

**РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та методики її навчання

«До захисту допущено»

Завідувачка кафедри

\_\_\_\_\_ Наталія Генсіцька-Антонюк

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2025р.

протокол №

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**МЕТОДИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ**  
**ЙМОВІРНОСТЕЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ**

**Виконала:**

здобувачка другого (магістерського)

рівня вищої освіти

групи М-М-21 спеціальності

014.04 Середня освіта (Математика)

Анна Чубенко

**Науковий керівник:**

кандидат технічних наук, доцент

Ігор Присяжнюк

## АНОТАЦІЯ

Магістерська робота обсягом 58 сторінок містить 12 ілюстрацій, 9 таблиць 50 використаних джерел, та 1 додаток.

Об'єкт дослідження – процес формування ймовірнісних уявлень і практичних умінь учнів під час вивчення елементів теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.

Метою роботи є обґрунтування та розробка методики навчання ймовірностей із використанням інтерактивних цифрових засобів і перевірка її ефективності в навчальному процесі. У дослідженні використано аналіз наукових джерел, педагогічне спостереження, анкетування, тестування, моделювання, елементи математичної статистики та формувальний педагогічний експеримент.

Результати роботи включають визначення основних труднощів у засвоєнні ймовірнісних понять, класифікацію сучасних методичних підходів, розробку комплексу інтерактивних завдань для формування probabilistic thinking, а також створення методики застосування GeoGebra, PhET, Excel та онлайн-симуляцій для моделювання випадкових подій, частотних процесів і комбінаторних ситуацій. Експеримент підтвердив підвищення навчальних результатів учнів, розвиток практичних навичок, зростання інтересу й мотивації до вивчення математики.

Наукова новизна полягає у поєднанні класичного й частотного підходів до вивчення ймовірностей із цифровими моделями та інтерактивними технологіями, а також у доведенні їх ефективності для формування ймовірнісного мислення. Практичне значення роботи полягає у можливості впровадження методики в старшій школі та використанні її у підготовці вчителів математики.

Ключові слова: ймовірність, статистика, моделювання, інтерактивні технології, GeoGebra, PhET, методика навчання, старша школа.

## ANNOTATION

The master's thesis consists of 58 pages and includes 12 figures, 9 tables, 50 references and 1 appendices.

The object of the study is the process of forming students' probabilistic understanding and practical skills during the study of elements of probability theory in the school mathematics course.

The purpose of the thesis is to substantiate and develop a methodology for teaching probability using interactive digital tools and to verify its effectiveness in the educational process. The research applies analysis of scientific literature, pedagogical observation, questionnaires, testing, modelling, elements of mathematical statistics, and a formative pedagogical experiment.

The results of the study include the identification of key difficulties students face in learning probabilistic concepts, the classification of modern methodological approaches, the development of a set of interactive tasks aimed at forming probabilistic thinking, and the creation of a methodology for using GeoGebra, PhET, Excel, and online simulations to model random events, frequency processes, and combinatorial situations. Experimental findings confirm improvements in students' academic performance, practical skills, interest, and motivation toward studying mathematics.

The scientific novelty lies in integrating classical and frequentist approaches to teaching probability with digital models and interactive technologies, as well as in demonstrating their effectiveness for the development of probabilistic thinking. The practical significance of the thesis consists in the possibility of implementing the proposed methodology in secondary school practice and using it in teacher training and professional development programmes.

Keywords: probability, statistics, modelling, interactive technologies, GeoGebra, PhET, teaching methodology, secondary school.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.....	8
1.1. Історія становлення та розвиток теорії ймовірностей .....	8
1.2. Аналіз Державних стандартів і програм з математики щодо вивчення елементів теорії ймовірностей .....	10
1.3 Труднощі учнів у засвоєнні ймовірнісних понять та шляхи їх подолання..	12
Висновки до розділу 1 .....	16
РОЗДІЛ 2. СУЧАСНІ ПІДХОДИ ТА МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ .....	18
2.1 Методологічні підходи до викладання теорії ймовірностей у школі .....	18
2.2. Інтерактивні та цифрові технології навчання ймовірностей .....	22
2.3. Методичні рекомендації та комплекс дидактичних завдань .....	27
Висновки до розділу 2 .....	34
РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДНО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ .....	37
3.1. Організація та методика проведення педагогічного експерименту .....	37
3.2. Аналіз результатів формувального експерименту .....	41
3.3. Узагальнення результатів та педагогічні висновки щодо ефективності методики.....	47
Висновки до розділу 3 .....	49
ВИСНОВКИ.....	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	54
Додаток А.....	59

## ВСТУП

У сучасному світі теорія ймовірностей перетворилася на потужний інструмент аналізу та прогнозування в різних сферах життєдіяльності людини. Від економіки та страхування до медицини, соціології та штучного інтелекту – ймовірнісні методи стають дедалі важливішими для розуміння складних систем і процесів. Однак, незважаючи на таку очевидну практичну цінність, викладання теорії ймовірностей у середній школі залишається проблемним питанням, що потребує ґрунтовного переосмислення та вдосконалення.

**Актуальність дослідження** зумовлена низкою суттєвих протиріч у сучасній математичній освіті. Традиційні методики навчання перетворюють теорію ймовірностей на абстрактну, складну для сприйняття дисципліну, що не має очевидного зв'язку з реальним життям. Освітні стандарти та програми не повною мірою розкривають потенціал ймовірнісного мислення для формування критичного та аналітичного підходу учнів. Учні відчують значні труднощі в розумінні ймовірнісних концепцій через брак наочності, інтерактивності та практичного застосування.

Розвиток технологій, штучного інтелекту, машинного навчання та аналітики даних висуває принципово нові вимоги до математичної підготовки школярів, де ймовірнісні методи стають ключовим інструментом пізнання та прогнозування.

**Метою дослідження** є дослідити способи інтеграції теорії ймовірностей у шкільний курс математики та розробити методичні рекомендації для покращення навчального процесу.

Дослідження спрямоване на розроблення інноваційних дидактичних підходів, які підвищують мотивацію, розуміння та практичне застосування ймовірнісних концепцій.

Для досягнення поставленої мети передбачається вирішення низки взаємопов'язаних завдань дослідження:

- на теоретичному рівні:

- дослідити історичний розвиток і основи теорії ймовірностей;
- проаналізувати державні освітні програми та стандарти щодо вивчення ймовірностей у середній та старшій школі;
  - на методологічному рівні:
    - визначити основні труднощі, з якими стикаються учні при вивченні теорії ймовірностей.
    - розглянути сучасні методи і підходи до викладання тем, пов'язаних із ймовірностями.
      - на практичному рівні:
        - розробити комплекс завдань, які демонструють застосування ймовірностей у реальному житті.
        - створити навчальні матеріали та інтерактивні вправи для полегшення розуміння концепцій ймовірності.
      - на емпіричному рівні:
        - провести експериментальне впровадження розроблених методів у навчальний процес.
        - оцінити ефективність запропонованих підходів через опитування, тести та аналіз результатів учнів.

**Наукова новизна дослідження** полягає в комплексному обґрунтуванні методики інтеграції ймовірнісних методів у шкільну математичну освіту, розробці інноваційних дидактичних принципів навчання та створенні системи методичного супроводу для формування ймовірнісного мислення школярів.

**Теоретичне значення роботи** пов'язане з поглибленням наукових уявлень про методику навчання теорії ймовірностей, розширенням понятійного апарату методичної науки та формуванням нового методологічного підходу до викладання ймовірнісних концепцій.

**Практичне значення дослідження** втілюється в розробці методичних рекомендацій для вчителів математики, створенні навчально-методичних

матеріалів для середньої школи та підготовці інструментарію для діагностики й розвитку ймовірного мислення учнів.

**Зв'язок роботи з науковою темою кафедри.** Кваліфікаційна робота виконана на кафедрі математики та методики її навчання Рівненського державного гуманітарного університету згідно з науковою темою кафедри «Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх учителів математики» (державний реєстраційний номер 0125U003357).

**Апробація результатів дослідження.** Кваліфікаційна робота заслуговувалася на засіданні кафедри математики та методики її навчання, звітній науково-практичній конференції РДГУ (2025) та Всеукраїнській науково-практичній конференції «Пріоритетні напрями європейського наукового простору: пошук студента» (Ізмаїл, 16.05.2025р). Опубліковано наукову статтю: Заболотня А.Г.. Методи використання елементів теорії ймовірностей у навчанні математики в середній школі в умовах змішаного навчання. Пріоритетні напрями європейського наукового простору: пошук студента. Вип.15. Ізмаїл: РВВ ІДГУ, 2025. с. 283-286.

**Методологічну основу дослідження** складають системний підхід до аналізу педагогічних явищ, компетентнісний підхід у навчанні математики, особистісно-орієнтована педагогіка та принципи наступності й міждисциплінарності. **Методи дослідження** включають теоретичний аналіз наукової літератури, педагогічне спостереження, анкетування, тестування та формувальний експеримент з подальшою статистичною обробкою результатів.

**Результати дослідження** сприятимуть підвищенню якості математичної освіти, формуванню в учнів здатності до ймовірного прогнозування та критичного мислення, що є надзвичайно важливим у сучасному динамічному світі.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

### 1.1. Історія становлення та розвиток теорії ймовірностей

Розвиток теорії ймовірностей відбувався поступово — від інтуїтивних філософських міркувань про природу випадковості до формування строгої математичної дисципліни. Перші уявлення про невизначені події виникли ще в античному світі та були пов'язані із спробами пояснити частоту явищ і непередбачуваність природних процесів [1].

Наукове осмислення ймовірнісних закономірностей почало формуватися у період Відродження та особливо активізувалося в XVII столітті, коли задачі, пов'язані з азартними іграми, привели до появи перших математичних методів підрахунку шансів. У подальші століття теорія ймовірностей розвивалася в межах класичного напрямку, була систематизована у працях європейських математиків, а в XX столітті набула сучасного вигляду завдяки аксіоматичній побудові (див. табл. 1.1) [9].

Таблиця 1.1 Основні етапи розвитку теорії ймовірностей

Період	Ключові вчені	Основний внесок	Значення
Античність (VI–IV ст. до н.е.)	Демокріт, Аристотель	Філософські уявлення про випадковість і частоту подій	Перші концепції невизначеності
1494	Лука Пачолі	Задача справедливого поділу ставок	Перший формалізований ймовірнісний підхід
XVI ст.	Дж. Кардано	Класичне визначення ймовірності	Основи математичного опису випадковості
1654	Б. Паскаль,	Поділ ставок,	Початок систематичної

	П. Ферма	математичне сподівання	теорії ймовірностей
1657	Х. Гюйгенс	Перша книга з теорії ймовірностей	Формалізація ймовірнісних методів
1713	Я. Бернуллі	Закон великих чисел	Зв'язок між теоретичною і статистичною ймовірністю
XVIII ст.	А. де Муавр, Т. Байєс	Нормальний розподіл; умовні ймовірності	Базові моделі аналізу випадкових величин
1812	П.-С. Лаплас	«Аналітична теорія ймовірностей»	Узагальнення та розвиток апарату теорії
XIX ст.	Гаус, Пуассон, Чебишев	Граничні теореми, теорія похибок	Розвиток математичної статистики
Поч. XX ст.	Марков, Ляпунов	Ланцюги Маркова; центральна гранична теорема	Теорія випадкових процесів
1933	А. Колмогоров	Аксіоматика теорії ймовірностей	Сучасна строго математична основа
XX–XXI ст.	Леві, Вінер та ін.	Стохастичні процеси, моделі у науці й техніці	Міждисциплінарні застосування

Аналіз історичних етапів розвитку теорії ймовірностей показує поступове ускладнення та формалізацію уявлень про випадковість. Класичний період заклав фундамент математичного апарату, граничні теореми XIX–початку XX століття забезпечили інструменти для роботи з великими даними та стохастичними процесами, а аксіоматика Колмогорова у 1933 році

перетворила теорію ймовірностей на повноцінну математичну науку. Сьогодні ймовірнісні моделі лежать в основі статистики, моделювання, машинного навчання та інших сучасних технологій, що підкреслює їхню ключову роль у практичній та науковій діяльності [21,44].

## **1.2. Аналіз Державних стандартів і програм з математики щодо вивчення елементів теорії ймовірностей**

Зміст шкільної математичної освіти в Україні визначається Державним стандартом базової середньої освіти та типовими навчальними програмами, оновленими відповідно до компетентнісного підходу. Одним із важливих компонентів математичної освіти є формування в учнів умінь працювати з невизначеністю, аналізувати випадкові події, інтерпретувати дані та робити висновки на основі статистичної інформації. Саме тому елементи теорії ймовірностей включено до навчальних програм основної та старшої школи у межах змістової лінії «Статистика та ймовірність» [22,37,39].

У 5–6 класах учні ознайомлюються з інтуїтивними уявленнями про випадковість: певні, можливі та неможливі події, елементарні експерименти з лічильними частотами. У 7–8 класах вводяться комбінаторні прийоми, поняття відносної частоти та класичної ймовірності. У 9–11 класах відбувається систематичне вивчення поняття ймовірності, умовної ймовірності, законів додавання та множення, дискретних розподілів та статистичної інтерпретації результатів. Така послідовність відповідає віковим можливостям учнів та тому, що у світі визначається як розвиток «статистичного мислення» [36,14].

Щоб оцінити відповідність української моделі світовим тенденціям, проаналізуємо ключові підходи, що застосовуються у провідних освітніх системах (табл. 1.2) [19].

Таблиця 1.2. Порівняння підходів до вивчення ймовірності у міжнародних освітніх стандартах

Освітня система	Що вивчається	Як подається матеріал	Особливості
Україна	Випадкові події, відносна частота, класична ймовірність, комбінаторика, умовна ймовірність, дискретні розподіли.	Поступовий перехід від інтуїтивних понять до формальних методів.	Сильна математична логіка, менше уваги до симуляцій та даних.
Фінляндія	Експериментальна ймовірність, моделювання та симуляції.	Через досліди, цифрові інструменти, групові дослідження.	Практична спрямованість, візуалізація моделей.
США (Common Core)	Статистика, ймовірність, аналіз даних, моделювання ризиків.	Проекти, робота з реальними наборами даних, графіки, симулятори.	Розвиток практичного мислення, STEM-інтеграція.
Канада	Ймовірність, статистичні розслідування, інтерпретація даних.	Вивчення на основі задач реального світу, опитувань, експериментів.	Орієнтація на критичне мислення та інтерпретацію результатів.
Сінгапур	Комбінаторика, ймовірність, статистика.	Чіткі структуровані схеми та багато задач.	Математична строгість і системність.

Порівняльний аналіз демонструє, що українська навчальна програма відповідає загальній міжнародній логіці: раннє формування інтуїтивних уявлень і поступове введення формальних понять. Проте на відміну від Фінляндії, США і Канади, навчання в Україні орієнтоване передусім на математичну строгість та обчислювальні методи. Зарубіжні системи надають більше значення:

- роботі з реальними даними,
- цифровим симуляціям,
- статистичним дослідженням учнів,
- моделям ризику та невизначеності,
- використанню інтерактивних середовищ.

Це узгоджується з рекомендаціями OECD щодо розвитку «data literacy» у школярів, де ймовірнісна компетентність визначається як ключовий компонент математичної грамотності.

Українська програма має потенціал для інтеграції більшої кількості практичних та цифрових методів. Такий підхід підсилює мотивацію учнів та сприяє кращому розумінню реальних застосувань ймовірностей, що підтверджено сучасними дослідженнями у галузі математичної освіти [28,33].

Отже, зміст українських навчальних програм щодо теорії ймовірностей є загалом збалансованим і методично послідовним. Він забезпечує формування базових теоретичних понять, однак може бути вдосконалений через включення більшої кількості практичних, експериментальних та цифрових компонентів, що характерно для провідних освітніх систем світу. Таке поєднання теоретичної строгості та практичної спрямованості відповідає сучасним вимогам математичної освіти та викликам цифрового суспільства.

### **1.3 Труднощі учнів у засвоєнні ймовірнісних понять та шляхи їх подолання**

Вивчення теорії ймовірностей у середній школі є важливим складником математичної освіти, проте учні часто стикаються з істотними труднощами. Це пов'язано як зі специфікою змісту (абстрактність понять, необхідність

оперування випадковими подіями, моделями та розподілами), так і з особливостями методики викладання. Дослідження показують, що формування статистичного й ймовірнісного мислення є тривалим процесом, який потребує систематичної, поетапної роботи та цілеспрямованої підтримки з боку вчителя [41,46].

Однією з провідних проблем є високий рівень абстракції. Такі поняття, як «випадкова подія», «ймовірність події», «умовна ймовірність», «незалежні події», важко пов'язати з повсякденним досвідом. Брак прикладів із реального життя призводить до того, що учні сприймають теорію ймовірностей як суто формальний розділ математики, далекий від їхніх інтересів і потреб. Ситуацію ускладнює те, що підлітки не завжди усвідомлюють роль ймовірнісних моделей у сучасному світі (страхування, фінанси, прогнози погоди, медичні дослідження, соціологічні опитування тощо) [17,35].

Важливою групою труднощів є термінологічні бар'єри. Специфічна мова теорії ймовірностей нерідко є для учнів «чужою»: вони плутають означення, некоректно вживають терміни або механічно відтворюють формулювання без розуміння. Додаткові проблеми виникають через розбіжності в термінології різних підручників та посібників, а також через тісний зв'язок з іншими розділами математики (теорія множин, комбінаторика, математична логіка) [15]. Ефективним засобом подолання цих труднощів є систематичне введення глосаріїв, пояснення термінів на простих прикладах, використання аналогій та асоціативних зв'язків.

Суттєві труднощі викликає застосування формул і обчислювальних методів. Учні нерідко механічно запам'ятовують формули, не розуміючи умов їх застосування. Це особливо проявляється під час розв'язування задач на умовну ймовірність, незалежність подій, використання формул додавання і множення ймовірностей, комбінаторних підрахунків. Типовими є помилки у виборі моделі (коли використовувати класичне означення, а коли – умовну ймовірність), у підрахунку сприятливих та можливих випадків, у трактуванні отриманих результатів [32]. Для зменшення цих труднощів доцільно

застосовувати поетапні алгоритми розв'язування, візуальні засоби (діаграми Венна, дерева рішень, таблиці ймовірностей), аналіз типових помилок.

Окрему групу становлять труднощі, пов'язані з розв'язуванням текстових задач. Ймовірнісні задачі вимагають одночасно аналізу умови, побудови моделі, вибору відповідних формул і коректної інтерпретації результату. Учні часто помиляються вже на етапі «перекладу» тексту задачі мовою математичних подій, пропускають суттєві умови або не враховують залежність/незалежність подій [26]. Ефективними засобами подолання цих труднощів є навчання стратегіям розв'язування (когнітивні «шляхи» розбору задачі), групове обговорення різних способів розв'язання, колективний аналіз типових помилок.

Не менш важливим чинником є недостатній рівень попередньої математичної підготовки. Для успішного опанування теорії ймовірностей необхідні міцні знання з комбінаторики, теорії множин, алгебри, геометрії, а також базові навички логічного мислення. Відсутність такого фундаменту призводить до того, що учні відчувають перевантаження й не можуть пов'язати новий матеріал із уже відомими математичними структурами [24]. Тому вчителю важливо діагностувати прогалини в знаннях і за потреби організувати короткі «підготовчі модулі», які відновлюють необхідні опорні поняття.

Для наочності основні групи труднощів та шляхи їх подолання можна узагальнити в табл. 1.3.

Таблиця 1.3. Основні труднощі учнів у вивченні теорії ймовірностей та шляхи їх подолання

Група труднощів	Сутність проблеми	Можливі шляхи подолання
Абстрактність змісту	Відірваність понять від життєвого досвіду, нерозуміння практичної	Використання прикладів із реального життя, ігор, експериментів; поетапний

	цінності ймовірностей	перехід від інтуїтивних моделей до формальних означень
Термінологія	Нерозуміння значення термінів, плутанина між близькими поняттями, різні формулювання в джерелах	Глосарії, аналогії, наочні схеми, повторюване використання термінів у різних контекстах, мнемонічні прийоми
Формули та обчислення	Механічне заучування без розуміння умов застосування; труднощі з комбінаторикою	Пояснення походження формул, поетапні алгоритми, візуалізація (діаграми, дерева рішень), тренувальні задачі з поступовим ускладненням
Розв'язування задач	Складність перекладу тексту на мову подій, вибір моделі, інтерпретація результату	Навчання стратегій розв'язування, аналіз типових помилок, групова робота, обговорення різних способів розв'язань
Недостатня базова підготовка	Прогалини у знаннях з алгебри, геометрії, теорії множин, логіки	Діагностика стартового рівня, підготовчі блоки, міждисциплінарні зв'язки, систематичне повторення опорних тем

Узагальнюючи, можна стверджувати, що труднощі учнів у вивченні теорії ймовірностей мають комплексний характер: поєднують когнітивні, мовні, методичні та мотиваційні аспекти. Їх подолання можливе за умови цілеспрямованої організації навчального процесу, який поєднує поетапне введення абстрактних понять, активне використання наочності й експериментів, систематичну роботу з термінологією та підтримку розвитку ймовірнісного мислення як особливого виду математичного мислення [2,8,4].

## Висновки до розділу 1

У результаті теоретичного аналізу встановлено, що теорія ймовірностей має тривалу історію становлення, яка проходила шлях від філософських міркувань про випадковість до формування строгої аксіоматичної системи. Розвиток цього напрямку математики зумовлювався потребами практики, розвитком наукового мислення та появою нових галузей застосування. Від класичних робіт Б. Паскаля, П. Ферма, Я. Бернуллі та П.-С. Лапласа до аксіоматики А. Колмогорова еволюція теорії ймовірностей відображає зміну наукової парадигми та перехід до сучасного розуміння випадкових процесів. Сьогодні ймовірнісні моделі становлять основу численних сфер — від статистики й економіки до машинного навчання, що підтверджує фундаментальність і міждисциплінарний характер цієї галузі.

Аналіз чинних українських навчальних програм засвідчує, що елементи теорії ймовірностей інтегровані в освітній процес поступово та логічно: від інтуїтивних уявлень у 5–6 класах до формальних методів обчислення ймовірностей, комбінаторики та початків математичної статистики у старшій школі. Порівняння зі світовими стандартами показує, що український підхід є змістово збалансованим і методично послідовним, хоча потребує більшої практичної та дослідницької спрямованості, характерної для освітніх систем Фінляндії, США та Канади. Зокрема, у зарубіжних програмах помітно ширше застосовуються цифрові симуляції, робота з реальними даними, експериментальні дослідження, що сприяє розвитку статистичного та ймовірнісного мислення учнів.

Установлено, що найбільш значущими труднощами для школярів під час вивчення ймовірності є абстрактність змісту, термінологічна складність, проблеми із застосуванням формул і побудовою ймовірнісних моделей, а також недостатній рівень базової математичної підготовки. Ці труднощі мають комплексний характер і зумовлюють потребу в удосконаленні методики навчання. Найефективнішими засобами їх подолання є використання наочності, реальних прикладів, експериментальних завдань, цифрових

інструментів, систематична робота з термінологією та розвиток у школярів ймовірнісного мислення як особливого типу математичного мислення.

Отже, проведений аналіз підтверджує необхідність поєднання теоретичної строгості з практичною спрямованістю навчання, а також важливість використання сучасних дидактичних підходів, що враховують вікові та когнітивні особливості учнів. Це створює методологічну основу для розроблення ефективної системи навчання теорії ймовірностей, яка буде представлена в наступних розділах магістерської роботи.

## **РОЗДІЛ 2. СУЧАСНІ ПІДХОДИ ТА МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

### **2.1 Методологічні підходи до викладання теорії ймовірностей у школі**

Теорія ймовірностей як навчальна дисципліна привертає увагу методистів завдяки поєднанню концептуальної складності, високого рівня абстракції та важливості формування в учнів і студентів специфічного ймовірнісного мислення. Традиційно її викладання у вітчизняній педагогічній практиці базується на аксіоматичній моделі, що передбачає поетапне введення категорій випадкової події, ймовірності, випадкової величини, законів розподілу та комбінаторних методів. Такий підхід забезпечує математичну строгість, однак часто призводить до того, що студенти сприймають дисципліну як абстрактну та відірвану від реальних застосувань.

Аналіз сучасних методичних джерел й досліджень когнітивної психології свідчить, що суттєві труднощі у засвоєнні ймовірнісних понять зумовлені не лише складністю математичного апарату, а й особливостями інтуїтивного мислення людини [7]. Зокрема, численні дослідження вказують на те, що оцінювання випадковості нерідко суперечить формальним моделям: учні й дорослі схильні шукати закономірності у випадкових послідовностях, покладатися на інтуїтивні судження й допускати типові когнітивні помилки — такі як «помилка гравця», неправильне тлумачення незалежності подій, плутанина між умовною й зворотною ймовірністю [19]. У зв'язку з цим ефективна методика викладання повинна враховувати психологічні особливості сприйняття невизначеності та інтуїтивних уявлень учнів.

Значною проблемою є сприйняття теорії ймовірностей як дисципліни, що не має прямого стосунку до повсякденного життя. Студенти, особливо нематематичних спеціальностей, часто формально опановують формули та алгоритми, але відчують труднощі під час їх застосування в реальних або міждисциплінарних контекстах. За результатами опитувань, понад 65 % студентів зазначають, що головні труднощі спричиняє не обчислювальна

частина, а концептуальне розуміння суті ймовірності та інтерпретація результатів. Відсутність прикладних задач і міждисциплінарних зв'язків зменшує мотивацію та стійкість знань.

У сучасній методичній літературі виокремлюють три основні підходи до викладання теорії ймовірностей: класичний (аксіоматичний), частотний та суб'єктивний (байєсівський). Кожен із них має свої сильні сторони, обмеження та дидактичний потенціал.

Класичний підхід, що домінує у вищій освіті України, забезпечує логічну завершеність і зв'язок з іншими математичними дисциплінами. Однак високий рівень формалізації часто ускладнює формування інтуїтивного уявлення про випадковість у студентів, які не мають достатньої математичної бази [9].

Частотний (експериментальний) підхід ґрунтується на емпіричних спостереженнях і інтерпретує ймовірність як відносну частоту появи події. Завдяки наочності він значно легший для сприйняття, особливо на початковому етапі вивчення дисципліни. Проведення простих експериментів — підкидання монети, витягування карт, моделювання випадкових подій — дозволяє зменшити абстрактність і сформулювати первинне інтуїтивне розуміння закономірностей. Проте цей підхід не дає можливості коректно працювати з унікальними або одноразовими подіями [11].

Суб'єктивний (байєсівський) підхід розглядає ймовірність як міру впевненості, що може змінюватися при надходженні нової інформації. Така інтерпретація є надзвичайно важливою для підготовки фахівців у галузях медицини, економіки, аналізу ризиків, інформаційних технологій. Він навчає студентів ухвалювати рішення в умовах невизначеності та використовувати апіорну й апостеріорну інформацію. Водночас байєсівська інтерпретація потребує достатнього рівня математичної підготовки та ще недостатньо інтегрована у вітчизняні програми [21].

У сучасних світових тенденціях спостерігається зростання ролі візуалізацій, симуляцій та цифрових інструментів у навчанні ймовірності.

Інтерактивні моделі дозволяють продемонструвати закономірності у динаміці та побачити результати великої кількості випробувань у скороченому часі, що суттєво підвищує якість розуміння матеріалу [23]. Дослідження підкреслюють, що використання цифрових засобів допомагає подолати типові інтуїтивні хибні уявлення та сприяє розвитку стійкого ймовірнісного мислення.

Для систематизації та узагальнення розглянутих підходів до викладання теорії ймовірностей доцільно провести їх порівняльний аналіз за ключовими аспектами. Особливої уваги заслуговує порівняння їх дидактичного потенціалу та можливості інтеграції в освітній процес з урахуванням психологічних особливостей сприйняття ймовірнісних понять студентами різних спеціальностей (табл.2.1).

Таблиця 2.1. Порівняльний аналіз основних підходів до викладання теорії ймовірностей

Підхід	Ключові особливості	Переваги	Обмеження	Застосування
Класичний (аксіоматичний)	визначає ймовірність через відношення сприятливих наслідків до загальної кількості можливих наслідків; базується на формальних математичних структурах	математична строгість; логічна послідовність; зв'язок з іншими розділами математики	висока абстрактність; складність для студентів без глибокої математичної підготовки; відірваність від практичного досвіду	найбільш поширений у вищій освіті; ефективний для студентів математичних спеціальностей

<p>Частотний (експериментальний)</p>	<p>визначає ймовірність як відносну частоту події при великій кількості випробувань; базується на реальних експериментах</p>	<p>інтуїтивна зрозумілість; зв'язок з досвідом; наочність</p>	<p>неможливість застосування до унікальних подій; потреба у великій кількості спостережень</p>	<p>ефективний на початкових етапах навчання; доцільний для студентів нематематичних спеціальностей</p>
<p>Суб'єктивний (байєсівський)</p>	<p>трактує ймовірність як міру суб'єктивної впевненості; враховує попередні знання та нову інформацію</p>	<p>можливість працювати з унікальними подіями; формування навичок прийняття рішень; врахування нової інформації</p>	<p>складність формалізації; суб'єктивність оцінок; потреба у розумінні базових принципів</p>	<p>використовується в прикладних галузях (медицина, економіка, прогнозування); корисний при вивченні прикладних аспектів ймовірностей</p>
<p>Інтегрований</p>	<p>поєднує елементи різних підходів; використовує різноманітні методичні прийоми</p>	<p>всебічне розуміння ймовірності; гнучкість у застосуванні; розвиток різних аспектів мислення</p>	<p>ресурсомісткість; потреба у кваліфікованих викладачах; більша тривалість навчання</p>	<p>перспективний для різних рівнів освіти; рекомендований сучасними дослідниками</p>

Аналіз наведених у таблиці даних показує, що жоден підхід не може повністю забезпечити ефективне засвоєння дисципліни. Найбільш результативною є інтегрована методика, яка передбачає поєднання експериментального, класичного та суб'єктивного підходів. Така модель дозволяє одночасно формувати як інтуїтивні уявлення, так і строгий математичний апарат; враховувати різні стилі навчання; адаптувати зміст під потреби нематематичних спеціальностей; забезпечувати практичну спрямованість і розвиток критичного мислення.

Отже, сучасний етап розвитку методики викладання теорії ймовірностей характеризується прагненням подолати абстрактність дисципліни, зробити її більш практичною, наочною та наближеною до реальних застосувань. Використання інтерактивних методів, симуляцій, життєвих прикладів та міждисциплінарних зв'язків дозволяє формувати стійке інтуїтивне та формальне розуміння ймовірності, що є ключовою передумовою розвитку ймовірнісної грамотності й готовності студентів до роботи з невизначеністю в реальних умовах.

## **2.2. Інтерактивні та цифрові технології навчання ймовірностей**

Використання інтерактивних технологій у навчанні теорії ймовірностей протягом останніх десятиліть стало предметом численних наукових досліджень та педагогічних експериментів. Під інтерактивними технологіями розуміють цифрові засоби, що забезпечують двосторонню взаємодію учня з навчальним контентом, коли дії користувача викликають миттєві зміни у поданні інформації та дозволяють керувати параметрами моделі [31]. Для теорії ймовірностей, яка традиційно сприймається як абстрактний та відірваний від практики розділ математики, такі технології мають особливе значення.

Ключова дидактична проблема полягає в тому, що ймовірнісні закономірності складно спостерігати безпосередньо в умовах звичайного уроку: для отримання статистично значущих результатів потрібно проводити сотні й тисячі випробувань, що практично неможливо в «ручному» форматі.

Інтерактивні симуляції розв'язують цю проблему, дозволяючи за лічені хвилини змодельовати велику кількість експериментів, побудувати гістограми, порівняти емпіричні частоти з теоретичними й обговорити відхилення результатів.

З позицій конструктивістської педагогіки інтерактивні середовища створюють сприятливі умови для роботи в зоні найближчого розвитку учня. Маніпулюючи параметрами симуляції, формулюючи гіпотези та одразу перевіряючи їх, учень сам «конструює» розуміння ймовірнісних законів, а не лише відтворює готові правила. Це сприяє глибшому засвоєнню, розвитку навичок наукового мислення (цикл «спостереження – гіпотеза – експеримент – висновок»), підвищує внутрішню мотивацію та відповідальність за власне навчання. Дослідження в рамках теорії когнітивного навантаження показують, що інтерактивні мультимедійні матеріали можуть підвищувати рівень розуміння абстрактних понять на 20–35 % порівняно з традиційним викладом [38,47].

Інтерактивні технології органічно узгоджуються з вимогами Концепції Нової української школи, оскільки одночасно розвивають математичну, цифрову та природничо-наукову компетентності, уміння вчитися впродовж життя, ініціативність і підприємливість. Робота з симуляціями, аплетами, інтерактивними задачами сприяє не лише засвоєнню формул і означень, а й формуванню практичних умінь аналізувати дані, інтерпретувати результати та приймати рішення в умовах невизначеності.

Сучасний інструментарій для навчання теорії ймовірностей є надзвичайно різноманітним. GeoGebra (<https://www.geogebra.org>) пропонує засоби для генерації випадкових чисел, побудови гістограм, моделювання різних розподілів та створення інтерактивних аплетів (рис 2.1) [2].

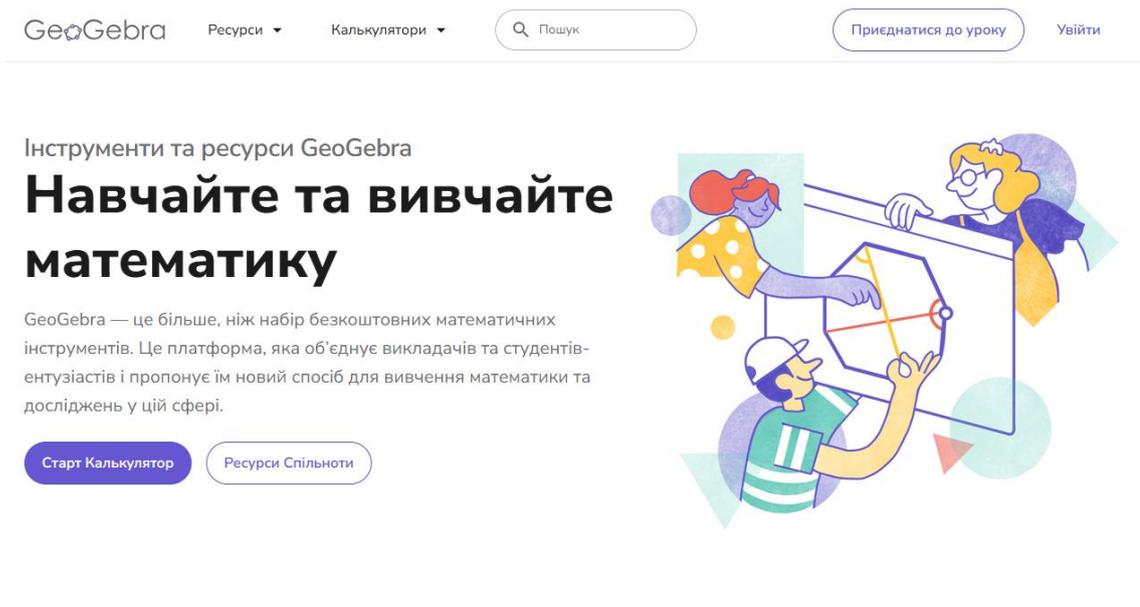


Рис 2.1 Інтерфейс Geogebra

Симуляції PhET (Coin Toss, Plinko Probability, Probability Sampler тощо) <https://phet.colorado.edu> дозволяють наочно досліджувати закон великих чисел, біноміальний та нормальний розподіли (рис. 2.2) [8].

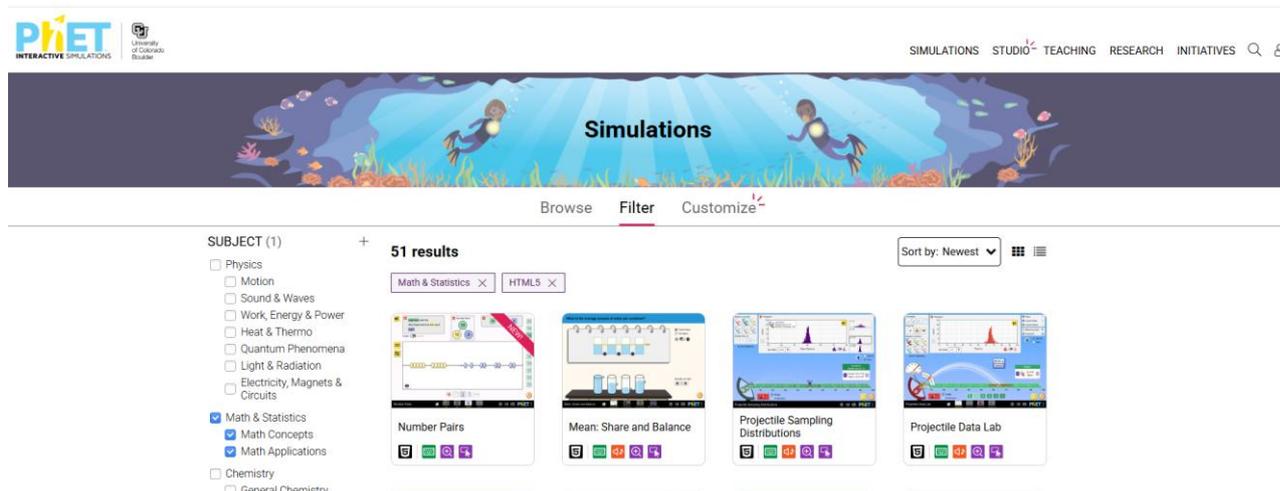


Рис 2.2 Інтерфейс симуляцій Phet

Microsoft Excel, попри універсальний характер, дає широкі можливості для генерації випадкових даних, обчислення ймовірностей стандартних розподілів і візуалізації результатів [6]. Платформи Khan Academy (<https://uk.khanacademy.org>), Desmos (<https://www.desmos.com>), Wolfram Alpha (<https://www.wolframalpha.com>) та інші забезпечують поєднання теоретичних пояснень, інтерактивних завдань і автоматизованого аналізу розв'язань (рис. 2.3-2.5) [12].



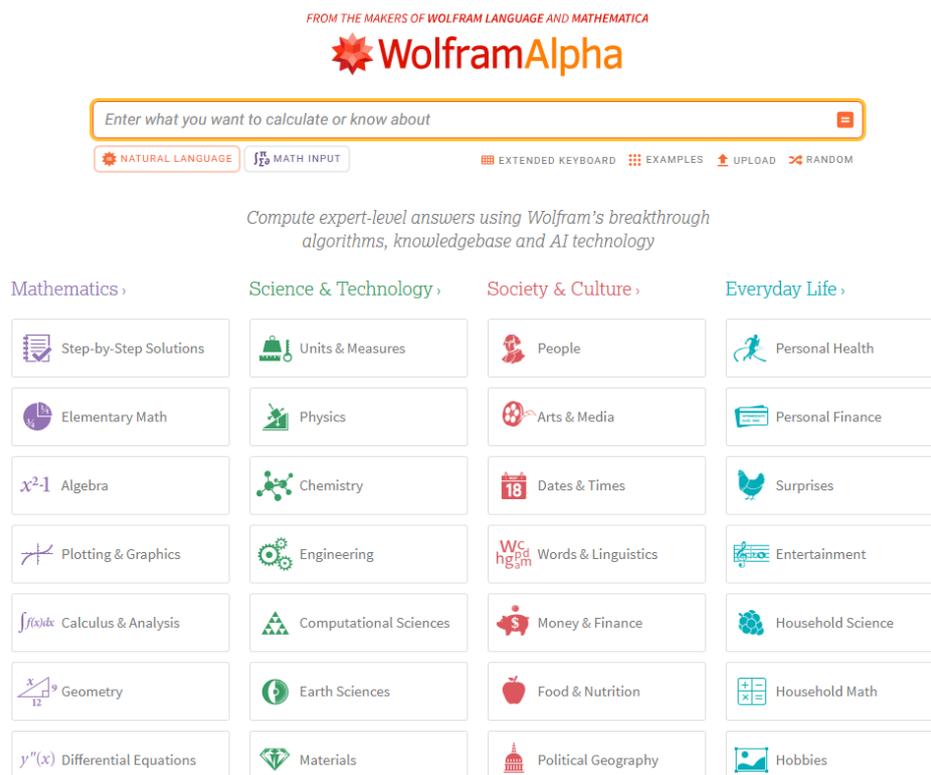


Рис 2.5 Wolfram Alpha

Додатковий потенціал мають мобільні додатки, VR/AR-рішення, інтерактивні дошки, а також системи управління навчанням (Moodle (<https://moodle.org>), Google Classroom (<https://classroom.google.com>)), які дозволяють організувати змішане й дистанційне навчання.

Симуляційний метод навчання особливо ефективний при вивченні базових понять теорії ймовірностей і закону великих чисел. Наприклад, серія віртуальних експериментів з підкиданням монети (10, 100, 1000 і більше випробувань) дає учням змогу побачити, як емпірична частота результату поступово наближається до теоретичного значення 0,5, і усвідомити, що ймовірність є характеристикою масових експериментів, а не окремої спроби [47]. Аналогічно, симуляція Plinko дає змогу наочно пов'язати послідовність незалежних випробувань Бернуллі, біноміальний розподіл і його наближення нормальним розподілом. Такі завдання можуть поєднуватися з використанням

Excel або GeoGebra для побудови гістограм, обчислення теоретичних ймовірностей та порівняння їх з емпіричними.

Важливий потенціал мають гейміфікація та проєктно-орієнтоване навчання. Інтерактивні ігри (наприклад, «лотерейні» сценарії на математичне сподівання) показують практичний сенс ймовірнісних моделей та демонструють, чому інтуїтивно «вигідні» стратегії можуть виявлятися програшними в довгостроковій перспективі. Довгострокові дослідницькі проєкти зі збиранням реальних даних, їх статистичним опрацюванням і побудовою моделей (погода, спорт, транспорт, соціальні мережі тощо) розвивають не лише предметні, а й метапредметні компетентності: критичне мислення, навички наукової комунікації, роботу в команді [38].

Інтерактивні технології також створюють широкі можливості для диференціації та персоналізації навчання. Прості симуляції й покрокові підказки можуть бути орієнтовані на учнів з базовим рівнем підготовки, тоді як для мотивованих та обдарованих учнів можуть пропонуватися складні багатопараметричні моделі, створення власних симуляцій або програмних реалізацій, участь у дослідницьких проєктах [33; 41]. Адаптивні платформи (наприклад, Khan Academy) автоматично добирають завдання відповідного рівня складності, а вчитель отримує аналітику для цілеспрямованої підтримки.

Разом з тим упровадження інтерактивних технологій супроводжується низкою викликів: нерівномірним доступом до техніки та інтернету, залежністю від електропостачання, обмеженнями часу екранної активності, а також потребою у підвищенні цифрової компетентності вчителів і методичному забезпеченні використання таких засобів [41]. Подолання цих бар'єрів є необхідною умовою для того, щоб інтерактивні технології стали не епізодичним доповненням, а системною складовою навчання теорії ймовірностей.

### **2.3. Методичні рекомендації та комплекс дидактичних завдань**

Розроблений комплекс вправ і завдань з теорії ймовірностей охоплює зміст, передбачений шкільною програмою 8–11 класів, і має на меті не лише

формування предметних умінь, а й розвиток ключових і математичних компетентностей сучасного учня. Враховуючи структуру шкільного курсу та особливості засвоєння абстрактних понять, усі завдання згруповано у п'ять тематичних блоків, кожен з яких виконує певну дидактичну функцію та забезпечує формування окремих компонентів компетентностей. Логічні переходи між блоками демонструють поступове ускладнення матеріалу й створюють цілісну траєкторію вивчення теми.

Перший блок присвячений **базовим поняттям теорії ймовірностей**, які формують фундаментальне уявлення учнів про випадкові події, простір елементарних наслідків та класичну схему обчислення ймовірностей. Цей етап є визначальним, оскільки саме тут учні стикаються з новим типом мислення — імовірнісним, що суттєво відрізняється від детермінованих моделей, властивих попереднім темам. Після засвоєння основ виникає потреба застосувати ці поняття у просторі, що й реалізується в наступному блоці [30].

Другий тематичний блок присвячено **геометричним ймовірностям**, де вперше вводиться інтерпретація подій у неперервному просторі. Цей перехід від дискретних значень до неперервних моделей є важливим дидактичним кроком, що розвиває просторове мислення, інтуїцію та вміння аналізувати моделі реального світу. Саме тут учні починають усвідомлювати, що ймовірність може мати геометричну природу й пов'язана з довжиною, площею чи об'ємом, що створює підготовку до складніших комбінаторних і ймовірнісних структур [32].

Третій блок **«Теорема додавання та множення ймовірностей»** логічно продовжує попередній матеріал, оскільки дає можливість працювати зі складеними подіями, вводить поняття сумісності й незалежності подій, та формує вміння будувати складніші моделі. Цей етап є ключовим для подальшого переходу до умовної ймовірності, тому що без розуміння комбінування подій учень не може оперувати взаємозалежними ситуаціями.

Саме тому четвертий блок присвячено **умовній ймовірності, формулі повної ймовірності та формулі Байєса**, які дозволяють аналізувати

залежності між подіями та моделювати ситуації, що зустрічаються у медицині, економіці, соціології чи техніці. Цей блок формує навички логічного аналізу інформації, роботи з даними та статистичного мислення, що є необхідним підґрунтям для засвоєння схеми Бернуллі та статистичних методів.

П'ятим і завершальним етапом є **схема Бернуллі та елементи математичної статистики**, що узагальнюють попередні знання і дають можливість учням працювати з випадковими величинами, розподілами та реальними даними. Саме тут учні переходять від окремих прикладів до аналізу вибірок, обчислення статистичних характеристик і первинного моделювання випадкових процесів, що готує їх до вищої математики, НМТ та реальних практичних задач.

Для забезпечення практичності та сучасності навчального процесу до комплексу інтегровано **інтерактивні завдання з GeoGebra та PhET**, які дають можливість проводити симуляції, працювати з аплетами, досліджувати закони великих чисел, біноміальний розподіл, умовні ймовірності та геометричні моделі. Використання цифрових інструментів органічно доповнює традиційні задачі та сприяє формуванню цифрової компетентності, критичного мислення, навичок аналізу даних та самостійного дослідження [28,33].

Узагальнену відповідність тематичних блоків та ключових компетентностей подано в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2. Відповідність блоків завдань компетентностям

Тематичний блок	Компетентності	Приклади, як вони формуються
Основні поняття	Математична, логічна	Побудова просторів подій; аналіз елементарних наслідків
Геометричні ймовірності	Просторово-візуальна, цифрова	Моделювання на відрізках, використання GeoGebra
Теореми додавання і множення	Логічна, комунікативна	Побудова моделей складених подій, групові обговорення

Умовні ймовірності	Критичне мислення, інформаційна	Дерева ймовірностей; аналіз даних; PhET симуляції
Схема Бернуллі; статистика	Статистична, підприємливість	Обчислення розподілів; аналіз вибірок; робота в Excel
Інтерактиви GeoGebra / PhET	Цифрова, дослідницька	Проведення симуляцій, самостійне моделювання

Щоб продемонструвати практичні можливості комплексу, нижченаведено як традиційні вправи, що формують міцну основу теоретичної підготовки, так і інтерактивні завдання, реалізовані за допомогою GeoGebra та PhET Interactive Simulations.

Приклади завдань з рівнем складності та за класами:

### **Блок А. Основні поняття теорії ймовірностей (8-9 класи)**

Вивчення теми традиційно починається з розуміння випадкових подій, простору елементарних наслідків та класичного означення ймовірності. Проте одних лише теоретичних означень недостатньо: учні потребують практичної роботи з чисельними експериментами та спостереженнями за випадковими явищами. Саме тому традиційні задачі доцільно доповнювати інтерактивними симуляціями.

#### **Традиційні завдання**

**A1.** У коробці 15 куль: 6 червоних, 5 синіх, 4 жовті. Знайдіть ймовірність того, що витягнута куля буде:

- а) червоною;
- б) не жовтою;
- в) синьою або жовтою.

**A2.** Два кубики підкидають одночасно. Знайдіть ймовірність того, що:

- а) сума очок дорівнює 7;
- б) випаде дубль.

#### **Інтерактивні моделі**

**GeoGebra: симуляція кидання кубиків та генерації випадкових чисел.**

Дозволяє проводити серії з 10–10 000 випробувань, порівнюючи емпіричні частоти з теоретичними.

**PhET: “Coin Flip” — симуляція підкидання монети.**  
Корисна для демонстрації закону великих чисел і різниці між одиничним та масовим експериментом.

### **Блок Б. Геометричні ймовірності (9-10 класи)**

Геометрична інтерпретація ймовірності допомагає розвивати просторове мислення та формувати інтуїцію щодо безперервних моделей. Цей блок особливо виграє від використання засобів динамічної геометрії.

#### **Традиційні завдання**

**Б1.** На відрізку довжиною 12 см випадково ставлять точку. Знайдіть ймовірність того, що вона потрапить у середню третину відрізка.

**Б2.** Пасажир приходить на зупинку у випадковий момент. Автобус ходить кожні 20 хв. Знайти ймовірність, що чекати доведеться менше 5 хв.

#### **Інтерактивні моделі**

**GeoGebra: моделі геометричних ймовірностей.**  
Можна змінювати довжини інтервалів, положення точок та порівнювати площі областей.

### **Блок В. Теореми додавання та множення ймовірностей (10 клас)**

Цей блок формує основні інструменти обчислення ймовірностей, тому важливо навчити учнів правильно визначати тип події, виявляти несумісні та незалежні події.

#### **Традиційні завдання**

**В1.** Події А та В мають ймовірності  $P(A)=0,3$  та  $P(B)=0,4$ .  
Знайти:  
а)  $P(A \cup B)$ , якщо події несумісні;  
б)  $P(A \cap B)$ , якщо вони незалежні.

### **Інтерактивні моделі**

#### **PhET: “Probability” — моделювання різних типів подій.**

Учні можуть самостійно змінювати ймовірності подій на «колесі секторів» та спостерігати результати.

#### **Блок Г. Умовна ймовірність та формула повної ймовірності (10-11 класи)**

Поняття умовної ймовірності традиційно викликає труднощі.

Використання симуляцій дозволяє наочно демонструвати залежність подій.

#### **Традиційні завдання**

**Г1.** В урні 8 білих і 4 чорних кулі. Без повернення витягують дві кулі.

Визначити ймовірність того, що друга куля буде білою, якщо перша — чорна.

### **Інтерактивні моделі**

#### **GeoGebra / Desmos: моделювання вибірок без повернення.**

Можна динамічно змінювати склад урни й отримувати нові результати.

#### **PhET: “Probability Simulations”.**

Візуалізує дерева ймовірностей і залежні події.

#### **Блок Д. Схема Бернуллі (11 клас)**

На цьому рівні інтерактивні інструменти стають особливо потужними, оскільки дозволяють моделювати великі серії експериментів, будувати гістограми та порівнювати емпіричні та теоретичні розподіли.

#### **Традиційні завдання**

**Д1.** Ймовірність успіху  $p=0,6$ . У серії з  $n=5$  незалежних випробувань знайти:

- а)  $P(3 \text{ успіхи})$ ;
- б)  $P(\text{принаймні } 4 \text{ успіхи})$ .

### **Інтерактивні моделі**

#### **PhET: “Plinko Probability” (модель Бернуллі).**

Візуалізує біноміальний розподіл, дає змогу змінювати  $n$  та  $p$ .

#### **GeoGebra: моделі біноміального та нормального розподілів.**

Дозволяє будувати гістограми та порівнювати їх з теоретичними кривими.

## Блок Е. Елементи математичної статистики (11 клас)

Завершальний тематичний блок комплексу присвячений елементам математичної статистики — важливому компоненту сучасної шкільної математичної освіти, який забезпечує учнів інструментами аналізу реальних даних. На цьому етапі особливо корисними стають інтерактивні середовища, оскільки вони дозволяють виконувати статистичну обробку значно швидше й наочно демонструють властивості вибірок, варіаційних рядів та розподілів.

Вивчення статистики у старшій школі має на меті сформувати не лише предметні уміння, але й компетентності, пов'язані з критичним аналізом інформації, роботою з великими наборами даних та оцінюванням імовірнісних закономірностей на основі реальних спостережень. Тому традиційні завдання у цьому блоці доцільно доповнювати моделюванням у GeoGebra, Excel та WolframAlpha.

### Традиційні завдання

**Завдання Е1.** За результатами контрольної роботи отримано такий розподіл оцінок:

Оцінка	2	3	4	5
Кількість учнів	3	8	12	7

Знайдіть: а) середню оцінку; б) медіану; в) моду; г) дисперсію.

**Завдання Е2.** Проведено дослідження зросту 200 студентів. Середній зріст 175 см, стандартне відхилення 7 см. Користуючись правилом "трьох сигм", оцініть кількість студентів із зростом: а) від 161 до 189 см; б) від 168 до 182 см; в) більше 196 см.

### Інтерактивні моделі

#### GeoGebra: статистичні аплети

Дозволяють автоматично:

- будувати гістограми, полігони та діаграми розсіювання;
- обчислювати середні, медіани, моди, кватилі, дисперсії;
- порівнювати вибірковий розподіл із теоретичним.

### **Microsoft Excel**

- Корисний для роботи з більшими наборами даних:
- функції AVERAGE(), MEDIAN(), MODE(), VAR(), STDEV();
  - швидке створення гістограм і стовпчикових діаграм;
  - інструмент «Аналіз даних» для кореляцій та регресії.

Отже, розроблений комплекс вправ і завдань з теорії ймовірностей забезпечує цілісну та поетапну побудову навчального матеріалу від базових понять до елементів статистичного аналізу. Поєднання традиційних задач із інтерактивними моделями GeoGebra, PhET, Excel та іншими цифровими інструментами не лише підвищує якість засвоєння теоретичних положень, а й сприяє розвитку в учнів критичного мислення, цифрової грамотності та вміння працювати з даними. Такий підхід дозволяє формувати глибоке розуміння ймовірнісних закономірностей, забезпечує прикладну спрямованість навчання та створює умови для індивідуалізації освітнього процесу, що відповідає сучасним вимогам математичної освіти.

Повний комплекс завдань буде представлено у методичному посібнику «Методика навчання розв'язування задач з теорії ймовірностей у загальноосвітній школі», який міститиме понад 200 завдань різних рівнів складності з детальними розв'язаннями та методичними рекомендаціями (Додаток А). Посібник стане практичним інструментом для вчителів математики та сприятиме підвищенню якості математичної освіти в українській школі.

### **Висновки до розділу 2**

У другому розділі було системно проаналізовано сучасні підходи до навчання теорії ймовірностей у закладах загальної середньої освіти та визначено методичні засади формування в учнів ймовірнісних і статистичних умінь. Проведений огляд засвідчує, що традиційне викладання цього розділу математики нерідко залишається орієнтованим переважно на формальні обчислення, тоді як складність теми зумовлена не лише її абстрактністю, а й психологічними особливостями сприйняття випадковості та невизначеності.

Розгляд основних методичних підходів — класичного, частотного та суб'єктивного — дав змогу показати, що кожен із них має власні дидактичні переваги і обмеження. Найбільш ефективним виявляється інтегрований підхід, який поєднує строгість математичного апарату з експериментальною та візуальною складовими, що відповідає сучасним тенденціям особистісно орієнтованої освіти. Аналіз світового та національного досвіду підтвердив, що успішне засвоєння ймовірнісних понять можливе лише за умови активного використання контекстних задач, моделювання реальних ситуацій та застосування міжпредметних зв'язків.

Особливу увагу в розділі приділено інтерактивним цифровим інструментам (GeoGebra, PhET, Desmos, Excel, Wolfram Alpha), які значно розширюють можливості візуалізації абстрактних понять та проведення великої кількості випадкових експериментів за короткий час. Їх використання сприяє формуванню в учнів ключових компетентностей Нової української школи — математичної, цифрової, критичного мислення, уміння працювати з інформацією та досліджувати дані. Показано, що симуляції та параметричне моделювання підвищують мотивацію, зменшують когнітивне навантаження та допомагають подолати типові хибні уявлення щодо випадковості.

У межах розділу було обґрунтовано структуру комплексу вправ і завдань, побудовану за принципом поступового ускладнення: від основних понять до статистичного аналізу. Представлені приклади завдань демонструють можливість поєднання традиційних методів навчання із цифровими інструментами, що забезпечує практичну спрямованість, варіативність і доступність матеріалу для учнів різного рівня підготовки.

Загалом результати аналізу дозволяють стверджувати, що ефективно навчання теорії ймовірностей потребує комплексного методичного підходу, який поєднує сильні сторони різних парадигм навчання, включає інтерактивні технології, забезпечує практичний зміст та відповідає сучасним компетентнісним вимогам. Структура розробленого комплексу завдань і методичних рішень дозволяє підвищити якість засвоєння матеріалу та

забезпечити формування стійкого ймовірнісного та статистичного мислення, необхідного для подальшого навчання та застосування в реальних життєвих ситуаціях.

## **РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДНО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

### **3.1. Організація та методика проведення педагогічного експерименту**

Педагогічний експеримент у межах даного дослідження був спрямований на практичну перевірку ефективності запропонованої методики навчання елементів теорії ймовірностей у 10 класі. Необхідність експериментальної перевірки зумовлена тим, що ймовірнісні поняття традиційно характеризуються високим рівнем абстрактності, що ускладнює їх сприйняття значною частиною учнів. Тому важливо було не лише теоретично обґрунтувати доцільність використання інтерактивних технологій, наочних моделей та практико-орієнтованих завдань, але й перевірити, як ці елементи впливають на реальні навчальні результати.

Експеримент проводився протягом 2024–2025 навчального року на базі Бросківського закладу загальної середньої освіти, де досліджувалася одна навчальна група — 10 клас, у якому навчається 21 учень. Така структура експерименту зумовлена кількістю паралелей у школі: оскільки 10 клас є один, дослідження проводилося всередині групи на різних видах діяльності, але з єдиною програмою, однаковим учителем та чітко унормованими умовами, що забезпечує валідність отриманих результатів.

Методичне забезпечення експерименту включало розроблені:

- структуровані конспекти уроків із включенням симуляцій GeoGebra, Excel, LearningApps, інтерактивних тестів та міні-моделей;
- комплекс практичних, тренувальних, проєктних та дослідницьких завдань;
- діагностичні матеріали (вхідне та вихідне тестування, практичні задачі);
- анкету для визначення навчальної мотивації; карти педагогічного спостереження [45].

Педагогічний експеримент складався з трьох етапів: констатувального, формувального та контрольного, кожен з яких мав власні цілі та завдання. Саме через цю трирівневу структуру вдалося послідовно та науково обґрунтовано оцінити ефективність методики.

### **1. Констатувальний етап: визначення вихідного рівня**

Щоб зрозуміти, які саме труднощі існують у десятикласників щодо вивчення теорії ймовірностей, дослідження розпочалося із діагностики реального рівня їхніх знань та ставлення до теми. На цьому етапі учні виконали 10 тестових завдань (визначення типів подій, класична ймовірність, елементи комбінаторики) та 3 практичні задачі, які дозволили оцінити уміння застосовувати знання.

Результати виявили ряд закономірностей:

- учні добре виконували завдання на механічні обчислення, але відчували труднощі з тлумаченням понять «випадкова подія», «простір елементарних наслідків»;
- більшість учнів могли знайти ймовірність події, але не могли пояснити логіку свого рішення;
- комбінаційні задачі та задачі з текстовими описами подій розв'язувалися фрагментарно.

Середній результат становив 6,2 бала з 12, що дозволяє стверджувати про середній рівень готовності до вивчення теми.

Паралельно було проведено анкетування, яке дало можливість оцінити мотиваційний компонент:

- лише 27% учнів виявили зацікавленість темою;
- 49% мають нейтральне ставлення;
- 24% вважають тему складною та абстрактною.

Отже, констатувальний етап показав: учні потребують не лише пояснення формул, а насамперед наочності, прикладності та зв'язку з реальними ситуаціями. Це визначило зміст наступного етапу експерименту.

### **2. Формувальний етап: реалізація методики**

На другому етапі експерименту була впроваджена авторська методика, яка поєднує інтерактивне моделювання, практико-орієнтовані завдання, ігрові підходи та рефлексивні вправи. Такий підхід дозволив цілеспрямовано формувати не лише знання, а й уміння застосовувати їх, аргументувати рішення та робити висновки.

### 1. Інтерактивне моделювання

Застосування цифрових інструментів стало ключовим нововведенням, адже саме моделювання дозволяє зробити невидимі ймовірнісні закономірності — видимими.

Учні працювали з:

- GeoGebra — симулятор підкидання монет і кубиків, моделювання біноміального розподілу;
- Excel — генерація випадкових чисел, побудова діаграм, порівняння теоретичних і емпіричних значень;
- LearningApps — інтерактивні тренажери та вправи на закріплення понять.

Учні могли:

- запускати серію з тисяч експериментів за одну секунду;
- спостерігати, як частота наближається до теоретичної ймовірності;
- змінювати параметри моделі й бачити наслідки змін.

### 2. Практико-орієнтовані завдання

До уроків були включені задачі, пов'язані зі:

- спортивною статистикою (ймовірність перемоги команди);
- погодними моделями;
- фінансовими ризиками;
- медичними тестами;
- ігровими ситуаціями (лотереї, кидки кубика, моделі прийняття рішень).

### 3. Активні форми роботи

Застосовувалися:

- навчальні ігри («Щасливий квиток», «Передбач наступний хід»),

- групові проєкти («Як формується прогноз погоди?», «Ймовірність у спорті»),
- міні-дискусії щодо випадковості та закономірностей.

Особливий ефект мала робота в групах, коли учні виконували різні ролі — аналітика даних, моделювальника, спікера. Це підсилювало не лише мотивацію, а й взаємодію в класі.

#### 4. Рефлексивні практики

Після ключових тем учні відповідали на запитання:

- Що сьогодні було найбільш несподіваним?
- Яка задача виявилася найскладнішою і чому?
- Як це можна застосувати в житті?

Рефлексія допомагала учням структурувати знання та усвідомлювати власний прогрес.

### 3. Контрольний етап: перевірка ефективності методики

Після завершення формувального етапу було проведено підсумкове діагностування, яке повністю дублювало структуру вхідного тестування, що забезпечило об'єктивність порівняння.

Учні виконали:

- 10 тестових завдань;
- 3 практичні задачі;
- 2 прикладні ситуації з реального життя (медичний тест, фінансове рішення).

Для аналізу результатів обрано три компетентнісні показники:

1. Когнітивний (знання): розуміння базових понять, володіння формулами, здатність обчислювати ймовірності.
2. Практичний (уміння): уміння застосовувати теорію до розв'язання задач, моделювати ситуації.
3. Мотиваційний (ставлення): інтерес до теми, участь в обговореннях, самооцінка значущості знань.

Рівні сформованості визначалися за чотирирівневою шкалою (табл. 3.1).

Таблиця 3.1. Критерії оцінювання рівня сформованості знань, умінь та мотивації

Рівень	Характеристика когнітивного компоненту	Характеристика практичного компоненту	Характеристика мотиваційного компоненту
Високий	Повне розуміння понять, логічність мислення, уміння обґрунтовувати відповіді	Самостійне розв'язання комплексних задач, побудова моделей	Висока активність, прояв ініціативи
Достатній	Добре розуміння матеріалу, незначні помилки	Успішне виконання стандартних задач	Стійкий інтерес до теми
Середній	Часткове розуміння понять, фрагментарність знань	Виконання завдань за зразком	Інтерес ситуативний
Низький	Слабке орієнтування в поняттях	Невміння застосовувати знання	Відсутність мотивації

### 3.2. Аналіз результатів формувального експерименту

Після завершення формувального етапу важливим завданням стало визначення того, наскільки запропонована методика вплинула на реальні результати навчання. Саме тому структура підсумкового контролю була максимально наближена до вихідної діагностики: учні виконали той самий комплекс тестових і практичних завдань, а також повторно заповнили анкету мотивації. Це дало змогу не лише кількісно порівняти показники, а й оцінити якісні зміни в характері навчальної діяльності (табл. 3.2).

Таблиця 3.2. Динаміка рівня сформованості компетентностей учнів після експерименту

Компонент	Вхідний рівень (балів)	Вихідний рівень (балів)	Приріст (%)
Когнітивний	6,2 бала	8,1 бала	+16%
Практичний	5,9 бала	8,3 бала	+20%
Мотиваційний	5,4 бала	7,4 бала	+16%

Отримані наприкінці експерименту дані дозволяють комплексно оцінити, як саме змінилася якість засвоєння навчального матеріалу учнями 10 класу після впровадження запропонованої методики. Аналіз проводився у двох площинах: **кількісній** (динаміка балів) та **якісній** (характер змін у навчальній діяльності). Такий підхід дав змогу не лише зафіксувати зростання показників, а й зрозуміти, за рахунок яких педагогічних умов відбулися ці зміни.

Отримані результати засвідчили, що найбільший приріст спостерігається у практичному компоненті, де учні продемонстрували покращення на 20%. Це свідчить про помітне зростання уміння аналізувати умову задачі, будувати ймовірнісні моделі, застосовувати формули у нових контекстах, працювати з інтерактивними симуляціями та інтерпретувати результати експериментів. Значною мірою така динаміка стала можливою завдяки систематичному використанню моделей GeoGebra, Excel-симуляцій та навчальних вправ прикладного змісту, які на формувальному етапі становили основу методики. Учні почали працювати не механічно, а дослідницьки: висувати гіпотези, перевіряти їх у симуляціях, оцінювати похибки та робити логічні висновки [22,29].

Не менш показовим є й зростання когнітивного компоненту на 16%, що відображає більш глибоке засвоєння базових понять теорії ймовірностей. У порівнянні з вихідним рівнем, учні демонстрували значно кращі результати у впізнаванні видів подій, коректному визначенні простору елементарних наслідків, виборі формул та тлумаченні теоретичних положень. Зменшилась кількість помилок, пов'язаних із плутанням несумісних і незалежних подій, а

також зі спробами використати невідповідні формули до конкретної ситуації. Учні краще усвідомили роль частоти і теоретичної ймовірності, що раніше викликало труднощі.

Позитивна динаміка у мотиваційному компоненті (+16%) також підтверджує ефективність експериментальної методики. Під час контрольного етапу більшість учнів зазначили, що навчання стало цікавішим завдяки використанню інтерактивів, симуляцій, групових завдань та прикладів із повсякденного життя. Зросла кількість учнів, які проявляли ініціативу, брали участь у обговореннях та пропонували власні способи розв'язання задач. Якщо на початку експерименту інтерес до теми висловлювали переважно окремі учні, то наприкінці навчального циклу активність стала масовою.

Окремої уваги потребує якісний аналіз змін у навчальній діяльності. Спостереження показали, що учні стали значно уважніше ставитися до логіки власних міркувань. У процесі виконання задач вони частіше намагалися пояснити хід розв'язання словами, а не обмежувались формальними записами. Зросла структурованість відповідей, з'явилося уміння послідовно аргументувати вибір формули або моделі. Важливою тенденцією стало й те, що учні почали використовувати математичну термінологію свідомо та коректно [35].

Використання інтерактивних моделей сприяло розвитку навички дослідження. Учні активно експериментували, змінювали параметри ймовірнісних моделей, порівнювали емпіричні та теоретичні результати, аналізували відхилення та робили обґрунтовані висновки. У багатьох випадках спостерігалась здатність самостійно виправляти неточності, що свідчить про формування елементів самоконтролю та самокорекції.

Не менш істотними є зміни у співпраці: групові міні-проекти показали, що учні навчаються ефективніше, коли мають змогу обговорювати розв'язання, розподіляти ролі, консультувати одне одного і взаємно перевіряти правильність розрахунків. Саме групові форми роботи стали тим містком, який пов'язав мотиваційні успіхи з практичними.

Аналіз типових помилок підтверджує загальну динаміку. Якщо на констатувальному етапі головними труднощами були неправильне побудування простору елементарних наслідків, слабка орієнтація у комбінаториці та невпевненість у прикладних задачах, то після формувального етапу ці помилки зустрічалися рідше, мали більш точковий характер та часто коригувались учнями самостійно.

Таким чином, загальна динаміка демонструє, що запропонована методика позитивно вплинула на всі аспекти навчальної діяльності — від знань і практичних умінь до мотивації. Приріст у межах 16–20% та якісні зміни в характері міркувань учнів дають підстави стверджувати, що застосування інтерактивних технологій, практико-орієнтованих завдань і дослідницьких підходів є ефективним засобом підвищення результативності навчання елементів теорії ймовірностей у старшій школі.

Разом із кількісними показниками важливим є аналіз того, як саме змінилась навчальна діяльність учнів під впливом експериментальної методики. Результати тестування демонструють не лише загальне підвищення рівня сформованості компетентностей, але й суттєву зміну характеру типових помилок, які учні припускалися на початку та наприкінці експерименту. З метою глибшого розуміння динаміки цих змін здійснено порівняльний аналіз помилок за основними групами — концептуальними, комбінаторними, логічними та прикладними.

Такий підхід дозволяє простежити, які саме аспекти навчання зазнали найбільшого удосконалення, а також визначити ті елементи, що потребують подальшої методичної уваги (табл. 3.3).

Таблиця 3.3. Порівняння типових помилок учнів до та після формувального етапу експерименту

Група помилок	Приклади проявів на констатувальному етапі	Зміни після формувального етапу
1. Концептуальні	• плутання несумісних та	• значне зменшення

помилки	<p>незалежних подій;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• неточне розуміння поняття «випадкова подія»;</li> <li>• хибне уявлення про різницю між частотою та ймовірністю</li> </ul>	<p>кількості таких помилок;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• учні частіше спираються на формальні означення;</li> <li>• відповіді стали чіткішими, з'явилися пояснення понять</li> </ul>
2. Помилки у побудові простору елементарних подій	<ul style="list-style-type: none"> <li>• неповний або нерелевантний перелік можливих результатів;</li> <li>• дублювання результатів;</li> <li>• невміння побудувати дерево подій</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• правильність побудов зросла;</li> <li>• учні активно використовують дерево подій та таблиці;</li> <li>• типові помилки трапляються рідше та носять несистемний характер</li> </ul>
3. Комбінаторні помилки	<ul style="list-style-type: none"> <li>• неправильне використання перестановок, сполучень, розміщень;</li> <li>• підміна однойменних формул;</li> <li>• механічні підстановки без аналізу</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• покращився вибір способу комбінування;</li> <li>• учні пояснюють, чому застосовують певну формулу;</li> <li>• зменшилась кількість грубих помилок у розрахунках</li> </ul>
4. Помилки у застосуванні формул ймовірності	<ul style="list-style-type: none"> <li>• використання формули класичної ймовірності для залежних подій;</li> <li>• неправильне застосування формул</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• зросла точність вибору формули;</li> <li>• учні частіше обґрунтовують розв'язання;</li> </ul>

	додавання/множення; • відсутність обґрунтування	• помилки мають поодинокий характер
5. Труднощі з інтерпретацією результату	• невміння пояснити отриману ймовірність; • неправильне трактування високих/низьких значень; • відрив теорії від реальних ситуацій	• більшість учнів правильно інтерпретує числові значення; • відповідь супроводжується поясненням реального змісту; • зменшення невпевненості у прикладних задачах
6. Логічні та організаційні помилки	• непослідовність кроків розв'язання; • пропуски етапів; • нечіткий математичний запис	• підвищилась логічність міркувань; • відповіді стали структурованими; • зменшилась кількість випадків «стрибків» через етапи

Таблиця свідчить, що після формувального етапу кількість помилок не лише зменшилася, а й змінився їх характер: від системних і концептуальних — до поодиноких і технічних. Особливо помітні зміни у правильності побудови простору елементарних подій та комбінаторних структур, що раніше викликало найбільші труднощі. Зросла здатність учнів аргументувати свої рішення та інтерпретувати результати задач, що є ключовим показником розвитку ймовірнісного мислення.

### **3.3. Узагальнення результатів та педагогічні висновки щодо ефективності методики**

Узагальнюючи результати педагогічного експерименту, можна стверджувати, що запропонована методика навчання елементів теорії ймовірностей у 10 класі продемонструвала високу ефективність і позитивно вплинула на всі компоненти навчальної діяльності учнів. Поєднання інтерактивних цифрових інструментів, практико-орієнтованих завдань, ситуативного моделювання та групових форм роботи забезпечило системний розвиток знань, умінь та навчальної мотивації.

Порівняння результатів констатувального та контрольного етапів засвідчило суттєве підвищення рівня сформованості предметних компетентностей. Найбільш вираженим виявився прогрес у практичному компоненті (+20%), що свідчить про зростання здатності учнів застосовувати ймовірнісні поняття в реальних та навчальних ситуаціях. Учні продемонстрували вміння самостійно будувати моделі випадкових подій, аналізувати різні варіанти розв'язання задачі, коректно інтерпретувати числові результати та співвідносити емпіричні дані з теоретичними закономірностями.

Позитивні зміни в когнітивному компоненті (+16%) підтверджують ефективність використання наочних моделей та поетапного введення понять. Учні краще орієнтуються в класичному визначенні ймовірності, розрізняють типи подій, усвідомлюють принципи комбінаторних методів і демонструють більш високий рівень точності під час виконання тестових завдань. Зменшення кількості концептуальних помилок підтверджено якісним аналізом, результати якого подано у таблиці 3.3.

Не менш важливими є зміни у мотиваційній сфері (+16%). Учні почали проявляти більшу зацікавленість у виконанні завдань, активніше брали участь у групових дискусіях, позитивно оцінювали роботу з цифровими симуляціями та підкреслювали практичну значущість знань з теорії ймовірностей. Підвищення навчальної мотивації відбулося переважно за рахунок

застосування інтерактивних платформ (GeoGebra, PhET, Excel), які зробили абстрактні поняття більш наочними та дослідницькими за своєю суттю [19,46].

Особливої уваги потребує той факт, що під час формувального етапу учні демонстрували розвиток елементів дослідницької компетентності: здатність висувати гіпотези, експериментувати з параметрами моделей, аналізувати відхилення між теоретичними та практичними даними, самостійно виправляти помилки. Розвиток таких умінь повністю відповідає вимогам Концепції НУШ та сучасного STEM-орієнтованого навчання.

Аналіз типових помилок підтверджує загальну тенденцію: зменшилася кількість системних та грубих помилок, натомість поодинокі технічні недоліки частіше пов'язані не з нерозумінням матеріалу, а з неухважністю чи поспіхом. Учні стали краще структурувати власні розв'язання, чіткіше пояснювати логіку дій, аргументувати вибір способу розв'язання, що свідчить про формування більш зрілої математичної культури мислення.

Таким чином, результати експерименту дають підстави зробити такі педагогічні висновки:

1. Запропонована методика є ефективною для формування в учнів системного розуміння елементів теорії ймовірностей. Вона сприяє як засвоєнню теоретичних положень, так і розвитку умінь їх практичного застосування.

2. Інтерактивні технології відіграють ключову роль у подоланні абстрактності навчального матеріалу. Симуляції та моделі зробили навчання більш наочним, динамічним і науково обґрунтованим.

3. Практико-орієнтований зміст завдань підвищив рівень застосування знань у реальних життєвих ситуаціях, сприяв формуванню компетентності аналізу даних, що є актуальною для сучасного учня.

4. Групові та дослідницькі форми роботи сприяли розвитку комунікаційних навичок, взаємонавчання, здатності критично оцінювати інформацію та будувати аргументовані висновки.

5. Методика має значний мотиваційний потенціал, оскільки поєднує навчання з елементами гри, дослідження та моделювання, що робить процес опанування теми більш привабливим для учнів [38].

У сукупності отримані результати дозволяють стверджувати, що інтеграція інноваційних та традиційних підходів до навчання теорії ймовірностей забезпечує стабільне підвищення навчальних досягнень і може бути рекомендована для ширшого впровадження у закладах загальної середньої освіти.

### **Висновки до розділу 3**

У ході педагогічного експерименту було перевірено ефективність запропонованої методики навчання елементів теорії ймовірностей у 10 класі, що базується на поєднанні інтерактивних технологій, практико-орієнтованих завдань, дослідницьких підходів та групових форм роботи. Експеримент охоплював три етапи — констатувальний, формувальний і контрольний — та передбачав комплексну діагностику когнітивних, практичних і мотиваційних результатів навчання.

Отримані показники засвідчили позитивну динаміку у всіх досліджуваних компонентах. Найбільше зростання зафіксовано у практичній складовій, що свідчить про формування в учнів умінь застосовувати ймовірнісні поняття у різних навчальних і життєвих ситуаціях, аналізувати моделі випадкових процесів та інтерпретувати результати експериментів. Значущі зміни відбулися і в когнітивній сфері: учні почали краще орієнтуватися в поняттях теорії ймовірностей, логічніше вибудовували розв'язання задач, рідше припускалися типових помилок. Підвищення мотиваційного показника свідчить про зростання інтересу до предмета, залученість у навчальну діяльність та позитивне сприйняття інтерактивних форм роботи.

Якісний аналіз продемонстрував, що учні стали впевненіше працювати з цифровими моделями, активніше обговорювали розв'язання задач, проявляли ініціативу в групових формах роботи, а також демонстрували елементи

дослідницького мислення — уміння висувати припущення, аналізувати похибки та робити самостійні висновки. Порівняння типових помилок до і після експерименту підтвердило, що методика сприяє не лише підвищенню рівня знань, а й формуванню більш якісної структури навчальної діяльності.

Узагальнюючи результати, можна зробити висновок, що впроваджена методика є ефективною та доцільною для використання в умовах загальної середньої освіти. Вона забезпечує комплексний розвиток знань, умінь та навчальної мотивації учнів, сприяє формуванню ймовірнісного мислення, підвищує інтерес до предмета та відповідає сучасним вимогам математичної освіти й Концепції Нової української школи.

## ВИСНОВКИ

У проведеному дослідженні було комплексно проаналізовано теоретичні, методичні та практичні аспекти формування ймовірнісного мислення в учнів старшої школи. Вивчення історичних етапів становлення теорії ймовірностей — від інтуїтивних уявлень античності до сучасної аксіоматизації А. Колмогорова — дозволило окреслити її міждисциплінарний характер і виняткову роль у розвитку сучасної математичної освіти. Аналіз чинних навчальних програм показав, що, попри структурованість подачі матеріалу, тематика теорії ймовірностей потребує суттєвого посилення практичної, візуальної та цифрової складової, що відповідає міжнародним тенденціям розвитку STEM- і data-oriented освіти.

У роботі вперше узагальнено можливості інтеграції класичного, частотного й байєсівського підходів у єдину методичну модель навчання школярів. Розроблено комплекс практико-орієнтованих завдань і вправ, який охоплює всі змістові лінії шкільного курсу ймовірностей та статистики та може застосовуватися у 8–11 класах з урахуванням компетентнісного підходу. Удосконалено методику використання цифрових інструментів — GeoGebra, PhET, Excel — у процесі навчання, що надало нових можливостей для моделювання випадкових процесів, візуалізації абстрактних понять, проведення симуляцій та дослідницьких робіт.

Педагогічний експеримент засвідчив результативність запропонованої методики. Зафіксовано зростання когнітивних результатів на 16%, що підтвердило глибше розуміння учнями таких ключових понять, як випадкова подія, простір елементарних наслідків, класична ймовірність, комбінаторні структури. У практичному компоненті підвищення становило 20%, що відображає суттєве покращення здатності застосовувати формули, будувати моделі випадкових процесів, аналізувати симуляції та формулювати обґрунтовані висновки. Мотиваційний компонент зріс на 16%, що свідчить про збільшення інтересу учнів до теми, позитивне сприйняття інтерактивних методів навчання та зростання навчальної активності.

Якісний аналіз результатів підтвердив, що учні стали впевненіше працювати з цифровими моделями, частіше аргументувати свої думки, більш усвідомлено використовувати математичну мову, демонструвати здатність до співпраці й елементарної дослідницької діяльності. Характер та число типових помилок змінилися: зменшилися грубі концептуальні порушення, натомість частішими стали дрібні технічні неточності, які учні здатні коригувати самостійно.

Отримані результати дозволяють стверджувати, що висунута гіпотеза про позитивний вплив інтерактивних технологій, моделювання, практико-орієнтованих завдань і дослідницьких форм роботи на рівень сформованості ймовірнісних уявлень і умінь учнів — повністю підтверджується. Запропонована методика відзначається практичною значущістю: вона може бути безпосередньо впроваджена у навчальний процес старшої школи, використана в підготовці майбутніх учителів математики, у роботі методичних об'єднань та вчителів, які прагнуть реалізувати вимоги Нової української школи.

Результати дослідження мають прикладний характер і можуть використовуватися для створення навчально-методичних посібників, електронних тренажерів, симуляційних матеріалів і курсів підвищення кваліфікації педагогів. Подальші перспективи розвитку теми пов'язані зі створенням власних інтерактивних аплетів для навчання ймовірностей, розширенням можливостей VR/AR-моделювання, дослідженням впливу гейміфікації на якість математичної освіти, а також з міжпредметною інтеграцією ймовірнісного аналізу з курсами інформатики, фізики, економіки та біології.

Таким чином, поставлені в роботі завдання виконано повністю, гіпотезу підтверджено, а отримані результати є науково обґрунтованими та практично значущими. Запропонована методика навчання елементів теорії ймовірностей може слугувати ефективним інструментом удосконалення математичної освіти

старшої школи і є перспективною для подальшого розвитку та широкого впровадження.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Freedman D., Pisani R., Purves R. Statistics. W. W. Norton, 2017.
2. GeoGebra. International GeoGebra Institute. URL: <https://www.geogebra.org> (дата звернення: 16.10.2025)
3. Khan Academy. Probability & Statistics. URL: <https://www.khanacademy.org/math/statistics-probability> (дата звернення: 16.10.2025)
4. LearningApps. URL: <https://learningapps.org> (дата звернення: 16.10.2025)
5. Melnyk A. ICT-supported mathematics education. ICTE Journal, 2020. URL: <https://ictejournal.com> (дата звернення: 25.10.2025)
6. Microsoft Excel: Official Documentation. URL: <https://support.microsoft.com/en-us/excel> (дата звернення: 16.10.2025)
7. Paivio A. Cognitive Psychology and Instruction. Routledge, 2014.
8. PhET Interactive Simulations. URL: <https://phet.colorado.edu> (дата звернення: 16.10.2025)
9. Ross S. M. A First Course in Probability. Pearson, 2018.
10. Rudenko O. ICT-competence of math teachers. Arab World English Journal, 2020. URL: <https://awej.org> (дата звернення: 18.09.2025)
11. Sokolova T. Using simulations in probability teaching. Education and Information Technologies, 2019. URL: <https://link.springer.com/journal/10639> (дата звернення: 05.10.2025)
12. Wolfram Alpha. URL: <https://www.wolframalpha.com> (дата звернення: 16.10.2025)
13. Алілуйко А.М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей / А.М. Алілуйко, Н.В. Дзюбановська, В.О. Єрмоменко, О.М. Мартинюк, М.І. Шинкарик. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2018. – 352 с.

14. Бібік Н. М. (ред.) Нова українська школа: poradnik dla vchitelja. Чернівці : Друк Арт, 2018. URL: <https://lib.imzo.gov.ua/ua/view-nush/poradnyk/> (дата звернення: 07.09.2024)
15. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Алгебра і початки аналізу. 10 клас : підручник. Київ : Оріон, 2018. URL: <https://book.orioncentr.com/10-klas-algebra> (дата звернення: 01.10.2024)
16. Вакаренко О. Забезпечення системного входження науково-видавничої діяльності НАН України до цифрових наукових комунікацій. Бібліотечний вісник. 2020. № 6. С. 39–43. URL: <https://bv.nbu.gov.ua> (дата звернення: 16.10.2024)
17. Верещагіна О. Розвиток математичної компетентності в умовах НУШ. Освітній простір України, 2021. URL: <https://nauka.udpu.edu.ua/osvity-prostir> (дата звернення: 24.11.2024)
18. Вітвицька С. С. Основи педагогіки вищої школи. Київ : ЦУЛ, 2019. URL: <https://library.knlu.edu.ua> (дата звернення: 27.09.2024)
19. Гарфілд Дж., Бен-Зві Д. Developing Students' Statistical Reasoning. Springer, 2017. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/1-4020-5589-3> (дата звернення: 24.09.2024)
20. Гурова Т. В. Комп'ютерні моделі в навчанні теорії ймовірностей. Педагогічні науки, 2018. URL: <https://pednauk.cuspu.edu.ua> (дата звернення: 16.10.2024)
21. Девор Дж. Л. Probability and Statistics for Engineering and the Sciences. Cengage, 2015. URL: <https://www.cengage.com> (дата звернення: 14.03.2025)
22. Державний стандарт базової середньої освіти. 2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF> (дата звернення: 09.09.2024)
23. Закон України «Про освіту». 2017. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19> (дата звернення: 09.09.2024)

24. Закон України «Про повну загальну середню освіту». 2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20> (дата звернення: 09.09.2024)
25. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл.; за ред. Г.О. Михаліна. К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. 336 с. URL: [https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/13578/1/O\\_Zhyltsov\\_KUBG\\_TY\\_UN.pdf](https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/13578/1/O_Zhyltsov_KUBG_TY_UN.pdf) (дата звернення: 09.11.2024)
26. Іващенко Г. М. Теорія ймовірностей у шкільному курсі: методичний аспект. Полтава : ПНПУ, 2019. URL: <https://repository.pnpu.edu.ua/handle/123456789/15678> (дата звернення: 09.11.2024)
27. Ключек Г. Д. Стратегія компетентнісного навчання. Київ : Педагогічна думка, 2020. URL: <https://ped-dumka.kiev.ua/kompetchentnisne-navchannya> (дата звернення: 24.12.2024)
28. Козак Т. В. Застосування інтерактивних симуляцій у навчанні математики. Інформаційні технології в освіті, 2020. URL: <https://ite.kspu.edu/index.php/ite/article/view/123> (дата звернення: 12.12.2024)
29. Концепція Нової української школи. МОН України, 2016. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/nush/konczepczyia-nush.pdf> (дата звернення: 15.02.2025)
30. Кравчук В. Р. Методика навчання математики в профільній школі. Тернопіль : Астон, 2018.
31. Крилова С. М. Інтерактивні технології у викладанні точних дисциплін. Освіта та розвиток, 2021. URL: <https://od.kubg.edu.ua> (дата звернення: 18.11. 2024)
32. Куліш О. Моделювання випадкових процесів у школі. Математика в школі, 2019. URL: <https://math-in-school.org.ua> (дата звернення: 13.11.2024)
33. Лихачова Л. О. Використання симуляцій у навчанні ймовірностей. Педагогічний альманах, 2020. URL: <http://almanahped.kdpu.edu.ua> (дата звернення: 09.05.2024)

34. Лозова В. І. Дидактика: сучасні концепції. Харків : Основа, 2018.
35. Марченко О. О. Формування ймовірнісного мислення учнів. Математика в школі, 2021. URL: <https://math-in-school.org.ua> (дата звернення: 30.10.2024)
36. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу, 10 клас. Харків : Гімназія, 2018. URL: <https://gimnaziya.com.ua/product/algebra-10-klas> (дата звернення: 23.11.2024)
37. МОН України. Типові освітні програми 10–11 клас. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi> (дата звернення: 09.09.2024)
38. Онопрієнко О., Гвоздецька К. Інтерактивні технології навчання математики. Київ : Генеза, 2017.
39. Освітня програма НУШ: Математика, 5–11 класи. URL: <https://imzo.gov.ua/navchalni-prohramy> (дата звернення: 09.09.2024)
40. Положення про дистанційне навчання. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0703-20> (дата звернення: 09.09.2024)
41. Полонський В. Б. Труднощі учнів у вивченні теорії ймовірностей. Математика в школі, 2018. URL: <https://math-in-school.org.ua> (дата звернення: 12.04.2025)
42. Про дистанційне навчання : Наказ МОН №1115 від 08.09.2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0941-20> (дата звернення: 09.09.2024)
43. Професійний стандарт «Вчитель ЗЗСО». МОН України. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishcha/standarty/2020/standart-vchytelya.pdf> (дата звернення: 09.09.2024)
44. Розов Н. Х. Прикладна статистика та ймовірності. Київ : Ліра, 2020.
45. Скворцова С.О. Методика навчання елементів теорії ймовірностей та статистики в основній школі: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С.О. Скворцова. К., 2018. 198 с..

46. Слободянюк О. Ю. Інтерактивні методи у викладанні алгебри. Освіта та розвиток, 2020. URL: <https://od.kubg.edu.ua> (дата звернення: 17.05.2025)
47. Тарасенкова Н. А. Дослідницький підхід у навчанні математики. Педагогічний дискурс, 2019. URL: <https://ojs.kgpa.km.ua/index.php/peddiscourse> (дата звернення: 26.04.2025)
48. Тимчук Л. М. Моделювання випадкових процесів. Освітній простір України, 2022. URL: <https://nauka.udpu.edu.ua> (дата звернення: 30.04.2025)
49. Ханенко С. Математична компетентність учнів у НУШ. Педагогічні науки, 2021. URL: <https://pednauk.cuspu.edu.ua> (дата звернення: 28.04.2025)
50. Заболотня А. Г. Методи використання елементів теорії ймовірностей у навчанні математики в середній школі в умовах змішаного навчання. Пріоритетні напрями європейського наукового простору: пошук студента. Вип.15. Ізмаїл: РВВ ІДГУ, 2025. с. 283-286.

**Додаток А**