>014 Середня освіта (Математика)</u></td><td colspan="2">Рік підготовки</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 3</td><td>1-й</td><td>1-й</td></tr>
<tr><td>Індивідуальне науково-дослідне завдання «<u>Розв'язування задач з аналітичної геометрії»</u>

(назва)</td><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Загальна кількість годин – 90</td><td>2-й</td><td>2-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td rowspan="12">Тижневих годин для денної форми навчання:
аудиторних – 2,7
самостійної роботи студента –2.7</td><td rowspan="12">Освітній ступінь:
<u>бакалавр</u></td><td>22 год.</td><td>6 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>22 год.</td><td>4 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>46 год.</td><td>80 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Індивідуальні завдання:</td></tr>
<tr><td colspan="2">9 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вид контролю:</td></tr>
<tr><td>екзамен</td><td>екзамен</td></tr>
<tr><td colspan="4">Передумови для вивчення дисципліни (Вступ до вищої математики, математичний аналіз, лінійна алгебра)</td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета курсу полягає у формуванні широкого бачення геометрії та її методів і на елементарну геометрію з точки зору вищої освіти, підготовка до самостійної роботи вчителем-математиком.

Завдання:

1. Розвинути здатність до гнучкого абстрактного мислення, аналізування та синтезування на основі аргументів та фактів, можливості до застосування знань з аналітичної геометрії, компетенцій в широкому значенні місць роботи та повсякденному житті, витримки етичних правил як з точки зору професійної чесності, так і розуміння можливого впливу досягнень з аналітичної геометрії на соціальну сферу, здатність робити щось в групі під керівництвом лідера, планування та управління часом, здатність спрямувати себе для досягнення важливих цілей, здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями геометрії, здатність приймати обґрунтовані рішення, та фахово оцінювати якість виконуваних робіт, здатність ефективно комунікувати та представляти складну комплексну інформацію у стислій формі усно та письмово, розуміння предметної області та професійної діяльності. [10]
2. Розвивати здатність мати основні правила, принципіальні, теоретичні та результативні можливості аналітичної геометрії, володіння спеціальною термінологією та вміння передавати її з використанням математичних позначень, математично формалізувати постановку завдання, аналізувати задачу аналітичної геометрії, розглядати різні способи її розв’язування та демонструвати майстерність у математичних міркуваннях, маніпуляціях та розрахунках, обґрунтувати гіпотези та розуміти математичне доведення, продемонструвати знання різних методів математичного доведення та будувати точні доведення, розв’язувати широке коло проблем та задач аналітичної геометрії з використанням математичних інструментів, розширювати і поглиблювати власне наукове світосприйняття, самостійно здобувати та використовувати в практичній діяльності нові знання, уміння й навички, на основі отриманих знань з математики, в тому числі із галузей, не пов’язаних зі сферою професійної діяльності, користуватися вербальними та невербальними засобами передачі математичної інформації, мати в наявності систему наукових знань із аналітичної геометрії, застосування їх при розв’язуванні практичних задач, встановлювати міжпредметні зв’язки під час вивчення конкретних тем.

3. Очікувані результати навчання

1. Знати основні поняття та теоретичні положення елементів векторної алгебри, методу координат в просторі, теорії алгебраїчних поверхонь другого порядку та геометричних перетворень площини в просторі, зокрема: афінну систему координат у просторі. Основні афінні задачі, прямокутну систему координат у просторі, основні метричні задачі, векторний і мішаний добутки векторів, їх властивості і застосування, різні рівняння площини, взаємне розміщення двох площин, різні рівняння прямої, взаємне розміщення двох прямих, взаємне розміщення прямої і площини, кут між прямою і площиною, циліндричні та конічні поверхні, поверхні обертання, прямолінійні твірні поверхонь другого порядку, загальне рівняння поверхні другого порядку, взаємне розміщення поверхні з прямою, дотичну площину і нормаль, центр поверхні, зведення загального рівняння поверхні до канонічного вигляду, класифікацію поверхонь, геометричні перетворення простору, груповий підхід до геометрії.
2. Знати способи, методи та алгоритми розв’язування задач з аналітичної геометрії, уміти їх застосовувати при розв'язуванні відповідних задач, наводити при необхідності ілюстрації, приклади, контрприклади.[29]
3. Уміти застосовувати знання аналітичної геометрії при розв'язуванні відповідних задач зі шкільного курсу математики середньої школи, нестандартних та олімпіадних задач, формувати науковий спосіб мислення учнів.
4. Уміти формулювати означення і теореми аналітичної геометрії, обґрунтовувати та доводити, вміти застосовувати їх при розв'язуванні конкретних математичних та прикладних задач.
5. Знати та вміти застосовувати основні форми і закони абстрактно-логічного та системно-комбінаторного мислення, бази логіки, форми і методи аналізу, синтезу та інші прийоми розумової діяльності.
6. Знати основні етапів та стадії творчого процесу, механізму генезису і розвитку знань, методів генерації ідей, розуміння креативності як універсального процесу породження нестандартних ідей.
7. Уміти встановлювати міжпредметні та внутрішньопредметні зв’язки під час вивчення конкретних тем з аналітичної геометрії.

4. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Метод координат у просторі.

Тема 1. Афінна система координат у просторі. Основні афінні задачі. Прямокутна система координат у просторі. Основні метричні задачі. Орієнтація простору. Два види реперів.

Тема 2. Векторний і мішаний добутки векторів. Їх властивості і застосування.

Тема 3. Різні рівняння площини. Відстань від точки до площини. Взаємне розміщення двох площин.

Тема 4.Різні рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими. Взаємне розміщення прямої і площини. Кут між прямою і площиною. [28]

Змістовий модуль 2. Вивчення алгебраїчних поверхонь другого порядку.

Тема 1 . Циліндричні та конічні поверхні.

Тема 2.Поверхня обертання. Еліпсоїди, гіперболоїди.

Тема 3. Параболоїди. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку.

Тема 4. Загальне рівняння поверхні другого порядку. [17]

Тема 5.Зведення загального рівняння поверхні до канонічного вигляду.

Класифікація поверхонь.

Змістовий модуль 3. Геометричні перетворення простору.

Тема 1.Група рухів простору та її підгрупи.

Тема 2.Група подібностей простору. Груповий підхід до геометрії.

5. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових	Кількість годин

модулів і тем	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усь-ого	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с. р.		л	п	лаб	інд	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 1												
Змістовий модуль 1. Метод координат у просторі.												
Тема 1. Афінна система координат у просторі. Основні афінні задачі. Прямокутна система координат у просторі. Основні метричні задачі. Орієнтація простору. Два види реперів.	9	2	2			5	7	1	1			5
Тема 2. Векторний і мішаний добутки векторів. Їх властивості і застосування.	9	2	2			5	6	1				5
Тема 3. Різні рівняння площини. Відстань від точки до площини. Взаємне розміщення двох площин.	4	2	2				12	1	1			10
Тема4. Різні рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими. Взаємне розміщення прямої і площини. Кут між прямою і площиною.	10	2	2			6	10					10
Разом за змістовим модулем 1	**32**	**8**	**8**			**16**	**35**	**3**	**2**			**30**
Змістовий модуль 2. Вивчення алгебраїчних поверхонь другого порядку.												
Тема 1 . Циліндричні та конічні поверхні	9	2	2			5	11	1				10
Тема 2.Поверхня обертання. Еліпсоїди, гіперболоїди	9	2	2			5	7	1	1			5

Тема 3. Параболоїди. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку	4	2	2				5				5
Тема 4. Загальне рівняння поверхні другого порядку. Взаємне розміщення поверхні з прямою. Дотична площина і нормаль. Центр поверхні. Діаметральна площина.	9	2	2			5	5				5
Тема 5. Зведення загального рівняння поверхні до канонічного вигляду. Класифікація поверхонь.	9	2	2			5	5				5
Разом за змістовим модулем 2	**40**	**10**	**10**			**20**	**33**	**2**	**1**		**30**
Змістовий модуль 3. Геометричні перетворення простору.											
Тема 1. Група рухів простору та її підгрупи.	9	2	2			5	12	1	1		10
Тема 2. Група подібностей простору. Груповий підхід до геометрії.	9	2	2			5	10				10
Разом за змістовим модулем 3	**18**	**4**	**4**			**10**	**22**	**1**	**1**		**20**
Модуль 2											
Розрахунково-графічна робота	9	—	—	—	9	—	—	—	—	—	—	—
Усього годин	**90**	**22**	**22**	—	**9**	**46**	**90**	**6**	**4**	—		**80**

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
2 семестр		
1	Розв'язування афінних і метричних задач методом координат	2
2	Векторний і мішаний добутки векторів	2
3	Способи аналітичного задання площини .	2
4	Способи аналітичного задання прямої в просторі.	2

5	Контрольна робота №1	2
6	Циліндричні і конічні поверхні	2
7	Еліпсоїди, гіперболоїди	2
8	Поверхня обертання. Прямолінійні твірні поверхонь.	2
9	Зведення загального рівняння поверхні до канонічного виду	2
10	Група рухів простору.	2
11	Контрольна робота №2	2
Всього:		38

7. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Прямокутна система координат у просторі. Основні метричні задачі.	5 – стаціонар 5 – з/ф
2	Застосування мішаного добутку векторів.	5 – стаціонар 5 – з/ф
3	Взаємне розміщення двох площин.	0 – стаціонар 10 – з/ф
4	Кут між прямою і площиною.	6 – стаціонар 10 – з/ф
5	Конічні поверхні.	5 – стаціонар 10– з/ф
6	Гіперболоїди.	5 – стаціонар 5 – з/ф
7	Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку	0– стаціонар 5 – з/ф
8	Центр поверхні. Діаметральна площина.	5 – стаціонар 5 – з/ф
9	Класифікація поверхонь.	5 – стаціонар 5 – з/ф
10	Підгрупи рухів простору	5 – стаціонар 10– з/ф
11	Груповий підхід до геометрії	5 – стаціонар 10– з/ф
Разом		46 – стаціонар 80– з/ф

2.3Висвітлення лекцій, програми курсу з аналітичнолї геометрії.

Було спеціально розроблено серію презентацій для наглядної демонстрації та більш приємного візуального сприйняття лекцій курсу:[47]

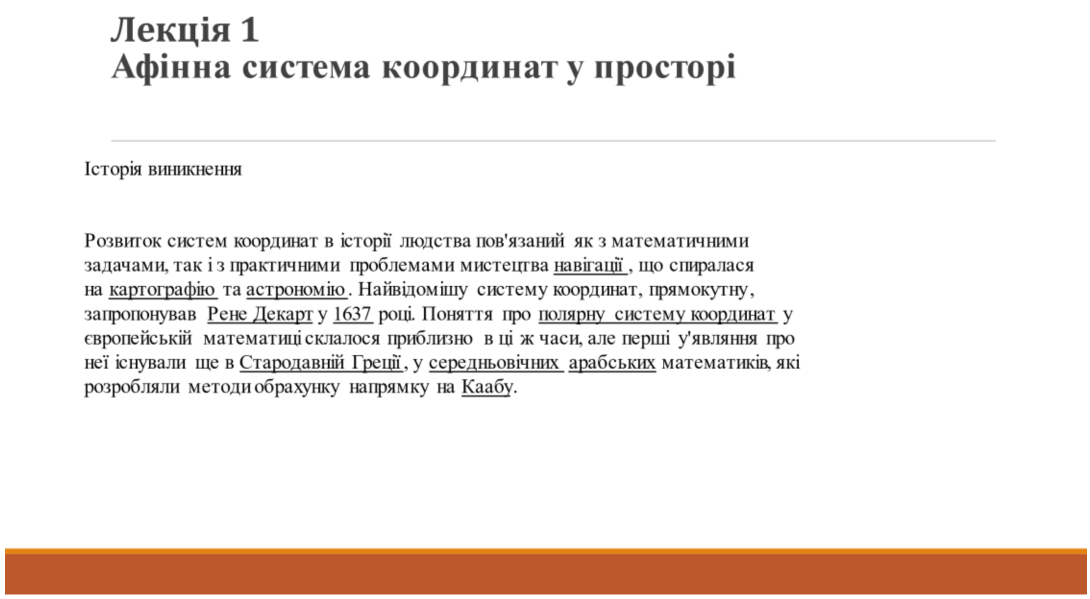


Рис 2.1 – Афінна система координат та її опис

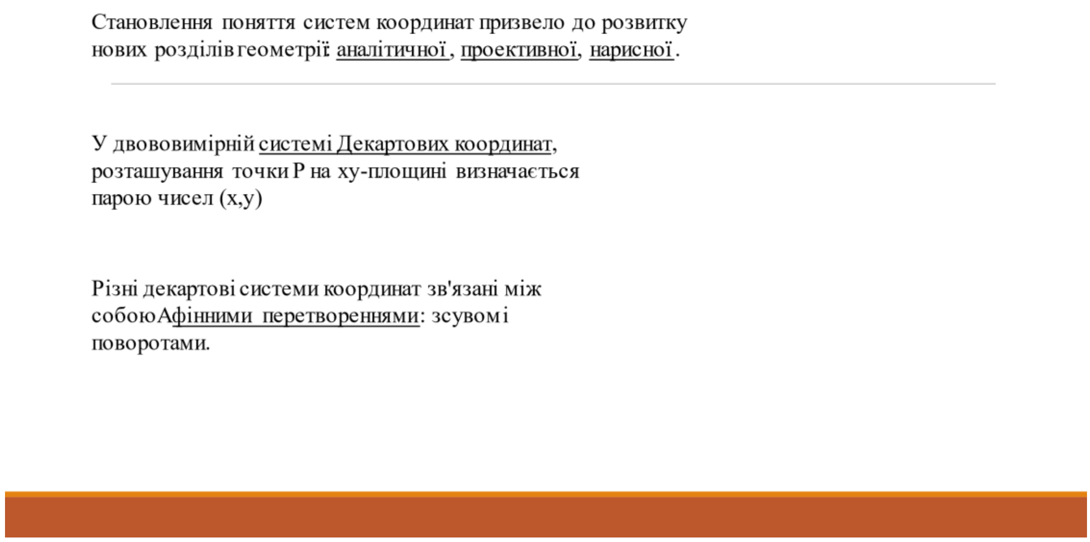


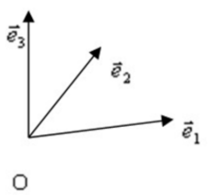
Рис 2.2 – Опис афінної системи координат

Нагадаємо, що під системою координат розуміємо правило або закон, за яким точці прямої, площині, простору ставиться у відповідність дійсне число, пара дійсних чисел, трійка1 дійсних чисел, які називаються координатами даної точки, причому так, що точці відповідає єдине дійсне число, впорядкована пара чи трійка дійсних чисел. Різним точкам відповідають різні дійсні числа, пари чи трійки дійсних чисел.

Рис 2.3 – Опис Лекції номер 1

Ввести систему координат у просторі допоможе поняття афінного репера.

Означення: *Афінним репером* у просторі називається геометричний образ, який складається із точки простору і 3 лінійно незалежних (базисних) векторів.



Точка O – початок репера

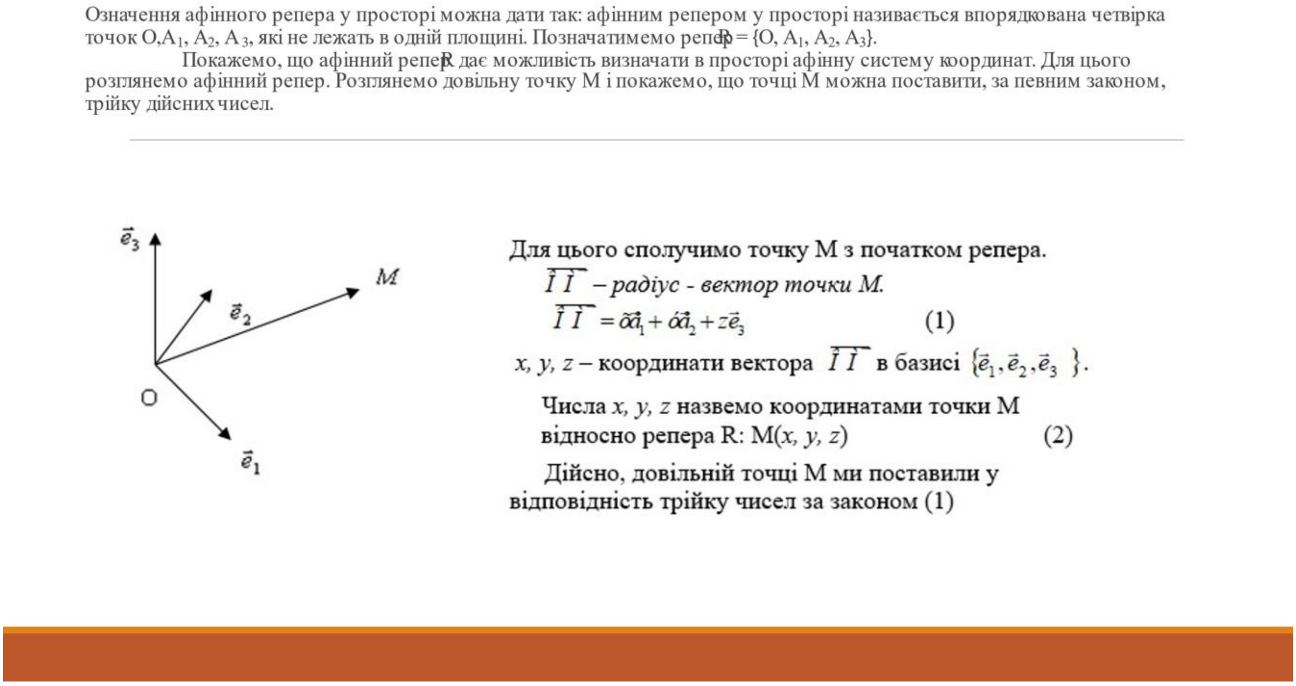
e_1, e_2, e_3 – базисні (координатні) вектори

e_1 – перший координатний вектор

e_2 – другий координатний вектор

e_3 – третій координатний вектор

Рис 2.4 – Опис Лекції номер 1


Означення афінного репера у просторі можна дати так: афінним репером у просторі називається впорядкована четвірка точок O, A_1, A_2, A_3, які не лежать в одній площині. Позначатимемо репер $R = \{O, A_1, A_2, A_3\}$.

Покажемо, що афінний репер R дає можливість визначати в просторі афінну систему координат. Для цього розглянемо афінний репер. Розглянемо довільну точку M і покажемо, що точці M можна поставити, за певним законом, трійку дійсних чисел.

Для цього сполучимо точку M з початком репера.

$\overline{\hat{I}\,\hat{I}}$ – *радіус - вектор точки M.*

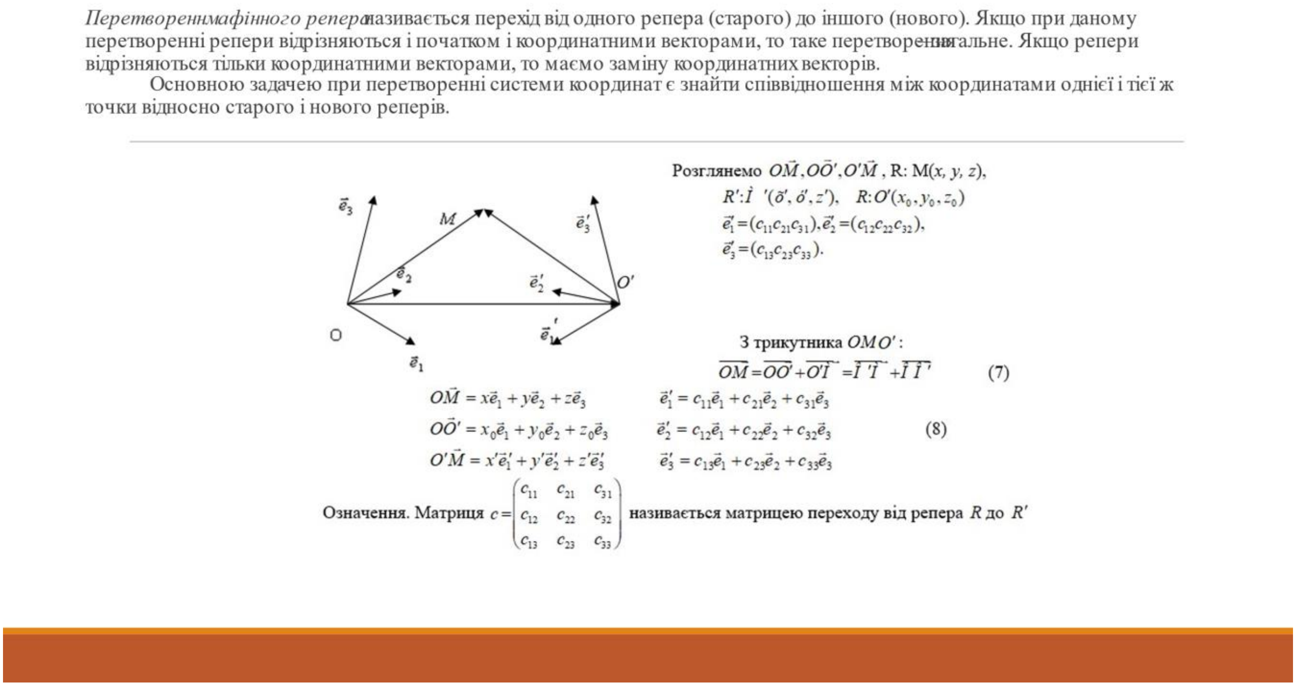
$$\overline{\hat{I}\,\hat{I}} = \tilde{o}\vec{a}_1 + \acute{o}\vec{a}_2 + z\vec{e}_3 \qquad (1)$$

x, y, z – координати вектора $\overline{\hat{I}\,\hat{I}}$ в базисі $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$.

Числа x, y, z назвемо координатами точки M відносно репера R: $M(x, y, z)$ (2)

Дійсно, довільній точці M ми поставили у відповідність трійку чисел за законом (1)

Рис 2.5 – Опис Лекції номер 1


Перетворенням афінного репера називається перехід від одного репера (старого) до іншого (нового). Якщо при даному перетворенні репери відрізняються і початком і координатними векторами, то таке перетворення загальне. Якщо репери відрізняються тільки координатними векторами, то маємо заміну координатних векторів.

Основною задачею при перетворенні системи координат є знайти співвідношення між координатами однієї і тієї ж точки відносно старого і нового реперів.

Розглянемо $O\vec{M}, O\vec{O}', O'\vec{M}$, R: $M(x, y, z)$,

$R': \grave{I}\ '(\tilde{o}', \acute{o}', z')$, $\quad R: O'(x_0, y_0, z_0)$

$\vec{e}_1' = (c_{11} c_{21} c_{31}), \vec{e}_2' = (c_{12} c_{22} c_{32}),$

$\vec{e}_3' = (c_{13} c_{23} c_{33}).$

З трикутника OMO':

$$\overline{OM} = \overline{OO'} + \overline{O'I} = \overline{I\,'I} + \overline{I\,I\,'} \qquad (7)$$

$$\begin{aligned} O\vec{M} &= x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3 & \vec{e}_1' &= c_{11}\vec{e}_1 + c_{21}\vec{e}_2 + c_{31}\vec{e}_3 \\ O\vec{O}' &= x_0\vec{e}_1 + y_0\vec{e}_2 + z_0\vec{e}_3 & \vec{e}_2' &= c_{12}\vec{e}_1 + c_{22}\vec{e}_2 + c_{32}\vec{e}_3 \qquad (8) \\ O'\vec{M} &= x'\vec{e}_1' + y'\vec{e}_2' + z'\vec{e}_3' & \vec{e}_3' &= c_{13}\vec{e}_1 + c_{23}\vec{e}_2 + c_{33}\vec{e}_3 \end{aligned}$$

Означення. Матриця $c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix}$ називається матрицею переходу від репера R до R'

Рис 2.6 – Опис Лекції номер 1

Означення: базиси B_1 і B_2 будемо називати *однаково орієнтованими*, якщо визначник матриці переходу від одного до іншого > 0, в протилежному випадку (визначник < 0) базиси *протилежно орієнтовані*
Означення: векторний простір, в якому введено афінний репер називається координатним. Орієнтація простору тісно пов'язана з орієнтацією реперів.
Означення: репер називається додатньоорієнтованим, якщо додатньоорієнтовані є його базисні вектори, і від'ємноорієнтованим, якщо вектори від'ємноорієнтовані

Означення: *Правий репер* (додатньоорієнтований) – репер, в якого координатні вектори $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ розміщені відповідно так, як великий, вказівний, і середній пальці правої руки. *Лівий репер* (від'ємноорієнтований) – репер, в якому координатні вектори $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ розміщені відповідно так, як великий, вказівний, і середній пальці лівої руки.

Ортонормована (прямокутна) декартова система координат.

Означення: *Ортонормованою* (прямокутною декартовою системою координат) називається афінна система координат, в якій координатні вектори є одиничними і взаємно ортогональними. $R:(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Розглянемо основні метричні задачі.

Задача 1. Нехай нам дано вектор $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, знайдемо його довжину.

Відомо, що $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$, $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{a}^2 = \vec{a}\cdot\vec{a} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k})^2 =$

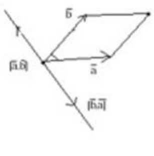
Рис 2.7 – Опис Лекції номер 1

Лекція 2.
Векторний і мішаний добутки векторів

Означення :

Векторним добутком двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається вектор , який позначається $[\vec{a},\vec{b}]$ і для якого виконуються наступні умови:

1. $|[\vec{a},\vec{b}]| = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})$, $0 \le (\vec{a},\hat{\ }\vec{b}) \le \pi$;
2. $[\vec{a},\vec{b}] \perp \vec{a}$, $[\vec{a},\vec{b}] \perp \vec{b}$;
3. $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ і $(\vec{a},\vec{b},[\vec{a},\vec{b}])$ - однаково орієнтовні.



Теорема.

Якщо дано два вектори $\vec{a} = (a_1,a_2,a_3)$ і $\vec{b} = (b_1,b_2,b_3)$, то векторний добуток $[\vec{a},\vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right)$.

Доведення.

Позначимо $[\vec{a},\vec{b}] = \vec{c}$ і припустимо, що $\vec{c} = (c_1,c_2,c_3)$. Для доведення скористаємось означенням векторного добутку (умова 2): $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$. Тоді $(c,a)=0$, $(c,b)=0$.

$$\begin{cases} a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 = 0 \\ b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

З алгебри відомо, що така система має безліч розв'язків.

$c_1 = t\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$, $c_2 = t\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}$, $c_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$, $t \in R$.

Рис 2.8 – Опис Лекції номер 1

Знайдемо параметр t , для цього скористаємось умовою 3 , маємо:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow c_1\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} + c_2\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} + c_3\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow$$

$$t\left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2\right) > 0 \Rightarrow t > 0.$$

В подальшому скористаємося умовою (1).

$$|[\vec{a},\vec{b}]| = |\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})$$

Нам відомо, що $\sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \sqrt{1-\cos^2(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})}$, $\cos(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$.

Тоді

$$\sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \sqrt{1-\left(\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right)^2} = \frac{\sqrt{|a^2||b^2|-(\vec{a};\vec{b})^2}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\frac{\sqrt{\vec{a}^2\vec{b}^2-(\vec{a};\vec{b})^2}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \sqrt{\vec{a}^2\vec{b}^2-(\vec{a};\vec{b})^2} \qquad (2)$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{t^2\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + t^2\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + t^2\begin{vmatrix} a_1 & c \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2} =$$

$$t\sqrt{\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2} \qquad (3)$$

$$a^2b^2-(\vec{a}\vec{b})^2 = (a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3^2)-(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2 = \ldots =$$

$$= \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2 \qquad (4)$$

Таким чином маємо, що $t = 1$.

$$[\vec{a},\vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right)$$

Теорему доведено.

2). Зауважимо, що $[\vec{a},\vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$ Дійсно,

$$[\vec{a},\vec{b}] = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}\vec{i} + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Рис 2.9 – Опис Лекції номер 1

Задача №1.

Дано три вершини паралелограма $ABCD$: $A(3;-4;7)$, $B(-5;3;-2)$, $C(1;2;-3)$.

Знайдіть координати його четвертої вершини D.

Розв'язання:

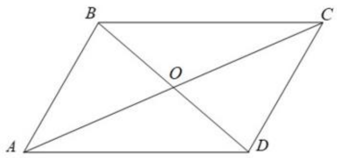


Рис.1.

Визначимо координати точки O, як середини діагоналі AC за формулами:

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2},\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2},\ z_O = \frac{z_A + z_C}{2}.$$

Підставивши значення відповідних координат, отримаємо:

$$x_O = \frac{3+1}{2} = 2,\ y_O = \frac{-4+2}{2} = -1,\ z_O = \frac{7-3}{2} = 2.$$ Тоді $O(2;-1;2)$.

З іншого боку, точка O – середина діагоналі BD, тому

Рис 2.10 – Опис Лекції номер 1

Задача для прикладу.

Дано три вершини паралелограма $ABCD$: $A(3;-4;7)$, $B(-5;3;-2)$, $C(1;2;-3)$. Знайдіть координати його четвертої вершини D.

Розв'язання:

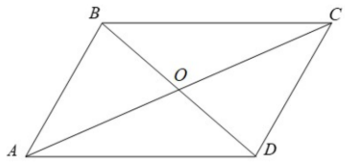


Рис.1.

Визначимо координати точки O, як середини діагоналі AC за формулами:

$$x_O=\frac{x_A+x_C}{2},\ y_O=\frac{y_A+y_C}{2},\ z_O=\frac{z_A+z_C}{2}.$$

Підставивши значення відповідних координат, отримаємо:

$$x_O=\frac{3+1}{2}=2,\ y_O=\frac{-4+2}{2}=-1,\ z_O=\frac{7-3}{2}=2.$$ Тоді $O(2;-1;2)$.

Рис 2.11 – Опис Лекції номер 1

З лекції нам запам'яталось:

- Що таке система координат та система координат у просторі;
- Що таке афінний репер у просторі та на прикладі;
- Навчилися робити перехід з одного афінного репера в інший;
- Вивчили та навчились знаходити векторний і мішаний добутки векторів;
- Закріпили нашу теорію практичними задачами

Контрольні запитання:

- Дайте визначення афінного репера у просторі.
- Що розуміють під координатами точки?
- Як знайти координати вектора за координатами його кінців?

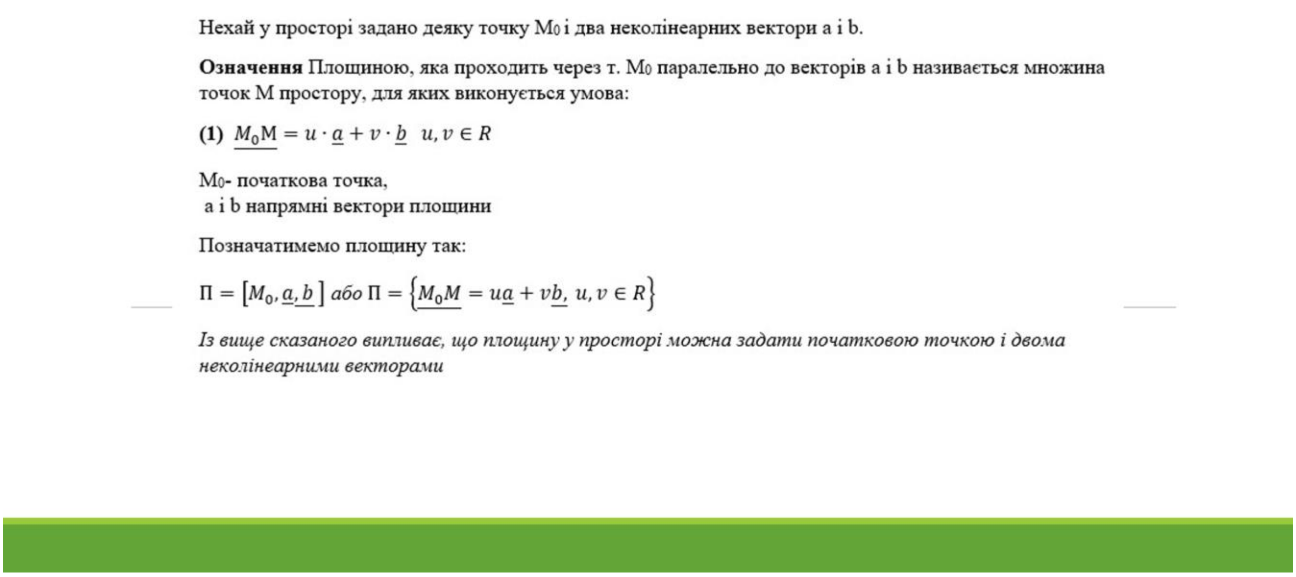
- Як визначити координати точки поділу даного відрізка у даному відношенні.?
- Запишіть формули поділу відрізка пополам.
- Дайте визначення ортонормованої системи координат.
- Як визначити довжину вектора за його координатами.
- Запишіть формулу для визначення відстані між двома точками.

Далі ми розглядаємо презентацію номер 2 де представлені лекції номер 3-4:

Лекція№3. Різні рівняння площини. Відстань від точки до площини.

Історія виникнення

Площина́ — одне з основних понять геометрії. При систематичному викладенні геометрії поняття *площини* як правило сприймається як первісне, котре лише опосередковано визначається аксіомами геометрії. Рівняння площини вперше зустрічається в А.К.Клеро (1731), рівняння площини у відрізках, вочевидь, вперше зустрічається в Ламе (1816—1818), нормальне рівняння увів (1861).[46]



Нехай у просторі задано деяку точку M_0 і два неколінеарних вектори a і b.

Означення Площиною, яка проходить через т. M_0 паралельно до векторів a і b називається множина точок M простору, для яких виконується умова:

(1) $\underline{M_0M} = u \cdot \underline{a} + v \cdot \underline{b} \quad u, v \in R$

M_0- початкова точка,
a і b напрямні вектори площини

Позначатимемо площину так:

$\Pi = [M_0, \underline{a}, \underline{b}]$ *або* $\Pi = \{\underline{M_0M} = u\underline{a} + v\underline{b},\ u, v \in R\}$

Із вище сказаного випливає, що площину у просторі можна задати початковою точкою і двома неколінеарними векторами

Рис. 2.12 – Лекція номер 2

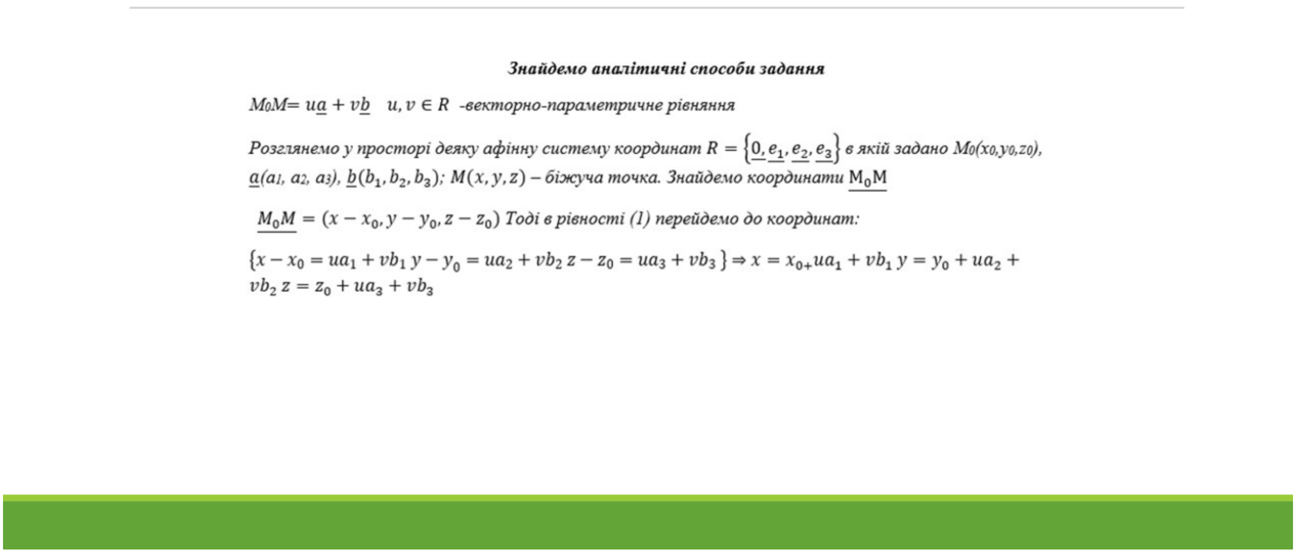


Рис. 2.13 – Лекція номер 2

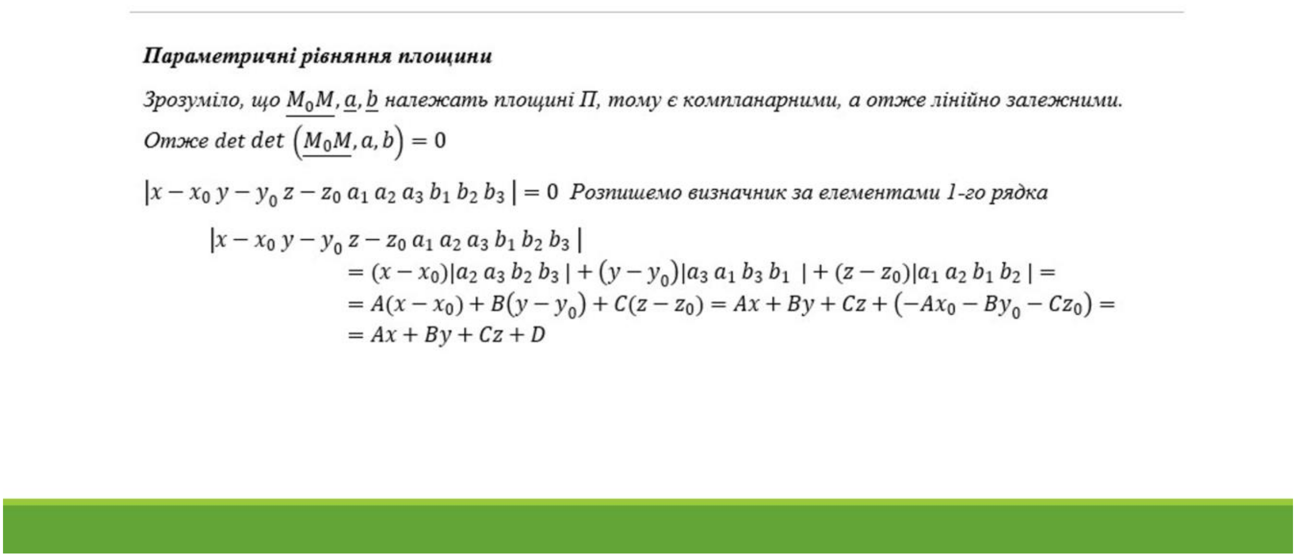


Рис. 2.14 – Лекція номер 2

Дослідження розміщення площини відносно системи координат за її загальним рівнянням

Нехай площина П задана загальним рівнянням $Ax + By + Cz + D = 0$. *Розглянемо деякий вектор* $\underline{p}$ *з координатами* (p_1, p_2, p_3)*паралельний до даної площини і вияснимо, при яких умовах вектор* $\underline{p}$ *паралельний до площини.* $\underline{p} = (p_1, p_{2,} p_3), \underline{a} = (a_1, a_{2,} a_3), \underline{b} = (b_1, b_{2,} b_3)$

$\underline{p}$*- паралельний до площини,*$\underline{a}, \underline{b}$ *також паралельні до площини. Отже,* $\underline{p}, \underline{a}, \underline{b}$ *– компланарні, тому*

$|p_1\, p_2\, p_3\, a_1\, a_2\, a_3\, b_1\, b_2\, b_3\,| = 0; p_1|a_2\, a_3\, b_2\, b_3\,| + p_2|a_3\, a_1\, b_3\, b_1\,| + p_3|a_1\, a_2\, b_1\, b_2\,| = 0$

Таким чином $Ap_1 + Bp_2 + Cp_3 = 0$ *умова паралельності* $\underline{p}$ *і площини П.*

У залежності від того, який із коефіцієнтів загального рівняння площини рівний нулю, площина по різному веде себе відносно системи координат.

Рис. 2.15 – Лекція номер 2

Лекція №4 Взаємне розташування двох площин у просторі

Лекція №4 Взаємне розташування двох площин у просторі

Лекція №4 Взаємне розташування двох площин у просторі

Нехай в просторі задано дві площини

$\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0;$ (1)

$\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0;$ (2)

Площини Π_1 і Π_2 у просторі можуть мати спільні точки або їх не мати. Якщо площини мають спільну точку то її координати задовільняють рівняння обох площин, тобто кординати спільних точок є розв'язками системи рівнянь (1), (2)

Будемо досліджувати систему (1), (2) на розв'язки. Для цього через r позначимо ранг матриці $(A_1\, B_1\, C_1\, A_2\, B_2\, C_2\,)$ r'- ранг розширеної матриці (max r=2, min r=1, r≤ r') $(A_1\, A_2\, B_1\, B_2\, C_1\, C_2\, D_1\, D_2\,)$

Рис. 2.16 – Лекція номер 2

Розглянемо такі випадки:

1) $r = r' = 2$; у цьому випадку система є сумісною і має єдиний розв'язок. Дві площини мають спільну точку, а отже, перетинаються по прямій. Нехай площини, перетинаючись є перпендикулярними. Тоді їх нормальні вектори $\underline{n_1}(A_1B_1C_1)$ і $\underline{n_2}(A_2B_2C_2)$- є ортогональними, то $\underline{n_1n_2} = 0$;

$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ – умова перпендикулярності двох площин

2) $r = 1, r' = 2$;

У цьому випадку система несумісна, розв'язків немає. Дві площини Π_1 і Π_2 не мають жодної спільної точки. Вони є паралельні. Тоді їх нормальні вектори $\underline{n_1}, \underline{n_2}$ є колінеарними.

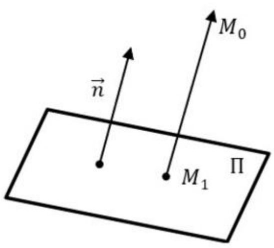
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ – умова паралельності двох площин

$\frac{A_1}{A_2} = \alpha;\ \frac{B_1}{B_2} = \alpha;\ \frac{C_1}{C_2} = \alpha;\ A_1 = \alpha A_2;\ B_1 = \alpha B_2;\ C_1 = \alpha C_2;$

$\alpha A_2x + \alpha B_2y + \alpha C_2z + D_1 = 0 \quad |:\alpha$

Рис. 2.17 – Лекція номер 2

Відстань від точки до площини



Нехай маємо т. $M_0(x_0y_0z_0)$ і площину П: Ax+By+Cz+D=0 (1)

Означення. Під відстанню від точки M_0 до площини П будемо розуміти довжину перпендикуляра, опущеного з т. M_0 на площину П.

Побудуємо $\underline{n}, M_1 \in \Pi, M_1(x_1, y_1, z_1), Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D = 0;\ D = -(Ax_1 + By_1 + Cz_1)$

Розглянемо вектори $\underline{M_1M_0}$ і $\underline{n}$ і знайдемо їх скалярний добуток

Рис. 2.18 – Лекція номер 2

$$\underline{n}\cdot\ \underline{\mathrm{M_1M_0}} = |\underline{n}|\cdot\left|\underline{\mathrm{M_1M_0}}\right|\cdot cos\ cos\ \left(\underline{n}\wedge\ \underline{\mathrm{M_1M_0}}\right)\ ;$$

$$\left|\underline{\mathrm{M_1M_0}}\right| = \frac{\underline{n}\cdot\ \underline{\mathrm{M_1M_0}}}{|\underline{n}|\cdot coscos\left(\underline{n}\wedge\ \underline{\mathrm{M_1M_0}}\right)};cos\ cos\ \left(\underline{n}\wedge\ \underline{\mathrm{M_1M_0}}\right) = \pm 1;$$

$$\left|\underline{\mathrm{M_1M_0}}\right| = \frac{\left|\underline{n}\cdot\ \underline{\mathrm{M_1M_0}}\right|}{|\underline{n}|};\ |\underline{n}| = \sqrt{A^2+B^2+C^2};\ \underline{n}\cdot\ \underline{\mathrm{M_1M_0}} = A(x_0-x_1)+B(y_0-y_1)+C(z_0-z_1) =$$

$$= Ax_0+By_0+Cz_0+(-Ax_1-By_1-Cz_1) = Ax_0+By_0+Cz_0+D$$

Тоді $\varphi(\mathrm{M_0\Pi}) = \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ - відстань від точки до площини

Рис. 2.19 – Лекція

Геометричний зміст лінійних нерівностей з трьома змінними

Розглянемо у просторі площину Ax+By+Cz+D=0 (1) Ця площина розбиває всі точки простору на два півпростори. Якщо деяка точка M_1, не належить П(1) то її координати не задовільняють рівняння (1). Це значає, що при підстановці координат т. $\mathrm{M}_1(x_1, y_1, z_1)$ в (1) в правій частині отримаємо деяке число $\delta \neq 0$. Припустимо, що для даної точки M_1, $\delta_1 > 0$, тоді всяка точка, яка належить тому півпростору відносно Π_1 що і точка M_1, дасть результат також більший нуля (неперервна функція міняє знак тільки при переході через нуль). Оскільки Ax+By+Cz+D=0 є неперервною функцією, яка міняє свій знак лише при переході через нуль. Отже, з вищесказаного, випливає, що точки верхнього півпростору визначається нерівністю Ax+By+Cz+D>0.

Зрозуміло, що точки другого півпростору відносно П визначаються нерівністю Ax+By+Cz+D<0

Рис. 2.20 – Лекція номер 2

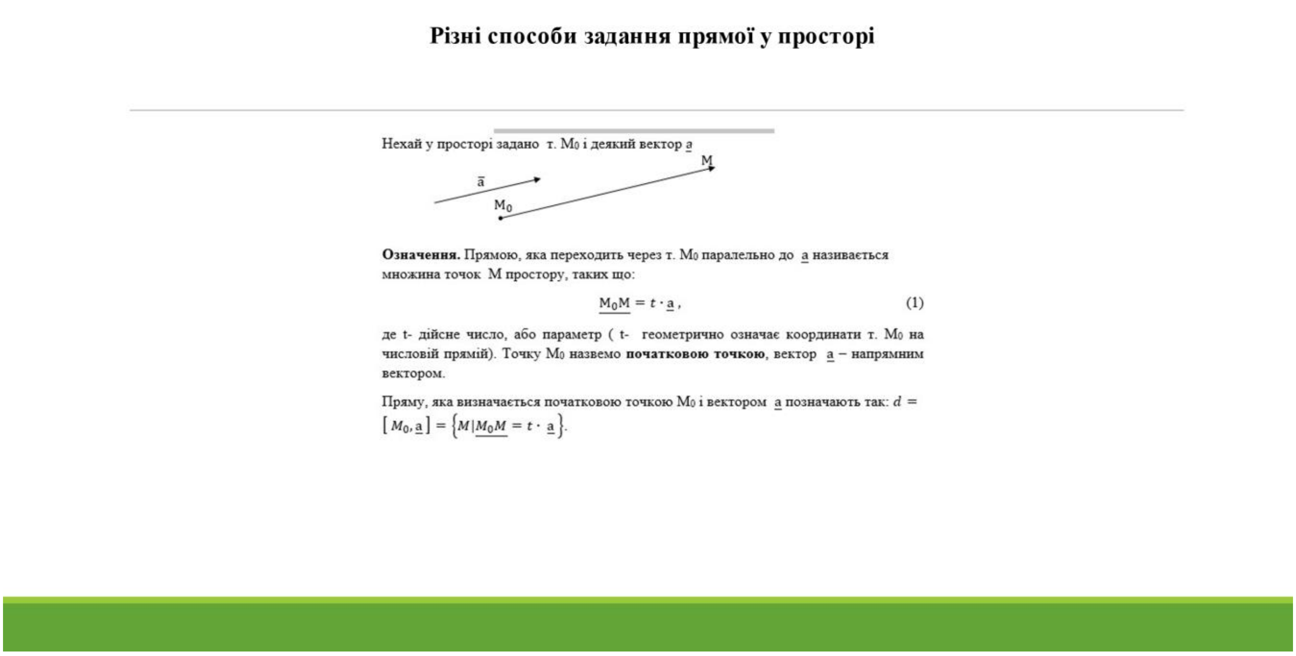


Рис. 2.21 – Лекція номер 2

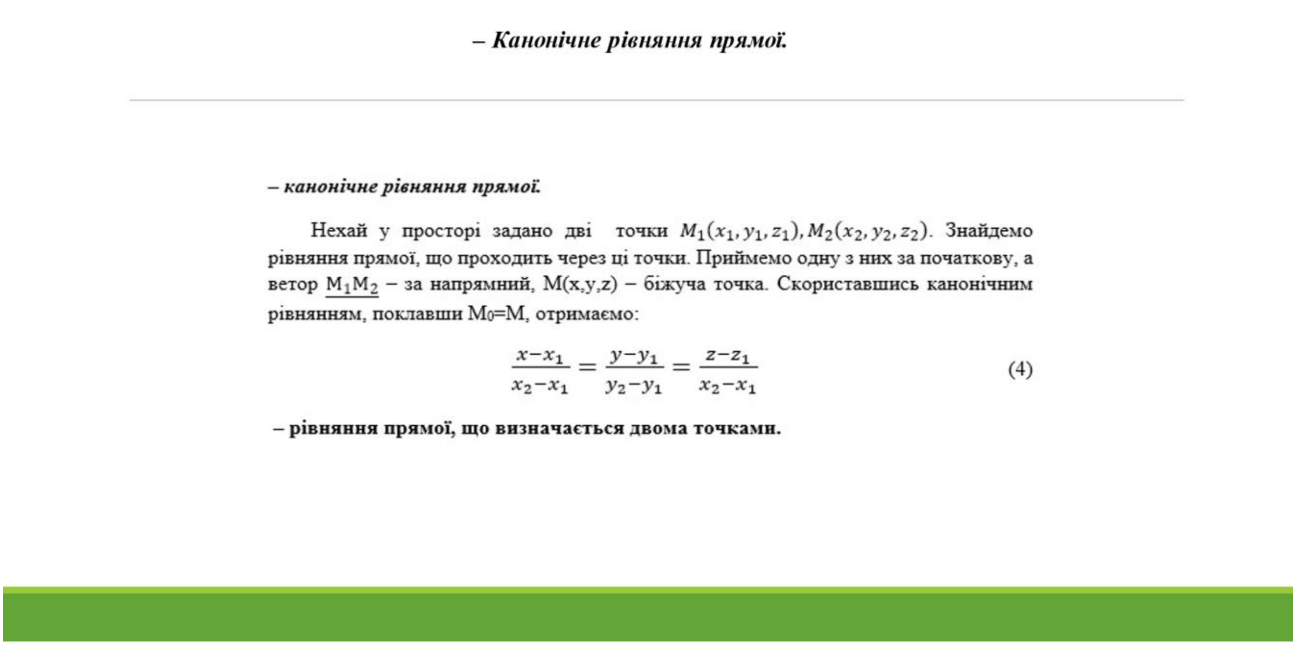


Рис. 2.22 – Лекція номер 2

З лекції нам запам’яталось:

- Що таке площина та параметричні рівняння площини;
- Що таке нормальний вектор площини;

- Що таке нормальне рівняння площини;
- Дослідження розміщення площини відносно системи координат;
- Взаємне розташування двох площин у просторі;
- Відстань між двома паралельними площинами;
- Векторно-параметричне та канонічне рівняння прямої;
- А також взаємне розміщення двох площин у просторі;

Контрольні питання:

1. Означення векторного добутку.
2. Як обчислюється векторний добуток через координати векторів?
3. Сформулюйте властивості векторного добутку.
4. Де використовується векторний добуток?
5. Опишіть нормальне рівняння площини

Далі ми розглядаємо презентацію номер 3 де представлені лекції номер 5-7:

Лекція №6. Взаємне розміщення прямої і площини. Пучок та в’язка площин.[43]

Лекція №6. Взаємне розміщення прямої і площини. Пучок та в’язка площин.

Лекція №6. Взаємне розміщення прямої і площини. Пучок та в’язка площин.

1. **Взаємне розміщення прямої і площини.**

Нехай у просторі задано площину П загальним рівнянням:

$$\Pi: Ax + By + Cz + D = 0 \;, \tag{1}$$

і пряму d яка задана параметричним рівнянням:

$$d: \{x = x_0 + ta_1;\ y = y_0 + ta_2;\ z = z_0 + ta_3. \tag{2}$$

Знайдемо спільні точки площини і прямої, для цього розв’яжемо систему рівнянь (1),(2).

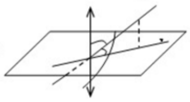
$$A(x_0 + ta_1) + B(y_0 + ta_2) + C(z_0 + ta_3) + D = 0 \;,$$

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D + t(Aa_1 + Ba_2 + Ca_3) = 0 \;. \tag{3}$$

Рис. 2.23 – Лекція номер 3

2. **Кут між прямою і площиною.**

Означення. Кутом між прямою d і площиною П називається кут між прямою d і її ортогональною проекцією на площину П.



Нехай $\underline{n} = (A, B, C)$ - нормальний вектор П,

$\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$- напрямний вектор d.

$\varphi_1 = (\underline{n}\hat{}\underline{a})$, $cos\, cos\, \varphi_1 \; = cos\, cos\, \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = sin\, sin\, \varphi$; $sin\, sin\, \varphi \; = cos\, cos\, \varphi_1$, якщо $cos\, cos\, \varphi_1 > 0$ (φ_1 гострий кут).

Рис. 2.24 – Лекція номер 3

Лекція №7 Циліндричні та канонічні поверхні

Лекція №7 Циліндричні та канонічні поверхні

1. Циліндричні поверхні (циліндр) другого порядку.

Нехай у просторі задану деяку площину П, на якій задано деяку лінію 2-го порядку γ. Нехай $\underline{a}$-деякий ненульовий вектор ∦ до П.

Тоді цей вектор визначає в'язку прямих паралельних до $\underline{a}$. Серед цих прямих будуть такі, які перетнуть площину П у точках, що належать лінії γ.

Означення. Циліндричною поверхнею 2-го порядку у просторі називається множина точок простору, які належать тим прямим простору, які паралельні вектору $\underline{a}$ і перетинають площину П у точках, що належать лінії γ.

Рис. 2.25 – Лекція номер 3

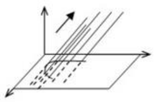
Лінію γ звуть напрямною циліндричної поверхні, пряму в'язки, яка проходить через лінію γ звуть твірною циліндричної поверхні. Нехай в афінній системі координат лінія 2-го порядку задана в площині XOY загальним рівнянням $f(x,y)=0$;

$$f(x,y)=a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0; \qquad (1)$$

Нехай $\underline{a}=(a_1,a_2,a_3)$ не паралельний до площини XOY. Розглянемо твірну ∥ до $\underline{a}$, M(x,y,z)- довільна точка твірної, а отже і циліндричної поверхні, N($x',y',0$), $\underline{MN}(x'-x;y'-y;-z)$; $\underline{MN}$ і $\underline{a}$- колінеарні.

$$\underline{MN}=t\underline{a}\,. \qquad (2)$$

Тоді $\{x'-x=ta_1\ y'-y=ta_2\ -z=ta_3\}\Rightarrow\left\{x'=x-ta_1\ y'=y+ta_2\ t=-\frac{z}{a_3}\right\}\Rightarrow\left\{x'=x-\frac{a_1}{a_3}z\ y'=y-\frac{a_2}{a_3}z\right\}$.



Оскільки т. $N\in\gamma$, то її координати задовільняють рівняння лінії 2-го порядку

$$f(x',y')=0\,. \qquad (3)$$

У рівність (3) замість x',y' підставимо їх значення:

$f=\left(x-\frac{a_1}{a_3}z,y-\frac{a_1}{a_3}z\right)=0$ – **загальне рівняння циліндричної поверхні.**

Рис. 2.26 – Лекція номер 3

Лекція №8

Поняття поверхні обертання. Рівняння поверхні обертання.

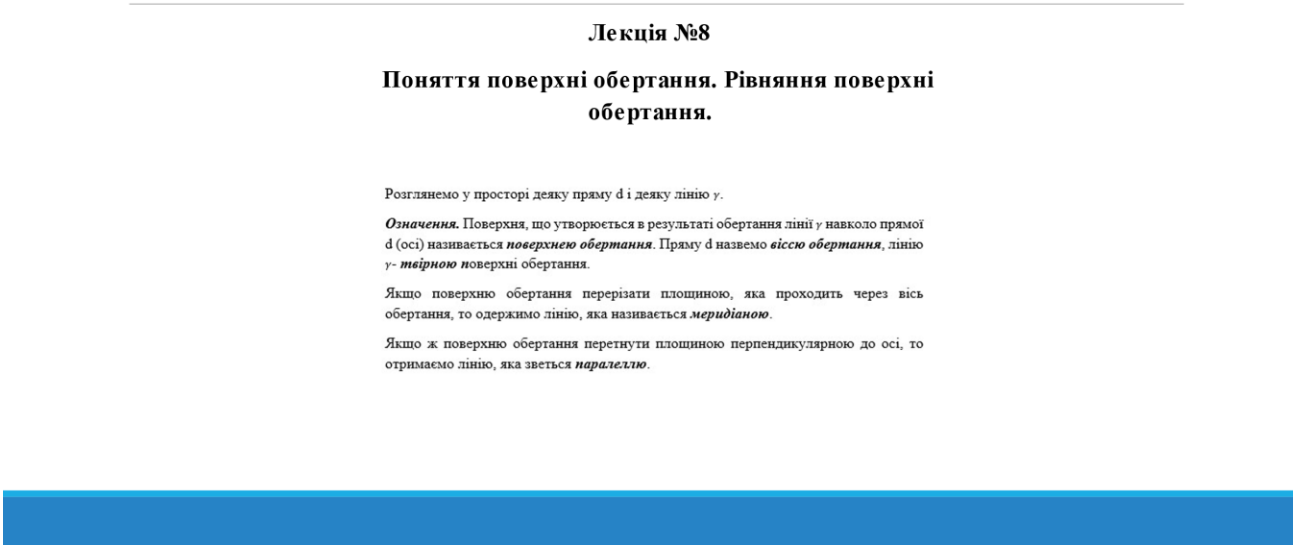


Рис. 2.27 – Лекція номер 3

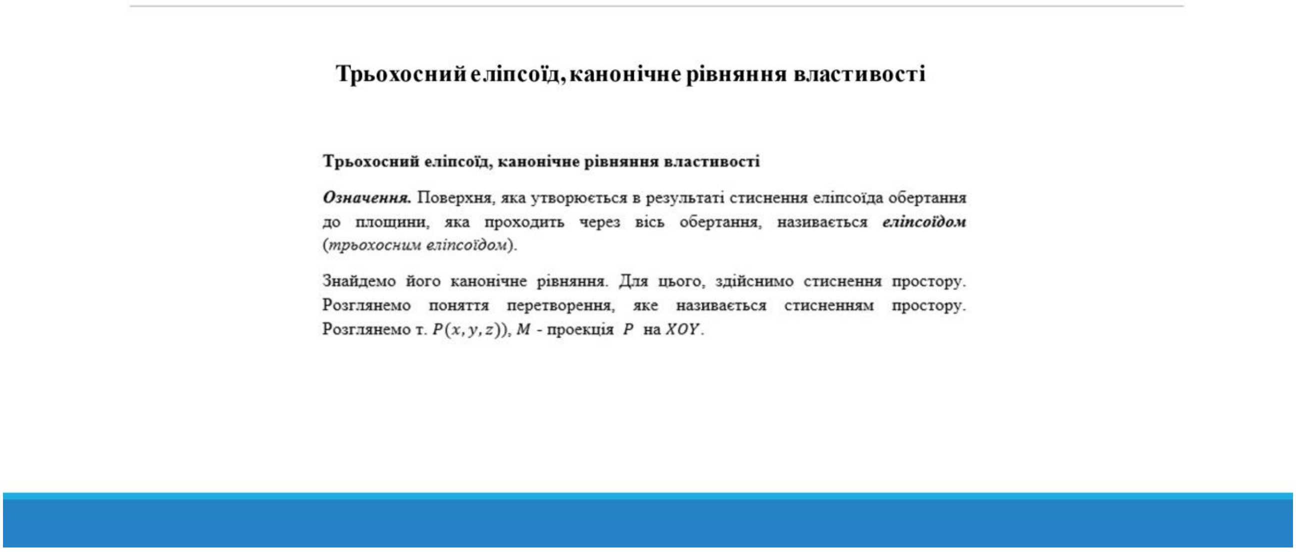
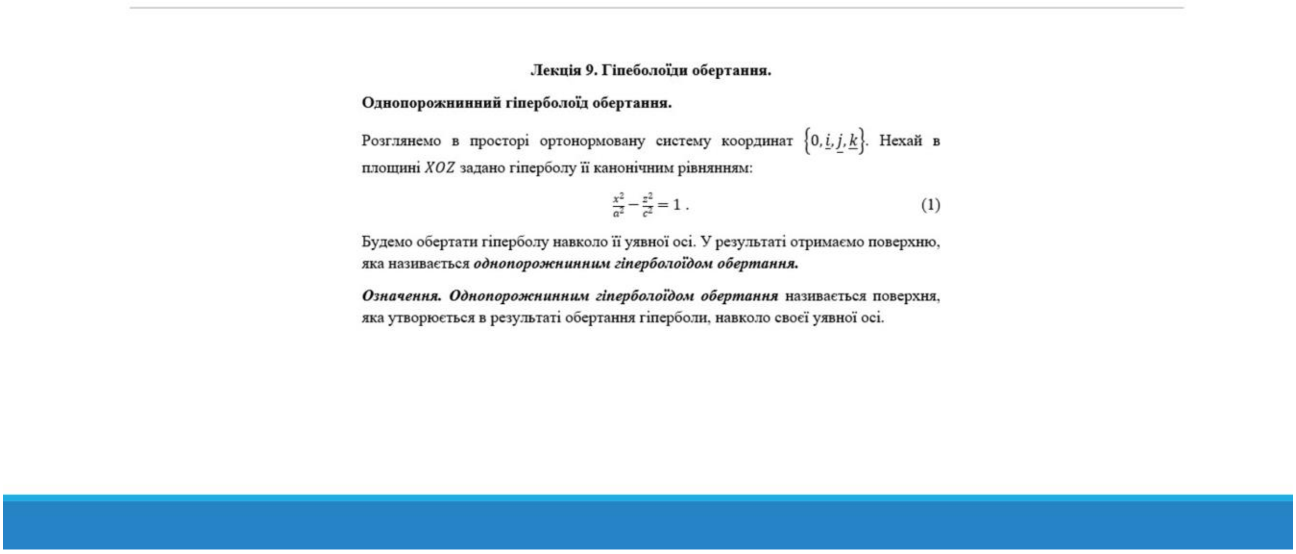


Рис. 2.28 – Лекція номер 3[45]



Лекція 9. Гіпеболоїди обертання.

Однопорожнинний гіперболоїд обертання.

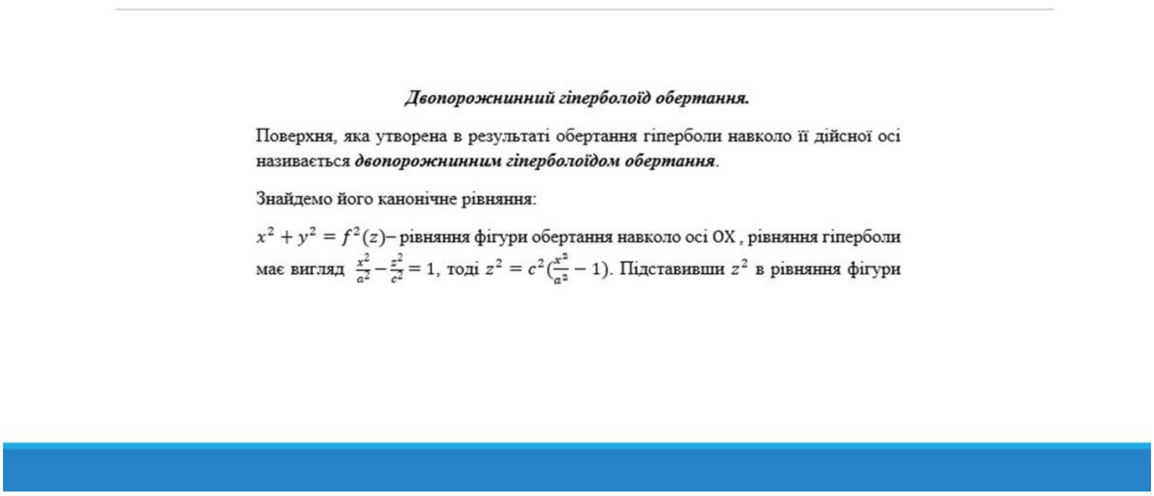
Розглянемо в просторі ортонормовану систему координат $\{0, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$. Нехай в площині XOZ задано гіперболу її канонічним рівнянням:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 . \qquad (1)$$

Будемо обертати гіперболу навколо її уявної осі. У результаті отримаємо поверхню, яка називається ***однопорожнинним гіперболоїдом обертання.***

Означення. Однопорожнинним гіперболоїдом обертання називається поверхня, яка утворюється в результаті обертання гіперболи, навколо своєї уявної осі.

Рис. 2.29 – Лекція номер 3



Двопорожнинний гіперболоїд обертання.

Поверхня, яка утворена в результаті обертання гіперболи навколо її дійсної осі називається ***двопорожнинним гіперболоїдом обертання***.

Знайдемо його канонічне рівняння:

$x^2 + y^2 = f^2(z)$– рівняння фігури обертання навколо осі OX , рівняння гіперболи має вигляд $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, тоді $z^2 = c^2(\frac{x^2}{a^2} - 1)$. Підставивши z^2 в рівняння фігури

Рис. 2.30 – Лекція номер 3

З лекції нам запам’яталось:

- Поняття взаємного розміщення прямої і площини;

- Поняття кута між площиною;
- Закріпили що таке пучок площин;
- ***В'язка прямих і площин у просторі.***
- ***Канонічні і циліндричні поверхні;***
- ***Гіперболоїди обертання;***
- ***Параметричний гіперболоїд;***
- ***Канонічне рівняння двопорожневого гіперболоїда.***

Контрольні запитання: [42]

1. Що таке кут між прямою і площиною ?
2. Дайте пояснення: що таке кут між площиною
3. Дайте пояснення що таке пучок між площиною?
4. Що таке гіперболоїд обертання ?
5. Опишіть ***Канонічне рівняння двопорожневого гіперболоїда.***
6. Опишіть ***гіперболоїд обертання.***

Google Classroom[1]

Для значно кращого процесу організації даних лекцій буде зручно використати онлайн платформу для організації цих лекцій та можливості їх перегляду а також, за потреби, редагування.

Основними визначальними характеристиками (критеріями оцінки) СМО (як закритих, так і відкритих) є

Особистість (ідентичність) - здатність відображати особистісні характеристики суб'єкта, що бере участь у створенні та використанні віртуального середовища.

Навчіться оцінювати свій навчальний та когнітивний стиль;

Експресивність (Expression) - здатність виражати невербальні повідомлення;

Конструктивність, творчість (building) - здатність створювати та маніпулювати об'єктами у віртуальному навчальному середовищі;

Стабільність (resistence) - здатність зберігати новостворені об'єкти у віртуальному навчальному середовищі протягом певного періоду часу;

Спільні інтереси (shared interest) - можливість об'єднання користувачів віртуального навчального середовища в групи за освітніми інтересами.

Додаткові (альтернативні) характеристики (критерії оцінювання) ЕНМК визначають можливу ефективність досягнення певного рівня навчально-пізнавальної комунікації в ЕНМК. До таких ознак (критеріїв оцінки) ДЗЕ відносяться:

Занурення - визначає доступну глибину відтворення та можливий ступінь осмисленості об'єктів у віртуальному навчальному середовищі;

Інтерактивність - ступінь самостійності дій того, хто навчається в ЕНП.

Загалом, ЕНП можуть включати або не включати технології дистанційного навчання.[2]

Технології навчання. Це означає, що інструменти дистанційного навчання можуть використовуватися в закритих середовищах електронного навчання.

Дистанційні педагогічні системи (ДПС), які реалізують принципи відкритої освіти, використовують ресурси та сервіси комп'ютерних мереж відкритого освітнього простору, дозволяють автоматично створювати візуальні та/або аудіо навчальні об'єкти, забезпечують зворотній зв'язок з учасниками освітнього процесу у вигляді візуальних та/або аудіо повідомлень, можна вважати лише першим наближенням ДПС до відкритого ДН. "Ефект присутності" майже не сприймається учасниками освітнього процесу в існуючих ДПС через недосконалість освітнього середовища.

З таким застереженням слід сприймати термін віртуальне представництво навчального закладу, тобто сукупність інформаційних ресурсів навчальних закладів, представлених через мережу Інтернет в Єдиному інформаційному освітньому просторі.

Для того, щоб сформувати в учасників освітнього процесу уявлення про квазіреальну присутність в ідеальній ССВН, "ефект присутності" має бути максимально виражений. У таких

У такій ВТС зворотний зв'язок від ВТС до того, хто навчається, має потенційно охоплювати весь спектр можливих впливів (зорових, слухових, тактильних, а в перспективі - нюхових і смакових) на всі органи чуття людини, а засоби проектування та експлуатації об'єктів, обробки даних і комунікації в ВТС мають бути значно гнучкішими, адаптованішими і потужнішими. Такі перспективи відкриває подальший розвиток методів та інструментів ІКТ.

Навчальні заклади, що надають освіту у відкритих СДН, називаються віртуальними навчальними закладами (віртуальні університети, школи, коледжі, ліцеї тощо). Основними завданнями таких закладів є організація, розвиток, управління та підтримка освітнього процесу у відкритих ДН.

Академічною складовою віртуальних навчальних закладів є так звані віртуальні класи (віртуальні навчальні групи). Традиційні класи у звичайних школах - це, з одного боку, простір, де відбувається навчання, а з іншого - група людей (навчальна група), які об'єднуються для проходження певного курсу навчання та досягнення певних освітніх цілей. Віртуальний клас - це спільнота двох або більше осіб (учнів та вчителів/викладачів), які віртуально присутні у віртуальному класі та здійснюють навчальну діяльність (особливо навчальну комунікацію) в електронному навчальному середовищі відповідно до спільно обраних цілей навчання. У цьому сенсі віртуальний клас є своєрідною штучною електронною копією звичайного класу, де, серед іншого, усувається необхідність фізичної близькості учнів і викладачів для навчання і водночас зменшується потреба у суворому дозуванні знань у часі та обсязі.[3]

Google Диск - безлімітне хмарне сховище файлів для одночасного зберігання та доступу до файлів.

Google Docs, Sheets, Slides, Forms для створення та редагування файлів у хмарному сховищі під час спільної роботи з іншими користувачами в режимі реального часу.

Gmail для листування.

Google Salendar для запису на прийом.

Google Meet - для проведення відеоконференцій.

Google Chat - для онлайн-спілкування.

Викладач має можливість прикріплювати до віртуального курсу дисциплін навчальні матеріали у вигляді різних типів файлів (відео на YouTube, файли на Google Диску).

Доступ до сервісу Google Classroom здійснюється через браузер або мобільні додатки на платформах Android або iOS з використанням корпоративного облікового запису.[4]

Google Classroom - це хмаро орієнтована платформа, організована спеціально для освіти і доступна всім власникам персонального облікового запису Google.

За допомогою цієї послуги ви можете:

Створити навчальні курси.

Обмінюватися навчальними матеріалами.

Створюйте завдання.

Перевіряти рівень знань та відслідковувати прогрес кожного студента.

Сервіс цікавий і пропонує широкий спектр робочих інструментів - відео, зображення, симуляції.

Алгоритм створення навчального курсу.

Ви повинні мати зареєстрований обліковий запис в Google. Якщо у Вас немає такого облікового запису, необхідно створити його згідно з інструкцією.

Інструкція по створенню облікового запису Google

Відкрийте Google Chrome на своєму комп'ютері.

Для створення акаунту перейдіть в режим анонімного перегляду.Натисніть

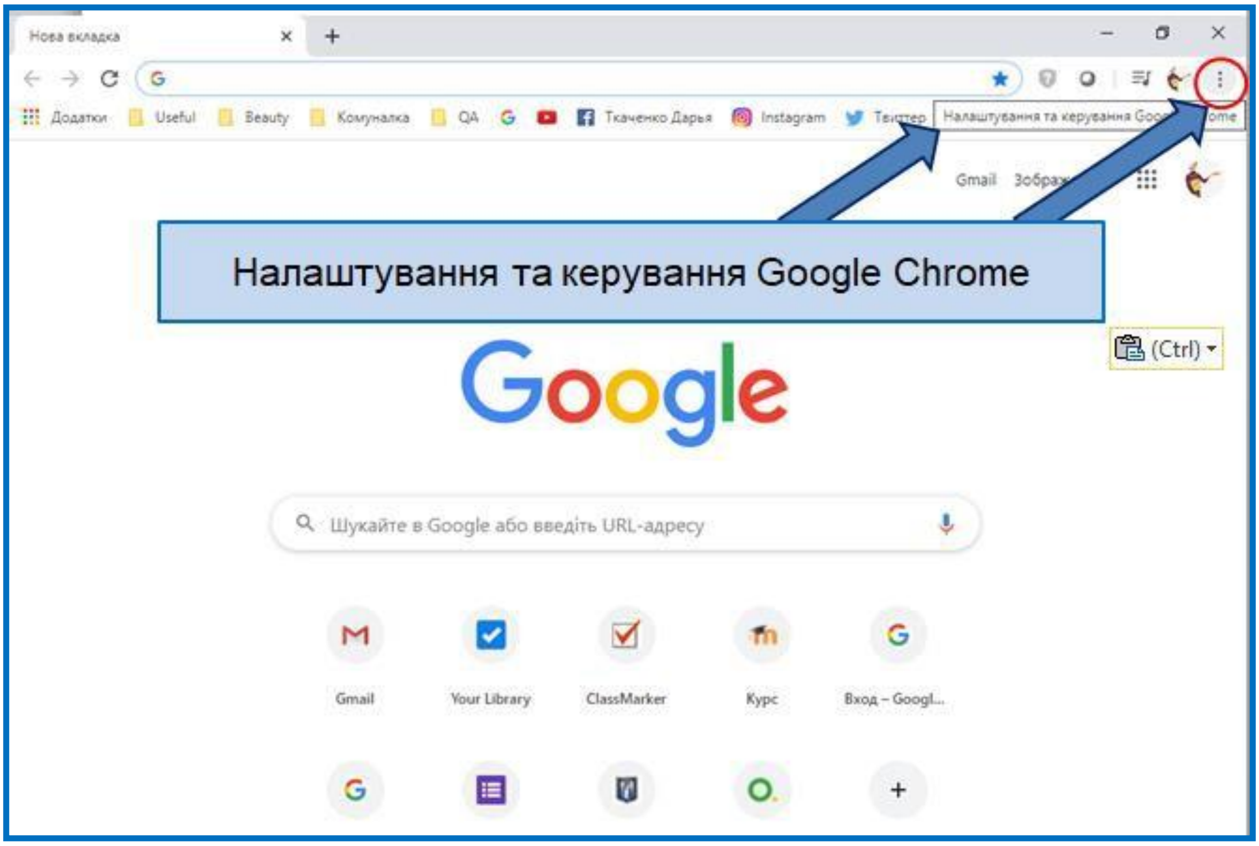


Рис.2.32 – Знаходження Google classroom

Натисніть на кнопку з трьома крапками (або тире) в правій частині панелі інструментів.

Щоб уникнути проблем з різними обліковими записами, активними для поточного браузера, будь ласка, відкрийте режим анонімного перегляду.

Виберіть команду "Нове анонімне вікно" / "Вікно в режимі інкогніто" або Ctrl + Shift + N. Введіть в адресному рядку браузера gmail.com.

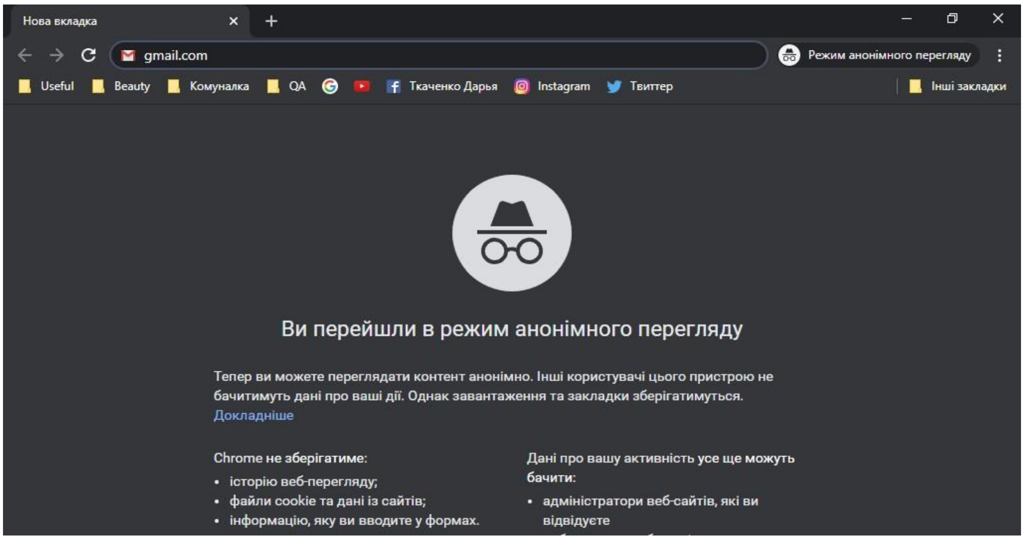


Рис.2.33 – Знаходження Google class

Відкриється головна сторінка Gmail.

У правому верхньому куті сторінки, що завантажується, натисніть на посилання Створити обліковий запис.

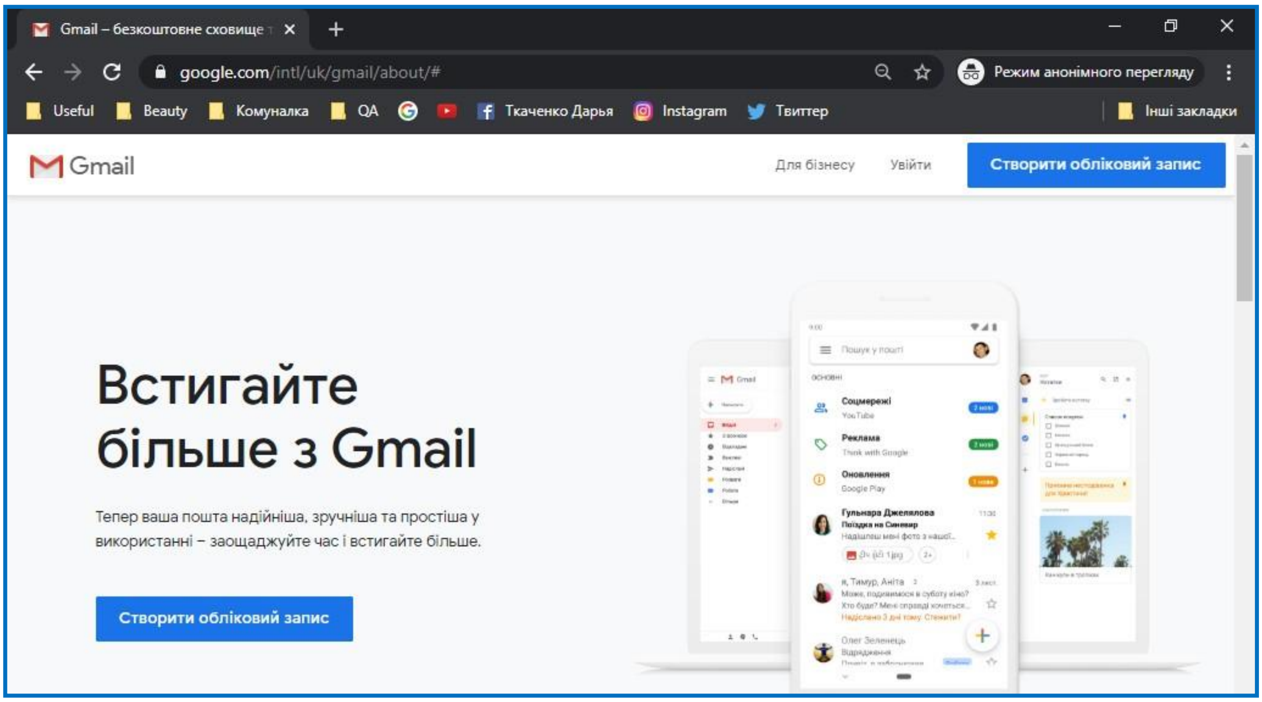


Рис.2.34 – Знаходження Google class

Заповніть всі поля на сторінці створення облікового запису відповідно до наведених нижче рекомендацій.

Ім'я, прізвище - пишуться українською мовою, повинні відповідати реальній особі (згідно з Умовами користування).

Ім'я користувача - вкажіть англійськими літерами (допускаються букви, цифри та крапки).

Пароль вводиться двічі ("пароль", "підтвердити пароль"), бажано більше 8 символів (літери, цифри, символи).

Запам'ятайте введену інформацію!

Натисніть Далі, Прийняти на сторінці Умови та положення..

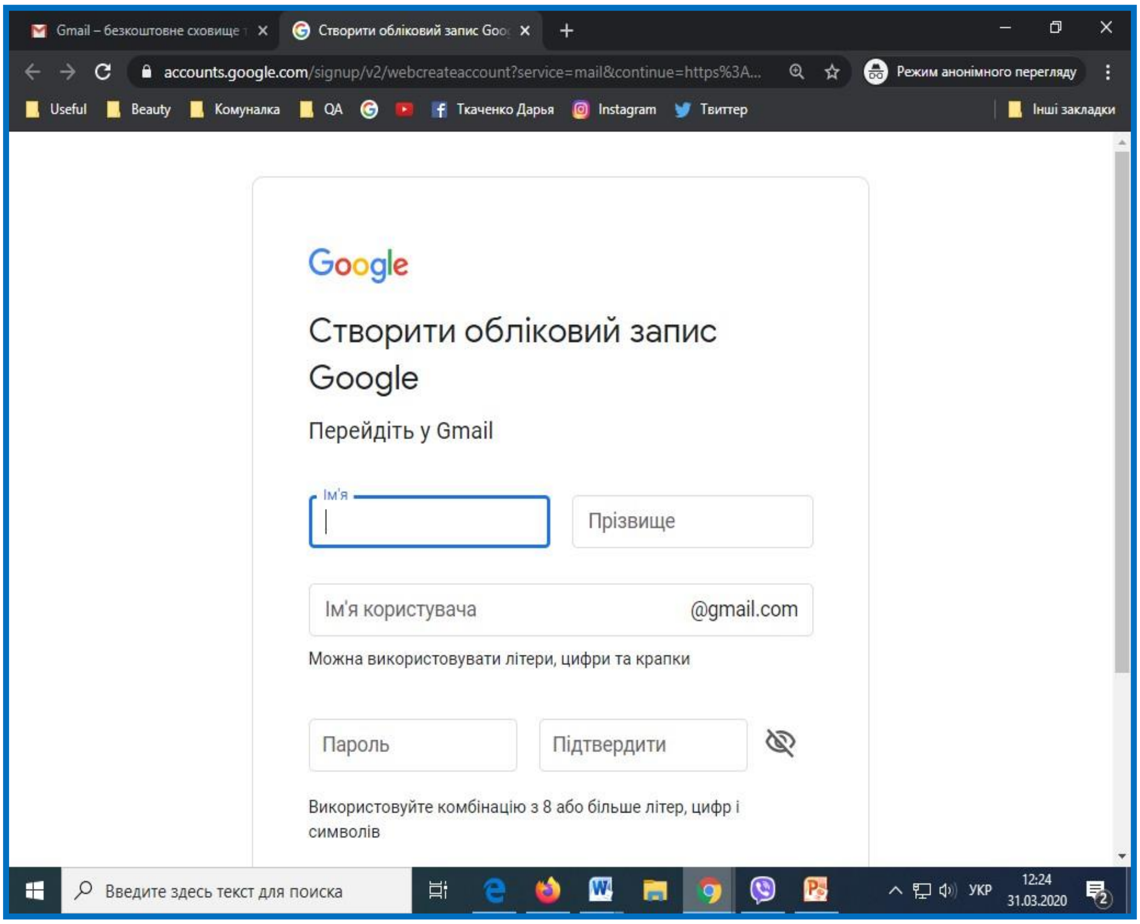


Рис.2.35 – Створення акаунту

На наступній сторінці Вам необхідно буде ввести номер Вашого мобільного телефону, якщо Ви бажаєте це зробити. Введіть власну інформацію про дату народження та стать. Натисніть на кнопку Далі.

Ознайомтеся з загальними положеннями та умовами. За бажанням ви можете відкрити додаткові налаштування і вибрати відповідні для вас варіанти використання. Натисніть на кнопку "Прийняти".

Вітаємо! Ви успішно створили власний обліковий запис та зареєстрували власну електронну скриньку в Gmail.

На наступній сторінці Ви потрапите безпосередньо на ресурс Поштова скринька.

Після цих дій ви отримаєте доступ до сервісів Google з будь-якого комп'ютера. Ви можете користуватися Gmail, переносити файли лекцій та вправ на хмарне сховище Google Drive, створювати канал на YouTube, працювати з Google Docs - жодних обмежень немає.

Відкрийте додаток Google Glasssroom. Натисніть на іконку Google Apps у верхньому лівому кутку поруч із зображенням вашого облікового запису.

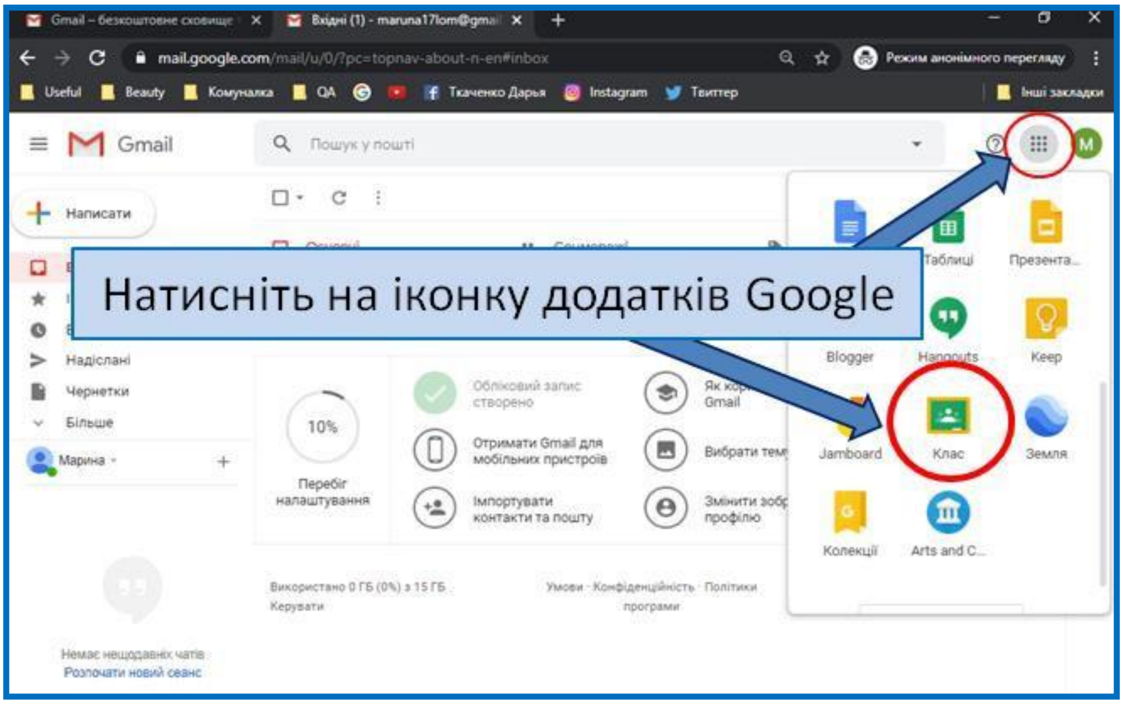


Рис.2.37 – Створення акаунту

Якщо у вас вже є обліковий запис електронної пошти, зареєстрований в Gmail, просто відкрийте браузер і перегляньте додатки Google:

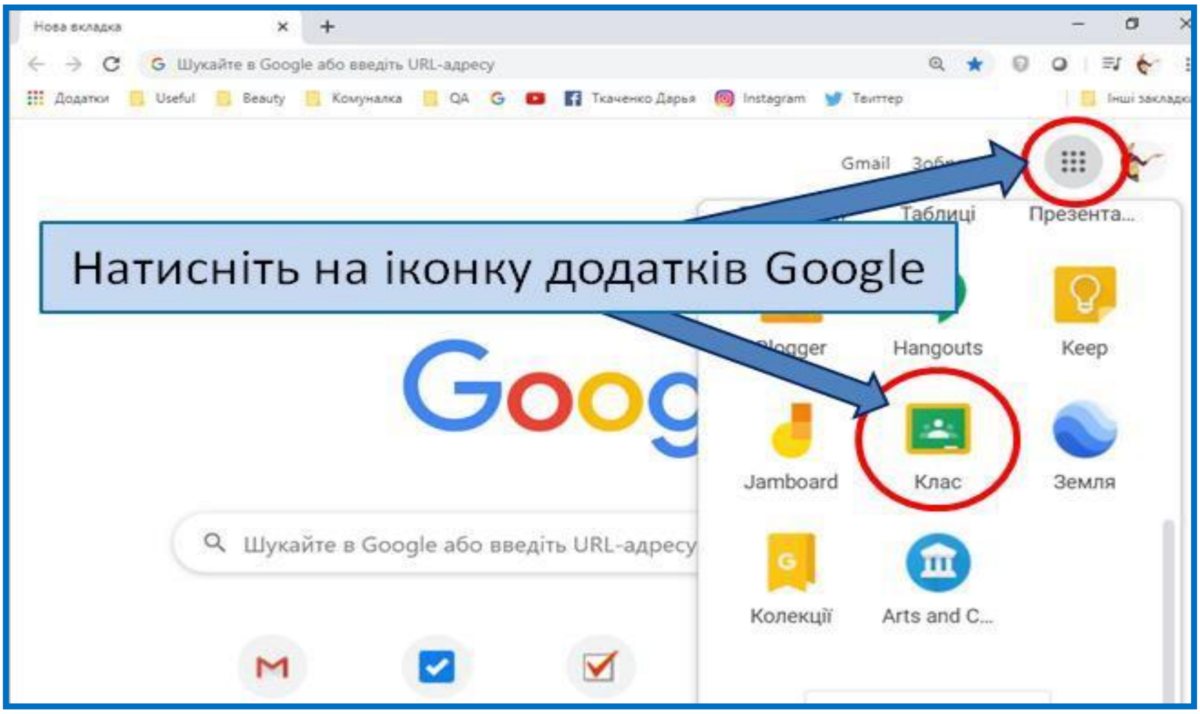


Рис.2.38 – Створення акаунту

Необхідно створити нову сторінку в браузері та натиснути на іконку додатку Google у верхньому лівому кутку поруч із зображенням облікового запису.

У діалоговому вікні, що з'явилося, необхідно налаштувати обліковий запис (ім'я користувача, яке Ви задали при створенні поштової скриньки) і натиснути на кнопку "ПРОДОВЖИТИ"..

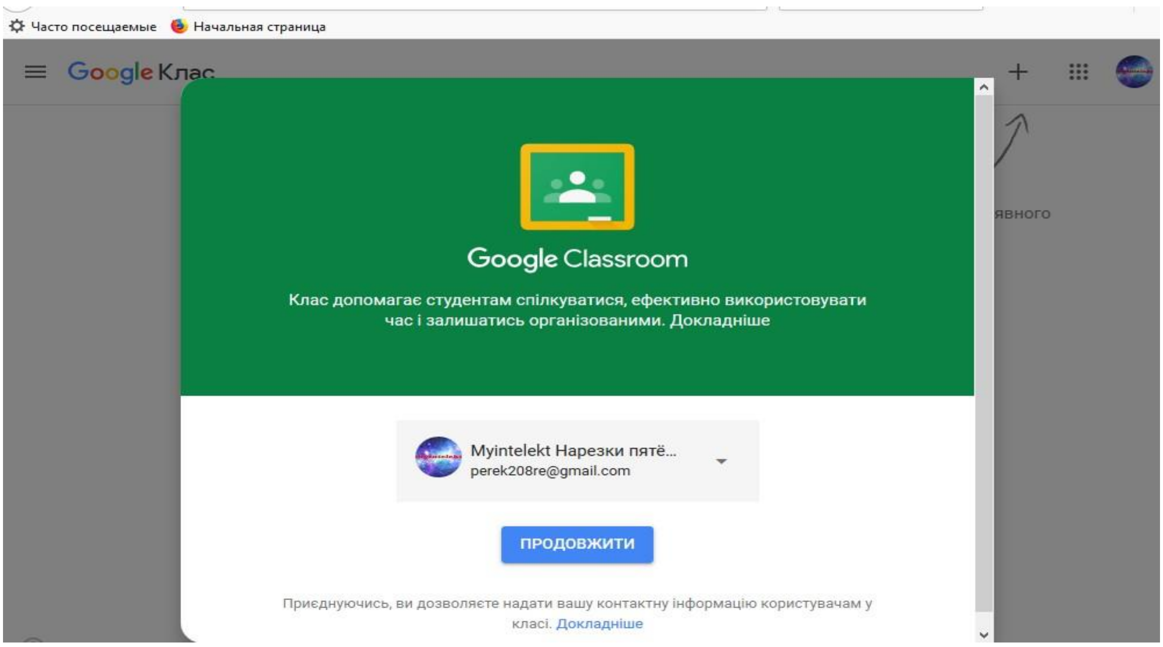


Рис.2.39 – Створення акаунту

Після відкриття ви потрапите в Google Classroom де можна почати створювати власний курс, або ж ви побачите тут перелік курсів, до яких ви отримали доступ раніше.Виберіть роль.

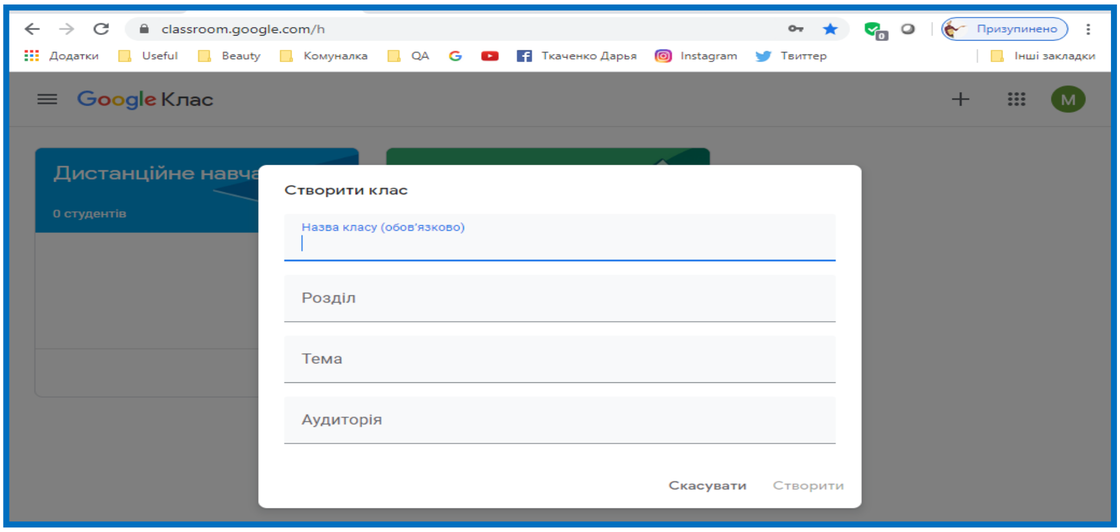


Рис.2.39 – Курс аналітичної геометрії в просторі.

Після відкриття ви потрапите в Google Classroom де можна почати створювати свій курс. Також Ви знайдете навчальні курси, до яких вам було надано доступ іншими користувачами.[2]

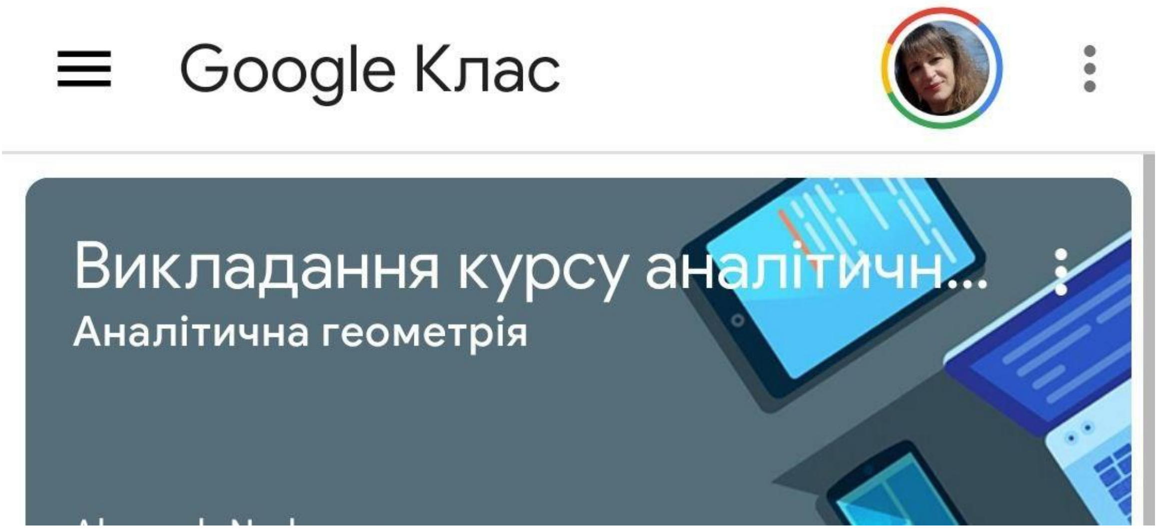


Рис.2.40 – Курс аналітичної геометрії в просторі

Ви можете приєднатися до існуючого класу або створити новий клас. Розглянемо приклад створення нового класу. Для цього необхідно натиснути на "+" у правому верхньому куті та обрати команду "Створити клас".

Заповніть форму відповідно до позначок на полях. Поля заповнюються у довільній формі. Назву, опис, рубрику та цільову групу можна змінити у будь-який час. Всі створені матеріали автоматично зберігаються у відповідних папках на Google Диску.

Натисніть на кнопку "Створити". Ваш курс (клас) створено!

Кожен курс автоматично отримує код, за допомогою якого студенти згодом зможуть знайти свій "віртуальний клас". Доступ також можливий через мобільний додаток Google Classroom для Android та iOS.[3]

Додайте слухачів до курсу через меню "Люди", "Запросити слухачів" або надіславши код вашого курсу (класу). Студенти запрошуються, вказавши свої електронні адреси.

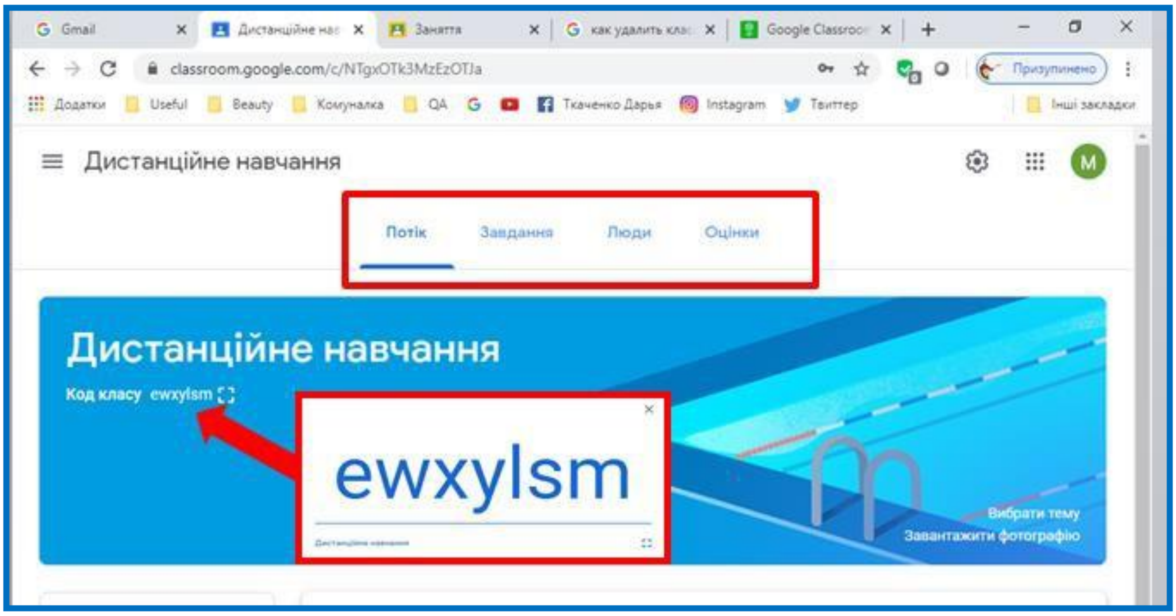


Рис.2.41 – Курс аналітичної геометрії в просторі.

Після створення курсу слід звернути увагу на головне вікно для подальших налаштувань, де відображаються чотири вкладки:

"Стрім" - всі оновлення - як стрічка новин у Facebook.

"Завдання" - всі опубліковані матеріали.

"Люди" - інформація про студентів та викладачів, які долучилися до курсу.

"Оцінює" прогрес студентів у вивченні курсу.

Наповнення курсу навчальним матеріалом

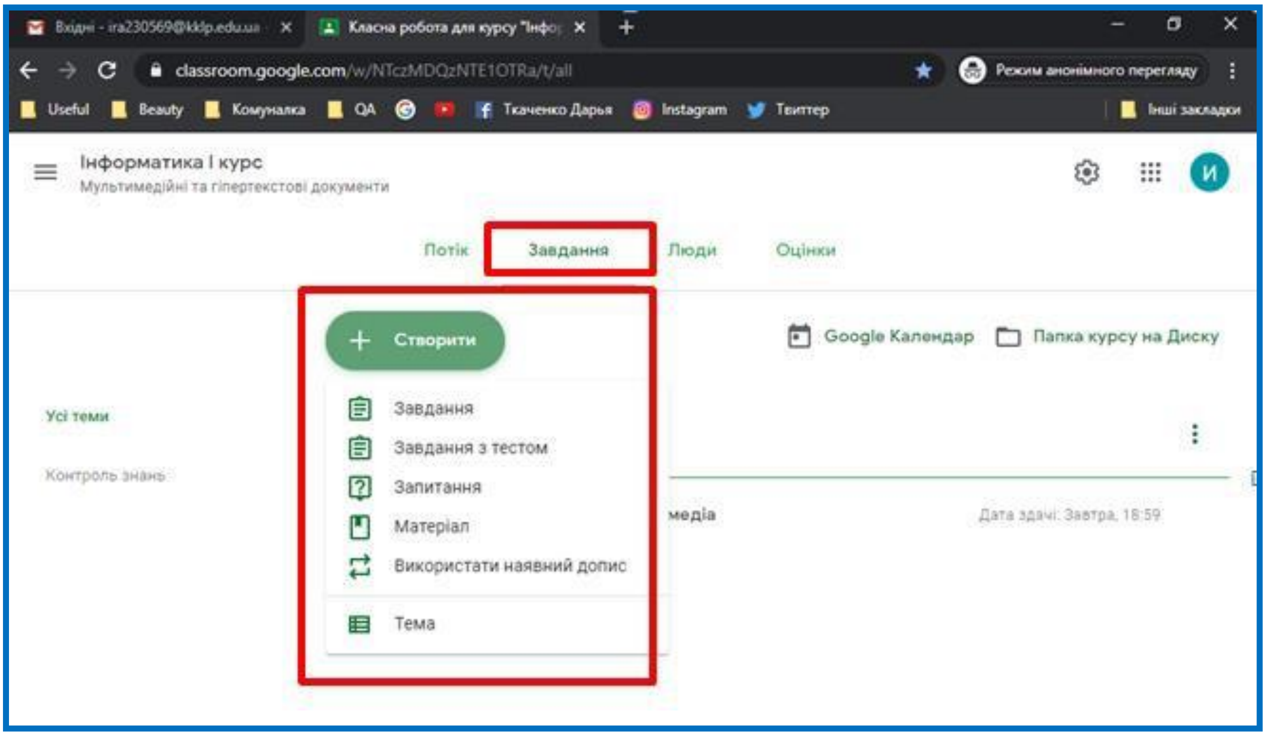


Рис.2.42 – Курс аналітичної геометрії в просторі.

Перейдіть на вкладку "Доручення". При натисканні на кнопку "Створити" можна додати матеріали різних категорій завдань, завдання з тестом, питаннями, навчальний матеріал та структурувати їх за темами.

Наступні дії можуть бути застосовані до будь-якого доданого матеріалу:

- створити текстовий опис;

- додавати вкладення (файли, посилання, відео з YouTube);

- встановлюємо дедлайн;

- вказати шкалу оцінювання;

- структуру (переміщення в інші папки);

- персоналізувати (відкривати доступ для всіх або тільки для окремих студентів).

Засоби контролю за навчальним процесом

Все, що відбувається в курсі (інформація про нових слухачів, додані завдання, роботи слухачів, коментарі, оголошення тощо) одразу відображається в новинах, як у стрічці соціальної мережі. Для перегляду оновлень необхідно відкрити вкладку "Потік".

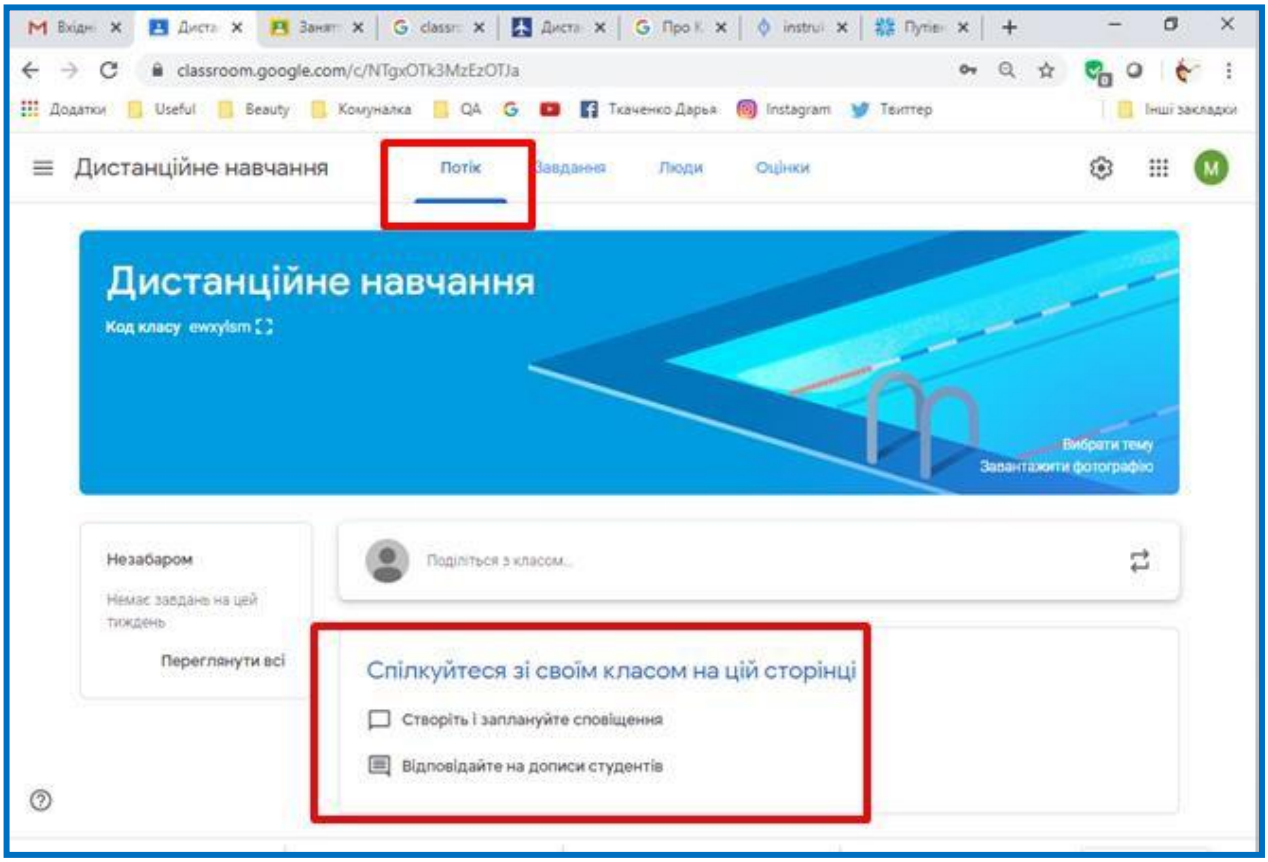


Рис.2.43 – Курс аналітичної геометрії в просторі.

При додаванні завдань можна вказати дату і час виконання для кращого контролю. Для того, щоб не забути виконати завдання вчасно, в

При відкритті вікна "Незабаром" система автоматично нагадає про завдання з курсу, які необхідно виконати протягом найближчого тижня (як для викладачів, так і для студентів). Щоб побачити, скільки студентів курсу виконали завдання та перевірити їх роботи, відкрийте вкладку "Завдання" та оберіть "Папка курсу" (відкриються файли з роботами студентів) або перейдіть за посиланням

"Переглянути завдання" (відкриється опис завдання та звіт про успішність студента).

Звіти про успішність студентів можна переглянути на вкладці.

"Оцінки". На цій вкладці показано, які завдання були виконані, наскільки кожен студент просунувся в курсі та середній бал по групі.

Натиснувши на ім'я окремого студента, можна ознайомитися зі зведеною інформацією про його успішність - які завдання йому були поставлені, що він зробив і з яким результатом, а також переглянути файли з його роботами. У разі необхідності студент може повернути роботу на доопрацювання.

Студенти в Google Slashroom

Щоразу, коли додається нове завдання, студенти автоматично отримують повідомлення на електронну пошту. Також у стрічці новин на вкладці відображатимуться будь-які оновлення та коментарі від інших студентів.

"Потік"

Після відкриття умов завдання перед студентом відкривається вікно, де він може додати коментар, виконати завдання, додати вкладення, а також вказати статус роботи (наприклад, позначити як виконану). Всі роботи, створені студентами, автоматично надсилаються викладачу та зберігаються на Google Диску викладача та студента.

Кожен студент може відслідковувати всі призначені та виконані завдання в календарі або на сторінці To Do List. Це особливо корисно для проектної роботи, коли кожен член команди має індивідуальне завдання.[1]

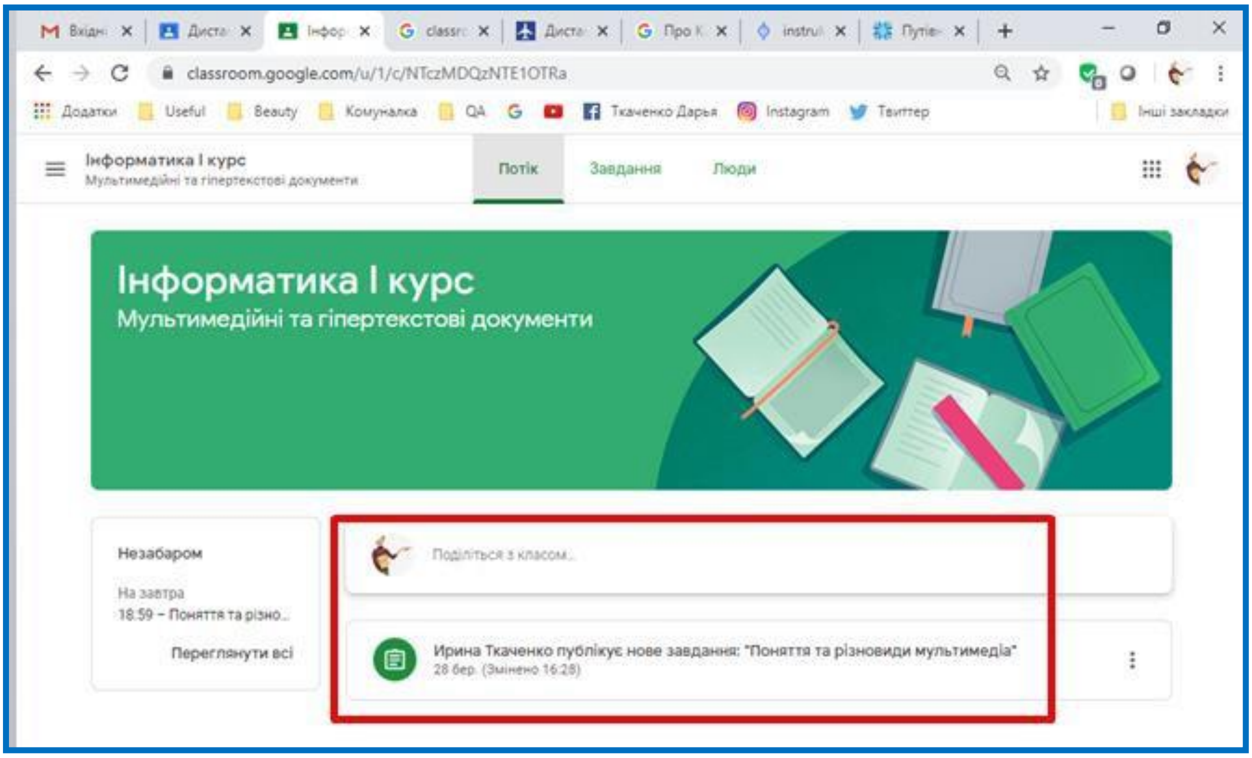


Рис.2.44 – Курс аналітичної геометрії в просторі.

Спілкування в Google Classroom

Завдяки поєднанню сервісу "Оголошення" та коментування завдань у Slack, викладачі та студенти завжди залишаються на зв'язку та можуть відслідковувати статус кожного завдання.

Звіти для опікуна групи та батьків. У Slack є ще одна дуже корисна функція - можливість надсилати звіти кураторам/батькам студентів.

Батьки отримують запрошення на будь-яку електронну адресу і мають можливість отримувати щоденний або щотижневий звіт про незавершені або заплановані роботи та успішність учнів. За бажанням батьки можуть у будь-який момент відписатися від розсилки.

Переваги використання

Google Клас робить навчання більш продуктивним: він дозволяє зручно розміщувати та оцінювати завдання, організовувати

Співпрацювати та ефективно взаємодіяти з усіма, хто залучений до процесу. Створювати курси, роздавати завдання та коментувати роботи студентів можна за допомогою одного сервісу.

Тож Google Chrome - це зручна платформа для навчання, яка допомагає зробити систему освіти максимально гнучкою, інтерактивною та персоналізованою.

Розміщення лекцій з Аналітичної геометрії на платформі Google Classroom.

З метою подальшого викладання нам необхідно розмістити наші лекції на платформі описаними нами методами.

Зробивши завантаження ми можемо отримати усі наші лекції одним кліком миші по цьому посиланню нижче:

https://classroom.google.com/c/NTM3OTQwNDcyMjEx/p/NTM4NTMzNjE1Nzk5/details

Ось як виглядають лекції після відкритого посилання:

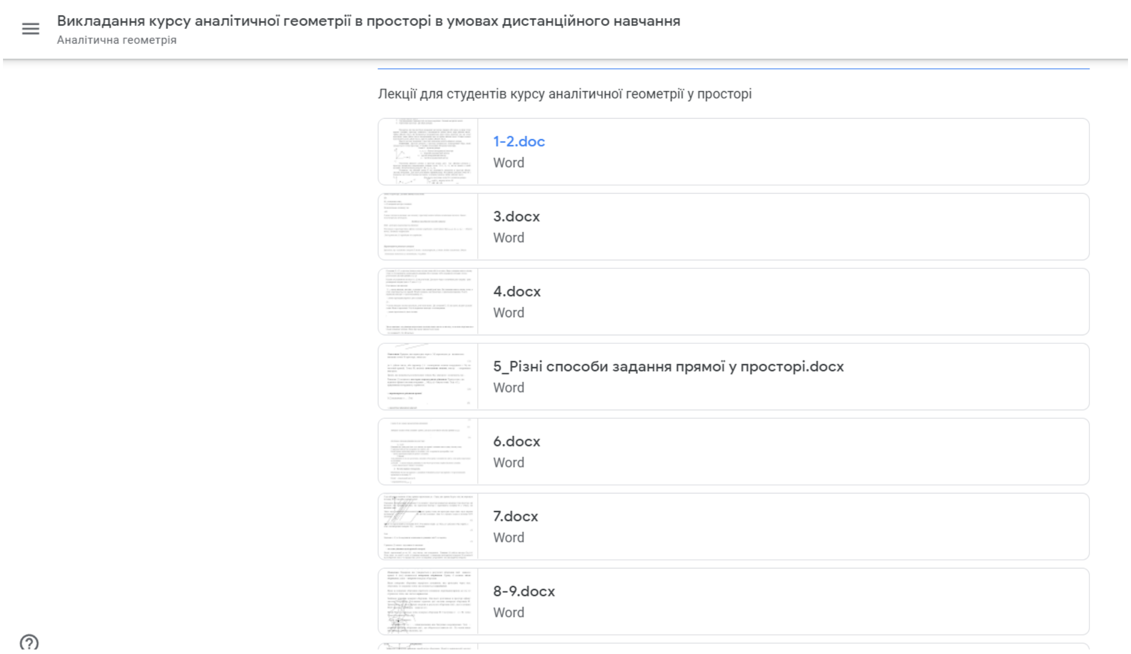


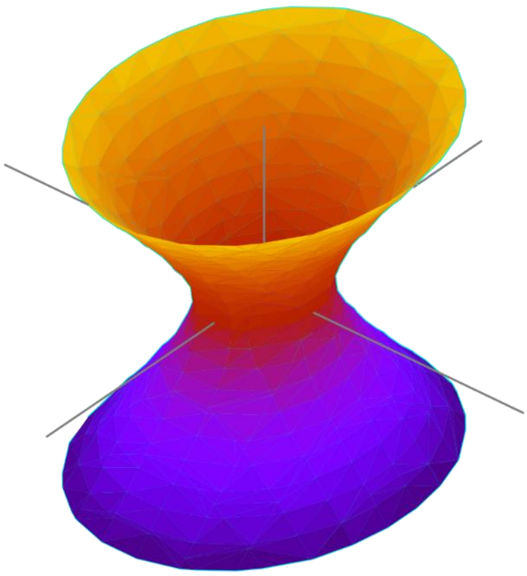
Рис.2.45 – Завантажені лекції на сайті

Розділ ІІІ. Практичні бази побудови онлайн занять. Дошка Jamboard, як засіб взаємодії з геометричними фігурами

3.1 Методичні рекомендації до практичних занять з курсу Аналітичної геометрії

На практиці перехід в онлайн середовище вимагає наявності інструментів, які можуть замінити нам, наприклад, справжню дошку для створення геометричних фігур і вирішення завдань, пов'язаних з ними. Цей інструмент повинен дозволити нам малювати, трансформувати, позначати та виконувати багато інших завдань. Одним з таких інструментів є Jamboard, доступний безпосередньо в Google. Ми можемо відкривати його під час уроків. Чого не вистачає вчителям, які змушені переходити на дистанційне навчання? Дошки! Адже вона значно спрощує подачу навчального матеріалу: на дошці зручно малювати схеми, можна креативно розміщувати наочні матеріали і це чудова річ для інтерактивної роботи на уроці! Студенти також можуть брати участь у виконанні завдань з наданим доступом. Також є можливість завантажувати побудовані фігури на дошку для економії часу. [5]

Наведемо для прикладу скріншот гіперболоїда, який ми розглядали на курсі аналітичної геометрії



:

Рис.3.1 – Гіперболоїд

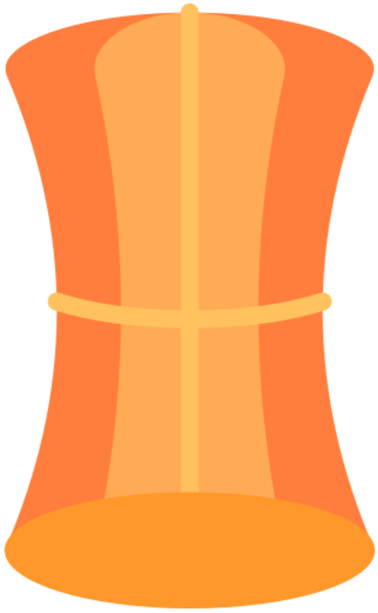


Рис.3.2 - Гіперболоїд в розрізі

Чи можна знайти дошку вдома? Звісно, що так! Компанія Google розробила інтерактивну дошку Jamboard з безліччю функцій. Які вони? Ось про це ми і поговоримо!

Тепер перейдемо до опису особливостей цієї дошки нижче.

Jamboard - це безкоштовний інтерактивний сервіс від Google, покликаний допомогти вам легко доносити свої ідеї, працювати разом та розробляти цікаві креативні рішення. Цей пристрій базується на хмарних технологіях, тому користуватися ним можна з будь-якого пристрою. І все це в режимі реального часу. Багато в чому цей сервіс нагадує звичайну дошку для малювання фломастерами.

На відміну від звичайної дошки, в Jamboard немає обмежень на розмір вільного місця і кількість учасників, які можуть малювати на ній одночасно. Крім того, все намальоване на онлайн-дошці можна зберегти на Google Диску: Матеріали, збережені на Google Jamboard, не будуть втрачені з часом.

Веб-сайт Jamboard: https://jamboard.google.com/. Перейдіть за посиланням та натисніть на кнопку "+". Далі можна ознайомитися з функціоналом сервісу.

Чому варто спробувати дашборд Google Jamboard?

- Інтерфейс сервісу настільки інтуїтивно зрозумілий і зручний, що його навіть не потрібно вивчати перед початком роботи.[5]

- Дошка Jamboard включає в себе повний набір функцій малювання, а також можливість управління різними пензлями, розпізнавання рукописного тексту і т.д.

- Існує мобільний додаток для платформ Android та iOS, який безперебійно працює на смартфонах та планшетах. [41]

- Файли можна завантажити в буфер обміну з Google Диску.

- З мобільного додатку Google Jamboard можна створити новий джем-сейшн, а потім дозволити необмеженій кількості учасників підключитися до нього з інших пристроїв, де б вони не знаходилися (за умови, що всі учасники мають доступ до мережі Інтернет).

- У браузері та мобільних додатках Google Jamboard є віртуальна лазерна указка, яку можна увімкнути під час презентації. Всі рухи вашого покажчика на поточній сторінці джем-сейшену будуть відображатися в реальному часі у вигляді віртуальної точки світла.[20]

- Сервіс має необмежені можливості для роботи з ескізами, таблицями та схемами. Ви можете редагувати та змінювати їх в режимі реального часу.

- Jamboard інтегрується з G-Suite, що дає можливість використовувати різноманітні Google-слайди, презентації, PDF-документи тощо.

3.2 Розгляд практичних занять з курсу аналітичної геометрії [7]

Практичне заняття №1.

Тема: Метод координат у просторі.

Приклади розв'язання задач.

Перед задачею наведемо трішки теоретичного матеріалу базових понять з тематики

Нагадаємо, що під системою координат розуміємо правило або закон, за яким точці прямої, площині, простору ставиться у відповідність дійсне число, пара дійсних чисел, трійка дійсних чисел, які називаються координатами даної точки, причому так, що точці відповідає єдине дійсне число, впорядкована пара чи трійка дійсних чисел. Різним точкам відповідають різні дійсні числа, пари чи трійки дійсних чисел.

Ввести систему координат у просторі допоможе поняття афінного репера.

Означення: *Афінним репером* у просторі називається геометричний образ, який складається із точки простору і 3 лінійно незалежних (базисних) векторів.

Задача для прикладу.

Дано три вершини паралелограма $ABCD$: $A(3;-4;7)$, $B(-5;3;-2)$, $C(1;2;-3)$. Знайдіть координати його четвертої вершини D.

Розв'язання:

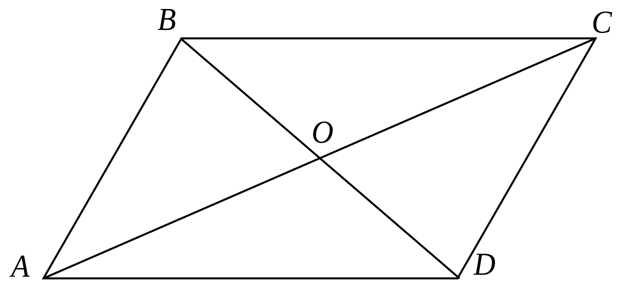


Рис.1.

Визначимо координати точки O, як середини діагоналі AC за формулами:

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2},\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2},\ z_O = \frac{z_A + z_C}{2}.$$ [36]

Підставивши значення відповідних координат, отримаємо:

$$x_O = \frac{3+1}{2} = 2,\ y_O = \frac{-4+2}{2} = -1,\ z_O = \frac{7-3}{2} = 2.$$ Тоді $O(2;-1;2)$.

З іншого боку, точка O – середина діагоналі BD, тому

$$x_O = \frac{x_B + x_D}{2},\ y_O = \frac{y_B + y_D}{2},\ z_O = \frac{z_B + z_D}{2}.$$ [38]

Тоді, підставивши значення відомих відповідних координат отримаємо:

$$2 = \frac{-5 + x_D}{2},\ 4 = -5 + x_D,\ x_D = 9,$$

$$-1 = \frac{3 + y_D}{2}, -2 = 3 + y_D,\ y_D = -5,$$

$2=\frac{-2+z_D}{2}, 4=-2+z_D, z_D=6.$

Відповідь: $D(9;-5;6)$.

Задача №2.

На осі абсцис визначити точку, відстань якої від точки $A(-3;4;8)$ дорівнює 12.

Розв'язання:

Нехай M – шукана точка. Так як вона лежить на осі абсцис, то $M(x;0;0)$. Використавши формулу для знаходження відстані між двома точками, які задані координатами, отримаємо:

$\rho(A,M)=\sqrt{(x+3)^2+4^2+8^2}=\sqrt{(x+3)^2+16+64}=\sqrt{(x+3)^2+80}=12$.[35]

$\sqrt{(x+3)^2+80}=12$, $x^2+6x+9+80=144$, $x^2+6x-55=0$, $x_1=5$, $x_2=-11$.

Відповідь: $M(5;0;0)$, $M'(-11;0;0)$.[35]

Задача №3.

Дано вершини $A(1;-1;-3)$, $B(2;1;-2)$, $C(-5;2;-6)$ трикутника. Обчислити довжину бісектриси його внутрішнього кута при вершині A.

Розв'язання:

Скористаємося властивістю бісектриси: $\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{AB}=\lambda$.

$AC=\sqrt{(-5-1)^2+(2+1)^2+(-6+3)^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$,

$AB=\sqrt{(2-1)^2+(1+1)^2+(-2+3)^2}=\sqrt{6}$, $\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{AB}=\lambda=3$.

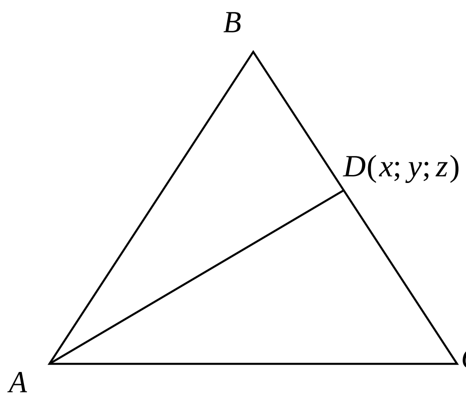


Рис.2.

Отже, $\frac{CD}{DB}=3$. Обчислимо координати точки D за формулами:

$$x_D=\frac{x_C+\lambda x_B}{1+\lambda},\ y_D=\frac{y_C+\lambda y_B}{1+\lambda},\ z_D=\frac{z_C+\lambda z_B}{1+\lambda},[26]$$

$$x_D=\frac{-5+3\cdot 2}{1+3}=\frac{1}{4},\ y_D=\frac{2+3\cdot 1}{1+3}=\frac{5}{4},\ z_D=\frac{-6+3\cdot(-2)}{1+3}=\frac{-12}{4}=-3.$$

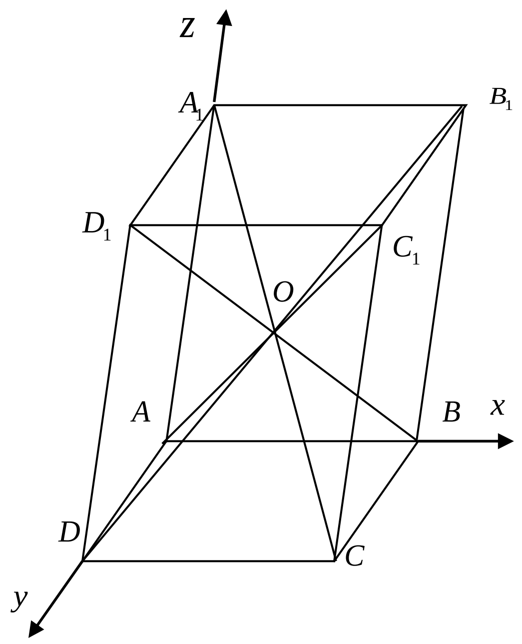
Отже $D(\frac{1}{4};\frac{5}{4};-3)$, $AD=\sqrt{\left(\frac{1}{4}-1\right)^2+\left(\frac{5}{4}+1\right)^2+(-3+3)^2}=\sqrt{\frac{9}{16}+\frac{81}{16}+0}=\frac{3}{4}\sqrt{10}$.

Відповідь: $AD=\frac{3}{4}\sqrt{10}$.[24]

Задача №4

Довести, що діагоналі паралелепіпеда перетинаються в одній точці і діляться нею навпіл.

Розвязання:



Виберемо вершину A за початок афінної системи координат, а прямі AB, AD, AA_1 відповідно за осі координат Ox, Oy, Oz. Нехай $AB=a$, $AD=b$, $AA_1=c$. Тоді $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;b;0)$, $D(0;b;0)$, $A_1(0;0;c)$, $B_1(a;0;c)$, $C_1(a;b;c)$, $D_1(0;b;c)$.[24]

Визначимо координати середини діагоналей.[28]

Якщо O_1.середина AC_1, то $O_1(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2})$, нехай O_2.середина BD_1, то $O_2(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2})$. Середина O_3.діагоналі DB_1 має кординати $(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2})$. Середина O_4.діагоналі CA_1 також має кординати $(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2})$.Таким чином середини всіх діагоналей збігаються, а це означає, що діагоналі перетинаються в одній точці O і діляться нею навпіл.

Задача №5

Написати формули переходу від репера $R=\{O,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$ до репера $R'=\{O',\vec{e}_1',\vec{e}_2',\vec{e}_3'\}$, якщо $\vec{e}_1'(1,2,3)$, $\vec{e}_1'(2,4,0)$, $\vec{e}_3'(-3,1,2)$, $O'(3;4;5)$.[34]

Розвязання:

Формули переходу від репера R до репера R' мають вигляд:

$$\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + x_0, \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + y_0, \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + z_0, \end{cases}$$

де (x_0, y_0, z_0) координати O', (c_{11}, c_{21}, c_{31}) координати $\vec{e}_1'$, (c_{12}, c_{22}, c_{32}) координати $\vec{e}_2'$, (c_{13}, c_{23}, c_{33}) координати $\vec{e}_3'$.[26]

Підставивши відповідні значення отримаємо:

$$\begin{cases} x = x' + 2y' - 3z' + 3, \\ y = 2x' + 4y' + z' + 4, \\ z = 3x' + 2z' + 5. \end{cases}$$

Задачі для самостійної роботи.

1) На осі ординат визначити точку, рівновіддалену від точок $A(1;-3;7)$, $B(5;7;-5)$.
2) Дано вершини трикутника $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Обчислити довжину бісектриси його внутрішнього кута при вершині B.
3) Дано три вершини паралелограма $ABCD$: $A(3;-1;2)$, $B(1;2;-4)$, $C(-1;1;2)$. Знайдіть координати його четвертої вершини D.
4) Дано вершини трикутника $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-6)$, $C(-5;0,2)$. Обчислити довжину медіани, яка проведена із вершини A.
5) Дано дві вершини $A(2;-3;-5)$, $B(-1;3;2)$ паралелограма $ABCD$ і точка перетину його діагоналей $O(4;-1;7)$. Визначити дві інші вершини паралелограма.
6) Визначити відношення у якому кожна з координатних площин поділяє відрізок AB: $A(2;-1;7)$, $B(4;5;-2)$.
7) Довести, що відрізки, які сполучають середини протилежних ребер тетраедра, перетинаються в одній точці і діляться в ній пополам.
8) Дано тетраедр $OABC$. Написати формули переходу від репера $R = \left\{O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right\}$ до репера $R' = \left\{A, \overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$.[29]

Практичне заняття №2[8]

Тема: Векторний добуток векторів.

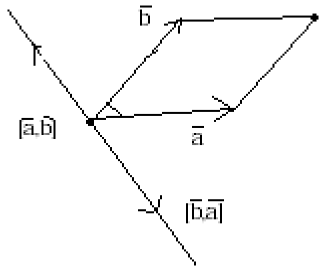
Для кращого розуміння задач які ми будемо розв’язувати як приклади – нагадаємо теоретичні бази:

Розглянемо у просторі ортонормовану систему координат, причому додатньо орієнтовану: $R=\{0,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\}$. Відносно цієї системи розглянемо довільні 2 вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$.[33]

Означення :

Векторним добутком двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається вектор , який позначається $[\vec{a},\vec{b}]$ і для якого виконуються наступні умови:

1. $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right| = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})$, $0\le(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})\le\pi$;
2. $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a}$, $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$;
3. $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ і $(\vec{a},\vec{b},[\vec{a},\vec{b}])$ - однаково орієнтовні.



Теорема.

Якщо дано два вектори $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ і $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$, то векторний добуток $[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix},\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix},\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)$.

Доведення.

Позначимо $[\vec{a},\vec{b}]=\vec{c}$ і припустимо, що $\vec{c}=(c_1,\vec{c}_2,\vec{c}_3)$. Для доведення скористаємось означенням векторного добутку (умова 2): $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{b}$. Тоді $(c,a)=0$, $(c,b)=0$,

$$\begin{cases} a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 = 0 \\ b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

З алгебри відомо, що така система має безліч розв'язків.

$$\vec{c}_1 = t\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \quad \vec{c}_2 = t\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \quad \vec{c}_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}, \, t\epsilon R.$$

Знайдемо параметр t , для цього скористаємось умовою 3 , маємо:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow c_1\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} + c_2\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} + c_3\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow$$

$$t(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2) > 0 \Rightarrow t > 0.$$

В подальшому скористаємося умовою (1).[6]

$$\left|[\vec{a}, \vec{b}]\right| = |\vec{c}| = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right| \sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})$$

Нам відомо, що $\sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \sqrt{1 - cos^2(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})}$, $\cos(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$.

Тоді $\sin(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \sqrt{1 - \left(\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right)^2} = \frac{\sqrt{|a^2||b^2| - (\vec{a};\vec{b})^2}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$,

$$|\vec{c}| = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right| \frac{\sqrt{\vec{a}^2\vec{b}^2 - (\vec{a};\vec{b})^2}}{|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|}$$

$$= \sqrt{\vec{a}^2\vec{b}^2 - (\vec{a};\vec{b})^2} \qquad (2)$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{t^2\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + t^2\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + t^2\begin{vmatrix} a_1 & c \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2} =$$

$$t\sqrt{\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2} \qquad (3)$$

$$a^2b^2-(\vec{a}\vec{b})^2=(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)\left(b_1{}^2+b_2{}^2+b_3{}^2\right)-(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2=$$

$$\ldots = \qquad = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2 \qquad (4)$$

Таким чином маємо, що $t=1$.

$$[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right).$$

Теорему доведено.

Приклади розв'язання задач.

Задача 1. Перетворити вираз $\left[2\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-3\vec{b}\right]$.

Розв'язання:

Для розв'язання скористаємося властивостями векторного добутку:

$$\left[2\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-3\vec{b}\right]=\left[2\vec{a},\vec{a}\right]+\left[2\vec{a},-3\vec{b}\right]+\left[\vec{b},\vec{a}\right]+\left[\vec{b},-3\vec{b}\right]=$$

$$=\left[2\vec{a},-3\vec{b}\right]+\left[\vec{b},\vec{a}\right]=-6\left[\vec{a},\vec{b}\right]-\left[\vec{a},\vec{b}\right]=-7\left[\vec{a},\vec{b}\right].$$

Відповідь: $-7\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

Задача 2. Обчислити координати і модуль вектора $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$, якщо $\vec{a}=(1;2;0)$, $\vec{b}=(3;1;1)$.

Розв'язання:

Векторний добуток обчислюється за формулою:

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

В даному випадку маємо

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{vmatrix}=2\vec{i}+\vec{k}-6\vec{k}-\vec{j}=2\vec{i}-\vec{j}-5\vec{k}.$$

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-1;-5).$$

Обчислимо тепер модуль вектора $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$:

$$\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=\sqrt{2^2+(-1)^2+(-5)^2}=\sqrt{4+1+25}=\sqrt{30}.$$

Відповідь: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-1;-5)$, $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=\sqrt{30}.$

<u>Задача 3</u>. Обчислити площу трикутника ABC, якщо $A(2;1;0)$, $B(-3;-6;4)$, $C(-2;4;1)$.

Розв’язання:

Площу трикутника визначимо за формулою:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|.$$

Визначимо координати векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB}=(-3-2;-6-1;4-0)=(-5;-7;4),\ \overrightarrow{AC}=(-2-2;4-1;1-0)=(-4;3;1).$$

Тоді знайдемо векторний добуток векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$:

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -5 & -7 & 4\\ -4 & 3 & 1\end{vmatrix}=-7\vec{i}-16\vec{j}-15\vec{k}-28\vec{k}+5\vec{j}-12\vec{i}=-19\vec{i}-11\vec{j}-43\vec{k};$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-19;-11;-43).$$

Тепер знаходимо модуль вектора $\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$:

$$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{(-15)^2+(-11)^2+(-43)^2}=\sqrt{361+121+1849}=\sqrt{2331}.$$

Підставивши у формулу для визначення площі, отримаємо:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{2331}.$$

Відповідь: $\frac{1}{2}\sqrt{2331}$ (кв.од.).

<u>Задача 4.</u> Обчислити висоту трикутника ABC, яка проведена з вершини A, якщо $A(3;-2;5)$, $B(-2;1;-3)$, $C(5;1;-1)$.

Розв'язання:

Скористаємось формулою $S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot h$, звідки $h=\frac{2S_{ABC}}{AC}$. Обчислимо довжину AC:

$$AC=\sqrt{(5-3)^2+(1+2)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{4+9+36}=7.$$

Визначимо тепер площу трикутника ABC.

$$\overrightarrow{AB}=(-5;3;-8),\ \overrightarrow{AC}=(2;3;-6);$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -5 & 3 & -8\\ 2 & 3 & -6\end{vmatrix}=-18\vec{i}-16\vec{j}-15\vec{k}-6\vec{k}-30\vec{j}+24\vec{i}=6\vec{i}-46\vec{j}-21\vec{k};$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;-46;-21);$$

$$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{(6)^2+(-46)^2+(-21)^2}=\sqrt{36+2116+441}=\sqrt{2593};$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{2593}.$$

Тепер можемо знайти висоту:

$$h=\frac{2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2593}}{7}=\frac{\sqrt{2593}}{7}.$$

Відповідь: $\frac{\sqrt{2593}}{7}$ (од.).

Задача 5. Обчислити площу паралелограма $ABCD$, якщо $\overrightarrow{AB}=3\vec{m}-2\vec{n}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{m}+\vec{n}$, $|\vec{m}|=5$, $|\vec{n}|=12$, $(\vec{m},\vec{n})=30^0$.

Розв'язання:

Площу паралелограма будемо обчислювати за формулою:

$S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.

Визначимо вектор $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}=\vec{m}+\vec{n}-3\vec{m}+2\vec{n}=-2\vec{m}+3\vec{n}$.

Тепер знайдемо векторний добуток:

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=\left[3\vec{m}-2\vec{n},\vec{m}+\vec{n}\right]=\left[3\vec{m},\vec{m}\right]+\left[3\vec{m},\vec{n}\right]+\left[-2\vec{n},\vec{m}\right]+\left[-2\vec{n},\vec{n}\right]=$$

$$=\left[3\vec{m},\vec{n}\right]+\left[-2\vec{n},\vec{m}\right]=3\left[\vec{m},\vec{n}\right]+2\left[\vec{m},\vec{n}\right]=5\left[\vec{m},\vec{n}\right].$$

Обчислимо модуль вектора $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]$:

$$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\left|5\left[\vec{m},\vec{n}\right]\right|=5\left|\left[\vec{m},\vec{n}\right]\right|=5|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|\sin(\vec{m},\vec{n});$$

$$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|=5\cdot 5\cdot 12\sin 30^0=25\cdot 12\cdot\frac{1}{2}=150.$$

Звідси знаходимо, що $S_{ABCD}=150$

Відповідь: 150 (кв. од.).

Задачі для самостійного розв'язання.[16]

1. Обчислити площу трикутника ABC, якщо $A(4;2;3)$, $B(5;7;0)$, $C(2;8;-1)$.

2. Дано дві вершини паралелограма $ABCD$ $A(2;-3;-5)$, $B(-1;3;2)$ і точку перетину $O(4;-1;7)$ його діагоналей. Обчислити площу паралелограма.

3. Визначити відстань від точки $C(3;2;-1)$ до прямої, яка проходить через точки $A(1;2;-3)$ і $B(5;2;0)$.

4. Визначити площу паралелограма, діагоналями якого є вектори $2\vec{m}-\vec{n}$ і $4\vec{m}-5\vec{n}$, якщо $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=4$, $(\vec{m},\vec{n})=45^0$.

5. Моментом сили $\vec{f}$, яка прикладена до точки A відносно точки B є вектор $\vec{p}=\left[\overrightarrow{BA},\vec{f}\right]$. Обчислити момент сили $\vec{f}=(2;-4;3)$, якщо $A(1;5;0)$, $B(5;-3;6)$.

6*. Дано, що $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=2$ і $\vec{a}\cdot\vec{b}=12$. Обчислити $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|$.

7*. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, щоб вектори $\vec{a}+\vec{b}$ і $\vec{a}-\vec{b}$ були колінеарні?

8. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ задовольняють умові $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$. Доведіть, що $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left[\vec{b},\vec{c}\right]=\left[\vec{c},\vec{a}\right]$.[23]

Усі подані нами матеріали є основоположними. Саме їх студенти закріплюють на заняттях. Матеріал подано у Лекціях та для закріплення у практичних роботах. Це являється повноцінним закріпленням знань.

РОЗДІЛ 4. КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ З КУРСУ АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

4.1 Висвітлення проблем оцінювання знань під час дистанційного навчання

Дистанційне навчання має як переваги, так і певні недоліки, які необхідно враховувати для розуміння його суті:

Дистанційне навчання, особливо якщо воно відбувається за виняткових обставин, таких як оголошення пандемії та вжиття відповідних карантинних заходів, може набувати ознак форми організації навчання (наприклад, коли частина навчання здійснюється в умовах дистанційної взаємодії між викладачем та студентами), тобто коли дистанційне навчання інтегрується в іншу форму здобуття освіти. Такі умови вимагають переорієнтації основних цілей оцінювання (моніторинг навчальної діяльності та підтримання навчально-пізнавальної мотивації учнів до навчання з метою досягнення основних програмних освітніх результатів) та необхідності коригування плану тематичного та підсумкового оцінювання з урахуванням необхідності забезпечення збалансованого навантаження учнів. Відповідно, інструменти оцінювання та заходи контролю повинні відповідати цілям дистанційної освіти та надавати можливість студентам оцінити свій прогрес у навчанні. [48]

Водночас, стратегії оцінювання мають відповідати умовам дистанційної освіти (технічне забезпечення, якість мережевого доступу та підключення до Інтернету, рівень ІКТ-компетентності учасників освітнього процесу). Таким чином, дистанційне навчання не завжди є онлайн навчанням - його інструментами можуть бути офлайн мультимедійні (записані на електронних носіях) або друковані матеріали, тоді як онлайн навчання передбачає присутність учасників освітнього процесу в мережі та спосіб організації занять з навчальною діяльністю в мережі Інтернет в режимі реального часу. Віртуальні (цифрові) навчальні середовища дозволяють передавати предметний зміст, здійснювати комунікацію та взаємодію, а також оцінювання. Водночас, очна форма навчання передбачає фізичну присутність учасників навчального процесу в одному місці, що забезпечує контроль викладача за дотриманням студентами принципів академічної доброчесності.

У віртуальному навчальному середовищі такий контроль неможливий або ускладнений технічними обмеженнями зорового контакту. Проблему об'єктивності такого оцінювання пропонується вирішити шляхом організації синхронного режиму - оцінювання всіх учасників групи студентів одночасно в режимі реального часу або під час онлайн-занять, що передбачають одночасну присутність студентів та викладача. Однак така форма контролю характеризується нижчим ступенем контролю, ніж аудиторне оцінювання, та не гарантує повного дотримання принципів чесності (тест може скласти інша особа, існує можливість списування тощо). Спробою вирішення цієї проблеми є розробка програмного забезпечення, яке забезпечує візуальне спостереження, блокування роботи комп'ютерних програм та паралельного відкриття Інтернет-сторінок, а також реагує на заходи контролю - згортання діалогового вікна екзамену під час проведення тестування, іспитів тощо. З іншого боку, для забезпечення об'єктивності підсумкового оцінювання (уникнення можливості списування та плагіату в письмових роботах) недостатньо проводити його в синхронному режимі. Доцільно використовувати тести із завданнями на застосування набутих знань (прикладні завдання), а не на відтворення навчальних знань. Онлайн-тестування слід проводити з використанням функції рандомізації та, як правило, обмежуючи час, відведений на виконання кожного завдання або тесту [3-4]. Перед застосуванням будь-якого контролю вчитель має надати учням можливість ознайомитися з технологією оцінювання та підготуватися, використовуючи можливості таких ресурсів, як MyClass, Na Urok, Google Forms, Moodle, Socrative. Використання онлайн-ресурсів допоможе учням звикнути до запропонованого способу роботи та зменшить можливий вплив його реалізації в цифровому середовищі на результати оцінювання. Ступінь контролю в процесі оцінювання повинен бути організований відповідно до напрямку процесу. Таким чином, формуюче оцінювання передбачає забезпечення зворотного зв'язку, контролю та розуміння студентом власних навчальних досягнень та можливостей їх покращення. У цьому випадку відпадає необхідність жорсткого контролю та синхронізації процесу оцінювання в дистанційному режимі [3]. В умовах дистанційного навчання ефективним є використання інноваційних методів оцінювання: проектне навчання, вирішення проблем, створення плакатів, постерів, електронних портфоліо, дослідницькі та практико-орієнтовані завдання. Всі види роботи потребують підтримки вчителя та залучення однокласників (як партнерів або експертів) і мають виконуватися поступово з регулярним зворотним зв'язком від початку до кінця виконання завдання. Однак у цьому випадку вчителям рекомендується встановити чіткі межі участі батьків у виконанні завдань, щоб уникнути ситуації, коли батьки виконують завдання замість своїх дітей.

4.2 Тестування знань з аналітичної геометрії в Google Forms

Для підбиття підсумків по пройденим лекціям у дистанційній освіті існує та функціонує перевірка знань онлайн. Для цього є зручними Google Forms. Там ми можемо провести тестування та зібрати відповіді для подальшої перевірки. В тестуванні ми використовуємо такі види питань:

- Тести, де необхідно обрати правильну відповідь з поміж 2-3х варіантів, вони є різної складності.[49]
- Тести з декількома відповідями задля вибору кількох параметрів, які є вірними, це є дещо підвищений рівень складності, в загальному – середній.
- Розгорнута відповідь, що також є середнім рівнем складності тестування.
- Розгорнута відповідь з підвищеним рівнем складності – описом формули.

Нижче ми наведемо конкретні приклади тестування у google forms, яка має відповідні питання:

Лекції 1-2:

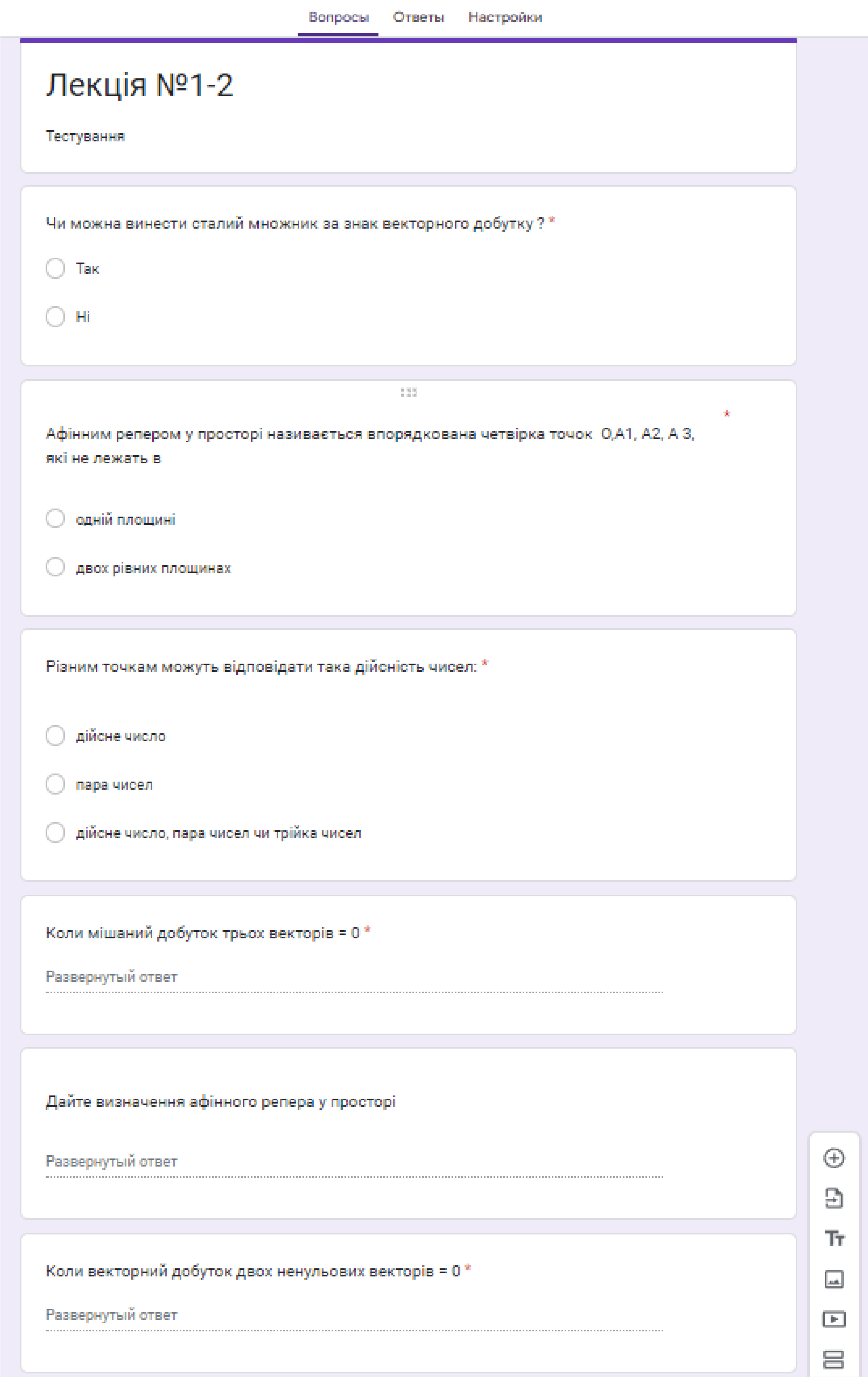


Рис.4.1 – Приклади тестів у Google Forms з лекцій 1-2

Тут у нас проводиться тестування з тем: «Афінна система координат у просторі» та «Векторний і мішаний добутки векторів».[33]

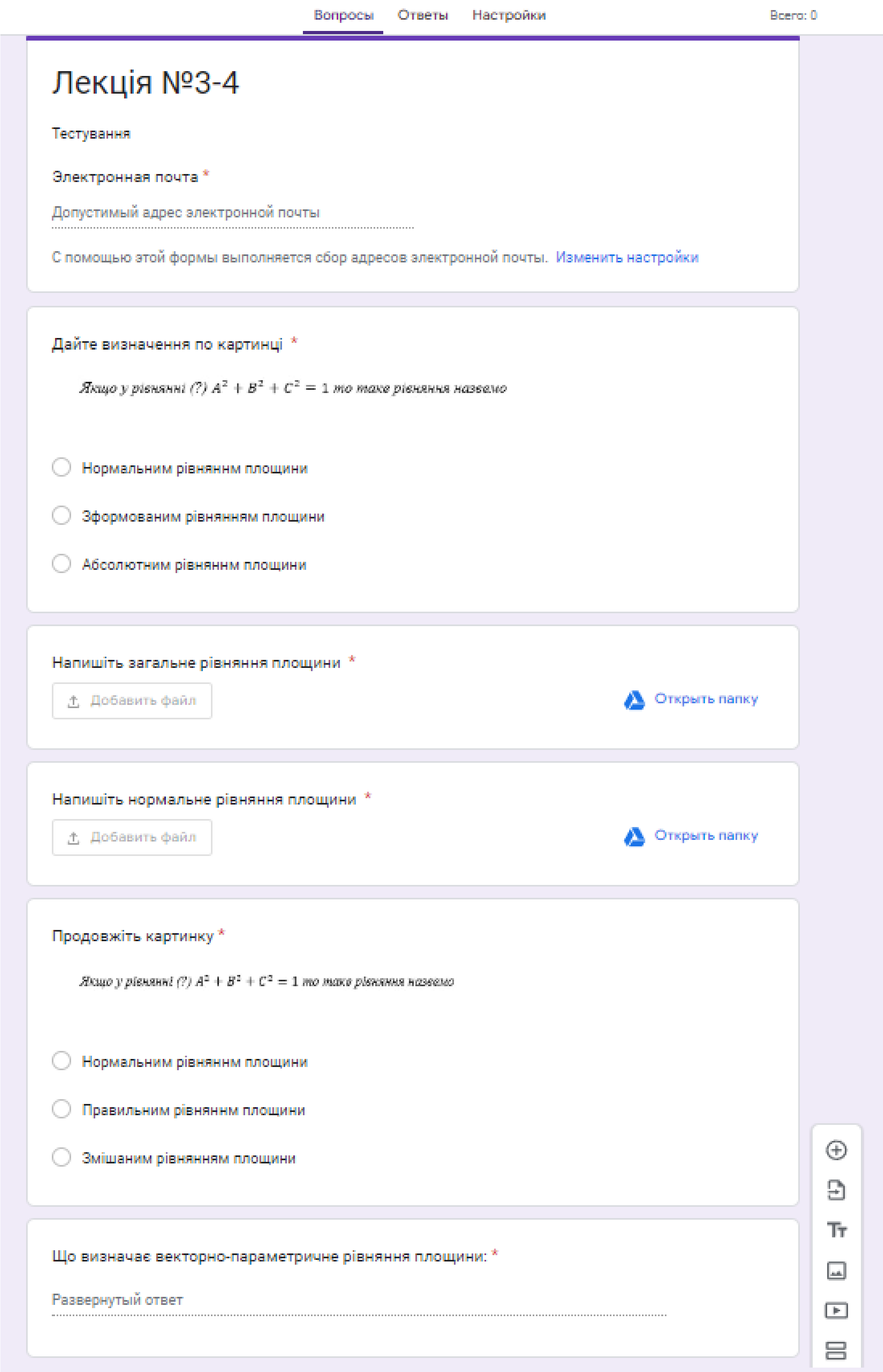


Рис.4.2 – Приклади тестів у Google Forms з лекцій 3-4

Тут у нас проводиться тестування з тем: «Різні рівняння площини. Відстань від точки до площини» та «Взаємне розташування двох площин у просторі».[36]

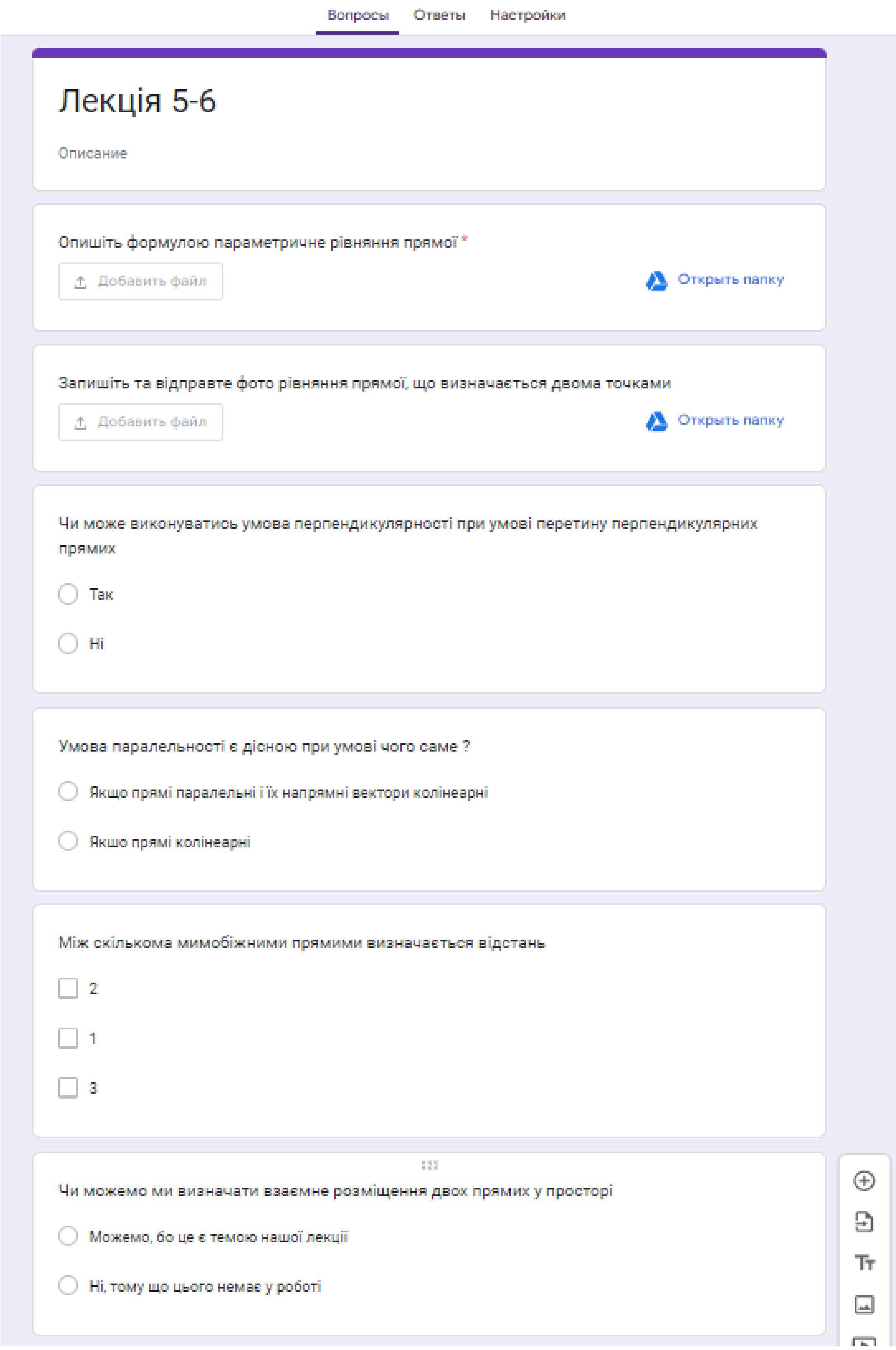


Рис.4.3 – Приклади тестів у Google Forms з лекцій 5-6

Тут у нас проводиться тестування з тем: «Різні способи задання прямої у просторі» та «Взаємне розміщення прямої і площини. Пучок та в’язка площин».

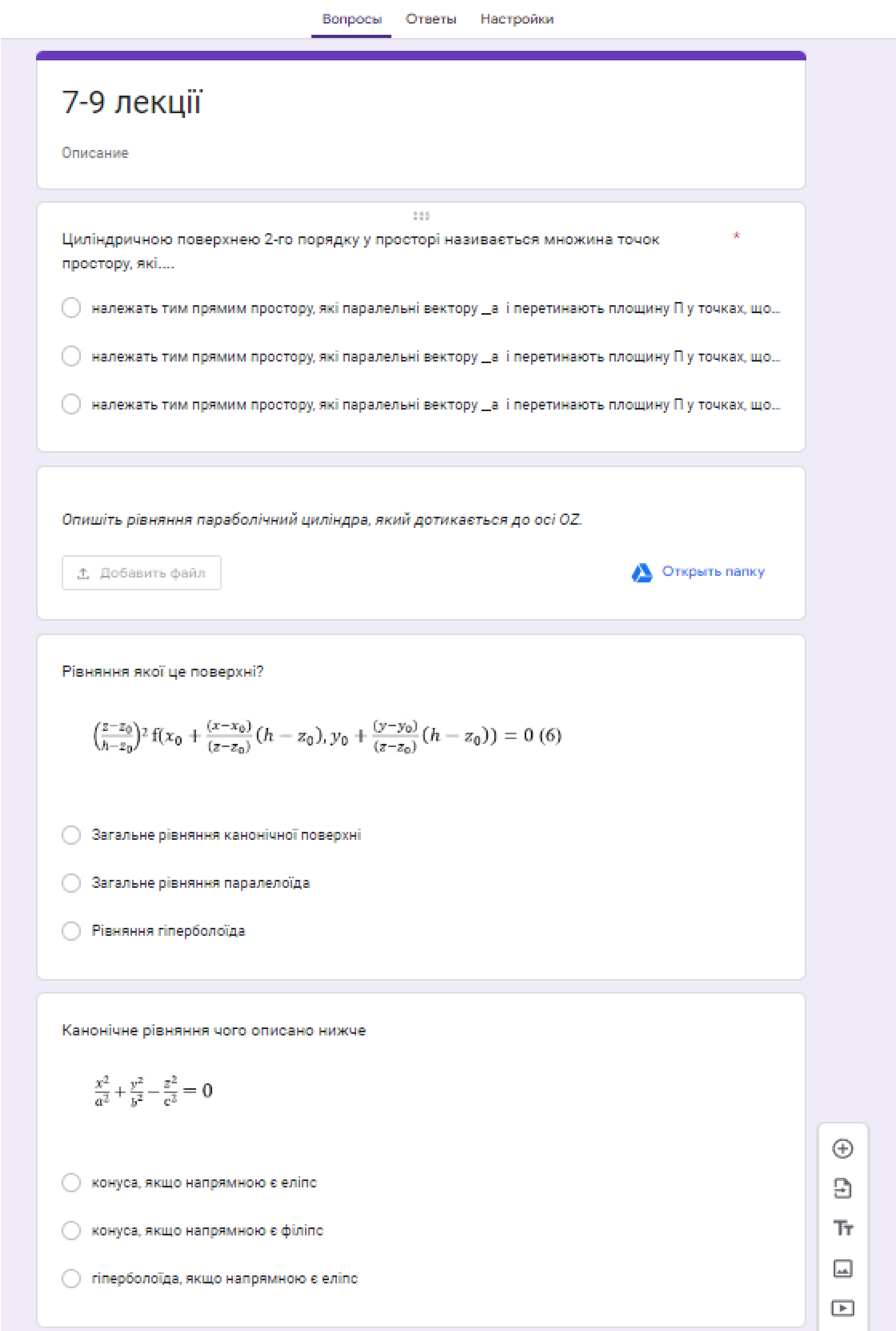


Рис.4.4 – Приклади тестів у Google Forms з лекцій 7-9

Тут у нас проводиться тестування з тем: «Циліндричні та канонічні поверхні», «Поняття поверхні обертання. Рівняння поверхні обертання» та «Гіпеболоїди обертання».[39]

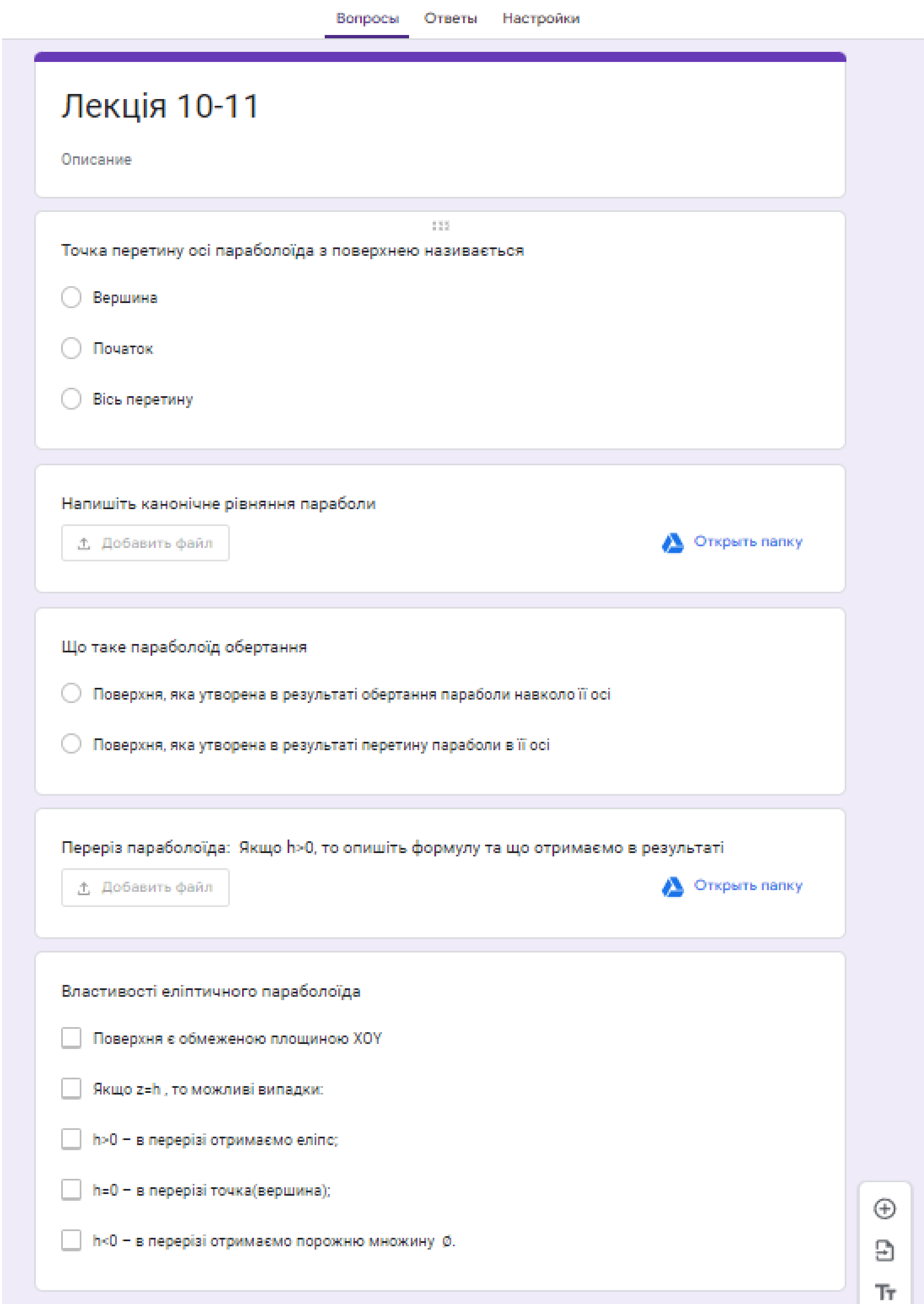


Рис.4.5 – Приклади тестів у Google Forms з лекцій 7-9

Тут у нас проводиться тестування з тем: «Параболоїди. Прямолінійні твірні поверхонь 2-го порядку. Загальне рівняння поверхонь 2-го порядку». «Прямолінійні твірні поверхні 2-го порядку».[30]

Після того, яка ми провели тестування з усіх лекцій – для закріплення знань необхідно закріпити увесь матеріал і для цього ми створили загальних колоквіум по усіх лекціях.

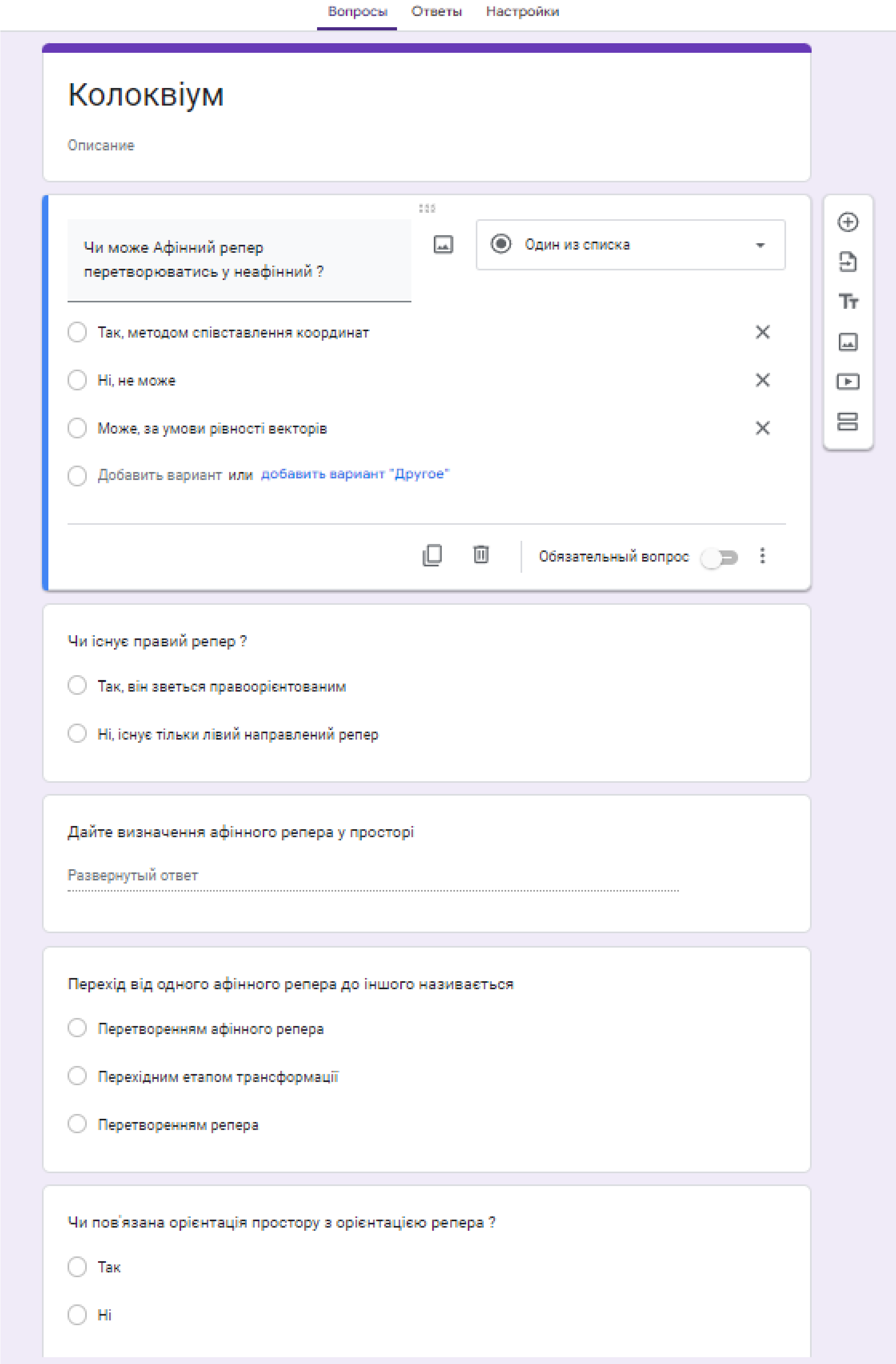


Рис.4.6 – Колоквіум з усіх лекцій у Google Forms

Також ми наведемо контрольні, які є в навчальному плані, аби зробити зріз знань. Тож давайте побачимо ці контрольні:

Контрольна робота №1

аналітичної геометрії

Варіант-1

1.Обчислити площу паралелограма,побудованого на векторах $AB=\underline{m}+2\underline{n}$,$AD=\underline{m}-3\underline{n}$, якщо $|\underline{m}|=5$; $|\underline{n}|=3$; $(\underline{m},\underline{n})=\frac{\pi}{6}$

2.Написати рівняння прямої, яка проходить через точку $M(2,3,-1)$, перетинає пряму $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$ і перпендикулярна до неї.

3.Написати рівняння площин,які ділять пополам двогранні кути між площинами:

x-7y+6=0 і 3x-4y+5z-6=0.

4.Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $M(1,2,5)$ паралельно до прямої:$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-1}$ і перпендикулярно до площини: $x-2y-z-1=0$

5.Дано дві прямі:$\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-1}{4}$; $\frac{x-3}{l}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-7}{2}$. При якому значенні l ці прямі перетинаються?[23]

Контрольна робота 2

Аналітичної геометрії

Варіант 1

1. Написати рівняння конічної поверхні з вершиною в точці S(2;3;6), твірні якої утворюють з площиною 2x+2y+z-6=0 кут $\varphi = 45°$.
2. Скласти рівняння кругової циліндричної поверхні, якщо відомо рівняння її осі: $\{x = 8 + 3t \; y = 2 + 4t \; z = 5 + 2t$ і координати однієї з її точок M(3;0;2).
3. Знайдіть прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$ і перпендикулярні до осі OX.
4. Написати рівняння еліпсоїда, осі якого збігаються з осями координат, який проходить через точку M(2;0;1) і перетинає площину XOY по еліпсу $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$.

Контрольна робота 2

аналітичної геометрії

Варіант 2

1. Скласти рівняння циліндричної поверхні, якщо напрямна лежить в площині ХОY і має рівняння x+2xy+3y+x=0, а твірні паралельні до вектора $\{2; 0; 2\}$.
2. Знайти рівняння конічної поверхні з центром в початку координат, яка проходить через лінію перетину гіперболоїда $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$ і сфери $x^2+y^2+z^2=5$.[22]
3. Написати канонічне рівняння однопорожнинного гіперболоїда, якщо поверхня проходить через точку (5;3;2) і перетинає площину OXY по гіперболі $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$.
4. Написати рівняння прямолінійних твірних однопорожнинного гіперболоїда $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{16}=1$, які проходять через точку M(6;2;8).

Контрольна робота 2

аналітичної геометрії

Варіант 3

1) Скласти рівняння кругового циліндра, що проходить через точку S(2; -1; 1), якщо його віссю є пряма $\{x=3t+1, \quad y=-2t-2, z=t+2$.
2) Пряма $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$ є віссю кругового конуса, вершина якого лежить на площині YOZ. Скласти рівняння цього конуса, знаючи, що точка $M_1\left(1,1,-\frac{5}{2}\right)$ лежить на його поверхні.[26]
3) Скласти рівняння площини, перпендикулярної до вектора $\vec{n}(2;\,-1;\,-2)$, яка дотикається до еліптичного параболоїда $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=2z$.
4) Скласти рівняння прямолінійних твірних одно порожнинного гіперболоїда $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=1$, які паралельні до площини 6x + 4y + 3x – 17 = 0.

Контрольна робота 2

аналітичної геометрії

Варіант 4

1)Скласти рівняння поверхні кругового циліндра, якщо дано рівняння його осі x = t, y = 1 +2t, z = –3 – 2t і точка N(1; -2; 1) на його поверхні.[21]

2)Скласти рівняння поверхні кругового конуса, вершина якого знаходиться в точці S(-2; 3; 3), вісь перпендикулярна до площини 2x + 2y – z – 3 = 0, а кут, який утворюється з віссю, дорівнює 30°.

3)Скласти рівняння еліпсоїда, осі якого співпадають з осями координат, якщо він проходить через еліпс z=0, $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ і через точку M (1; 2; $\sqrt{23}$).

4)Написати рівняння двох систем прямолінійних твірних одно порожнинного гіперболоїда $x^2+9y^2-z^2=9$ і визначити ті з них, які проходять через точку (2; 1; 2).

Контрольна робота 2

аналітичної геометрії

Варіант 5

1. Скласти рівняння кругової циліндричної поверхні ,якщо відомо рівняння її осі x=7+3t, y=1+4t, z=3+2t і координати однієї з точок M(2,-1,0).
2. Написати рівняння конічної поверхні, якщо напрямна задана рівнянням $2x^2+z^2-3z+1=0$,а вершина має координати S_0 (3,2,4).[19]
3. Скласти рівняння еліпсоїда ,осі якого збігаються з осями координат ,і який проходить через точку M(2,0,1) і перетинає площину XOY по еліпсу $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{1}$ =1

4. На гіперболічному параболоїді $\frac{x^2}{1}+\frac{z^2}{4}=\frac{1}{4}y$ знайти прямолінійні твірні ,які проходять через точку M(1,3,-1).

ВИСНОВКИ

Курс аналітичної геометрії в просторі є важливим елементом навчальної програми з аналітичної геометрії, оскільки в ньому розглядаються розділи, які пояснюють тему пов'язаної системи координат у просторі, вектора та мішаного добутку векторів. Були розглянуті різні рівняння площини: відстань точки від площини: взаємне розташування двох площин у просторі. Також теми: "Взаємне розташування прямої і площини. Було розглянуто циліндричні та правильні поверхні; поняття поверхні обертання. Рівняння поверхні обертання та інші.

Також під час роботи ми переглянули повний навчальний план, де детально розписали, як відбувається навчальний процес, щоб студенти зрозуміли, як він відбувається.

Основною метою роботи було показати необхідність дистанційного навчання в курсі аналітичної геометрії та взагалі у використанні будь-яких матеріалів, які нам знадобляться для спільного дистанційного навчання.

Ми використовували веб-навчальне середовище Google Chrome, яке давало можливість розміщувати наші лекції та давало можливість не тільки переглядати їх, а й редагувати в режимі онлайн, де лекції після редагування оновлювалися для всіх учасників навчального процесу з цього предмету.

Крім лекцій, нам необхідно закріпити матеріал і розв'язати задачі з курсу аналітичної геометрії в просторі. Для практичного закріплення знань, звісно, ми також проводимо свої лекції в Classroom. Під час очного розв'язання задач, де ми мали змогу малювати геометричні фігури на дошці, ми демонстрували процес розв'язання наживо. Ця проблема також була вирішена в дистанційному навчанні за допомогою нового програмного забезпечення Jamboard. У своїй роботі ми показали на живих прикладах, як можна малювати будь-які фігури і виводити їх на екран всім учасникам навчального процесу, щоб вони в свою чергу могли вирішувати завдання і вносити свої правки в проект.

Також ми розглянули основу - практичні вправи та розв'язування задач на закріплення знань з курсу аналітичної геометрії в просторі. Крім того, окрім теорії, ще більш важливим елементом є практика.

Останнім і найважливішим елементом є перевірка знань, щоб визначити, чи ми закріпили або частково закріпили наш курс, і що викладач також розуміє наш рівень знань. У дистанційному форматі в нагоді стали Google Форми, які дозволяють створювати запитання. Питання мають як прості, з вибором однієї правильної відповіді, так і розгорнуті, а також можливість написати та надіслати малюнки формул, щоб закріпити їх та отримати найвищий бал. Передбачено 5 тестових форм до лекцій та загальний тест - колоквіум для загального закріплення знань з усіх матеріалів.

У підсумку слід сказати, що платформа Classroom, інструмент для вирішення завдань та малювання схем Jamboard, а також платформа Google Forms створюють комфортні умови для навчання та тестування студентів за чесними правилами та у зручному форматі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Довідка – Клас. Режим доступу до URL: https://support.google.com/edu/classroom/?hl=ua&ref_topic=6020278&visit_id=637212837535188186-2227584495&rd=1#topic=6020277

2. Відео урок «Організація освітнього середовища засобами Google Classroom» (О.Стечкевич) Режим доступу до URL: https://www.youtube.com/watch?v=FZpWz5W28Ew

3. Google Classroom та його характеристики. Режим доступу URL: https://paradacreativa.es/uk/como-utilizar-google-classroom/

4. Google Classroom – інструкція для студентів та учнів. Режим доступу URL: https://vseosvita.ua/library/robota-v-classroom-instrukcia-dla-ucniv-ta-batkiv-224069.html

5. Дистанційне навчання та його реалії. Режим доступу URL: https://zippo.net.ua/data/files/2020/methodical_work/dist_navch_phizik.pdf

6. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. - К.: А.С.К., 2006. - 648 с.

7. Ільїн В.А., Позняк Є.Г. Аналітична геометрія: - М.: Фізматліт, 2002. - 240 с.

8. Александров П.С. Курс аналітичної геометрії та лінійної алгебри. - М.: Наука, 1979. - 511с.

9. Данко П.Є., Попов А.Г., Кожевнікова Т.Я. Вища математика у вправах та завданнях. У 2-х ч. Ч. 1: - М.: Онікс, 2003. - 304 с.

10. Бугров Я. С., Микільський С. М. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії. - М.: Наука, 1988. - 240с

11. Бугров Я. С., Микільський С. М. Диференційне та інтегральне чисельність. - М.: Наука, 1988. - 432с

12. Бугров Я. С., Микільський С. М. Диференціальні рівняння, інтеграли, лави, функції комплексного змінного. - М: Наука, 1989. - 464 с.

13. Овчинніков П. Ф., Яремчук Ф. П., Михайленко В. М. Вища математика. - К.: Вища шк., 1987. - 552с.

14. Пак В. В., Носенко Й. Л. Вища математика. – К.: Лібідь, 1996. – 440 с. Піскунов Н. С. Диференційне та інтегральне чисельність. – Т. 1, 2. – М.: Наука, 1985. – 580 с., 602 с.

15. Збірник завдань із вищої математики / За ред. Ф. С.Гудименка. – К.: КУ, 1967. – 352 с. Клетеник Д. В. Збірник завдань з аналітичної геометрії. - М: Наука, 1986. - 224 с.

16. Берман Г. Н. Збірник завдань з курсу математичного аналізу. - М: Наука, 1975. - 416 с.

17. Завдання та вправи з математичного аналізу (для вузів) / За ред. Б. П. Демидовича. - М: Наука, 1968. - 472 с.

18. Стрижак Т. Р., Коновалова Н. Р. Математичний аналіз. – К.: Лібідь, 1995. – 240 с.

19. Александров П.С. Лекції з аналітичної геометрії. - М.: Наука, 1968.

20. Атанасян Л.С., Базілєв В.Т. Геометрія. Ч.1. - М.: Просвітництво, 1986.

21. Базильов В.Т., Дуничов К.І., Іваницька В.П. Геометрія. Ч. 1. М: Просвітництво, 1974.

22. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. - К.: Вища школа, 1973.

23. Делоне Б.Н., Райков Д.А. Аналітична геометрія. Т. 1. - М, Л.: Гостехіздат, 1948.

24. Делоне Б.М., Райков Д.А. Аналітична геометрія. Т. 2. - М, Л.: Гостехіздат, 1949.

25. Єгоров І.П. Геометрія. - М.: Просвітництво, 1979.

26. Єфімов Н.В. Стислий курс аналітичної геометрії. - М.: Наука, 1972.

27. Ільїн В.А., Позняк Е.Г. Аналітична геометрія. - М.: Наука, 1981.

28. Погорєлов А.В. Аналітична геометрія. - М.: Наука, 1968.

29. Погорєлов А.В. Геометрія. - М.: Наука, 1984.

30. Постніков М.М. Аналітична геометрія. - М.: Наука, 1973.

31. Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Збірник задач з геометрії. Ч.1 - М.: Просвітництво, 1973.

32. Аргунов Б.І. та ін. Задачник-практикум з геометрії. Ч.2. - М.: Просвітництво, 1979.

33. Базильов В.Т., Дуничов К.І. Збірник задач з геометрії. - М.: Просвітництво, 1980.

34. Клетенік Д.В. Збірник завдань із аналітичної геометрії. - М.: Наука, 1986.

35. Кириченко В.В., Петкевич Н.Ю., Петравчук О.П. Аналітична геометрія. - К.: Київський університет, 2003.

36. Цубербіллер О.М. Завдання та вправи з аналітичної геометрії. - М.: Наука, 1968.

37. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко О.С. Збірник завдань із аналітичної геометрії. -М.: Наука, 1964. - 440 с.

38. Білоусова В.П. Аналітична геометрія. -К.: Вища школа, 1973. - 326 с.

39. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Алгебра та геометрія у теоремах та задачах: Навчальний посібник. Частина І. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2009. - 336 с.

40. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Лучко В.С. Аналітична геометрія. Системи координат. Найпростіші завдання аналітичної геометрії: навчальний посібник у 4-х част., - Ч1, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. - 92 с.

41. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Довгей Ж.І. Аналітична геометрія: навчальний посібник: 4 год. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2012. - Ч.2. Елементи векторної алгебри – 100 с.

42. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Аналітична геометрія. Площина і пряма у просторі: навчальний посібник: у 4 год., – Ч.4, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2013. - 96 с.

43. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Шевчук Н.М. Аналітична геометрія. Пряма на площині: навч. посіб. у 4-х част. Ч. ІІІ/В.В. Городецький, С.Б. Боднарук, Шевчук Н.М. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018. - 96 с. 8. 44. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Довгей Ж.І., Лучко В.С. Аналітична геометрія у теоремах та задачах: навчальний посібник, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018.-382с.

45. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Алгебра та геометрія в теоремах та задачах: навч. посібник. – Частина. І. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т,

2009. - 336 с.

46. Клетенік Д.В. Збірник завдань із аналітичної геометрії. -М.: Вид-во Московського університету. 1961. - 232 с.

47. Моденов П.С. Аналітична геометрія. -М.: Просвітництво, 1966. - 366 с.

48. Дистанційна освіта в Україні.Режим доступу URL: https://s-osvita.com.ua/obuchenie-v-ukraine/distantsionnoe-obrazovanie/1477-distantsijna-osvita-v-ukrajini

49. Дистанційна освіта та умови її впровадження

Режим доступу URL: https://xn-e1aebclo5dzd.com.ua/%D0%B4%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BD%D1%86%D1%96% D0%B9%D0%BD%D0%B0-%D0%BE%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%B0/

50. Положення про дистанційне навчання № 703/23235 від 30 квітня 2013 р. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z0703-13

51. Bowling E. Evolution of Lotus e-Learning Software. [Електронний ресурс]. – 2013. – Режим доступу: http://www.ibm.com/developerworks/lotus/library/ls-elearning_evolution.

52. Blackboard Learn Content Management User Manual for Release 9 .

[Електронний ресурс]. – 2013. – Режим доступу: https://behind.blackboard.com/s/student/i refcenter/docs/details.Bb?DocumentID=3381&pid=100000&rid=5776&dt=.

53. Smart Education: все про корпоративне навчання персоналу [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

http://www.smart-edu.com/index.php/distantsionnoe-obuchenie/tehnologii-distantsionnogoobucheniya.html.

54. Про систему дистанційного навчання "Віртуальний Університет".

[Електронний ресурс]. - 2013. - Режим доступу: http://vu.net.ua.