

**РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра математики та методики її навчання

«До захисту допущено»

Завідувачка кафедри

\_\_\_\_\_ Наталія Генсіцька-Антонюк

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2025р.

протокол №

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

**МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ЗА  
МОДЕЛЬНОЮ НАВЧАЛЬНОЮ ПРОГРАМОЮ НУШ**

**Виконала:**

здобувачка другого (магістерського)  
рівня вищої освіти

групи М-М-21

спеціальності 014.04 Середня освіта  
(Математика)

Вікторія Ничай

**Науковий керівник:**

кандидат педагогічних наук,  
професор Ольга Павелків

## АНОТАЦІЯ

кваліфікаційної роботи магістерського рівня на тему:

### **Методика вивчення раціональних чисел за модельною навчальною програмою НУШ**

здобувачки 2-го курсу магістратури

**Ничай Вікторії Олегівни**

У роботі досліджуються методичні аспекти викладання теми «Раціональні числа» у 6 класі закладів загальної середньої освіти відповідно до вимог модельної навчальної програми НУШ. Тема є фундаментом для подальшого вивчення алгебри.

Об'єкт дослідження - процес викладання математики у 6 класах за модельною програмою.

Метою роботи є розробка методики вивчення раціональних чисел за модельною навчальною програмою в умовах НУШ.

Методи дослідження: аналіз чинних модельних програм та підручників з математики, узагальнення та систематизація знань теоретико – методичного матеріалу; розробка системи завдань.

Практичне значення результатів полягає в тому, що матеріали роботи, розроблені завдання можуть бути використані вчителями математики для вивчення теми в закладах загальної середньої освіти.

**Ключові слова:** раціональні числа, НУШ, модельна навчальна програма, додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел.

## ABSTRACT

of the master's level qualification work on the topic:  
Methods of studying rational numbers according to the NUS model curriculum  
by 2nd year master's student

Viktoriya Nychai

The work examines the methodological aspects of teaching the topic “Rational Numbers” in the 6th grade of general secondary education institutions in accordance with the requirements of the NUS model curriculum. The topic is the foundation for further study of algebra.

The object of research is the process of teaching mathematics in the 6th grade according to the model program.

The aim of the work is to develop a methodology for studying rational numbers according to the model curriculum in the conditions of the NUS.

Research methods: analysis of current model programs and mathematics textbooks, generalization and systematization of theoretical and methodological knowledge; development of a system of tasks.

The practical significance of the results lies in the fact that the materials of the work and the developed tasks can be used by mathematics teachers to study the topic in general secondary education institutions.

**Keywords:** rational numbers, NUS, model curriculum, addition, subtraction, multiplication, and division of rational numbers.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>РОЗДІЛ 1. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ</b> .....	9
1.1. Історія виникнення та розвиток уявлень про число.....	9
1.2. Пропедевтика вивчення раціональних чисел.....	14
1.3. Основні положення вивчення раціональних чисел згідно модельних програм НУШ .....	17
Висновки до першого розділу.....	25
<b>РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ У КУРСІ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ</b> .....	26
2.1. Додатні і від’ємні числа. Введення поняття раціонального числа.....	26
2.2. Формування вмінь учнів виконувати дії з раціональними числами .....	33
2.3. Розвиток практичних навиків при множенні та діленні раціональних чисел.....	41
2.4. Використання інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні даної теми. Практична перевірка результатів дослідження.....	46
Висновки до другого розділу.....	59
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	61
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	63
<b>ДОДАТКИ</b> .....	67

## ВСТУП

Математика — це не лише наука, це і частина загальнолюдської культури, і своєрідна база для опанування інших наук, а також це інструмент розвитку мислення. Математика невідривна від життя, а математичні знання мають практичне застосування на кожному кроці.

Нова українська школа – це ключова реформа Міністерства освіти і науки. Головна мета – створити школу, в якій буде приємно навчатись і яка даватиме учням не тільки знання, як це відбувається зараз, а й уміння застосовувати їх у повсякденному житті. [18]

Для забезпечення цієї мети на основі Державного стандарту базової середньої освіти розроблені Модельні навчальні програми (МНП) – документи, які визначають орієнтовну послідовність досягнення очікуваних результатів навчання, зміст предмета або інтегрованого курсу та види навчальної діяльності учнів. [16] Модельна програма спрямовує вчителя і учнів до діяльнісної, практично орієнтованої взаємодії та дозволяє реалізувати особистісно-орієнтований і компетентністний підхід.

Математика має широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості, сприяє розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури. Важливу роль у навчанні математики відіграє вивчення чисел в курсі математики 5-6 класів. Знання учнів про числа та уміння ними оперувати складає підґрунтя до формування математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти.

Розвиток числової лінії починається у 5-му класі з вивчення системи натуральних чисел. В курсі математики 5–6 класів відбувається поступове розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від’ємних чисел.

У 6 класі учні спочатку знайомляться з множиною цілих чисел, а потім з множиною раціональних чисел. Дається означення поняття цілого числа. Після вивчення цілих чисел вводиться поняття раціонального числа.

Слово «раціональний» походить від латинського «rationalis», що означає «розумний», «логічний», «пропорційний». І справді, раціональні числа — це впорядковані співвідношення, які дозволяють людям вимірювати, ділити й порівнювати. Вони - невід’ємна частина програми, особливо у темах про дроби, відсотки, рівняння, функції. Їх потрібно вміти не лише впізнавати, а й використовувати в обчисленнях. Раціональні числа фігурують у завданнях НМТ або у частинах задач.

Тема «Раціональні числа» є надзвичайно важливою для подальшого вивчення алгебраїчного матеріалу, для розвитку логічного мислення, аналітичних навичок і математичного мовлення. Вона відкриває учням доступ до розуміння широкого спектра реальних процесів — від змін температури до фінансових операцій. Адже раціональні числа використовуються в повсякденному житті: у фінансових розрахунках, рецептах, подорожах, науці та навіть мистецтві (наприклад, в музиці — дроби для тривалості нот). Все це обґрунтовує **актуальність** даної теми дослідження.

**Мета дослідження** – теоретичне обґрунтування та розробка методики вивчення раціональних чисел за модельною навчальною програмою НУШ.

**Об’єкт дослідження** - процес викладання математики у 6 класах за модельною програмою.

**Предметом дослідження** є методика вивчення раціональних чисел та дій над ними, розробка дидактичних матеріалів.

**Завдання дослідження:**

1. Ознайомитися з науково-методичною літературою з проблеми дослідження.
2. З’ясувати місце теми в шкільному курсі математики.
3. Здійснити порівняльний аналіз модельних навчальних програм з математики для 6 класів.

4. Вивчити історію розвитку числа в різні епохи.
5. Розкрити особливості вивчення раціональних чисел в базовій середній школі за модельною програмою.
6. Розробити систему вправ з даної теми.
7. Розглянути інтернет ресурси, які можна використати під час вивчення, навести приклади.
8. Здійснити практичну перевірку результатів дослідження.

Для досягнення поставленої мети та розв'язання завдань використано низку теоретичних та емпіричних методів дослідження: аналіз та синтез наукових педагогічних та методологічних джерел; аналіз чинних навчальних програм з математики початкової школи та модельних програм основної школи стосовно розвитку числової лінії; аналіз підручників з математики, узагальнення та систематизація знань теоретико – методичного матеріалу; емпіричні (тестування, спостереження; експериментальна перевірка).

**Практичне значення** дослідження полягає в тому, що матеріали магістерської роботи можуть бути використані вчителями математики для вивчення теми в закладах загальної середньої освіти, підібрані задачі можна застосовувати для перевірки та контролю знань учнів.

**Зв'язок роботи з науковою темою кафедри.** Кваліфікаційна робота виконана на кафедрі математики та методики її навчання Рівненського державного гуманітарного університету згідно з науковою темою кафедри “Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх учителів математики” (державний реєстраційний номер 0125U003357).

**Апробація.** Результати наукової роботи були заслухані на засіданнях кафедри математики та методики її навчання, звітній науково-практичній конференції РДГУ (2025 р.), тези доповіді опубліковані у збірнику «Матеріали XVIII Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених «Наука, освіта, суспільство очима молодих», яка

відбулася 14 травня 2025 р. в Рівненському державному гуманітарному університеті.

**Структура дослідження.** Магістерська робота складається з анотації, вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Обсяг роботи 67 сторінок.

## РОЗДІЛ 1. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Історія виникнення та розвиток уявлень про число

Число є одним з основних понять математики.

Перше наукове визначення числа дав Евклід у своїх «Засадах».

У «Загальній арифметиці» (1707 р.) великий англійський фізик, механік, астроном і математик Ісаак Ньютон пише: «Під числом ми розуміємо не безліч одиниць, а абстрактне відношення якої-небудь величини до іншої величини такого ж роду, взятої за одиницю. Число буває трьох видів: ціле, дробове й ірраціональне. Ціле число є те, що вимірюється одиницею; дробове - кратною частиною одиниці, ірраціональне - число, що не порівняне з одиницею».

На першій стадії розвитку число являло собою окреме число-властивість або число-якість конкретних сукупностей предметів з порядковими співвідношеннями.

Давньогрецькі математики вважали «реальними» тільки натуральні числа. Натуральні числа виникли в результаті реальної діяльності людей, яким доводилося рахувати тварин, предмети, вимірювати довжину, площу, об'єм. Однак результати вимірювань не завжди можуть бути представлені натуральними числами, оскільки в результаті вимірювання часто отримуємо частину прийнятої площі.

З виникненням уявлень про цілі числа виникли уявлення і про частини одиниці, точніше, про частини цілого конкретного предмета. З появою натурального числа  $n$  виникло уявлення про дріб виду  $\frac{1}{n}$ .

Численні історико-математичні дослідження показують, що дробові числа з'явилися у різних народів в стародавні часи незабаром після натуральних чисел.

Поява дробів пов'язана з практичними потребами людей (розподіл здобичі на полюванні).

Таким чином, у всіх цивілізаціях, поняття дробу виникло внаслідок процесу подрібнення цілого на рівні частини.

У реальних розрахунках дроби використовувалися за дві тисячі років до н.е. у древньому Єгипті й древньому Вавилоні.

У стародавній Греції були відомі звичайні дроби. Понад 2,5 тисячі років тому греки вміли виконувати арифметичні операції над звичайними дробами. Вони використовували як одиночні, так і звичайні дроби.

Перший дріб, з яким познайомилися люди - половина. За ним слідували  $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  ..., потім  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$  і т. д., тобто найпростіші дроби. У них чисельник завжди одиниця. [11]

У давньому Єгипті користувалися тільки найпростішими дробами, у яких чисельник дорівнює одиниці (ті, які ми називаємо «частками»). Математики називають такі дроби аліквотними (від лат. aliquot – кілька). Ще використовується назва основні або одиничні дроби.

Єгиптяни ставили ієрогліф над числом для позначення одиничного дроби у звичайному записі, а в священних текстах використовували лінію.

Лише значно пізніше у греків, потім в індійців та інших народів стали входити у вжиток і дроби загального вигляду, які звали звичайними, у яких чисельник і знаменник можуть бути будь-якими натуральними числами.

Римляни користувалися, в основному, тільки конкретними дробами, які заміняли абстрактні частини відомих величин. Вони зупинили свою увагу на мірі «ас», яка служила основною одиницею вимірювання маси і грошовою одиницею. Ас ділився на дванадцять частин - унцій. З них складали всі дроби зі знаменником 12, тобто  $\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}$  ...

Так виникли римські дванадцяткові дроби, це дроби, у яких знаменник число 12. Замість  $\frac{1}{12}$  римляни говорили «одна унція»,  $\frac{5}{12}$  - «п'ять унцій» і т. д. Три унції називалися чвертю, шість унцій - половиною. [20]

У індійського математика Брамагупти зустрічаються різні дроби: і основні, і похідні з будь-яким чисельником. Чисельник і знаменник записуються так само, як і в нас, але без горизонтальної риски, а просто розміщуються один над одним.

Араби першими почали відокремлювати рискою чисельник від знаменника. У Стародавній Русі дроби називали частками, які пізніше стали називати ламаними числами. Написання дробів за допомогою риски стало звичайним явищем з XVI ст. До цих пір людям було дуже важко мати справу зі звичайними дробами.

Український термін «дріб», як і його аналоги в інших мовах, походить від лат. *fractura*, який в перекладі з арабського: ламати, подрібнювати. Тому, ймовірно, першими дробами скрізь були дроби виду  $\frac{1}{n}$ .

Запис дробів за допомогою риски став загальноприйнятим з XVI ст.

Подальший розвиток поняття звичайного дроби досягнув в Індії. Математики цієї країни зуміли досить швидко перейти від одиничних дробів до дробів загального виду. Вперше такі дроби зустрічаються в «Правилах мотузки» Апастамби (VII-V ст. до н. е.), які містять геометричні побудови та результати деяких обчислень. Індійці широко вживали «звичайні» дроби. Позначення звичайних дробів за допомогою чисельника і знаменника було прийнято в Індії ще в VIII ст. н.е., проте запис був без дробової риски. Дробову риску стала застосовувати лише в XIII столітті.

Відомості про дроби були перенесені в Західну Європу італійським купцем і вченим Леонардо Фібоначчі з Пізи (XIII ст.). Він ввів слово дріб, став застосовувати риску дроби (1202 р.). Назви чисельник та знаменник ввів в XIII столітті Максим Плануд – грецький монах, учений, математик.

У XV - XVI століттях вчення про дроби набуває знайомого нам виду і оформлюється приблизно в ті самі розділи, які зустрічаються в наших підручниках.

Ніколо Тарталья запропонував спосіб зведення дробів до спільного знаменника у 1556 р. Сучасна схема додавання звичайних дробів зустрічається в 1629 році.

З розвитком математики було помічено, що найзручнішими для обчислення є десяткові дроби. З XVII - XVIII ст. вони отримали загальне поширення.

Приблизно в III столітті н.е. десятковий рахунок поширився на міри маси та об'єму. Тоді й було створено поняття про десятковий дріб. Якщо спочатку десяткові дроби виступали в якості метрологічних, конкретних дробів, тобто десятих, сотих і т.д. частин більш великих мір, то пізніше вони стали все більше набувати характер абстрактних десяткових дробів. Цілу частину стали відокремлювати від дробової особливим ієрогліфом «дянь» (крапка).

В 80-тих роках XVI століття десяткові дроби були «відкриті» заново в Європі нідерландським математиком Стевіном.

З початку XVII століття починається інтенсивне проникнення десяткових дробів в науку і практику. В Англії в якості знака, що відокремлює цілу частину від дробової, була введена крапка. Широке застосування десяткові дроби отримали в XIX столітті.

Завдання на дроби часто зустрічаються в повсякденному житті. Їх розв'язання не можливе без застосування обчислювальних умінь і навичок.

Перші відомості про від'ємні числа зустрічаються у китайських математиків у другому столітті до нашої ери. Від'ємні числа виникли у зв'язку з потребою розв'язувати рівняння, зокрема виконувати дію віднімання від меншого числа більшого. Вже давні грецькі та китайські математики, наприклад Діофант (III ст.), дійшли висновку про неминучість введення від'ємних чисел, проте вони не визнавали їх. [27]

Вперше від'ємні числа були узаконені в Китаї в III столітті, але використовувалися лише для виняткових випадків, оскільки вважалися, загалом, хибними ...

Трохи пізніше від'ємні числа стали використовуватися в Індії для позначення боргів. Індійські математики в XII ст. називали від'ємні числа «несправжніми». Вони уявляли собі додатні числа як «прибуток», а від'ємні числа як «борги». Індійський математик (VII ст.), Брамагупта один з перших почав використовувати додатні і від'ємні числа. Він сформулював правила додавання так: «Сума двох боргів є борг» «Сума двох прибутків є прибуток», «Сума прибутку і боргу дорівнює їх різниці».

Древньогрецький математик Діофант в III ст. знав правило знаків і вмів множити від'ємні числа. Однак і він розглядав їх лише як тимчасові значення. У Європі від'ємні числа почали використовувати, починаючи з XIII ст. Вони з'явилися завдяки Леонардо Пізанського (Фібоначчі), який теж ввів їх для вирішення фінансових проблем з боргами. Однак ставились до від'ємних чисел з недовірою, називаючи їх «фіктивними», «абсурдними», «хибними» тощо. «Справжніми» числами вважали лише додатні числа.

У практику від'ємні числа входили поволі. До XVII ст. математики намагались обґрунтувати правила множення від'ємних чисел, але такі спроби (навіть Л. Ейлера і О. Коші) закінчувалися невдало. Тому від'ємні числа не знаходили визнання. Їх називали «абсурдними». [27]

Навіть у XVII столітті знаменитий математик Блез Паскаль стверджував, що  $0-4 = 0$ , бо немає такого числа, яке може бути менше, ніж нічого. Аж до XIX століття математики часто відкидали у своїх обчисленнях від'ємні числа, вважаючи їх хибними ...

У XVII столітті, з появою аналітичної геометрії, від'ємні числа одержали наочне геометричне представлення на числовій осі. З цього моменту настає їх повна рівноправність.

Визнанню від'ємних чисел сприяли роботи французького вченого Рене Декарта. Він запропонував зображувати від'ємні та додатні числа точками координатної прямої, ввів координатну пряму (1637р.) Тільки тоді від'ємні числа були повністю визнані й стали повноправним атрибутом математики. Повна теорія від'ємних чисел була створена тільки в XIX столітті (Вільям Гамільтон і Герман Грассман).

## 1.2. Пропедевтика вивчення раціональних чисел

Навчання математики ґрунтується на засадах компетентнісного, діяльнісного, особистісно зорієнтованого, інтегрованого та аксіологічного підходів. [7].

Метою математичної освітньої галузі є розвиток особистості через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вмінь розв'язувати суто математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних якостей особистості; розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті.

Числова лінія є однією з важливих змістових ліній у курсі математики загальної середньої освіти. Вона є об'ємною за змістом навчального матеріалу та вимагає тривалого часу на її вивчення.

Основні відомості про натуральні числа та дії над ними учні отримують у початковій школі. Вивчення продовжується в курсі математики базової середньої школи, поступово розширюючи і доповнюючи знання учнів про число від натурального до дійсного, формуючи культуру усних, письмових, інструментальних обчислень (Програма, 2017). Знання учнів про числа та уміння ними оперувати складає підґрунтя до формування математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти.

Змістова лінія «Числа, дії з числами. Величини» охоплює вивчення у 1 – 4 класах питань нумерації цілих невід'ємних чисел у межах мільйона; формування навичок виконання арифметичних дій додавання і віднімання, множення і ділення; ознайомлення на практичній основі зі звичайними дробами; вимірювання величин; оперування величинами [28].

В основі формування поняття натурального числа в початковій школі лежить лічба предметів. Натуральне число виступає як результат лічби.

Вивчення нумерації натуральних чисел здійснюється по концентрах: 1 клас («Десяток», «Сотня»), 2 клас («Сотня»), 3 клас («Тисяча»), 4 клас («Мільйон»).

Перші відомості про дроби з'являються у 3 класі (Програма, 2018). В учнів формують поняття дробу: у 3-му класі – знайомлять із частинами (дробами з чисельником 1), а у 4-му – з дробами, їх утворенням і порівнянням дробів з однаковими знаменниками. Однак, учням поки що не пропонують вживати термін «дріб», а лише – «частина». Учні знайомлять із частинами, їх записом, правилами знаходження величини частини від даного числа та числа за величиною частини. В 4 класі на уроках математики продовжують формування уявлення про дробі.

Дітям молодшого шкільного віку вивчення дробів дається важко і тому проводиться тільки пропедевтика, а систематичне їх вивчення здійснюється пізніше, в основній школі.

В базовій середній школі змістова лінія «Числа» набуває продовження, знання про число розширюються і поглиблюються. [32]

Курс математики в 5–6 класах побудовано як проміжний між математикою початкової школи та систематичним курсом математики базової середньої освіти.

Протягом курсу вивчення математики у 5 класі закріплюються й удосконалюються навички, що були набуті в початковій школі, такі як: порівняння натуральних чисел, порівняння числових виразів, дробів з однаковим знаменником, розв'язування нерівності зі змінною, подвійної нерівності тощо.

Основу курсу становить розвиток поняття числа та формування міцних обчислювальних і графічних навичок.

Вміння оперувати числами є важливим інструментом для вимірювання та обчислення основних геометричних величин (довжини відрізка, міри кута, площі фігури, об'єму тіла), а це є складовою геометрії та однією з змістових ліній шкільного курсу геометрії.

Розвиток числової лінії починається у 5-му класі з вивчення системи натуральних чисел. В підручниках з математики для 5-го класу дається описове означення натурального числа: натуральні числа – це числа, які використовують при лічбі предметів (Істер, 2018; Мерзляк, Полонський, Якір, 2018; Тарасенкова, Богатирьова, Бочко, Коломієць, Сердюк, 2018). Далі йде вивчення алгебраїчних операцій (дій) над натуральними числами та їх властивостей. Пізніше вводять додатні дробові числа як відношення натуральних: дробові числа записуються за допомогою двох натуральних чисел і горизонтальної риски у вигляді  $\frac{a}{b}$ . Число  $b$ , записане під рискою, називають знаменником дроби і показує, на скільки рівних частин поділено одиницю (ціле). Число  $a$ , записане над рискою, називають чисельником дроби, і воно показує, скільки взято рівних частин одиниці (цілого) (Істер, 2018).

В 6-му класі продовжується знайомство зі звичайними дробами. Після цього розширюється поняття десяткового дроби. Далі в 6-му класі переходять до вивчення від'ємних чисел: і цілих, і дробових. Дається означення поняття цілого числа: «Натуральні числа, їм протилежні і число 0 називаються цілими числами» (Істер, 2014).

Після вивчення цілих чисел вводиться поняття раціонального числа.

Всі відомості про раціональні числа учні отримують з курсу математики 1-6 класів.

Означення раціонального числа: додатні числа (цілі і дробові), від'ємні числа (цілі і дробові) і число 0 складають множину раціональних чисел (Тарасенкова, Богатирьова, Коломієць, Сердюк, 2014). Вводяться позначення множин натуральних, цілих та раціональних чисел:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ .

Множину  $N$  після введення числа 0 і від'ємних чисел було розширено до множини цілих чисел  $Z$ . Після введення дробових чисел (додатних і від'ємних) множина цілих чисел розширюється до множини раціональних чисел  $Q$ . [26, с.194]

Курс математики 5–6 класів передбачає розвиток, збагачення і поглиблення знань учнів про числа і дії над ними, відбувається поступове

розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від'ємних чисел разом із формуванням культури усних, письмових, інструментальних обчислень.

Розвиток числової лінії в курсі шкільної математики з точки зору розширення алгебраїчних систем завершується у 8 класі. В 8 класі переходять до формування поняття дійсних чисел.

### **1.3. Основні положення вивчення раціональних чисел згідно модельних програм НУШ**

Реформа Нової української школи (НУШ) передбачає переосмислення традиційної методики викладання: з передачі знань — до розвитку компетентностей; від пасивного засвоєння — до активного дослідження; від фіксації на оцінці — до підтримки особистісного прогресу.

Для реалізації ідей концепції Нової української школи на основі Державного стандарту базової середньої освіти розроблені Модельні навчальні програми.

Модельна навчальна програма – документ, що визначає орієнтовну послідовність досягнення очікуваних результатів навчання учнів, зміст навчального предмета та види навчальної діяльності учнів, рекомендований для використання в освітньому процесі в порядку, визначеному законодавством. [18].

Модельні навчальні програми створюються для певних предметів чи інтегрованих курсів. Затверджуються Міністерством освіти і науки України, розробляються на основі Державного стандарту.

Модельні навчальні програми розробляються або для всього рівня базової середньої освіти, тобто для 5-9 класів; або для кожного циклу окремо:

адаптаційного циклу (для 5-6 класів) та базового предметного навчання (для 7-9 класів) [16].

Перелік модельних навчальних програм, які використовуються закладом освіти, зазначається в освітній програмі відповідно до навчального плану.

Кожна МНП складається із пояснювальної записки, в якій зазначено мету і завдання навчального предмета, ключові позиції змісту МНП, описано її структуру, та з програми, де за класами і за темами вказуються очікувані результати навчання учнів, пропонований зміст предмета та види навчальної діяльності учнів. При цьому пропонований зміст предмета і послідовність його викладення є орієнтовними і можуть бути змінені вчителем.

Модельна програма не визначає кількості годин викладання, порядок вивчення тем. Будь-який авторський колектив чи окремі вчителі на основі модельної програми можуть розробляти навчальну програму й навчальні матеріали предметів.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 12 липня 2021 року № 795 було надано гриф «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» 95 модельним навчальним програмам для базової середньої освіти, у змісті яких реалізуються концептуальні засади нового Державного стандарту базової середньої освіти, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 року.

Новостворені модельні навчальні програми були впроваджені в освітній процес закладів загальної середньої освіти поетапно, починаючи з 2022/2023 навчального року. [16]

Для математичної освітньої галузі першого циклу базової середньої освіти (для 5-6 класів) Міністерством освіти і науки України на початок 2022-2023 навчального року запропоновано сім модельних навчальних програм:

- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Бурда М. І., Васильєва Д. В.).

- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт.Василишин М. С., Милянник А. І., Працьовитий М. В., Простакова Ю. С., Школьний О. В.).
- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.).
- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Істер О. С.).
- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Беденко М. В., Клочко І.Я., Кордиш Т. Г., Тадеєв В. О.).
- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Скворцова С. О., Тарасенкова Н. А.).
- Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Радченко С. С., Зайцева К. С.).

Проаналізуємо програми щодо вивчення даної теми.

Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: Беденко М.В., Клочко І.Я., Кордиш Т.Г., Тадеєв В.О.)

Зміст навчального предмета 5 клас

1. Адаптаційне повторення вивченого з математики у початковій школі (письмове додавання, віднімання, множення і ділення багатоцифрових чисел, звичайні дробі).
2. Натуральні числа.
3. Додавання та віднімання натуральних чисел.
4. Відрізки і кути та їхнє вимірювання (відрізок, ламана, пряма і промінь, координатний промінь).
5. Множення та ділення натуральних чисел.
6. Буквені вирази та рівняння.

7. Трикутник, чотирикутник. Трикутна і чотирикутна піраміда. Куб і прямокутний паралелепіпед.
8. Звичайні дроби звичайні.
9. Десяткові дроби.
10. Множення та ділення десяткових дробів
11. Відсотки. Середнє арифметичне кількох чисел.

В 6 класі вивчають теми:

Подільність натуральних чисел.

Звичайні дроби. Додавання та віднімання звичайних дробів.

Множення та ділення звичайних дробів.

Відношення і пропорції. Коло, круг, сектор.

Раціональні числа. Порівняння раціональних чисел.

Додавання та віднімання раціональних чисел.

Множення та ділення раціональних чисел.

Перпендикулярні та паралельні прямі. Координатна площина.

Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Бурда М.І., Васильєва Д.В.)

Зміст навчального предмета

У 5 класі відбувається актуалізація досвіду і опорних знань за початкову школу, вивчають натуральні числа, вирази, рівняння, плоскі геометричні фігури, далі звичайні дроби, додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками, десяткові дроби, арифметичні дії з десятковими дробами, об'ємні геометричні фігури (прямокутний паралелепіпед, куб), відсоток.

У 6 класі математика розпочинається з вивчення цілих чисел, далі йдуть звичайні дроби, а наприкінці раціональні числа та дії з ними.

Передбачено розділ програми «Створення моделей до задач та життєвих ситуацій. Робота над проектами у групах. Розв'язування цікавих задач». Програму побудовано таким чином, що постійно актуалізується матеріал, вивчений раніше.

До модельної програми створюються підручники авторського колективу Бевз Г.П., Бевз В.Г., Васильєва Д.В., Владімірова Н.Г.

Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Васишин М.С., Милянник А.І., Працьовитий М.В., Простакова Ю.С., Школьний О.В.).

Дана модельна програма передбачена для вивчення математики учнями гімназій.

Зміст модельної програми для 5 класу.

1. Натуральні числа. Додавання та віднімання натуральних чисел. Множення та ділення натуральних чисел. Округлення чисел.
2. Дроби. Додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками. Поняття десяткового дроби. Додавання і віднімання десяткових дробів. Множення і ділення десяткових дробів.
3. Відсотки.
4. Найпростіші геометричні фігури на площині. Відрізок, пряма, промінь, ламана. Трикутник. Прямокутник, квадрат.
5. Площі найпростіших фігур на площині. Знаходження площі прямокутника і квадрата.
6. Множини. Поняття множини. Способи задання множин. Порожня множина.
7. Робота з даними. Способи отримання даних. Подання даних у вигляді таблиць. Статистичні діаграми.
8. Рівняння з натуральними числами.

Зміст модельної програми для 6 класу:

1. Подільність натуральних чисел.
2. Звичайні дроби та дії над ними.
3. Імовірність випадкової події.
4. Відношення і пропорції.
5. Коло, круг та їх елементи.
6. Цілі числа та дії над ними.

7. Раціональні числа та дії над ними. Додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел.

8. Просторові геометричні фігури. Поняття паралелепіпеда, куба, піраміди, циліндра, конуса, кулі.

9. Рівняння з цілими та раціональними числами.

Передбачено тему «Інтеграція математики з соціальною та здоров'язбережувальною галуззю «Застосування математичних знань у побуті».

Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О.С.).

Модельна навчальна програма визначає зміст навчального матеріалу, види навчальної діяльності та очікувані результати навчання здобувачів освіти. Ці дані в програмі подані у вигляді таблиці.

Зміст навчального матеріалу з математики у 5 класі

1. Узагальнення та систематизація знань за курс початкової школи (Натуральні числа. Арифметичні дії з натуральними числами. Поняття дроби).

2. Натуральні числа і дії з ними. Геометричні фігури і величини (Трикутник та його периметр. Квадрат. Прямокутник).

3. Подільність натуральних чисел

4. Дробові числа і дії з ними.

Зміст навчального матеріалу з математики у 6 класі

1. Звичайні дроби,

2. Пропорції і відношення

3. Раціональні числа та дії з ними.

Відповідно до змісту модельної навчальної програми автор розробив навчально-методичний комплект, до складу якого входить підручник, добірки вправ для онлайн розв'язування та «Домашніх самостійних робіт».

Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С.)

Програму подано в табличній формі, що містить три частини: очікувані результати навчання, зміст навчального матеріалу, необхідний для їх досягнення, та відповідні види навчальної діяльності.

### Пропонований зміст навчального предмета

#### 5 клас

Змістова лінія «Числа і дії з ними» включає вивчення натуральних чисел, арифметичні дії з ними, звичайні дроби, додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками, десятковий дріб, арифметичні дії з десятковими дробами. Відсотки.

Змістова лінія «Вирази. Рівняння». Вивчають числові вирази, буквені вирази. Рівняння.

До змістової лінії «Геометричні фігури і величини» входять: точка, відрізок, ламана, пряма, промінь, площа, кут, багатокутник, трикутник, прямокутник, квадрат. Прямокутний паралелепіпед. Куб. Піраміда. Об'єм прямокутного паралелепіпеда.

#### 6 клас

Змістова лінія «Числа і дії з ними»: Арифметичні дії зі звичайними дробами, Додатні і від'ємні числа, Цілі числа. Раціональні числа. Арифметичні дії з раціональними числами.

Змістова лінія «Відношення і пропорції»: Відношення. Пропорція.

Змістова лінія «Вирази. Рівняння»: Рівняння. Основні властивості рівнянь.

Змістова лінія «Геометричні фігури і величини»: Коло і круг. Циліндр. Конус. Куля. Координатна пряма.

Передбачена змістова лінія «Математичні задачі як засіб дослідження реальних життєвих ситуація» з визначеними очікуваними результатами, пропонованим змістом навчального предмета та видами навчальної діяльності.

[12, с. 25-26]

Особливістю програми є систематичне використання історичного та культурного матеріалу під час вивчення математики, що сприяє вихованню патріотизму та інтернаціоналізму, підвищує інтерес до вивчення математики.

Модельна навчальна програма «Математика. 5 клас» для закладів загальної середньої освіти (автори: Радченко С.С., Зайцева К.С.)

Орієнтовний зміст навчального матеріалу з математики у 5 класі

Тема 1. Натуральні числа та дії з ними

Тема 2. Геометрія (Точка, відрізок, пряма, промінь. Трикутник. Чотирикутники: квадрат та прямокутник. Куб. Прямокутний паралелепіпед).

Тема 3. Дані та ймовірність (Шкала. Координатний промінь).

Тема 4. Звичайні дроби (додавання та віднімання дробів з однаковими знаменниками).

Тема 5. Десяткові дроби (Запис десяткових дробів. Арифметичні дії з десятковими дробами).

Тема 6. Відсотки

Тема 7. Вимірювання (Додавання та віднімання довжин і мас. Середнє арифметичне).

6 клас

Тема 1. Подільність натуральних чисел (Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10).

Тема 2. Звичайні дроби (додавання та віднімання дробів з різними знаменниками).

Тема 3. Відношення та пропорції

Тема 4. Геометрія (коло і круг. Об'ємні тіла обертання: циліндр, конус, куля).

Тема 5. Дані та ймовірність

Тема 6. Раціональні числа (додатні та від'ємні числа, протилежні числа, цілі та раціональні числа, додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел).

Тема 7. Просторові відношення (координатний промінь, координатна площина).

Модельна навчальна програма «Математика. 5 клас» для закладів загальної середньої освіти (автори: Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А.)

Пропонований зміст навчального предмета

Розділ I. Узагальнення та систематизація вивченого у початковій школі

Розділ II. Натуральні числа

Розділ III. Звичайні дроби

Розділ IV. Десяткові дроби

Розділ V. Відсотки, Середнє арифметичне

Програмою передбачена змістова лінія «Математичне моделювання», яка відслідковується в кожному розділі.

Слід зазначити, що усі програми загалом мають багато спільного, але дещо відрізняються, як у послідовності та структуруванні змісту курсу математики, так і у інтерпретації діяльнісного підходу.

### **Висновки до першого розділу**

У першому розділі проаналізовано науково-методичну літературу з теми дослідження. Здійснено короткий огляд з історії розвитку числа.

Курс математики 5–6 класів передбачає розвиток, збагачення і поглиблення знань учнів про числа і дії над ними, відбувається поступове розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел. Знання учнів про числа та уміння ними оперувати складає підґрунтя до формування математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти. Основні відомості про натуральні числа та дії над ними учні отримують у початковій школі, а далі вивчення продовжується в курсі математики базової середньої школи.

Для реалізації ідей концепції Нової української школи розроблені Модельні навчальні програми.

Розглянуто модельні навчальні програми з математики для 5-6 класів НУШ, зокрема щодо вивчення раціональних чисел.

Усі програми мають багато спільного, орієнтовані на компетентнісне навчання, акцентують увагу на прикладному застосуванні математичних знань, розвитку логічного мислення.

## РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ У КУРСІ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ

### 2.1. Додатні і від'ємні числа. Введення поняття раціонального числа

Згідно модельних навчальних програм з математики тема «Раціональні числа» вивчається у 6 класі і передбачає не лише засвоєння нових понять, а й формування важливих математичних умінь і життєвих компетентностей. Важливо, щоб учні не лише знали, що таке раціональні числа, але й уміли використовувати їх у практичних життєвих ситуаціях, аналізувати, моделювати, порівнювати.

Вивчення раціональних чисел є важливою частиною математичної програми, адже ці знання закладають основи для подальшого вивчення математики.

Основний зміст математики 6-го класу — раціональні числа (цілі й дробові, додатні, від'ємні і нуль). Шестикласники мають навчитися розрізняти різні види раціональних чисел: натуральні, цілі, дробові (додатні й від'ємні), вміти додавати, віднімати, множити і ділити їх, знати назви компонентів та результатів дій, а також мати уявлення про квадрат і куб числа, округлення чисел, модуль числа; вміти розкласти натуральні числа на прості множники, знаходити НСД, НСК двох і кількох натуральних чисел тощо. Крім того, вони мають навчитися розв'язувати задачі на дроби, на відсоткове відношення двох чисел чи значень величин, на пропорційний поділ.[29, с.15]

Раніше раціональні числа вивчали в алгебрі та вважали, що цей розділ один із найскладніших.

Згідно модельної навчальної програми «Математика. 5-6 класи» (автор О.С. Істер) розділ «Раціональні числа та дії з ними» містить такі теми:

- Додатні та від'ємні числа. Число нуль.
- Координатна пряма.
- Протилежні числа. Цілі числа. Раціональні числа.
- Модуль числа.

- Порівняння раціональних чисел.

- Арифметичні дії з раціональними числами (додавання від'ємних чисел, додавання двох чисел з різними знаками, віднімання раціональних чисел, множення раціональних чисел, ділення раціональних чисел).

Очікувані результати навчання здобувачів освіти: наводити приклади: додатних та від'ємних чисел; протилежних чисел; раціональних чисел; розуміти, що таке: модуль числа; протилежні числа; раціональні числа; зображати: координатну пряму; графіки залежностей між величинами по точках; розв'язувати вправи, що передбачають: знаходження модуля числа; порівняння раціональних чисел; додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел; обчислення значень числових виразів, що містять додатні й від'ємні числа; розкриття дужок, зведення подібних доданків; знаходження координат точки та побудову точки за її координатами; аналіз графіків залежностей між величинами (відстань, час; температура, час тощо).

За підручником О.С. Істера Математика 6 клас у розділі «Раціональні числа та дії з ними» учні знайомляться з поняттями «додатного», «від'ємного» та «раціонального» чисел, дізнаються про координатну пряму, модуль числа, вчать порівнювати та виконувати дії з додатними та від'ємними числами, розв'язувати нові види рівнянь. [9]

За допомогою географічної карти, термометра учні знайомляться з числами зі знаком «-» і знаком «+».

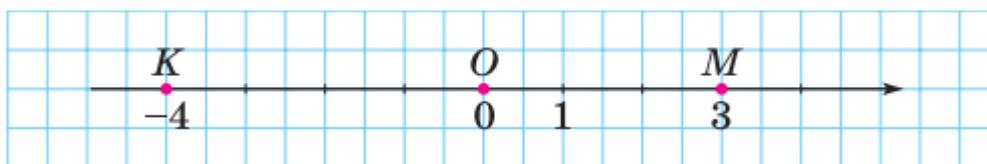
Числа зі знаком «-» називають від'ємними числами. Наприклад: -2, -1,5; -0,49;  $-\frac{3}{4}$ .

Числа зі знаком «+» називають додатними числами. Наприклад: +4,7; +6;  $+\frac{1}{7}$ ;  $+4\frac{9}{13}$ .

Додатні й від'ємні числа та число 0 можна зобразити точками на прямій.

На горизонтальній прямій позначають точку О, яка ділить пряму на два промені. Т. О - початок відліку. Додатні числа позначають праворуч від точки

О, а від'ємні - ліворуч. Напрямом праворуч називають додатним напрямом, напрям ліворуч - від'ємним напрямом. Додатний напрям позначають стрілкою.



Пряму з вказаним додатним напрямом і початком відрізка називають координатною прямою.

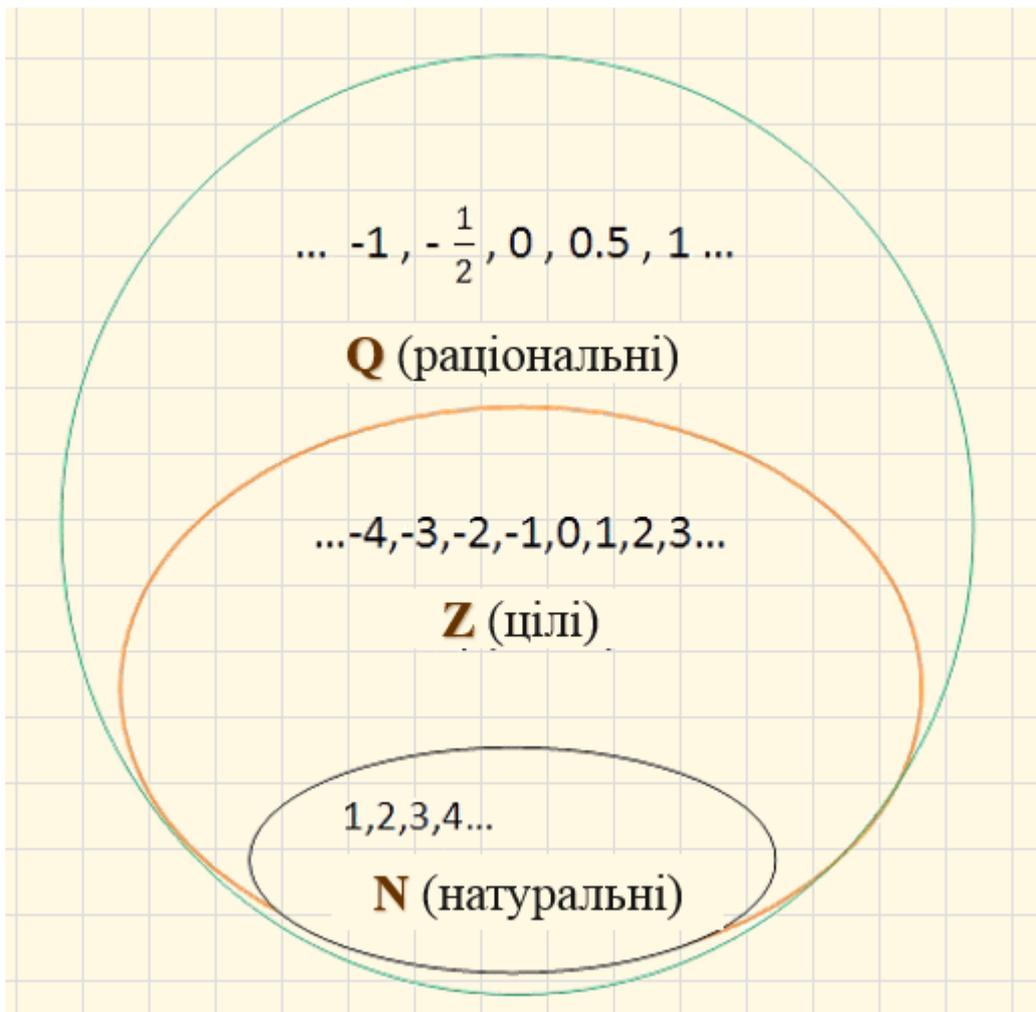
Розглядаючи координатну пряму, слід звернути увагу учнів, що число 0 — особливе, воно не є додатним і не є від'ємним, тобто число 0 відіграє роль «межі» між додатними та від'ємними числами. Усвідомлене розуміння цього факту допоможе учням у подальшому вивченні деяких тем (розв'язування нерівностей, метод інтервалів тощо). Відкладаючи на прямій точки, що відповідають числам, формується усвідомлення того, що число має дві «характеристики» — розташування відносно початку відрізка і відстань від точки до початку відрізка. Знак числа  $a$  вказує, де відносно початку відрізка знаходиться точка, що відповідає заданому числу. Відстань від початку відрізка до точки, що відповідає заданому числу, називають модулем числа або абсолютною величиною.

Число, якому відповідає певна точка на координатній прямій, називають координатою цієї точки. Два числа, які відкладені у протилежних напрямках, називають протилежними числами. Число 5 протилежне числу  $-5$  і навпаки, число  $-5$  протилежне числу  $-5$ .

Множину всіх натуральних чисел зазвичай позначають буквою  $N$ . Якщо до натуральних чисел приєднати число 0 і протилежні їм числа:  $-1, -2, -3, -4, \dots$ , — вийде множина цілих чисел. Цю множину зазвичай позначають буквою  $Z$ .

Цілі числа:  $\dots; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots$

Якщо до множини цілих чисел приєднати всі звичайні дроби, то вийде множина раціональних чисел. Цю множину зазвичай позначають буквою  $Q$ .



Отже,  $N$  — частина множини  $Z$ , а  $Z$  — частина множини  $Q$ .

Після вивчення цілих чисел вводиться поняття **раціонального числа**.

Означення: додатні числа (цілі і дробові), від'ємні числа (цілі і дробові) і число 0 складають множину раціональних чисел.

Наприклад,  $1; 2; -10; \frac{1}{2}; 0; -2,9; -\frac{3}{2}$  — раціональні числа.

Раціональні числа — це об'єднання всіх цілих і дробових чисел, додатних та від'ємних.



Раціональне число можна записати у вигляді дробу  $\frac{m}{n}$ , де  $m$  — число ціле, а  $n$  — натуральне.

Існують і числа, які **не є раціональними**.

Сума, різниця, добуток і частка (крім ділення на 0) раціональних чисел завжди є раціональним числом, але квадратний корінь із невід'ємного раціонального числа не завжди є раціональним числом. Тому раціональні числа також потребували розширення. Вводяться ірраціональні числа. У XVIII ст. було доведено, що число  $\pi$  (пі) — математична константа (3,1415), ірраціональне.

Якщо об'єднаємо множину раціональних чисел із множиною ірраціональних, то отримаємо нову множину — множину дійсних чисел, яку позначають буквою  $R$ . Таким чином:  $N \subset Q \subset R$ .

*Приклад.* Серед чисел 534;  $-2,02$ ; 0; 34; 33,01;  $-11$ ; 8,6; 16,81;  $-72$ ; 1024 оберіть:

- 1) натуральні числа;
- 2) цілі числа;
- 3) раціональні числа.

### **Порівняння раціональних чисел**

У 6 класі в учнів остаточно формуються вміння порівнювати раціональні числа. Координатну пряму зручно використовувати для пояснення порівняння додатних та від'ємних чисел.

В 5 класі учні навчилися порівнювати додатні числа. В 6 класі вчать порівнювати раціональні числа. Для пояснення порівняння раціональних чисел зручно використовувати координатну пряму. Число 0,2 менше від 0,3, а точка з координатою 0,2 розміщена ліворуч від точки з координатою 0,3.

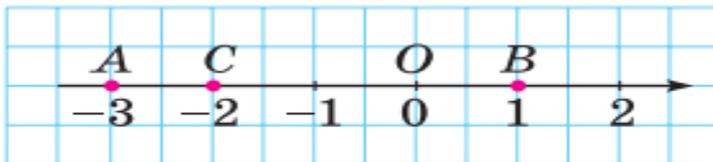
Число 2 менше за 3, а точка з координатою 2 розміщена ліворуч від точки з координатою 3. З двох додатних чисел меншим є те, яке є координатою точки, що лежить ліворуч. Отже, з двох чисел меншим будемо те, яке на координатній прямій розміщено лівіше, а більшим - те, яке на координатній прямій розміщено правіше.

Сказане треба ілюструвати кількома конкретними прикладами. На дошці можна накреслити координатну пряму.

$C(-2)$  ліворуч від  $O(0)$ , тому  $-2 < 0$ ;

$A(-3)$  ліворуч від  $B(1)$ , тому  $-3 < 1$ ;

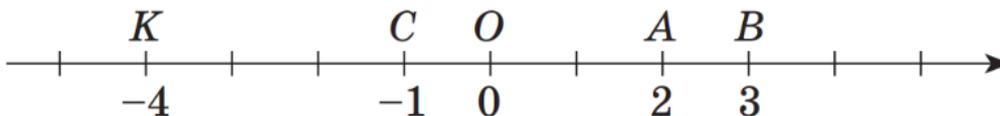
$A(-3)$  ліворуч від  $C(-2)$ , тому  $-3 < -2$ .



$A(2)$  ліворуч від  $B(3)$ , тому  $2 < 3$

$K(-4)$  ліворуч  $O(0)$ , тому  $-4 < 0$

$O(0)$  ліворуч від .....



Підводимо учнів до висновку: що будь-яке від'ємне число менше за нуль і менше за будь-яке додатне число.

$C(-1)$  лежить праворуч від  $K(-4)$ , тому  $-1 > -4$ .

$-1$  лежить ближче до нуля, ніж  $-4$ , тому  $|-1| < |-4|$ .

Отже, з двох від'ємних чисел меншим є те, в якого більший модуль.

Цей висновок корисно проілюструвати на показаннях термометра: температура  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$  нижча за  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  нижча за  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Сформувати в учнів уміння порівнювати раціональні числа допомагають вправи, в яких вимагається розташувати задані числа в порядку зростання чи спадання. [29, с. 25]

*Завдання:* Розташуйте числа від найменшого до найбільшого:  $-\frac{3}{4}$ ,  $2$ ,  $0$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $-1$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $-2$ ,  $4$ . Учень повинен розташувати їх за зростанням на прямій або в списку.

Під час вивчення раціональних чисел доцільно використовувати реальні життєві ситуації, з якими учні вже стикалась або які легко уявити:

температура повітря (« $-5^{\circ}\text{C}$  сьогодні», « $+3^{\circ}\text{C}$  завтра»);

глибина занурення;

фінанси (дохід/борг);

висоти у географії;

спорт (від'ємна різниця в рахунку тощо).

*Приклад:* учні порівнюють температуру в різних містах, використовуючи від'ємні й додатні значення.

*Завдання у тестовій формі.*

Варіант 1

1. Яка з точок  $A(3)$ ,  $B(-2,1)$ ,  $C(-4)$ ,  $D(2,2)$  найближча до точки  $O(0)$ ?

а)  $A(3)$ ; б)  $B(-2,1)$ ; в)  $D(2,2)$ ; г)  $C(-4)$ .

2. Укажіть пару протилежних чисел. а)  $5$  і  $1$ ; б)  $1,5$  і  $5,1$ ; в)  $5$  і  $0,5$ ; г)  $1,5$  і  $-1,5$ .

3. Яке з чисел  $3,2$ ;  $-7,77$ ;  $169$ ;  $18$  ціле?

а)  $18$ ; б)  $3,2$ ; в)  $169$ ; г)  $-7,77$ .

4. Обчисліть  $17 + 13$ .

а)  $-30$ ; б)  $-4$ ; в)  $30$ ; г)  $4$ .

5. Яке із чисел  $-0,7$ ;  $0,7$ ;  $0,2$ ;  $-2$  найменше?

а)  $0,7$ ; б)  $-2$ ; в)  $-0,7$ ; г)  $-0,2$ .

6. Між якими сусідніми цілими числами міститься число  $-1,7$ ?

а)  $0$  і  $-1$ ; б)  $0$  і  $1$ ; в)  $1$  і  $2$ ; г)  $-1$  і  $-2$ .

7. Запишіть замість \* цифру, щоб була правильною нерівність  $-14,6 > -14,*$ .

а)  $6$ ; б)  $0$ ; в)  $5$ ; г)  $7$ .

8. Знайдіть  $x$ , якщо  $-(-x) = -1,1$ . а)  $0$ ; б)  $1$ ; в)  $-1,1$ ; г)  $1,1$ .

9. Розв'яжіть рівняння  $-x = -3$ .

а)  $3$ ; б) розв'язків немає; в)  $-3$ ; г)  $0$ .

10. Знайти найбільше ціле число, яке задовольняє нерівність  $x \geq -5,5$ .

а)  $-6$ ; б)  $-4$ ; в)  $5$ ; г)  $-5$ .

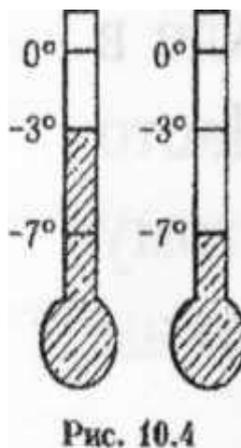
Варіант 2

1. Яке з чисел розміщене на координатній прямій ближче до числа 0?
  - а) 5 або 10; б) -5 або -10; в) -5 або 5; г) -2 або -6.
2. Укажіть пару протилежних чисел. а)  $0,6$  і  $-\frac{3}{5}$ ; б)  $1,25$  і  $-1,5$ ; в)  $5$  і  $0,5$ ; г)  $2,5$  і  $\frac{2}{5}$ .
3. Яке з чисел  $0$ ;  $-7,77$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $-18$  ціле від'ємне?
  - а)  $-18$ ; б)  $0$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г)  $-7,77$ .
4. Порівняйте числа  $135$  і  $-136$ :
  - а)  $>$ ; б)  $<$ ; в)  $=$ ; г)  $\leq$ .
5. Яке із чисел  $-0,5$ ;  $0$ ;  $0,2$ ;  $-2$  найменше ціле?
  - а)  $0$ ; б)  $-2$ ; в)  $-0,5$ ; г)  $0,2$ .
6. Між якими сусідніми цілими числами міститься число  $-0,17$ ?
  - а)  $0$  і  $-1$ ; б)  $0$  і  $1$ ; в)  $1$  і  $2$ ; г)  $-1$  і  $-2$ .
7. Запишіть замість \* цифру, щоб була правильною нерівність  $-9,332 < -9,3*6$ .
  - а)  $6$ ; б)  $0$ ; в)  $4$ ; г)  $3$ .
8. Знайдіть  $x$ , якщо  $-(-x) = -2,3$ . а)  $0$ ; б)  $1$ ; в)  $2,3$ ; г)  $-2,3$ .
9. Розв'яжіть рівняння  $-x = 6$ .
  - а)  $6$ ; б) розв'язків немає; в)  $-6$ ; г)  $0$ .
10. Знайти найбільше ціле число, яке задовольняє нерівність  $x \leq -23$ .
  - а)  $-23$ ; б)  $23$ ; в)  $-22$ ; г)  $0$ .

## 2.2. Формування вмінь учнів виконувати дії з раціональними числами

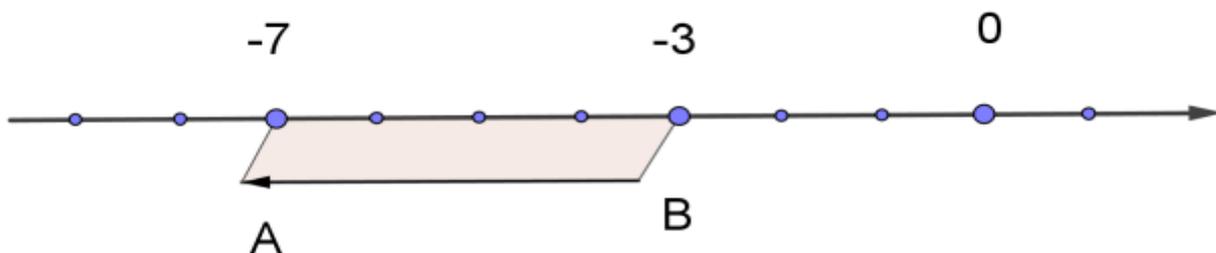
До правила виконання додавання двох від'ємних чисел можна підвести учнів на прикладі задачі про зміну температури.

Якщо температура повітря ввечері була  $0^\circ\text{C}$ , потім знизилась на  $-3^\circ$ , а потім ще на  $-4^\circ$ , то всього температура змінилася на  $-7^\circ$ . Отже,  $-3 + (-4) = -7$ . Можна продемонструвати розв'язування цієї задачі на моделі термометра (рис. 10.4).



Цю саму ситуацію можна продемонструвати на координатній прямій.

Обчислити:  $-3 + (-4)$



При переміщенні точки В ( $-3$ ) на 4 одиниці ліворуч, вона переходить у точку А ( $-7$ ).

Для запису дії з від'ємними числами використовують дужки, але перший доданок записують без дужок:

$$-3 + (-4) = -7.$$

Щоб знайти модуль такої суми, треба додати модулі доданків.

$$-(|-3| + |-4|) = |-7|.$$

Сума двох від'ємних чисел — число від'ємне.

Після цього можна запропонувати учням сформулювати **правило додавання двох від'ємних чисел**:

щоб додати два від'ємних числа, потрібно:

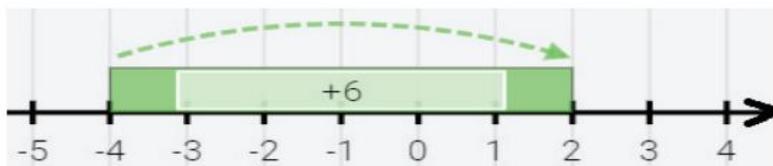
- 1) додати модулі доданків;
- 2) перед отриманим числом поставити знак «-».

*Приклади:*  $-0,3 + (-0,2) = -(0,3 + 0,2) = -0,5$ ;

$$-8\frac{2}{11} + \left(-3\frac{7}{11}\right) = -\left(8\frac{2}{11} + 3\frac{7}{11}\right) = -11\frac{9}{11}.$$

### Правило додавання двох чисел з різними знаками

Підводити учнів до правил додавання додатних і від'ємних чисел можна також геометричним способом, використовуючи координатну пряму. Нехай треба визначити суму чисел  $-4$  і  $6$ . Знаходимо на координатній прямій точку з координатою  $-4$ , переміщуємося на  $6$  одиниць праворуч, читаємо результат:  $2$ .



$$-4 + 6 = 2.$$

Сумою двох чисел із різними знаками є число, яке має той самий знак, що й доданок з більшим модулем. Щоб знайти модуль цієї суми, треба від більшого модуля відняти менший.

*Приклади:*  $-12 + 8 = -(12 - 8) = -4$ ;

$$5 + (-10) = -(10 - 5) = -5$$
;

$$-4 + 7 = +(7 - 4) = 3, \text{ або } -4 + 7 = 7 - 4 = 3.$$

Приклад додавання звичайних дробів з різними знаками:

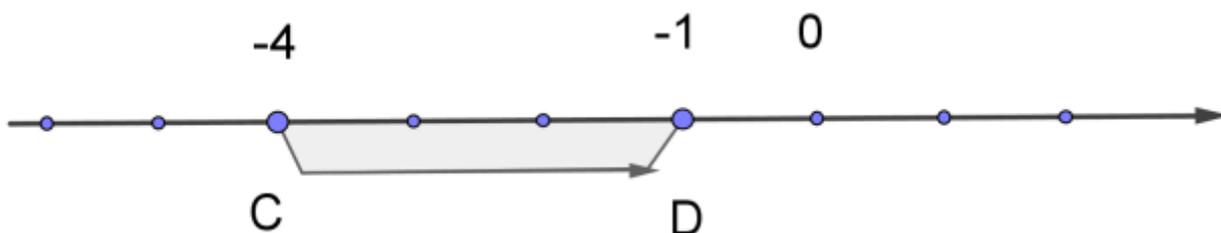
$$-\frac{17}{18} + \frac{13}{24} = -\frac{68}{72} + \frac{39}{72} = -\left(\frac{68}{72} - \frac{39}{72}\right) = -\frac{29}{72},$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = -\frac{9}{12} + \frac{2}{12} = -\left(\frac{9 - 2}{12}\right) = -\frac{7}{12}.$$

Знайдемо суму чисел за допомогою координатної прямої.

*Приклад:*

Обчислити:  $-4 + 3$



При переміщенні точки С (-4) на 3 одиниці праворуч, вона переходить у точку D (-1).

$$-4 + 3 = -1.$$

### **Завдання 1:**

Ти знаходишся на числовій прямій у точці 0.

- Роби крок уперед, якщо додаєш додатне число.

- Роби крок назад, якщо додаєш від'ємне.

Почни з 0 і виконай послідовно дії:

$$+5, -3, +2, -4, +6$$

### **Розв'язок:**

$$0 \rightarrow +5 \rightarrow +2 \rightarrow +4 \rightarrow 0 \rightarrow +6 \Rightarrow \text{у точці } 6.$$

**Завдання 2:** На числовій прямій точка А знаходиться у -1,8. Потім переміщуємося на +2,3. Де тепер А? ...

**Як додавати додатні та від'ємні звичайні дроби.**

**З однаковими знаками**

$$1) -5\frac{3}{5} + (-15\frac{4}{15}) = -(5\frac{3}{5} + 15\frac{4}{15}) = -20\frac{9+4}{15} = -20\frac{13}{15}$$

**З різними знаками**

$$2) 4\frac{7}{9} + (-8\frac{5}{12}) = -(8\frac{5}{12} - 4\frac{7}{9}) = -4\frac{15-28}{36} = -3\frac{36+15-28}{36} = -3\frac{23}{36}$$

Сума двох протилежних чисел дорівнює 0.

*Приклад:*  $-2 + 2 = 0,$

$$5,9 + (-5,9) = 0.$$

Завдання з додатку Learningapps.org

Розташуй відповіді правильно



$78 + (-224) = 78$   
 $-51 + (-27) = 53$   
 $-16 + (-47) = -78$   
 $134 + (-56) = -63$   
 $-265 + 318 = -146$

Готово

Додавання раціональних чисел 0:30 0 0/100

### Вправи на додавання раціональних чисел.

Виконати додавання:

1)  $-12 + (-15)$ ;

2)  $12 + (-15)$ ;

3)  $-12 + 15$ ;

4)  $-13 + (-15,3)$ ;

5)  $-14,6 + 12,3$ ;

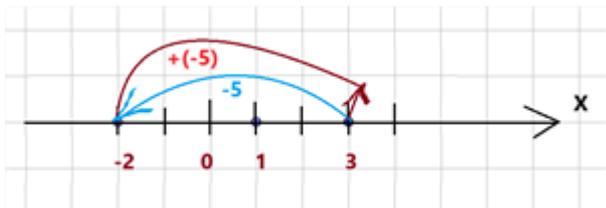
6)  $7,8 + (-15,6)$

### Правило віднімання раціональних чисел

При розгляді віднімання слід пригадати правило віднімання цілих чисел: відняти від одного числа друге — означає знайти таке третє число, яке в сумі з другим дає перше. Це твердження справедливе не лише для цілих чисел, а й для раціональних. Основне в цій темі — показати, що віднімання числа можна замінити додаванням протилежного, наприклад, що  $0,5 - (-0,2) = 0,5 + (+0,2)$ . Наприклад,  $-2 + 5 = 3$ , тому  $3 - 5 = -2$ .

Такий самий результат отримаємо, якщо до числа 3 додамо число протилежне числу 5:  $3 + (-5) = -2$ .

На координатній прямій розглянутий зразок має вигляд:



Різницею раціональних чисел  $a$  і  $b$  називають таке число  $x$ , яке в сумі із числом  $b$  дає число  $a$ .

На підтвердження цього правила можна розглянути приклади.

$$7 - 3 = 4, \text{ оскільки } 4 + 3 = 7;$$

$$6 - (-3) = 9, \text{ оскільки } 9 + (-3) = 6;$$

$$-5 - 3 = -8, \text{ оскільки } -8 + 3 = -5;$$

$$-8 - (-3) = -5, \text{ оскільки } -5 + (-3) = -8.$$

Отже, щоб від одного числа відняти друге, достатньо до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику:

$$a - b = a + (-b), \text{ або } a - (-b) = a + b.$$

Під час віднімання раціональних чисел зменшуване може бути меншим, ніж від'ємник, тоді різниця від'ємна

$$2 - 7 = 2 + (-7) = -5, \quad -3 - 2 = -3 + (-2) = -5.$$

Якщо зменшуване більше за від'ємник, тоді різниця додатна

$$5 - 3 = 2, \quad -5 - (-7) = -5 + 7 = 2.$$

Якщо зменшуване і від'ємник між собою рівні, то різниця дорівнює нулю:

$$2 - 2 = 0, \text{ або } -2 - (-2) = -2 + 2 = 0.$$

Щоб виконати віднімання  $-5 - (-2)$ , замінимо його додаванням:

до зменшуваного  $-5$  додамо число, протилежне від'ємнику  $-2$ , тобто число 2.

Маємо:

$$-5 - (-2) = -5 + 2 = -3.$$

Це можна записати у вигляді формули ( $a$  і  $c$  - будь-які раціональні числа):

$$a - (-c) = a + c.$$

Віднімання можна замінити додаванням протилежного до від'ємника числа, отже, будь-яку різницю можна подати у вигляді суми.

Приклади:  $0 - (-8) = 0 + 8 = 8$ ;

$$7 - (-1) = 7 + 1 = 8$$
;

$$13 - 20 = 13 + (-20) = -7$$
;

$$43 - (-17) = 43 + 17 = 60$$
;

$$10,5 \text{ } ^\circ\text{C} - (-2 \text{ } ^\circ\text{C}) = 12,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$
;

$$-6 \text{ } ^\circ\text{C} - (-2,5 \text{ } ^\circ\text{C}) = -6 \text{ } ^\circ\text{C} + 2,5 \text{ } ^\circ\text{C} = -3,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Невід'ємною частиною навчального процесу є не тільки подача матеріалу, а й перевірка знань, яка дозволяє перевірити рівень засвоєння знань та здатність самостійно застосовувати здобуті уміння.

Для практичної перевірки знань учнів вчитель може запропонувати різні вправи, ігри, самостійну роботу по варіантах.

<https://naurok.com.ua/urok-gra-dodavannya-i-vidnimannya-racionalnih-chisel-354358.html>

## Гра «Хто швидше?»

$-2 + -6 = -8$   
 $-2 + 12 = 10$   
 $12 - -28 = 40$



$-5 + -4 = -9$   
 $-5 + 15 = 10$   
 $15 - -25 = 40$

Самостійна робота

Варіант 1

1. Обчисли:

а)  $-8 + 20$ ; б)  $34 + (-27)$ ; в)  $-17 + (-14)$ ;

г)  $21 - 40$ ; д)  $-11 - (-23)$ ; е)  $-5 - 13$ .

2. Запиши у порядку спадання числа:

$-15, 0, 9, 17, -6, 12, -20$ .

3. Обчисли, використовуючи властивості додавання:

а)  $-20 + 119 + (-22) + 20 + (-119)$ ;

б)  $(-47 + (-34)) - (-334) + 47$ .

4. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

до суми чисел  $-18$  і  $27$  додай їх різницю.

5. Розв'яжи рівняння:

а)  $x - 15 = -45$ ; б)  $x + (-14) = -9$ ; в)  $x + 5 = 11$ .

Варіант 2

1. Обчисли:

а)  $-5 + 22$ ; б)  $27 + (-39)$ ; в)  $-12 + (-19)$ ;

г)  $18 - 50$ ; д)  $-7 - (-43)$ ; е)  $-6 - 15$ .

2. Запиши у порядку спадання числа:

$0, 11, -16, 18, -21, -8, 14$ .

3. Обчисли, використовуючи властивості додавання:

а)  $-53 + (-119) + (-17) + 53 + 119$ ;

б)  $(-67 + (-17)) - (-267) + 17$ .

4. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

до суми чисел  $-11$  і  $43$  додай їх різницю.

5. Розв'яжи рівняння:

а)  $x + (-21) = -7$ ; б)  $x - 20 = -44$ ; в)  $x + 6 = 20$ .

### 2.3. Розвиток практичних навиків при множенні та діленні раціональних чисел

Множення додатних і від'ємних чисел — одна з найскладніших тем.

Як пояснити учням, що  $(-a) \cdot (-b) = ab$ ? Слід підводити учнів до нього на конкретних задачах про зміну температури, зміну рівня води в річці і т. п. Але таке пояснення займає багато часу, а користі дає мало.

Вчитель може пояснювати, наприклад, так:

— Як помножити додатне число на додатне, ви вже знаєте. Наприклад,  $2 \cdot 7 = 14$ .

Розглянемо тепер, як помножити від'ємне число на додатне.

*Задача.* Кожного дня рівень води в річці змінюється на  $-2$  см. На скільки сантиметрів зміниться рівень води в річці за 7 днів?

Відповідь знайти неважко. Якщо кожного дня рівень води спадає на 2 см, то за 7 днів він спаде на 14 см, тобто зміниться на  $-14$  см.

Подібні задачі з додатними числовими значеннями розв'язуються множенням. Щоб і цю задачу розв'язати множенням, потрібно  $(-2) \cdot 7 = -14$ , тобто при множенні від'ємного числа на додатне треба перемножити модулі множників і перед результатом поставити знак першого множника.

#### Правила множення таких чисел:

- 1) щоб перемножити два від'ємні числа, слід перемножити їхні модулі та поставити перед результатом знак «+»;
- 2) щоб перемножити два числа з різними знаками, потрібно перемножити їхні модулі й поставити перед результатом знак «-».

*Приклад:*

$$-12 \cdot (-3) = |-12| \cdot |-3| = 36$$

$$-25 \cdot 2 = -(25 \cdot 2) = -50$$

$$0,01 \cdot (-7,8) = -(0,01 \cdot 7,8) = -0,078$$

$$-9 \cdot (-15) = 135$$

Щоб перемножити два раціональні числа, потрібно:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

*Приклад:*

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = -\frac{12}{35}$$

Знак результату визначається так:

- якщо множники мають однакові знаки, результат додатній;
- якщо різні знаки — результат від'ємний.

Ці два правила слід закріпити розв'язуванням вправ, які мають містити натуральні числа, десяткові та звичайні дробби.

Якщо число  $a$  — додатне, від'ємне або нуль, то  $a \cdot 0 = 0$ .

Якщо хоча б один із множників дорівнює нулю, то й добуток дорівнює нулю.

*Приклад.*  $-\frac{3}{5} \cdot 0 = 0, \quad -2,8 \cdot 5,1 \cdot 0 = 0.$

Розв'язати рівняння  $(x + 7)(x - 6) = 0$ .

*Розв'язання.* Оскільки  $(x + 7)(x - 6) = 0$ , то

$$x + 7 = 0 \text{ або } x - 6 = 0$$

$$x = -7 \text{ або } x = 6.$$

*Відповідь:* -7, 6.

### Властивості множення

- 1) Добуток будь-якого числа на нуль і добуток нуля на будь-яке число дорівнює нулю:  $a \cdot 0 = 0$ ;  $0 \cdot a = 0$ .
- 2) Добуток будь-якого числа на одиницю і добуток одиниці на будь-яке число дорівнює цьому самому числу:  $a \cdot 1 = a$ ;  $1 \cdot a = a$ .
- 3) Для будь-якого числа  $a$ :  $a \cdot (-1) = -a$ ;  $-1 \cdot a = -a$ .
- 4) Переставна властивість:  $a \cdot b = b \cdot a$ .
- 5) Сполучна властивість:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
- 6) Розподільна властивість:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .

*Приклади:*  $5 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = 0$

$$-3 \cdot 3 = -9,$$

$$(-4 \cdot 5) \cdot (-3) = -20 \cdot (-3) = 60,$$

$$-4 \cdot (-5 + 7) = -4 \cdot (-5) + (-4) \cdot 7 = 20 - 28 = -8.$$

Якщо в добуток входить парне число від'ємних множників, то, з'єднавши їх у групи по два і виконавши множення в кожній такій групі, дістанемо тільки додатні числа. Тому і весь добуток буде додатний.

Якщо від'ємних множників непарне число, то добуток усіх чисел, крім одного від'ємного, буде додатний, оскільки містить парне число від'ємних множників. Якщо помножити додатне число на від'ємне, яке залишилося, то дістанемо число від'ємне.

*Приклад:*

$$a) -6 \cdot (-5) \cdot 2 = 60;$$

$$б) -5 \cdot (-6) \cdot (-2) = -60;$$

$$в) -4 \cdot (-2) \cdot 6 \cdot 10 = 480.$$

### Ділення раціональних чисел

Під час введення дії ділення додатних і від'ємних чисел доцільно звернути увагу учнів на те, що вона є дією, оберненою множенню.

$$2 \cdot (-6) = -12, \text{ то } -12 : (-6) = 2.$$

*Модуль частки дорівнює модулю діленого, що ділиться на модуль дільника.*

$$|-12| : |-6| = |2|.$$

*Правило ділення двох від'ємних чисел:* частка від ділення двох від'ємних чисел є числом додатним;

щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Щоб поділити одне раціональне число на інше, потрібно перше число помножити на обернене до другого.

$$\frac{a}{b} : \frac{d}{c} = \frac{ac}{bd}, \text{ де } c \neq 0$$

*Приклад:*

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Якщо ділене й дільник - числа різних знаків, то частка - число від'ємне, а модуль частки дорівнює модулю діленого, що ділиться на модуль дільника.

$$|-15| : |5| = |-3|$$

*Правило ділення двох чисел з різними знаками:* частка від ділення двох чисел з різними знаками є числом від'ємним; щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

*Приклади:*

$$-25:5 = -(25:5) = -5;$$

$$-15,2 : 0,2 = -(15,2 : 0,2) = -76;$$

$$0,15:(-3) = -(0,15:3) = -0,05;$$

$$-\frac{7}{8} : \frac{1}{2} = -\left(\frac{7}{8} \cdot 2\right) = -\frac{14}{8} = -\frac{7}{4}$$

***Математичний батл «Знак результату».***

Учні по черзі відповідають, не обчислюючи:

«Якщо множу два від'ємні числа — який знак результату?»

«Якщо ділю додатне на від'ємне?»

«Що буде, якщо помножити число на 0?»

**Знаки при діленні**

якщо ділиш два числа з однаковими знаками → результат додатній;

якщо з різними знаками → результат від'ємний.

Важливо наголосити учням, що ділити **на нуль не можна**, бо оберненого до нуля не існує:

$a : 0$  — не має змісту.

*Вправи для закріплення знань:*

$$-36: (-12),$$

$$-36 : 12,$$

$$-18 : (-12),$$

$$-25,3 : 0,1.$$

У горах температура знижується на  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  кожні 100 м підйому. Турист піднявся на 1200 м. На скільки градусів температура змінилася? Якою вона буде, якщо біля підніжжя було  $+8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

**Вправи** на множення і ділення раціональних чисел

«LearningApps: множення і ділення раціональних чисел —

[https://learningapps.org/view1437039?utm\\_source=chatgpt.com](https://learningapps.org/view1437039?utm_source=chatgpt.com);

[https://learningapps.org/view9224515?allowFullscreen=1&utm\\_source=chatgpt.com](https://learningapps.org/view9224515?allowFullscreen=1&utm_source=chatgpt.com)

;

[https://learningapps.org/view9186450?utm\\_source=chatgpt.com](https://learningapps.org/view9186450?utm_source=chatgpt.com) - встановіть

відповідність між виразом та його значенням;

«LearningApps: ділення раціональних чисел — Обчисли» —

[https://learningapps.org/view10276679?utm\\_source=chatgpt.com](https://learningapps.org/view10276679?utm_source=chatgpt.com)

«LearningApps: Виконай множення та ділення раціональних чисел» — гра

[https://learningapps.org/view22941908?allowFullscreen=1&utm\\_source=chatgpt.com](https://learningapps.org/view22941908?allowFullscreen=1&utm_source=chatgpt.com)

m

На Урок – матеріал «Усні вправи. Множення і ділення раціональних чисел»

[https://naurok.com.ua/usni-vpravi-mnozheniya-i-dilennya-racionalnih-chisel-matematika-6-klas-161709.html?utm\\_source=chatgpt.com](https://naurok.com.ua/usni-vpravi-mnozheniya-i-dilennya-racionalnih-chisel-matematika-6-klas-161709.html?utm_source=chatgpt.com)

Всеосвіта – урок-розробка «Повторення. Множення і ділення раціональних чисел»

[https://vseosvita.ua/lesson/povtorennia-mnozheniya-i-dilennia-ratsionalnykh-chysel-220141.html?utm\\_source=chatgpt.com](https://vseosvita.ua/lesson/povtorennia-mnozheniya-i-dilennia-ratsionalnykh-chysel-220141.html?utm_source=chatgpt.com)

### ТРУДНОЩІ У ВИВЧЕННІ ТЕМИ

Вивчення теми «Раціональні числа» в 6 класі супроводжується рядом труднощів, зумовлених як психологічними особливостями учнів цього віку, так і абстрактністю математичного матеріалу. Ця тема часто входить до числа найскладніших у шкільному курсі математики.

В учнів 11–12 років ще не повністю сформувалося абстрактно-логічне мислення, тому поняття «менше нуля», «від’ємне число», «модуль» часто

здаються їм нелогічними. Багато учнів не відразу запам'ятовують і розуміють правила дій з різними знаками. Додавання та віднімання дробів із різними знаками викликають труднощі.

Варто спочатку виконувати обчислення з цілими від'ємними числами, потім - переходити до дробових, а також застосовувати на уроках інтерактивні вправи в онлайн-середовищах (наприклад, LearningApps, GeoGebra), де учні можуть бачити результат дії візуально.

#### **2.4. Використання інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні даної теми. Практична перевірка результатів дослідження**

Сучасному суспільству необхідна компетентна особистість, яка здатна брати активну участь у розвитку науки, культури. А це є головною метою шкільної освіти.

Освіта має орієнтуватися на зміни розвитку суспільства. Тому в сучасній школі необхідно застосовувати інформаційні технології. Використання інформаційно-комунікаційних технологій у освітньому процесі сприяє підвищенню якості освіти, активізації пізнавальної діяльності учнів класу, урізноманітненню навчання, візуалізації навчального матеріалу, розвитку творчої активності учнів.

В теперішній час в Україні існує багато безкоштовних освітніх платформ, які можна використовувати на уроках математики.

Програмні ресурси, які особливо корисні для вивчення раціональних чисел: GeoGebra, learningapps, khanacademy.

Використання **інтерактивних методів навчання**: математичні квести, вікторини, інтерактивні вправи на платформах (Kahoot!, Wordwall) сприяє кращому вивченню теми.

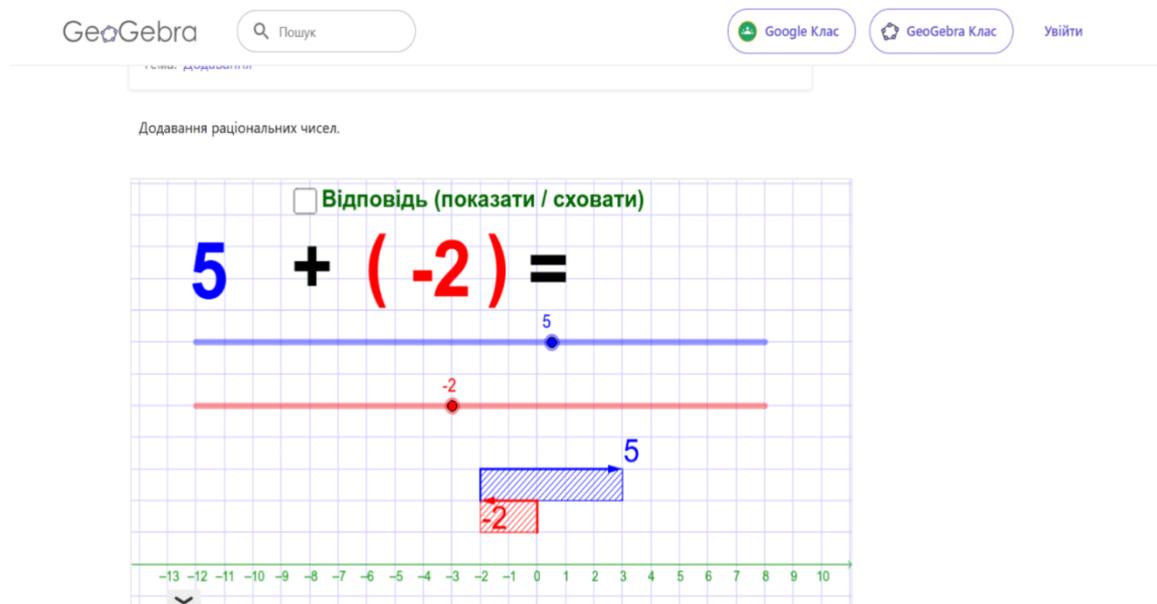
**Kahoot!** - онлайн сервіс для створення інтерактивних завдань. Навчальна платформа, яка дозволяє проводити зрізи знань, тестування, опитування, а

також виклад нового матеріалу з будь-якої дисципліни в ігровій формі. Розрахована на різні вікові категорії користувачів – від молодшого шкільного віку до дорослих. Сервіс англomовний.

Посилання на сервіс: <https://buki.com.ua/away?to=https://getkahoot.com/>

**GeoGebra** - безкоштовна програма для візуалізації математичних понять. Дає змогу будувати координатну пряму, працювати з дробами, від'ємними числами, графіками.

**Посилання:** <https://www.geogebra.org>



**Desmos.** Онлайн-калькулятор і графічний інструмент. Допомагає бачити, як виглядають різні числа й вирази на координатній площині. Можна створювати вправи на додавання, віднімання та порівняння дробів.

Посилання: <https://www.desmos.com>

**Khan Academy** - безкоштовна платформа з уроками, відео і вправами з математики. Також має навчальні матеріали, зокрема практичні задачі та вправи, які покращують навчання за допомогою цих відео.

Є окремий розділ **Раціональні числа**.

**Посилання:** <https://uk.khanacademy.org>

**Matific.** Це електронний освітній ресурс, інноваційна онлайн-платформа для навчання математики для дітей від дошкільного віку до початкової школи в 1-6 класах. Завдання у формі ігор, що тренують навички дій з дробами, від'ємними числами, відсотками.

**Matific:** <https://www.matific.com/ua/uk>

matific  [Для вчителів](#) [Для батьків](#) [Математичні вправи](#) [Продукт](#) [Зв'яжіться з нами](#) [Увійти до системи](#) [Спробувати Matific](#)

За ступенем

< 6 клас

За темою

- Числа до 20
- Числа до 100
- Теорія чисел
- Дроби
- Десяткові дроби
- Від'ємні числа
- Реальні числа
- Співвідношення і пропорція
- Відсотки
- Сили і коріння
- Алгебра і рівняння
- 2D геометрія
- Декартова площина
- Вимірювання
- Дані та статистика

Математичні ігри та робочі аркуші для 6 клас

1 - 60 з 313 результатів



6К

Розпізнавати та будувати числа, використовуючи властивості ...



6К

Знайди спільні знаменники дробів знаменники до 12



2К - 6К

Гра: Стратегія для розв'язання логічних задач (ділення квадратів)



3К - 6К

Гра: Оцініть кути для відображення прямих



6К

Додавання та віднімання цілих чисел (від'ємних чисел)



6К

Використай спільні знаменники для позначення дробів



6К

Множення дробів на дроби знаменники до 30



6К

Множення дробів на цілі числа знаменники до 6

matific  [Для вчителів](#) [Для батьків](#) [Математичні вправи](#) [Продукт](#) [Зв'яжіться з нами](#) [Увійти до системи](#) [Спробувати Matific](#)

Додавання та віднімання цілих чисел (від'ємних чисел)

Обслуговування номерів

[Пограти з класом](#) [Бліцтурнір](#)



Узгоджено з навчальною програмою

Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів 2017

6 клас

- 6.4. - Тема 4. Раціональні числа та дії з ними

Тип вправи: Епізод

Мета: Концептуальне розуміння

Об'єм: до 20

Приблизний об'єм: 6 хвилини

## LearningApps / Classtime / Wordwall

Онлайн сервіс з інтерактивними вправами. Призначений для розробки, зберігання інтерактивних завдань з різних предметних дисциплін, за допомогою яких учні можуть перевірити і закріпити свої знання в ігровій формі, що сприяє формуванню їх пізнавального інтересу. Окрім готових вправ інших користувачів, платформа дозволяє створювати власні завдання.

Використовуються вчителями для створення **інтерактивних вправ** (тестів, ігор, вікторин).

**Посилання:** <https://learningapps.org>

The screenshot shows the LearningApps.org interface. At the top, there is a search bar with the text 'Рациональні числа' and a search icon. To the right of the search bar, there are navigation links: 'Перегляд вправ', 'Створення вправи', 'Створити колекцію', and 'Реєстрація'. Below the search bar, there are filters for 'Категорія: Всі категорії', 'Media: все', and 'Рівні'. The main content area displays search results for 'Рациональні числа', showing a grid of 12 interactive activity cards. Each card has a thumbnail image and a title. The titles include: 'Алгебра 8 клас,раціональні', 'Раціональні рівняння', 'Раціональні числа', 'Раціональні числа та дії з ними', 'Раціональні числа. Модуль числа.', 'Цілі, раціональні числа', 'Раціональні числа. Іраціональні числа.', 'Раціональні числа. Додатні, від'ємні', 'Обрати цілий та дробовий вирази', 'Цілі, раціональні, іраціональні числа-', 'Раціональні числа. Модуль числа.', 'Раціональні числа', 'Порівняння раціональних чисел', 'Розмістити раціональні числа на', and 'Порівняй числа'.

Завдання з теми Множення і ділення раціональних чисел.

LearningApps.org Українська

Перегляд вправ | Перегляд вправ | Створення вправи | Створити колекцію | Реєстрація

**множення і ділення раціональних чисел**  
вправа для відпрацювання навичок виконання дій з раціональними числами

**Завдання:**  
Виконай дію та знайди правильну відповідь. Бажаю удачі :)

OK

$-1$   $-6 \cdot 42 \cdot (-5)$   $-190$

$-21,6$   $-75,6 : (-3,5)$

$21,6$   $0,0625 \cdot (-16) \cdot (-0,5) \cdot (-2)$

$182 : (-26)$   $-7$   $-5,6$   $1260$

$4,78 \cdot (-4) \cdot 25 \cdot (-0,001)$

створити схожу вправу | закласти у "Моїх вправах"

LearningApps.org Українська

Перегляд вправ | Перегляд вправ | Створення вправи | Створити колекцію | Реєстрація

**Пазл Додавання і віднімання раціональних чисел**

**Завдання:**  
Вкажи приклад, до якого підходить задана відповідь

OK

$-30$   $-0,3$   $-3$   $0,3$   $0$   $3$

$-0,5 + 0,5$   $8,8 - 11,8$

$-7,7 + 8$   $-17 - 13$

$-107 - (-110)$   $14,5 + (-14,2)$   $4,79 + (-5,09)$   $0 - 0,3$

створити схожу вправу | закласти у "Моїх вправах"

**Classtime** – це онлайн-платформа, яка дозволяє вчителям організувати опитування, вікторини, тести та інші інтерактивні завдання для учнів.

<https://www.classtime.com/uk>

**Wordwall** - універсальний навчальний ресурс, що вирішує одне з найважливіших завдань освітнього процесу - підвищення мотивації учнів! За допомогою цього ресурсу можна організувати диференціальне та індивідуальне навчання, створюючи різні типи вправ, наприклад, друковані чи інтерактивні, з урахуванням можливостей кожної окремої дитини.

<https://wordwall.net>

**Цікаві онлайн-вправи та ігри** для тренування з теми «Раціональні числа» можна використовувати самостійно або разом з учнями:

MathGames.com – „Multiply & Divide Rational Numbers”

Тут можна практикувати множення і ділення раціональних чисел (дробів, десяткових, цілих) з інтерактивними завданнями.

[https://www.mathgames.com/skill/7.88-multiply-and-divide-rational-numbers?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.mathgames.com/skill/7.88-multiply-and-divide-rational-numbers?utm_source=chatgpt.com)

Гра-симуляція, де потрібно виконувати завдання з додаванням, відніманням, множенням і діленням раціональних чисел у контексті «роботи» на кухні.

[https://www.free-learning-games.com/es/game/2494?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.free-learning-games.com/es/game/2494?utm_source=chatgpt.com)

Мій клас - це українська освітня онлайн-платформа для школярів, учителів і батьків, створена для ефективного навчання, перевірки знань і підвищення успішності.

Посилання: <https://www.miyklas.com.ua/>

МІЙКЛАС

Вхід на сайт  
Реєстрація

ДІЗНАВАЙСЯ ПРО НОВІ ПОДІЇ НА МІЙКЛАС ПЕРШИМ!  
НАШ INSTAGRAM

Початок  
Вебінари  
Новини сайту

Дізнатися більше  
Математика  
Послуги психолога для школярів  
Уроки для 1-11  
Завдання для учнів  
Методичні матеріали для вчителів  
Онлайн-тести  
Сертифікати на навчання  
Освітня платформа  
освіта  
Доступ до розширеного контенту (Мій+)

Предмети / Математика / 6 клас НУШ / Раціональні числа

## Цілі числа. Раціональні числа

### Теорія

- Цілі числа. Раціональні числа

### Завдання

- Перевірка твердження  
Складність: легке 1
- Протилежні раціональні числа  
Складність: легке 1
- Запис цілим числом  
Складність: легке 1

Довідка

МІЙКЛАС

Вхід на сайт  
Реєстрація

КнигоЛенд  
Паунок школяра  
Подивіться в дії – збирайте у КнигоЛенд

Початок  
Вебінари  
Новини сайту  
Контакти

Дізнатися більше  
Навчальні матеріали  
Освітня платформа  
Програмне забезпечення для навчання  
Онлайн-олімпіади для школярів  
Онлайн-тести  
Методичні матеріали для вчителів  
Підготовка до уроків  
Додаткові матеріали для НУШ  
освіта  
Навчальні відеоуроки

Предмети / Математика / 6 клас НУШ / Раціональні числа / Множення і ділення раціональних чисел

## 6. Добуток раціональних чисел (десяткові дроби)

### Запитання: 1б.

Обчисли:

$$-5 \cdot (-0,4) = \text{[input]}$$

Вхід на сайт або Реєстрація

Попереднє завдання  
Повернутись до теми  
Наступне завдання

Дізнатися більше  
Навчальні відеоуроки  
Сертифікати на навчання  
Інструменти для вчителів  
Зручний навчальний формат  
Репетиторські онлайн-послуги  
Освіта  
Мобільний додаток навчання  
ОСВІТИ  
Підтримка батьків  
Додаткові навчальні ресурси

Довідка

**На Урок.** Український освітній онлайн-портал для вчителів. Інтерактивні завдання для контролю знань і засвоєння вивченого матеріалу.

Посилання: [naurok.com.ua](http://naurok.com.ua) >

**На Урок** освітній проект Журнал Бібліотека **Тести** Помічник AI Підвищення кваліфікації Конкурси Олімпіада Інше Q Я учень Вхід Реєстрація

**Віднімання раціональних чисел. Розкриття дужок**  
Тести > Математика > 6 клас > Тест

Пронот Т. С.  
Додано: 27 жовтня  
Предмет: Математика, 6 клас  
Копія з тесту: Віднімання раціональних чисел. Розкриття дужок

**ЗАРЕЄСТРУВАТИСЬ**  
Вже зареєстровані? [Увійти](#)

**РОБОТА З УЧНЯМИ**  
Результати учнів на сторінці «Результати тестувань»

**САМОСТІЙНО**  
Результати тестування не зберігаються

ДОМАШНЯ РОБОТА В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ ТЕСТУВАННЯ ВІДПОВІДНОСТІ ФЛЕШ-КАРТКИ РОЗДРУКУВАТИ

**12 запитань**

Запитання 1  
Обчислити:  $-42,8 - (-5,2) = \dots$   
варіанти відповідей



Серед популярних і доступних для сприйняття завдань є тести з вибором однієї правильної відповіді.

Тест до теми “Віднімання раціональних чисел”

## 12 запитань

Запитання 1

Обчислити:  $-42,8 - (-5,2) = \dots$

варіанти відповідей

– 37,6

– 48

– 47,6

46,7

Запитання 2

Обчислити:  $-19,7 - 13,3 = \dots$

варіанти відповідей

33

6,4

– 33

– 6,4

Запитання 3

Обчислити:  $2,4 - 3,6 = \dots$

варіанти відповідей

6

- 1,2

1,2

- 6

Запитання 4

Знайти корінь рівняння  $x - 2,6 = -17,4$

варіанти відповідей

20

- 15,2

- 20

- 14,8

Запитання 5

Розв'яжіть рівняння:  $x + 32 = 19$

варіанти відповідей

- 51

- 13

51

13

Запитання 6

Знайдіть різницю числа - 305 і числа, протилежного до нього

варіанти відповідей

0

610

- 610

- 305

Запитання 7

У якому виразі **не треба** змінювати знаки доданків, розкриваючи дужки?

варіанти відповідей

$$5y - (3y + 2)$$

$$-5y + (3y + 2)$$

$$-(3y - 2) + 5y$$

$$5y - (3y - 2)$$

Запитання 8

Розкрити дужки:  $-(4c - 9)$

варіанти відповідей

$$4c + 9$$

$$-4c - 9$$

$$-4c + 9$$

$$4c - 9$$

Запитання 9

Розкрий дужки і спрости вираз:  $m - (m - b)$

варіанти відповідей

$$b$$

$$2m$$

$$-b$$

$$-2m$$

Запитання 10

Розкрий дужки і спрости вираз:  $a + (-a + 7)$

варіанти відповідей

$$a$$

$$-7$$

$$2a + 7$$

$$7$$

Запитання 11

Розкрийте дужки і спростіть вираз:  $15y - (-8 + 7y)$

варіанти відповідей

$$8y - 8$$

$$22y + 8$$

$$8y + 8$$

$$22y - 8$$

Запитання 12

Розкрийте дужки і спростіть вираз:  $9 - (24x + 13) + 11x$

варіанти відповідей

$$22 - 13x$$

$$22 + 35x$$

$$-4 + 35x$$

$$-4 - 13x$$

З метою перевірки ефективності застосування матеріалів дослідження при вивченні раціональних чисел у 6 класі було проведено перевірку, яка проходила на базі Гімназії №2 Шептицької міської ради Львівської області. Для практичної перевірки був обраний 6 клас. Під час вивчення раціональних чисел учням були запропоновані розроблені вправи, цікаві завдання з інтернет сайтів, тести.

На першому етапі роботи було здійснено аналіз науково-педагогічних, методичних, психологічних праць, інтернет сайтів. Досліджено особливості вивчення раціональних чисел. На початку роботи учням було запропоновано діагностичну роботу, яка показала загальний рівень попередніх знань. Також було проведено анкетування вчителів математики з метою аналізу використання інформаційних технологій навчання на уроках математики (додаток Б).

На другому етапі систематично проводились уроки з застосуванням розроблених завдань, прикладів в інтерактивних середовищах, тестів.

Завдання, запропоновані в дослідженні, використовувались на кожному уроці математики й залучались всі учні класу.

Варіант 1

1. Виконайте додавання:  $-48 + (-65)$ .

А) 113 Б)  $-113$  В)  $-103$  Г) 123

2. Виконайте додавання:  $37 + (-82)$ .

A) 119 Б) – 119 В) 45 Г) – 45

3. Обчисліть:  $23 + (-78) + 56 + (-712)$ .

4. Спростіть вираз  $5,43 + x + (-2,6) + (-7,8) + y + (-6,03)$  і знайдіть його значення при  $x = -12,6$ ,  $y = -3,4$ .

5. Температура повітря о 8 – й годині ранку дорівнювала  $-8^{\circ}\text{C}$ . Протягом наступних 3 год вона змінювалася на  $-2^{\circ}\text{C}$ , на  $4^{\circ}\text{C}$ , на  $1^{\circ}\text{C}$ . Якою буде температура повітря об 11-й годині?

Варіант 2

1. Виконайте додавання:  $-37 + (-82)$ .

A) 109 Б) 119 В) – 119 Г) – 129

2. Виконайте додавання:  $-48 + 65$ .

A) 113 Б) – 113 В) 17 Г) – 17

3. Обчисліть :  $-38 + 512 + (-23) + 516$  .

4. Спростіть вираз  $6,51 + y + (-3,6) + (-2,4) + x + (-4,51)$  і знайдіть його значення при  $x = 12,4$ ,  $y = -7,6$ .

5. Водолаз розпочав роботу на глибині  $-25$  м. Протягом роботи він змінював глибину на 4 м, на  $-9$  м, на 4 м. На якій глибині він завершив роботу?

Після завершення вивчення теми учням було запропоновано виконати тестові завдання, які дали змогу оцінити рівень засвоєння знань з теми дослідження (представлені в додатку Б).

За результатами тестування учнів 6-Б класу були отримані такі дані, представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

Результати тестування учнів 6-Б класу

	Кількість учнів	%
Високий рівень	3	10,7
Достатній рівень	15	53,6
Середній рівень	10	35,7

Результати перевірки показали, що рівень знань учнів з теми «Раціональні числа» вище середнього. Більшість учнів класу засвоїли основні поняття теоретичного матеріалу і сформували вміння виконувати дії з раціональними числами.

Отже, використання великого обсягу завдань та інформаційних технологій на уроках математики з теми дослідження сприяє підвищенню рівня знань учнів.

Використання різноманітних інформаційних технологій на уроках математики сприяє формуванню математичної компетентності учнів, розвитку логічного мислення, уважності, позитивно впливає на результативність навчання.

### **Висновки до другого розділу**

У другому розділі розкрито особливості методики вивчення раціональних чисел і дій над ними у 6 класі НУШ.

Раціональні числа — це важлива тема в системі шкільної математики, бо саме на цьому етапі: учні переходять від вивчення натуральних чисел до ширшого поняття числової множини, формується поняття від'ємного числа, модуля, координат; закладається підґрунтя для вивчення рівнянь, функцій, відсотків, дійсних чисел, алгебраїчних виразів.

Виконуючи дії з раціональними числами учні вчаться аналізувати ситуації, де результат може бути як додатним, так і від'ємним (борги, температура, висота).

У даному розділі наведено приклади вправ на додавання і віднімання, множення і ділення раціональних чисел.

Для вивчення теми “Раціональні числа” сьогодні є чимало корисних інтернет-платформ: “Всеосвіта”, На урок, Classtime, інтерактивні інструменти (Kahoot, LearningApps). У розділі описані найголовніші інтернет-ресурси при вивченні даної теми і наведено приклади їх застосування.

Використання різноманітних інформаційних технологій на уроках математики сприяє формуванню математичної компетентності учнів, розвитку логічного мислення, позитивно впливає на результативність навчання, підвищують ефективність навчання.

Інтерактивні платформи та онлайн-сервіси дають змогу вчителю не лише пояснити матеріал, а й створити умови для активного засвоєння знань учнями.

Проведена практична перевірка засвідчила ефективність розроблених дидактичних матеріалів, їх доступність, актуальність та методичну доцільність.

## ВИСНОВКИ

Вивчення теми «Раціональні числа» у 6 класі за програмою Нової української школи (НУШ) є одним із ключових етапів формування математичної компетентності учнів. Цей розділ математики не лише розширює числовий ряд, знайомить із новими арифметичними діями, а й закладає фундамент для подальшого вивчення алгебри, функцій і різних галузей математики. Раціональні числа — це місток між натуральними числами, які діти вивчали в початкових класах, і більш складними поняттями, що з'являться в старших класах.

Тема «Раціональні числа» сприяє формуванню логічного мислення, здатності до аналізу, оцінки та обґрунтування, а також пов'язує математику з реальним світом.

Одним із головних завдань у викладанні цієї теми є не лише передача теоретичних знань, а й формування глибокого розуміння сутності чисел, їхніх властивостей, ролі в реальному житті. Раціональні числа дають можливість моделювати різноманітні життєві ситуації: вимірювання температури, вирахування боргів і доходів, розподіл об'єктів тощо. Саме тому важливо, щоб навчальний процес був практично орієнтованим, а вчитель вмів пов'язати математичні поняття з досвідом учнів.

На уроках мають використовуватись сучасні методи: наочні посібники, цифрові технології, групова робота, ігри та проблемні завдання. Це не лише підвищує мотивацію учнів, а й формує вміння застосовувати знання в нових ситуаціях.

Важливою складовою успішного навчання є поетапне введення нового матеріалу, спочатку потрібно закріпити розуміння числової прямої, додавання й віднімання раціональних чисел, а вже потім — множення і ділення. Під час пояснення важливо постійно звертатися до конкретних прикладів із життя, що робить матеріал доступнішим і зрозумілішим.

Методичні рекомендації для вчителів

Необхідно планувати вивчення теми в логічній послідовності:  
від інтуїтивного сприйняття (температури, боргів, висоти) — до числової прямої;  
від порівняння чисел — до поняття модуля;  
від додавання/віднімання — до множення/ділення;  
від конкретних прикладів — до узагальнення правил і застосування у складніших задачах.

Оскільки діти в НУШ вчать через активне залучення, потрібно:  
давати завдання на моделювання ситуацій;  
використовувати рухи по числовій прямій;  
пропонувати різнорівневі завдання;  
включати: інтерактивні вправи (LearningApps, Wordwall, Kahoot);  
математичні симулятори (GeoGebra, Desmos);  
відео-матеріали з поясненням понять;  
тести для самоперевірки.

Отже, методика вивчення раціональних чисел у 6 класі за програмою НУШ має бути системною, орієнтованою на учня, практичною і різноплановою. Вона передбачає поєднання традиційних педагогічних прийомів із інноваційними технологіями навчання, що забезпечує високий рівень засвоєння теми та формування стійких математичних компетентностей.

Це відповідає завданням Нової української школи — виховувати освічену, компетентну, впевнену у своїх силах особистість, здатну до саморозвитку і успішної соціальної адаптації.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика. 6–7 класи: Методика викладання. Київ: Освіта, 2020.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д.В., Владімірова Н.Г. Математика: підруч. для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Ч. 2. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2023. 192 с.
3. Беденко М.В., Клочко І.Я., Кордиш Т.Г., Тадеєв В.О. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти. 1/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Bedenko.ta.in.14.07.pdf (дата звернення: 12.05.2025)
4. Бурда М.І., Васильєва Д.В. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/201/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Burda.Vasileva.14.07.pdf> (дата звернення: 12.05.2025);
5. Василенко І.А., Ніколаєнко Л.П., Іванченко А.В., Гуляєв В.М., Чупринов Є.В., Скиба М.І., Коваленко І.Л. Випереджаюча освіта для сталого розвитку: навч. посіб. Дніпро : Акцент ПП, 2021. С.244;
6. Василишин М.С., Милянник А.І., Працьовитий М.В., Простакова Ю.С., Шкільний О.В. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/201/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl-Vasylyshyn.ta.in.14.07.pdf> (дата звернення: 21.06.2025);
7. Використання модельних навчальних програм в освітньому процесі гімназії: методичні рекомендації / Голуб Н. Б., Васильєва Д. В., Засекіна Т. М., Науменко С. О., Туташинський В. І., Яценко Т. О. [Електронне видання]. Київ: КОНВІ ПРІНТ, 2021. 48 с. (с.25)
8. Гончарук О.В. Усі дії з раціональними числами. Розв'язування вправ. 6 клас. *Математика в школах України*. 2020. №4-6 (628-630) лютий. С. 47-49.

9. Державний стандарт базової середньої освіти. Міністерство освіти і науки України. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/novaukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti> (дата звернення: 18.10.2024)
10. Істер О. Математика. Підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Частина 2. Київ: Генеза, 2023. 208 с.
11. Істер О.С. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2021/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetap.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Ister.14.07.pdf> (дата звернення 20.03.2025)
12. Історія виникнення дробів. URL: <http://bloguchnivistoriki.blogspot.com>.
13. Ковальчук Г.М. Порівняння раціональних чисел. *Математика в школах України*. 2019. №31-33 (619-621) листопад. С.72-73.
14. Красножон К.В. Ділення раціональних чисел. 6 клас. *Математика в школах України*. 2020. №1-3 (625-627) січень. С. 62-64.
15. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/201/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetap.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Merzlyak.ta.in.14.07.pdf> (дата звернення: 17.07.2025).
16. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підруч. для 6 кл. закладів заг. серед. освіти (у 2-х частинах): ч. 2. Харків: Гімназія, 2023. 208 с.
17. Методика вивчення величин та дробів у початковій школі: навчально-методичний посібник / К. Б. Авраменко. Миколаїв: СПД Румянцева, 2020. 78 с.
18. «МійКлас» - Електронний освітній ресурс. URL: <https://miyklas.com.ua>

19. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О.С.). URL: [https:// mon.gov.ua › Navchalni.prohramy › Matem.5-6-kl.Ister.14.07.pdf](https://mon.gov.ua/Navchalni.prohramy/Matem.5-6-kl.Ister.14.07.pdf) (дата звернення 20.03.2025)
20. Модельні навчальні програми. URL: <https://imzo.gov.ua/model-ni-navchal-ni-prohramy> (дата звернення 20.03.2025)
21. Навчальна програма для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів з математики / Міністерство освіти і науки України. URL: [http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/educational\\_programs/1349869088/](http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/educational_programs/1349869088/) (дата звернення 20.03.2025)
22. Ничай В. О., Павелків О. М. Вивчення раціональних чисел за модельною навчальною програмою НУШ. *Наука, освіта, суспільство очима молодих: Матеріали XVIII Міжнародної науково–практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих науковців* (14 травня 2025 р.). Рівне: РВВ РДГУ, 2025. 490 с. С.147-149.
23. Нова українська школа. URL: <https://mon.gov.ua/tag/nova-ukrainska-shkola?&tag=nova-ukrainska-shkola> (дата звернення: 18.10.2024)
24. НУШ. Державний стандарт базової середньої освіти (освітня галузь «Математика»). МОН України, 2020.
25. Онопрієнко О.М. Дробі навколо нас. 5 клас. *Математика в школах України*. 2019. №31-33 (619-621). С.55-59.
26. Освітній проект «На Урок» для вчителів. URL: [https:// naurok.com.ua](https://naurok.com.ua)
27. Платформа для дистанційного навчання «Мій клас». Букі URL: <https://buki.com.ua>
28. Про повну загальну середню освіту: Закон України від 16.01.2020 р. № 463-ІХ. Відомості Верховної Ради України. 2020. №31. С.5 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text> (дата звернення: 18.10.2024)
29. Радченко С.С., Зайцева К.С. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy>

- /201/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-klass.Radchenko.Zaytseva.14.07.pdf (дата звернення: 28.05.2025).
30. Раціональні числа. Онлайн завдання - Learning.ua. URL: <https://learning.ua/tag/раціональні+числа>
31. Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А. Модельна навчальна програма «Математика 5-6 кл» для закладів загальної середньої освіти URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/201/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Skvortsova.Tarassenkova.14.07.pdf> (дата звернення: 18.06.2025)
32. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге вид., доповн. і переробл. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
33. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Савченко О. Я. 3-4 клас 2019 рік. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-pochatkovoyi-shkoli> (дата звернення: 28.04.2025).
34. Уроки математики в 6 класі: метод. посіб. / Бєвз Г. П., Бєвз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. Г. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2024. 146 с.
35. 7 сервісів для створення навчальних тестів та завдань онлайн. URL: <https://buki.com.ua/news/7-servisiv-dlya-stvorennya-navchalnykh-testiv-ta-zavdan-onlayn/> (дата звернення: 30.08.2025)
36. GeoGebra, LearningApps.org, GIOS — інтерактивні ресурси для вивчення математики.
37. Яковлєва О.М., Гаєвець Я.С., Каплун В.М. Розвиток числової лінії в курсі математики закладів загальної середньої освіти. *Фізико-математична освіта*. 2020. Випуск 1(23). С. 164-170.

**ДОДАТКИ****Додаток А**

## Самостійна робота 1

## Варіант 1

1. Виконай дії, отримані результати запиши в порядку зростання.  
а)  $-1,8 + (-4,7)$ ; б)  $-0,3 - 7,4$ ; в)  $8 - 4,9$ ; г)  $-3,5 + 2,9$ .
2. Познач на координатній прямій точки  $A(-1,5)$ ,  $B(2)$  і  $C(3,5)$  і точки, які мають протилежні координати.
3. Знайди модулі суми й різниці чисел  $-7,5$  і  $0,7$ .
4. Розв'яжи рівняння: а)  $x + 4,6 = -2,9$ ; б)  $6,2 - x = 20$ .
5. Обчисли значення виразу:  $-2,1 + (-3,8) - (22 - 10)$ .

## Варіант 2

1. Виконай дії, отримані результати запиши в порядку зростання.  
а)  $-9,1 - 10,3$ ; б)  $-4,2 + (-3,5)$ ; в)  $9 - 4,6$ ; г)  $-0,7 + 6,4$ .
2. Познач на координатній прямій точки  $A(-0,5)$ ,  $B(4)$  і  $C(-2,5)$  і точки, які мають протилежні координати.
3. Знайди модулі суми й різниці чисел  $-2,7$  і  $0,9$ .
4. Розв'яжи рівняння: а)  $x + 9,2 = -2,6$ ; б)  $7,3 - x = 11$ .
5. Обчисли значення виразу:  $4,1 - (5,9 - 0,8)$ .

## Самостійна робота 2

## Варіант 1

1. Обчисли:  
а)  $-8 + 20$ ; б)  $34 + (-27)$ ; в)  $-17 + (-14)$ ;  
г)  $21 - 40$ ; д)  $-11 - (-23)$ ; е)  $-5 - 13$ .
2. Запиши у порядку спадання числа:  
 $-15, 0, 9, 17, -6, 12, -20$ .
3. Обчисли, використовуючи властивості додавання:  
а)  $-20 + 119 + (-22) + 20 + (-119)$ ;

б)  $(-47 + (-34)) - (-334) + 47$ .

4. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

до суми чисел  $-18$  і  $27$  додай їх різницю.

5. Розв'яжи рівняння:

а)  $x - 15 = -45$ ; б)  $x + (-14) = -9$ ; в)  $x + 5 = 11$ .

### Варіант 2

1. Обчисли:

а)  $-5 + 22$ ; б)  $27 + (-39)$ ; в)  $-12 + (-19)$ ;

г)  $18 - 50$ ; ґ)  $-7 - (-43)$ ; д)  $-6 - 15$ .

2. Запиши у порядку спадання числа:

$0, 11, -16, 18, -21, -8, 14$ .

3. Обчисли, використовуючи властивості додавання:

а)  $-53 + (-119) + (-17) + 53 + 119$ ;

б)  $(-67 + (-17)) - (-267) + 17$ .

4. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

до суми чисел  $-11$  і  $43$  додай їх різницю.

5. Розв'яжи рівняння:

а)  $x + (-21) = -7$ ; б)  $x - 20 = -44$ ; в)  $x + 6 = 20$ .

### Самостійна робота 3

#### Варіант 1

1. Виконайте додавання:  $-48 + (-65)$ .

А) 113 Б)  $-113$  В)  $-103$  Г) 123

2. Виконайте додавання:  $37 + (-82)$ .

А) 119 Б)  $-119$  В) 45 Г)  $-45$

3. Обчисліть:  $23 + (-78) + 56 + (-712)$ .

4. Спростіть вираз  $5,43 + x + (-2,6) + (-7,8) + y + (-6,03)$  і знайдіть його значення при  $x = -12,6$ ,  $y = -3,4$ .

5. Температура повітря о 8 – й годині ранку дорівнювала  $-8^{\circ}\text{C}$ . Протягом наступних 3 год вона змінювалася на  $-2^{\circ}\text{C}$ , на  $4^{\circ}\text{C}$ , на  $1^{\circ}\text{C}$ . Якою буде температура повітря об 11 – й годині?

### Варіант 2

1. Виконайте додавання:  $-37 + (-82)$ .

А) 109 Б) 119 В)  $-119$  Г)  $-129$

2. Виконайте додавання:  $-48 + 65$ .

А) 113 Б)  $-113$  В) 17 Г)  $-17$

3. Обчисліть:  $-38 + 512 + (-23) + 516$ .

4. Спростіть вираз  $6,51 + y + (-3,6) + (-2,4) + x + (-4,51)$  і знайдіть його значення при  $x = 12,4$ ,  $y = -7,6$ .

5. Водолаз розпочав роботу на глибині  $-25$  м. Протягом роботи він змінював глибину на 4 м, на  $-9$  м, на 4 м. На якій глибині він завершив роботу?

### В.1

#### 1. Тестові завдання

1. Яке з наведених чисел є раціональним?

А)  $\sqrt{2}$  Б)  $\pi$  С)  $-3,5$  Д)  $\sqrt{5}$

2. Яке число є протилежним до  $-7$ ?

А) 7 Б)  $-7$  С) 0 Д)  $-1$

3. Який буде знак добутку  $(-6) \cdot 5$ ?

А) + Б) – С) 0 Д) не визначено

4. Яке з чисел є більшим?

А)  $-3$  Б)  $-4$

#### 2. Обчисліть

1.  $(-5) + 8 =$

2.  $4 - (-3) =$

3.  $(-2) \cdot (-7) =$

4.  $12:(-3)=$

### 3. Задача

Температура повітря була  $-6^{\circ}\text{C}$ . За день вона підвищилася на  $8^{\circ}\text{C}$ , а вночі знизилася на  $5^{\circ}\text{C}$ . Яка температура вночі?

В. 2

#### 1. Тестові завдання

1. До множини раціональних чисел належить:

A)  $\pi$     B) 0    C)  $\sqrt{3}$     D)  $2\sqrt{2}$

2. Число, протилежне до 0, — це:

A) 0    B) 1    C)  $-1$     D) не існує

3. Який буде знак добутку  $(-2)\cdot(-5)\cdot(-3)$ ?

A) +    B) –    C) 0    D) не визначено

4. Яке число більше?

A)  $-0,7$     B)  $-1,5$

#### 2. Обчисліть

1.  $(-3)+9=$

2.  $5-(-4)=$

3.  $(-2)\cdot 8=$

4.  $18:(-6)=$

### 3. Задача

Уранці температура була  $-2^{\circ}\text{C}$ , удень підвищилася в 3 рази, а потім знизилася на  $5^{\circ}\text{C}$ . Яка стала температура?

## Завдання у тестовій формі

## Варіант 1

1. Чому дорівнює сума чисел  $-3,7$  і  $7,3$ ?  
А) 11 Б)  $-3,6$  В)  $-11$  Г)  $3,6$
2. Чому дорівнює добуток чисел  $0,4$  і  $-5,5$ ?  
А)  $-2,2$  Б)  $2,2$  В)  $22$  Г)  $-22$
3. Розв'яжіть рівняння  $4x = -200$ .  
А) 50 Б)  $-0,02$  В)  $0,02$  Г)  $-50$
4. Чому дорівнює квадрат числа  $-0,6$ ?  
А)  $3,6$  Б)  $0,36$  В)  $-3,6$  Г)  $-0,36$
5. Обчисліть  $-2,3 \cdot 4,6 + 5,4 \cdot (-2,3)$ .  
А)  $27,63$  Б)  $63$  В)  $-23$  Г)  $-6,93$
6. Який знак треба поставити замість зірочки у виразі  $(-3)^3 * (-3)^2$ ?  
А)  $>$  Б)  $=$  В)  $<$  Г)  $\leq$ .
7. Знайдіть корінь рівняння  $|x - 5| = 3$ .  
А)  $-5$  і  $3$  Б)  $8$  і  $2$  В)  $0$  і  $3$  Г)  $0$  і  $5$ .
8. Обчисліть добуток  $-1,11 \cdot 0$ .  
А)  $1,11$  Б)  $-1,11$  В)  $-0,111$  Г)  $0$ .
9. Обчисліть значення виразу  $0,75xy$ , якщо  $x = -14$ ,  $y = -13$ .  
А)  $13,65$  Б)  $-136,5$  В)  $-13,65$  Г)  $136,5$ .
10. Обчисліть  $\frac{1}{6} - \frac{3}{8} - \frac{5}{12} + \frac{2}{3}$ .  
А)  $\frac{1}{24}$  Б)  $24$  В)  $\frac{19}{24}$  Г)  $-\frac{1}{24}$ .

## Варіант 2

1. Чому дорівнює сума чисел  $-5,6$  і  $4,3$ ?  
А)  $1,3$  Б)  $-9,9$  В)  $-1,3$  Г)  $9,9$
2. Чому дорівнює добуток чисел  $1,8$  і  $-2,5$ ?  
А)  $-4,5$  Б)  $0,45$  В)  $4,5$  Г)  $-0,45$

3. Розв'яжіть рівняння  $7x = -7,7$ .

А)  $-1,1$  Б)  $-0,11$  В)  $1,1$  Г)  $0,11$

4. Чому дорівнює квадрат числа  $-0,5$ ?

А)  $0,25$  В)  $2,5$  Б)  $-2,5$  Г)  $-0,25$

5. Обчисліть  $-15,6 \cdot 7,8 - 5,6 \cdot (-7,8)$ .

А)  $-39,6$  Б)  $-78$  В)  $47,76$  Г)  $76$

6. Який знак треба поставити замість зірочки у виразі  $(-4)^3 * (-4)^2$ ?

А)  $>$  Б)  $=$  В)  $<$  Г)  $\geq$

7. Знайдіть корені рівняння  $|x + 7| = 2$ .

А)  $5$  і  $-9$  Б)  $-5$  і  $-9$  В)  $5$  і  $9$  Г)  $-5$  і  $9$

8. Обчисліть добуток  $-3,456 \cdot 0$ .

А)  $0$  Б)  $3,456$  В)  $-0,3456$  Г)  $-34,56$

9. Обчисліть значення виразу  $0,3xy$ , якщо  $x = -21$ ,  $y = -14$ .

А)  $9,8$  Б)  $88,2$  В)  $-88,2$  Г)  $98\ 127$ .

10. Обчисліть  $-12 + 7 - 9 - (-8) + 5$ .

А)  $0$  Б)  $3$  В)  $-1$  Г)  $-17$ .

Відповіді до завдань у тестовій формі

Варіант 1.

Г А Г Б В В Б Г Г А

Варіант 2.

В А А А Б В Б А Б В

### Тестові завдання

Обчисли:  $-4,5 + 9,5$

1 бал

5

5,5

-5

14

Знайди значення виразу:  $-a+a-a+a-10$

1 бал

$-a-10$

$-10$

$a-10$

$a+10$

Розв'язками рівняння  $|x|=16$  є:

1 бал

16

$-16$

$-4$  і  $4$

$16$  і  $-16$

Знайди суму:  $12+(-40)+(-12)$

1 бал

$-52$

$-40$

40

$-24$

Порівняй числа:  $-27,5$  та  $-4$

1 бал

$-27,5 > -4$

$-27,5 < -4$

неможливо визначити

Встановити відповідність:

5 балів

$-35$

$-42+48$

$-22$

$22-100$

$-38$

$-11-11$

$-78$

$12+(-50)$

6

$$35+(-35)-35$$

Обчисли:  $|8|-|-8|+|-12|$

1 бал

20

12

-12

28

Температура повітря у Києві  $-2$  градуси за Цельсієм, а в Одесі на  $5$  градусів вище. Яка температура в Одесі?

1 бал

-7

-3

+3

+7

Число  $-25,75$  зменшили на  $15$ . Яке число отримали?

1 бал

-10,25

-40,25

-40,75

-10,75

Різницю чисел  $5$  і  $-5$  збільшили на  $10$ . Яке число отримали?

1 бал

20

0

-20.

**Міні-тест**

1. Яким буде результат:  $(-7) \cdot (-2) =$   
а)  $-14$     б)  $14$     с)  $-5$
2. Обчисли:  $(-6) \div 2 =$   
а)  $3$     б)  $-3$     с)  $-12$
3. Визнач знак добутку:  $(-1) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot (-4) =$   
а)  $+$     б)  $-$     с)  $0$
4. Який вираз має найбільше значення?  
а)  $(-5) \cdot 2$     б)  $5 \div (-1)$     с)  $(-2) \cdot (-3)$
5. Якщо число  $a = -3$ , знайди  $2a \div (-a)$ .  
а)  $-2$     б)  $2$     с)  $18$

**Відповіді для перевірки:**

1 б    2 б    3 б    4 с    5 а

## Додаток В

## Анкета для вчителів

1. Який підручник з математики Ви використовуєте у 6 класі?  
 Істер  Мерзляк  Бурда  Інший (вказіть) \_\_\_\_\_
2. Які засоби Ви використовуєте для візуалізації понять (модуль, протилежні числа, числова пряма)?  
 роздатковий матеріал  мультимедійна презентація  онлайн-ресурси  
 інше
3. Чи знайомі Ви з інтерактивними онлайн-ресурсами для навчання (Google Classroom, Zoom, Kahoot тощо)?  
• Так, добре знайомий(а) • Частково знайомий(а) • Ні, не знайомий(а)
4. Які **інтернет-ресурси або платформи** Ви застосовуєте для вивчення теми «Раціональні числа»?  
 LearningApps  Wordwall  GeoGebra  GIOS  Kahoot  
 інше \_\_\_\_\_
5. Як часто Ви використовуєте інтерактивні онлайн-ресурси на уроках математики?  
 Кожного уроку  Кілька разів на тиждень  Раз на тиждень  
 Рідко (раз на місяць або рідше)  Ніколи
6. Які труднощі найчастіше виникають у ваших учнів при вивченні раціональних чисел?  
 визначення знаку результату  
 робота з дробовими числами  
 порівняння від'ємних і додатних чисел  
 ваш варіант
7. Яку користь Ви спостерігаєте від використання ІКТ?  
 підвищення мотивації  краща наочність  індивідуалізація навчання  
 економія часу

8. Чи проводите Ви онлайн-тестування або самоперевірку після вивчення теми?  регулярно  іноді  ні
9. Як Ви оцінюєте свої вміння використовувати інтерактивні онлайн ресурси для організації навчального процесу?  
 Високий рівень  Середній рівень  Низький рівень
10. Чи потребуєте Ви додаткового навчання для ефективного використання інтерактивних онлайн-ресурсів?  
 Так, потребую  Ні, не потребую  Частково потребую
11. Які труднощі виникають у Вас при використанні інтерактивних онлайн-ресурсів? (оберіть усі відповідні варіанти)  
 Відсутність технічної підтримки  Нестача обладнання (комп'ютери, планшети)  Недостатнє володіння онлайн-ресурсами  Відсутність часу на підготовку матеріалів  Інші (вказіть, будь ласка) \_\_\_\_\_