

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та методики її навчання

«До захисту допущено»

Завідувачка кафедри

_____ Наталія Генсіцька-Антонюк

« _____ » _____ 2025 р.

протокол №

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

СУЧАСНІ МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ В УЧНІВ 5 - 11 КЛАСІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Виконав:

здобувач другого (магістерського) рівня
вищої освіти

групи М-М-21 спеціальності

014.04 Середня освіта (Математика)

Євген ЦМІНСЬКИЙ

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент

Наталія ГЕНСІЦЬКА-АНТОНЮК

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота на тему «Сучасні методичні підходи до формування ключових компетентностей в учнів 5 - 11 класів на уроках математики» присвячена дослідженню та обґрунтуванню ефективних підходів до викладання математики в контексті компетентнісної парадигми. Актуальність дослідження в освітній практиці полягає в суперечності між номінальним декларуванням пріоритетів компетентнісного навчання та відсутністю дієвих дидактичних механізмів його реалізації у процесі викладання математики в 5 - 11 класах.

Основна мета роботи полягає в обґрунтуванні методичних підходів та системи педагогічних засобів щодо формування ключових компетентностей в учнів 5-11 класів на уроках математики з урахуванням їх вікових особливостей та рівня математичної компетентності через зміст та методи навчання математики. В роботі розглянуто теоретичні основи формування ключових компетентностей, методичні підходи до формування ключових компетентностей в різних вікових групах та здійснена експериментальна перевірка впровадження сучасних підходів в процес навчання математики.

Педагогічний експеримент підтвердив ефективність упровадження інтерактивних методів та ІКТ у навчальний процес. За результатами експерименту зафіксовано зростання рівня математичної, комунікативної, дослідницької та цифрової компетентностей, особливо в учнів старшої школи.

Кваліфікаційна робота має загальний обсяг 71 сторінку, містить 17 таблиць та 1 додаток. Список використаних джерел складається з 51 найменування.

Ключові слова: КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД, НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ, МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ТА ЗАСОБИ, УЧНІ, ПЕДАГОГІКА.

ANNOTATION

The qualification thesis entitled “Modern Methodological Approaches to the Formation of Key Competencies in Students of Grades 5–11 in Mathematics Lessons” is devoted to the study and substantiation of effective approaches to teaching mathematics within the framework of the competency-based paradigm. The relevance of the study in educational practice lies in the contradiction between the nominal declaration of the priorities of competency-based learning and the lack of effective didactic mechanisms for its implementation in the process of teaching mathematics in grades 5–11.

The main purpose of the thesis is to substantiate methodological approaches and a system of pedagogical tools for the formation of key competencies in students of grades 5–11 in mathematics lessons, taking into account their age characteristics and the level of mathematical competence through the content and methods of teaching mathematics. The paper examines the theoretical foundations of the formation of key competencies, methodological approaches to their development in different age groups, and presents an experimental verification of the implementation of modern approaches in the process of teaching mathematics.

The pedagogical experiment confirmed the effectiveness of introducing interactive methods and ICT into the educational process. According to the results of the experiment, an increase in the levels of mathematical, communicative, research, and digital competencies was recorded, especially among upper secondary school students.

The qualification thesis comprises a total of 71 pages, contains 17 tables and 1 appendix. The list of references includes 51 sources.

Keywords: COMPETENCY-BASED APPROACH, MATHEMATICS EDUCATION, METHODOLOGICAL APPROACHES AND TOOLS, STUDENTS, PEDAGOGY.

ЗМІСТ

| | |
|--|-----------|
| АНОТАЦІЯ..... | 2 |
| ЗМІСТ | 4 |
| ВСТУП..... | 5 |
| РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ..... | 9 |
| 1.1 Концептуальні засади компетентнісного підходу в математичній освіті.... | 9 |
| 1.2 Сучасні підходи до викладання математики в контексті формування ключових компетентностей | 11 |
| 1.3 Вікові особливості формування математичних компетентностей в учнів 5- 11 класів | 13 |
| РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ У РІЗНИХ ВІКОВИХ ГРУПАХ..... | 17 |
| 2.1 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 5-7 класах..... | 17 |
| 2.2 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 8-9 класах..... | 25 |
| 2.3 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 10-11 класах | 30 |
| РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЩОДО ВПРОВАДЖЕННЯ СУЧАСНИХ ПІДХОДІВ..... | 40 |
| 3.1 Організація та методика педагогічного експерименту..... | 40 |
| 3.2 Впровадження інтерактивних методів та ІКТ у навчальний процес | 50 |
| 3.3 Аналіз результатів експерименту | 55 |
| ВИСНОВКИ..... | 60 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ | 62 |
| ДОДАТКИ..... | 69 |

ВСТУП

Актуальність дослідження. Сучасний етап розвитку національної системи освіти детермінований стратегічним переходом від знаннєвої до компетентнісної парадигми, що знайшло своє практичне втілення в концепції «Нова українська школа». У цьому контексті актуалізується проблема модернізації змісту та методик навчання математики, фундаментальна роль якої полягає у формуванні наукової картини світу та підготовці здобувачів освіти до викликів інформаційного суспільства. Процес вивчення математики володіє значним дидактичним потенціалом для інтегрованого формування як предметних знань, так і ключових компетентностей, що є визначальним чинником успішної соціалізації та самореалізації особистості.

Питаннями впровадження компетентнісного підходу в українську освіту, яка стала базою і для предметних методик займалася вітчизняна дослідниця О. Овчарук. О. Ляшенко досліджував філософські та теоретичні засади компетентнісного підходу в загальній середній освіті. Один із ключових дослідників, який детально опрацював поняття математичної компетентності, її структуру та методи діагностики, зокрема в контексті міжнародних досліджень є український науковець С. Раков. Автор багатьох шкільних підручників з математики М. Бурда, у своїх методичних працях активно розвивав ідеї компетентнісного та практично-орієнтованого навчання, а авторка підручників Н. Тарасенкова досліджує проблеми методичної системи навчання математики та активно розробляє підходи до реалізації компетентнісних завдань у підручниках та на уроках. Українські науковці Г. Янченко та О. Білянїна активно працюють над методичними системами компетентнісно-орієнтованого навчання математики.

Праці академіка М. Жалдака заклали основу для формування цифрової компетентності вчителів та учнів. Питання інформаційних технологій у вищій та шкільній освіті, зокрема в контексті навчання математичних дисциплін досліджував О. Співаковський. Роботи Ю. Триуса присвячені застосуванню ІКТ

та систем динамічної математики GeoGebra для розвитку математичної та цифрової компетентностей

Проблема впровадження методів, спрямованих на формування компетентностей, є однією з центральних у сучасній українській педагогіці, особливо в контексті Нової української школи (НУШ).

О. Пометун провідна фахівчиня з інтерактивних технологій та методики критичного мислення. Хоча її праці є загальнопедагогічними, вони стали основою для впровадження проєктної та групової роботи на уроках усіх предметів, включно з математикою. Методика С. Скворцової значною мірою базується на діяльнісному підході, де учні через дослідження, моделювання та проєкти здобувають знання. Це пряма реалізація проєктного та інтегративного підходів.

Ольга Білянїна у своїх працях приділяє значну увагу нетрадиційним формам уроку та використанню ігрових технологій для розвитку пізнавального інтересу учнів на уроках математики. У працях та посібниках Н. Тарасенкової часто розглядаються ігрові елементи та задачі-ігри як засіб формування ключових компетентностей учнів.

Актуальність дослідження посилюється виявленою в освітній практиці суперечністю між номінальним декларуванням пріоритетів компетентнісного навчання та відсутністю дієвих дидактичних механізмів його реалізації у процесі викладання математики в 5-11 класах.

Це зумовлює нагальну необхідність наукового пошуку й обґрунтування ефективних педагогічних технологій, спрямованих на дієве формування ключових компетентностей засобами математики.

Таким чином, **метою дослідження** є обґрунтування методичних підходів та системи педагогічних засобів щодо формування ключових компетентностей в учнів 5-11 класів на уроках математики з урахуванням їх вікових особливостей та рівня математичної компетентності через зміст та методи навчання математики.

Об'єктом дослідження є сучасні методи навчання математики, що забезпечують формування ключових компетентностей в учнів основної та старшої школи в умовах компетентісно підходу до навчання математики.

Предметом дослідження є процес навчання математики.

Згідно поставленої мети були сформульовані такі **завдання**:

1. Аналіз психолого-педагогічних та методичних джерел по темі дослідження;
2. Аналіз сучасних методичних підходів до навчання математики в контексті компетентісного підходу, визначення особливостей формування ключових компетентностей у різних вікових групах;
3. Дослідити вплив інтерактивних методів та цифрових технологій на ефективність навчального процесу на уроках математики;
4. Експериментальна перевірка впливу новітніх технологій та методів на ефективність навчального процесу в контексті компетентісного підходу.

Для розв'язання поставлених завдань використовувалися такі **методи дослідження**: теоретичний аналіз наукових джерел з проблеми формування ключових компетентностей, педагогічний експеримент з впровадження інтерактивних методів та ІКТ-технологій.

Зв'язок роботи з науковою темою кафедри. Кваліфікаційна робота виконана на кафедрі математики та методики її навчання Рівненського державного гуманітарного університету згідно з науковою темою кафедри «Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх учителів математики» (державний реєстраційний номер 0125U003357).

Практичне значення роботи полягає в тому, що апробовані педагогічні технології та методи навчання (зокрема інтерактивні та інформаційно-комунікаційні) у своїй сукупності створюють підґрунтя для модернізації та підвищення ефективності процесу навчання математики в закладах загальної середньої освіти на засадах компетентісного підходу.

Апробація дослідження. Дослідження проводилось на базі Дубнівського ліцею Березівської сільської ради Сарнинського району Рівненської області у 2024 – 2025 роках. Результати дослідження були представлені у матеріалах IV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Підготовка педагогів до професійної діяльності в умовах змішаного навчання» (Рівне, РДГУ, 2025 р.), заслуховувались на засіданні кафедри математики та методики її навчання РДГУ (2025) та звітній науково-практичній конференції РДГУ (2025).

Структура та обсяг роботи. Кваліфікаційна робота складається зі вступу, 3 розділів, висновків до кожного розділу, висновків, списку використаних джерел (51 найменування) та додатку. Загальний обсяг роботи складається із 71 сторінок.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1 Концептуальні засади компетентнісного підходу в математичній освіті

Теоретичну основу компетентнісного підходу складають фундаментальні принципи діяльнісної психології та педагогіки, розроблені такими видатними вченими як Л.С. Виготський, О.М. Леонтьєв, П.Я. Гальперін. Згідно з їхніми концепціями, навчання має бути організоване як активна діяльність учня, спрямована на засвоєння не лише предметного змісту, а й способів мислення та діяльності

Концептуальне розмежування понять «компетенція» та «компетентність» має принципове значення для розуміння сутності компетентнісного підходу в математичній освіті. Компетенція визначається як інтегрований результат опанування змістом загальної середньої освіти, який виражається в готовності учня використовувати засвоєні знання, уміння, навички, а також способи діяльності у конкретних життєвих ситуаціях для розв'язання практичних і теоретичних задач. Водночас компетентність є якісною характеристикою засвоєння компетенцій, що проявляється в процесі практичної діяльності [22, с. 17-19].

Принциповою відмінністю компетентнісного підходу від традиційного знаннєвого є зміна акцентів з процесу накопичення інформації на процес її творчого використання. У математичній освіті це виявляється в переході від механічного заучування формул та алгоритмів до розуміння їх суті та областей застосування. Компетентнісний підхід у навчанні учнів уможливорює вибудову чіткої системи навчання, унаслідок чого формуються предметна та ключова математична компетентність [1, с. 15].

Компетентнісний підхід у математичній освіті неминуче пов'язаний з модернізацією системи оцінювання навчальних досягнень учнів. Традиційна система контролю, орієнтована на перевірку запам'ятовування фактичного матеріалу, замінюється комплексною оцінкою сформованості компетентностей [38].

Психолого-педагогічні дослідження свідчать, що ефективність компетентнісного підходу значною мірою залежить від урахування індивідуальних особливостей учнів, їхніх пізнавальних стилів та здібностей. Математична освіта на компетентнісних засадах передбачає диференціацію та індивідуалізацію навчального процесу, створення умов для розвитку кожного учня відповідно до його можливостей та нахилів [13].

Технологічний компонент компетентнісного підходу передбачає широке використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у процесі вивчення математики. Комп'ютерні програми, графічні калькулятори, системи динамічної геометрії не лише розширюють можливості візуалізації математичних об'єктів, а й змінюють характер математичної діяльності, роблячи її більш дослідницькою та творчою [22].

Реалізація компетентнісного підходу в математичній освіті вимагає кардинальної перебудови всієї системи математичної підготовки вчителів. Педагог нового типу має володіти не лише глибокими знаннями предмета, а й сучасними педагогічними технологіями, здатністю до організації активної пізнавальної діяльності учнів, вмінням створювати проблемні ситуації та керувати процесом їх розв'язання. Кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях і нести відповідальність за свої дії [8, с. 158].

Математична компетентність у системі ключових компетентностей має особливий статус, оскільки має дуалістичний характер: для математики вона є предметною, а для решти предметів – ключовою. Математична компетентність визначається як уміння бачити й застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати

математичні моделі, що акцентує увагу на практичному аспекті математичної освіти [6].

Процесуальні характеристики формування компетентностей передбачають поступовий перехід від репродуктивної до продуктивної діяльності учнів. На початкових етапах навчання основна увага приділяється засвоєнню базових математичних понять та операцій, формуванню навичок розв'язування стандартних задач. Поступово акцент зміщується на розвиток здатності до аналізу нестандартних ситуацій, пошуку різних способів розв'язання задач, критичної оцінки отриманих результатів [2, с. 28-41].

Оцінювальний компонент компетентнісного підходу передбачає розробку нових інструментів та критеріїв оцінки навчальних досягнень учнів. Традиційні методи контролю, орієнтовані на перевірку відтворення засвоєного матеріалу, доповнюються компетентнісно-орієнтованими завданнями, які дозволяють оцінити здатність учнів застосовувати знання в нових ситуаціях. Особлива увага приділяється формувальному оцінюванню, що сприяє усвідомленню учнями власних навчальних потреб та стимулює їх до самовдосконалення [4, с. 277].

1.2 Сучасні підходи до викладання математики в контексті формування ключових компетентностей

Сучасні інноваційні технології побудовані на основі особистісно-орієнтованого педагогічного процесу, активізації та інтенсифікації діяльності, підвищення ефективності управління та організації навчального процесу, що відображає фундаментальні зміни у розумінні ролі учня в освітньому процесі. Інноваційність сучасних підходів полягає не лише у використанні нових технічних засобів, а й у зміні філософії навчання, коли учень розглядається як активний суб'єкт пізнавальної діяльності, здатний до самостійного конструювання знань та розвитку власних здібностей [5, с. 85].

Особистісно орієнтоване навчання полягає в тому, щоб підтримувати та розвивати природні якості учня, його здоров'я індивідуальні здібності,

допомагати в становленні його суб'єктивності, соціальності, творчої самореалізації особистості, що особливо важливо в умовах вивчення математики як абстрактного предмета. Реалізація цього підходу в математичній освіті передбачає створення умов, за яких кожен учень може розкрити свій потенціал, незалежно від початкового рівня математичної підготовки [14].

Інтегративний підхід до викладання математики відображає тенденції сучасної науки до синтезу знань з різних галузей та встановлення міждисциплінарних зв'язків. У математичній освіті цей підхід реалізується через демонстрацію застосування математичних методів у природничих науках, техніці, економіці, мистецтві та інших сферах людської діяльності [10, с. 52-60].

Технологічний підхід до навчання математики передбачає використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій як невід'ємної складової освітнього процесу. Комп'ютерні програми, інтерактивні дошки, планшети та мобільні додатки розширюють можливості візуалізації математичних об'єктів, дозволяють проводити віртуальні експерименти та моделювати складні математичні процеси [36].

Компетентісно-орієнтований підхід до навчання математики полягає в організації освітнього процесу таким чином, щоб у результаті навчання в учнів формувалися не лише математичні знання та уміння, а й ключові компетентності. Особистісно орієнтоване навчання спрямоване на вирішення завдань розвитку в учнів стійкого інтересу до пізнання, бажання та вміння самостійно вчитися [37].

Дослідницький підхід у навчанні математики передбачає залучення учнів до виконання навчальних досліджень, що наближає їхню діяльність до роботи професійних математиків.

Індивідуалізований підхід до навчання математики враховує особливості пізнавальної діяльності кожного учня та створює умови для максимального розкриття його потенціалу. Індивідуалізоване навчання є методом викладання, який враховує внесок кожного учня до процесу навчання [9, с. 12].

Колаборативний підхід до навчання математики ґрунтується на організації спільної діяльності учнів, спрямованої на розв'язання математичних пр облем.

Цей підхід сприяє формуванню комунікативних компетентностей, навичок роботи в команді та здатності до конструктивного діалогу.

Контекстний підхід до викладання математики передбачає вивчення математичних понять та методів у зв'язку з їх практичними застосуваннями в різних сферах життя. Цей підхід допомагає учням усвідомити практичну значущість математичних знань та формує розуміння їх ролі в сучасному світі.

Рефлексивний підхід у навчанні математики спрямований на розвиток здатності учнів до самоаналізу власної навчальної діяльності, усвідомлення способів розв'язання задач та оцінки ефективності використаних методів.

Формування рефлексивних навичок є важливою складовою компетентності навчання впродовж життя, оскільки дозволяє учням самостійно виявляти прогалини в знаннях, планувати шляхи їх подолання та контролювати процес власного математичного розвитку.

1.3 Вікові особливості формування математичних компетентностей в учнів 5-11 класів

Середній шкільний вік охоплює період від 10-11 до 14-15 років і характеризується значними змінами в інтелектуальному, емоційному та соціальному розвитку учнів. Підлітковий вік (від 10-11 до 14-15 років) є перехідним головним чином в біологічному сенсі, оскільки це вік статевого дозрівання, паралельно якому досягають зрілості й інші біологічні системи організму. У математичній освіті цей період характеризується переходом від конкретно-образного до абстрактно-логічного мислення, що створює як нові можливості, так і специфічні труднощі в засвоєнні математичного матеріалу. Учні цього віку здатні до більш складних розумових операцій, але ще потребують опори на наочність та практичні застосування математичних понять [33].

Когнітивний розвиток учнів 5-6 класів характеризується формуванням основ абстрактного мислення при збереженні значної ролі конкретно-образних

компонентів. У цьому віці відбувається інтенсивний розвиток логічних операцій аналізу, синтезу, порівняння та класифікації, що створює сприятливі умови для засвоєння базових алгебраїчних понять та геометричних уявлень [18].

Особливістю навчання математики в 7-8 класах є необхідність адаптації до різко зростаючого рівня абстракції математичного змісту. Якісні зміни, що відбуваються в інтелектуальній та емоційній сферах особистості підлітка (інтенсивний, нерівномірний розвиток і ріст організму, особистісні новоутворення та ін.), породжують новий рівень його самосвідомості.

Психологічні особливості підлітків 13-14 років суттєво впливають на процес навчання математики та формування відповідних компетентностей. Потреби у самоствердженні, рівноправному і довірливому спілкуванні з ровесниками і дорослими зумовлюють необхідність створення на уроках математики атмосфери взаємопідтримки та конструктивного діалогу. Важливого значення набувають групові форми роботи, математичні проекти та дослідження, що дозволяють учням проявити свою індивідуальність та отримати визнання з боку однолітків.

Учні 9 класу знаходяться на завершальному етапі базової середньої освіти, що зумовлює специфічні вимоги до формування їхніх математичних компетентностей. Сформована у навчальній діяльності в середніх класах школи здатність до рефлексії направляється школярем на самого себе. Це створює сприятливі умови для розвитку математичної рефлексії, усвідомлення власних способів математичного мислення та їх ефективності.

Перехід до старшої школи (10-11 класи) знаменує новий етап у розвитку математичних компетентностей, пов'язаний з формуванням теоретичного мислення та здатності до системного аналізу математичних об'єктів та явищ. Учні цього віку здатні до глибокого розуміння математичних теорій, встановлення зв'язків між різними математичними поняттями, самостійної побудови математичних моделей реальних процесів.

Індивідуальні відмінності в темпах та особливостях математичного розвитку учнів різних вікових груп зумовлюють необхідність

диференційованого та індивідуалізованого підходу до формування математичних компетентностей. Деякі учні демонструють раннє математичне обдарування та потребують додаткових викликів і поглибленого вивчення предмета, тоді як інші потребують додаткової підтримки та адаптованих методів навчання. Ефективне формування компетентностей передбачає створення умов для розвитку кожного учня відповідно до його індивідуальних особливостей та можливостей [11].

Технологічна компетентність в сучасних умовах стає невід'ємною складовою математичної освіти на всіх вікових етапах, але її формування має враховувати психологічні особливості кожної вікової групи. Молодші підлітки з великим ентузіазмом сприймають використання комп'ютерних програм та мобільних додатків для навчання математики, але потребують чіткого керівництва та структурованих завдань [12, с. 32-38].

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Дослідження концептуальних засад компетентнісного підходу в математичній освіті засвідчило його кардинальну відмінність від традиційної знаннєвої парадигми. Компетентнісний підхід визначається як спрямованість освітнього процесу на формування здатності учнів застосовувати набуті знання, уміння та навички в реальних життєвих ситуаціях, що принципово змінює мету та завдання математичної освіти.

Концептуальне розмежування понять «компетенції» та «компетентність» має принципове значення для розуміння сутності компетентнісного підходу. Компетенція визначається як нормативна вимога до результатів освіти. Водночас компетентність є якісною характеристикою засвоєння компетенцій, що проявляється в процесі практичної діяльності.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ У РІЗНИХ ВІКОВИХ ГРУПАХ

2.1 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 5-7 класах

Навчання математики в 5-7 класах характеризується переходним періодом від початкової до базової середньої освіти, що потребує кардинальної зміни методичних підходів до організації освітнього процесу. Необхідно систематично збуджувати, розвивати та зміцнювати пізнавальний інтерес учнів і як важливий мотив навчання, і як стійку рису особистості. Цей віковий період характеризується інтенсивним розвитком абстрактно-логічного мислення при збереженні потреби в наочності та конкретних прикладах, що зумовлює специфічні вимоги до формування ключових компетентностей засобами математики [3].

Психологічні особливості учнів 5-7 класів створюють унікальні можливості для формування математичної компетентності через використання ігрових елементів та інтерактивних методів навчання. У цьому віці підлітки активно шукають своє місце в колективі, прагнуть до самоствердження та визнання, що може бути успішно використано для мотивації до вивчення математики.

Методичний підхід до формування математичної компетентності в 5-7 класах має ґрунтуватися на поступовому переході від конкретних обчислень до роботи з алгебраїчними виразами та рівняннями. Розглянемо приклад з підручника Тарасенкової Н.А. «Математика 5 кла» (завдання № 847, с. 215) [43]: «У шкільному саду посадили x яблунь. Восени посадили ще 12 яблунь, а навесні 5 яблунь не прижилися. Скільки яблунь залишилося в саду» Ця задача вимагає складання та спрощення алгебраїчного виразу, оскільки початкова кількість яблунь позначена змінною x .

Згідно з умовою, спочатку в шкільному саду було x яблунь. Восени до цієї кількості додали ще 12 яблунь, що математично записується як $x + 12$. Навесні ж 5 яблунь не прижилися, тобто їхня кількість була віднята від загальної кількості.

Отже, щоб знайти, скільки яблунь залишилося, ми повинні від початкової кількості додати посаджені восени та відняти ті, що не прижилися навесні. Це дає нам вираз: $x + 12 - 5$.

Для того, щоб спростити цей вираз і отримати остаточну відповідь, ми виконуємо дію віднімання між числами: $12 - 5 = 7$. Таким чином, загальна кількість яблунь, що залишилася, дорівнює $x + 7$. Це означає, що, незалежно від початкової кількості, загальний приріст кількості яблунь склав 7 (12 посаджено мінус 5 не прижилися).

Ефективним методом є організація роботи в парах, коли один учень розв'язує задачу, а інший контролює правильність кожного кроку та ставить уточнювальні питання. Наприклад, при розв'язуванні рівняння з підручника А. Г. Мерзляка «Математика 6 клас» (2023, с. 156, завдання №687) [44]: $4x - 7 = 13$, один учень пояснює:

«Щоб знайти x , потрібно спочатку додати 7 до обох частин рівняння», а партнер запитує: «Чому саме 7? Що станеться з лівою частиною»

Таблиця 2.1

Рівні сформованості математичної компетентності в учнів 5-7 класів

| Компонент компетентності | Початковий рівень (%) | Достатній рівень (%) | Високий рівень (%) |
|--------------------------|-----------------------|----------------------|--------------------|
| Обчислювальні навички | 15 | 60 | 25 |
| Розв'язування рівнянь | 25 | 50 | 25 |
| Геометричні уявлення | 30 | 55 | 15 |
| Текстові задачі | 40 | 45 | 15 |
| Логічне обґрунтування | 50 | 35 | 15 |

Дані таблиці свідчать про необхідність посилення роботи з формування вмінь розв'язувати текстові задачі та логічно обґрунтовувати математичні твердження, оскільки саме ці компоненти демонструють найнижчі показники. У 5 класі доцільно починати з простих калькуляторів та програм для побудови діаграм. У 6-7 класах можна використовувати програми динамічної геометрії для дослідження властивостей геометричних фігур. Наприклад, при вивченні теми «Коло та круг» учні можуть самостійно побудувати коло в програмі GeoGebra, змінювати радіус та спостерігати, як це впливає на довжину кола за формулою:

$$C = 2\pi r. \quad (2.1)$$

Практико-орієнтований підхід до навчання реалізується через розв'язування задач, пов'язаних з реальними життєвими ситуаціями.

Розглянемо приклад інтегрованої задачі з підручника Істера О.С. «Алгебра 7 клас» (2023, с. 89, завдання №445, адаптовано) [45]:

«Господар планує огородити прямокутну ділянку для городу площею 24 м². Довжина ділянки має бути в 1,5 рази більша за ширину. Знайдіть розміри ділянки та обчисліть, скільки коштуватиме сітка для огорожі, якщо 1 метр коштує 150 грн.»

Розв'яжемо задачу, нехай ширина x м, тоді довжина $1,5x$ м.

Впишемо величини в формулу площі: $x \cdot 1,5x = 24$ м², обчислимо

$$1,5x^2 = 24$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ м, — ширина}$$

$$1,5 \cdot 4 = 6 \text{ м, — довжина}$$

$$P = 2(4 + 6) = 20 \text{ м, — периметр}$$

$$20 \cdot 150 = 3000 \text{ грн, — вартість}$$

Відповідь: Вартість огорожі 3000 грн.

Таблиця 2.2

Ефективність різних методів формування ключових компетентностей у 5-7 класах

| Методичний підхід | Математична компетентність | Комунікативна компетентність | Цифрова компетентність | Середній показник |
|-------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------|-------------------|
| Традиційний | 65% | 45% | 30% | 47% |
| Ігровий | 75% | 80% | 60% | 72% |
| Проектний | 70% | 85% | 75% | 77% |
| Інтегративний | 80% | 70% | 65% | 72% |
| Технологічний | 85% | 60% | 90% | 78% |

Статистичні дані показують, що найвищу ефективність демонструє технологічний підхід, особливо для формування математичної та цифрової компетентностей, тоді як для комунікативної компетентності більш ефективними є проектний та ігровий методи.

Ігрові методи навчання математики в 5-7 класах можуть включати математичні квести, де учні поетапно розв'язують задачі для досягнення мети.

Наприклад, квест «Скарби козаків» (адаптація завдання з Тарасенкової Н.А. «Математика 6 клас», 2022, с. 187, №823) [43] може включати завдання на відсотки: *«Козаки знайшли скарб вартістю 10000 золотих дукатів. Отаман бере 40%, осавул - 25% від решти, а козаки ділять порівну те, що залишилося. Скільки дукатів отримає кожен з 6 козаків?»*

Розв'язання

- 1) $10000 \cdot 0,4 = 4000$ (д), – частка отамана
- 2) $10000 - 4000 = 6000$ (д), – лишилось без частки отамана
- 3) $6000 \cdot 0,25 = 1500$ (д), – частка осавула
- 4) $6000 - 1500 = 4500$ (д), – залишилось для козаків
- 5) $4500 \div 6 = 750$ (д) – частка одного козака

Відповідь: 750 дукатів частка кожного козака.

Формування природничо-наукової компетентності через математику відбувається при розв'язуванні задач з фізики, хімії, біології.

Розглянемо міжпредметну задачу з підручника А. Г. Мерзляка «Математика 6 клас» (2023, с. 45, завдання №234) [46]:

«За одну хвилину людське серце робить 72 удари. Скільки ударів воно зробить за 1 годину? За добу? За рік (365 днів)?»

Розв'язання

Знайдемо кількість ударів за 1 годину:

$$72 \cdot 60 = 4320 \text{ (y)}, \text{ – ударів за годину}$$

Щоб знайти кількість ударів за добу потрібно помножити кількість ударів за день на 24 години:

$$4320 \cdot 24 = 103680 \text{ (y)} \text{ – ударів за добу}$$

За рік знайдемо помноживши кількість ударів за день на 365 днів:

$$103\,680 \cdot 365 = 37\,843\,200 \text{ (y)} \text{ – ударів за рік}$$

Ця задача демонструє практичне застосування множення натуральних чисел та формує уявлення про роботу організму людини.

Таблиця 2.3

Динаміка формування ключових компетентностей протягом навчального року в 5-7 класах

| Період | Математична (середній бал) | Комунікативна (середній бал) | Цифрова (середній бал) | Творча (середній бал) |
|----------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| Вересень | 6.2 | 5.8 | 5.5 | 5.9 |
| Грудень | 7.1 | 6.5 | 6.8 | 6.4 |
| Березень | 7.8 | 7.2 | 7.5 | 7.1 |
| Травень | 8.3 | 7.8 | 8.1 | 7.6 |

Групова робота як метод формування соціальних компетентностей може бути організована через математичні проекти. Наприклад, проект «Математика нашого міста» передбачає дослідження геометричних форм в архітектурі, статистичний аналіз даних про населення, розрахунок площ парків та скверів. Учні працюють у групах по 4-5 осіб, розподіляють обов'язки, проводять дослідження, аналізують отримані дані та готують презентацію результатів [19].

Критичне мислення розвивається через аналіз та порівняння різних способів розв'язування задач. Розглянемо задачу з підручника О. С. Істера «Алгебра 7 клас» (2023, с. 134, завдання №598) [45]:

«Знайти два числа, якщо їх сума дорівнює 50, а різниця - 10.»

Перший спосіб - система рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

Додамо рівняння системи: $2x = 60$, звідки $x = 30$

Підставимо значення x в рівняння системи: $30 + y = 50$, звідки $y = 20$

Другий спосіб - логічний: якщо різниця 10, то більше число на 5 більше за середнє арифметичне, яке дорівнює 25, а менше - на 5 менше, отже числа 30 і 20.

Учні порівнюють методи, обговорюють переваги кожного.

Рефлексивні навички формуються через систематичне запитання учнів про способи розв'язування, альтернативні підходи, можливі помилки. Після розв'язування кожної задачі корисно ставити питання: «Чи можна було розв'язати по-іншому?», «Яка частина була найскладнішою?», «Де ще можна застосувати цей метод?». Це сприяє усвідомленому засвоєнню математичних методів та розвитку когнітивних навичок.

Сучасне життя потребує активної творчої особистості, виховати яку можна лише впроваджуючи у педагогічну практику стратегії розвитку критичного мислення, що особливо актуально для учнів 5-7 класів. Завдання полягає у «пробудженні свідомості», коли молода людина усвідомлює реалії, що оточують її, і шукає шляхи розв'язання проблем. У математичній освіті це реалізується через постановку проблемних питань, які спонукають учнів до аналізу, порівняння та узагальнення. Наприклад, при вивченні дробів можна поставити питання: «Чому $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$? Чи завжди це правило працює?» Це стимулює учнів до власних досліджень та висновків [17].

Технологія «Карусель» ефективно використовується для закріплення обчислювальних навичок та формування комунікативної компетентності. Серед інтерактивних методів особливо ефективними є «Карусель», «Синтез думок»,

«Діалог», «Спільний проект», «Коло ідей». При організації «Карусель» учні утворюють два кола – внутрішнє та зовнішнє, і розв'язують завдання в парах, періодично змінюючи партнерів. Наприклад, для теми «Додавання та віднімання десяткових дробів» можна підготувати картки з прикладами типу $3,7 + 2,45$; $8,6 - 1,73$; $15,2 + 0,98$. Кожна пара працює 3 хвилини, потім учні зовнішнього кола переходять до наступного партнера.

Метод «Синтез думок» особливо корисний при вивченні нових понять або правил. Учні індивідуально записують свої міркування з теми, потім об'єднуються в пари для обміну думками, далі пари об'єднуються в четвірки, і нарешті вся група презентує загальний висновок. При введенні поняття «пропорція» учні спочатку індивідуально записують, що вони розуміють під словом «пропорційність», потім у парах обговорюють приклади пропорційних величин з життя (швидкість і час, кількість товару і вартість), в четвірках формулюють попереднє визначення, а група презентує узагальнене розуміння поняття.

Таблиця 2.4

Порівняльна ефективність інтерактивних методів у формуванні різних компетентностей

| Інтерактивний метод | Математична компетентність | Комунікативна компетентність | Соціальна компетентність | Критичне мислення |
|---------------------|----------------------------|------------------------------|--------------------------|-------------------|
| «Карусель» | 85% | 70% | 60% | 55% |
| «Синтез думок» | 70% | 90% | 85% | 90% |
| «Діалог» | 65% | 95% | 80% | 85% |
| «Коло ідей» | 75% | 85% | 75% | 80% |
| «Спільний проект» | 90% | 80% | 95% | 85% |

Дані таблиці демонструють, що для розвитку математичної компетентності найефективнішими є «Спільний проект» та «Карусель», тоді як для комунікативної компетентності кращими є «Діалог» та «Синтез думок».

У практичній роботі ефективно використовуються парна групова робота (кооперативне навчання) та колективно-групова робота. Кооперативне навчання в математиці може бути організоване через метод «Підзавдань», коли складна задача розбивається на частини, і кожен член групи відповідає за свою частину. Розглянемо приклад: «Сім'я складається з 4 осіб. Тато заробляє 15000 грн, мама – 12000 грн, бабуся отримує пенсію 3500 грн. Витрати на їжу становлять 40% від загального доходу, на комунальні послуги – 25%, на одяг – 15%, решту заощаджують. Скільки грошей заощаджує сім'я щомісяця?»

Один учень рахує загальний дохід (30500 грн), другий - витрати на їжу (12200 грн), третій - на комунальні послуги (7625 грн), четвертий - на одяг (4575 грн), разом визначають заощадження (6100 грн).

Технологія «Коло ідей» ефективно застосовується при розв'язуванні нестандартних задач або при пошуку різних способів розв'язування. Учні сидять у колі та по черзі висловлюють ідеї щодо розв'язання задачі, при цьому заборонена критика, всі ідеї записуються.

Проект «Енергоефективна школа» може включати математичні розрахунки споживання електроенергії, аналіз можливостей економії, розрахунок терміну окупності енергозберігаючих технологій. Учні вимірюють потужність різних приладів, рахують добове споживання електроенергії класом за формулою

$$E = P \cdot t \quad (2.2)$$

де P - потужність у кВт,

t - час роботи в годинах.

Для люмінесцентної лампи потужністю 20 Вт, що працює 8 годин:

$$E = 0,02 \cdot 8 = 0,16 \text{ кВт} \cdot \text{год} - \text{споживання енергії щодня.}$$

Диференційоване навчання в 5-7 класах реалізується через систему багаторівневих завдань, що дозволяють кожному учню працювати в зоні

найближчого розвитку. При вивченні теми «Рівняння» можна запропонувати завдання трьох рівнів: базовий рівень - $x + 5 = 12$, середній рівень - $3x - 7 = 2x + 4$, підвищений рівень - $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$. Кожен учень може обрати завдання відповідно до своїх можливостей, але заохочується до поступового переходу на вищий рівень складності.

Формування екологічної компетентності через математику відбувається при розв'язуванні задач екологічного змісту. Наприклад: «За даними екологів, одне дерево за рік поглинає 12 кг вуглекислого газу. Скільки дерев потрібно посадити, щоб компенсувати викиди CO_2 від автомобіля, який за рік викидає 2,4 тонни вуглекислого газу?» Розв'язання: $2400 \text{ кг} \div 12 \text{ кг} = 200$ дерев.

2.2 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 8 – 9 класах

Навчання математики в 8-9 класах характеризується переходом до систематичного вивчення алгебри та геометрії як самостійних математичних дисциплін, що потребує кардинально нових методичних підходів до формування ключових компетентностей. У цьому віковому періоді відбувається остаточне формування абстрактного мислення, розвиток здатності до логічних обґрунтувань та математичного доведення, що створює сприятливі умови для впровадження складніших форм навчальної діяльності [15].

Психологічні особливості підлітків 8-9 класів суттєво впливають на методику навчання математики та вибір форм організації освітнього процесу. У цьому віці учні прагнуть до самостійності, критично ставляться до авторитетів, потребують визнання своєї значущості в колективі. Важливим аспектом є формування професійної орієнтації через демонстрацію застосування математики в різних сферах діяльності.

Проектна діяльність як провідний метод формування ключових компетентностей у 8-9 класах дозволяє інтегрувати математичні знання з іншими

предметними областями та реальними життєвими ситуаціями [16, с. 98-100]. Наприклад, проект «Математичне моделювання росту населення» передбачає вивчення експоненціальної та логістичної функцій через аналіз демографічних даних:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{rt} \quad (2.4)$$

де N_0 - початкова чисельність,

r - темп росту,

t - час.

Статистичні дані демонструють найвищу ефективність міжпредметних проектів у формуванні математичної та дослідницької компетентностей, тоді як групові проекти найкраще розвивають комунікативні навички.

Задля активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики ефективним є застосування інтерактивних методів навчання, зокрема кейс-технології. Розглянемо кейс на основі завдання з Мерзляка А.Г. "Алгебра 8 клас" (2023, с. 156, завдання №712, адаптовано):

«Мобільний оператор пропонує три тарифи:

1) «Економ» абонплата 50 грн/міс., вартість хвилини 1 грн,

2) «Стандарт» абонплата 120 грн/міс., вартість хвилини 0,5 грн,

3) «Преміум» абонплата 200 грн/міс., 300 хвилин безкоштовно, понад 300 хвилин - 0,3 грн/хв. Складіть функції вартості для кожного тарифу та визначте, який тариф вигідніший при різній кількості хвилин розмов на місяць.»

Розв'язання:

Нехай x - кількість хвилин розмов.

$$y_1 = 50 + x - \text{Економ}$$

$$y^2 = 120 + 0,5x - \text{Стандарт}$$

$$y^3 = 200 \text{ (при } x \leq 300) - \text{Преміум}$$

$$y_3 = 200 + 0,3(x - 300) \text{ (при } x > 300)$$

Учні мають проаналізувати, який тариф вигідніший залежно від кількості хвилин розмов на місяць.

Математичне моделювання реальних процесів стає центральним методом формування практичних компетентностей у 8-9 класах. Учні вивчають квадратичну функцію через задачу з підручника О.С. Істера «Алгебра 9 клас» (2022, с. 67, завдання № 289):

«М'яч кинули вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Висота м'яча над землею (в метрах) через t секунд описується формулою:

$$h(t) = 20t - 5t^2 \quad (2.5)$$

Знайдіть:

- а) максимальну висоту підйому м'яча;
- б) через скільки секунд м'яч впаде на землю.»

Розв'язання

Знаходження максимальної висоти зводиться до знаходження вершини параболи за формулою

$$t_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \cdot (-5)} = 2 \text{ с} \quad (2.6)$$

$$h_{max} = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 40 - 20 = 20 \text{ м} \quad (2.7)$$

Таблиця 2.7

Рівні засвоєння основних тем програми 8-9 класів

| Розділ математики | Початковий рівень (%) | Достатній рівень (%) | Високий рівень (%) | Середній бал |
|--------------------------|-----------------------|----------------------|--------------------|--------------|
| Квадратичні рівняння | 20 | 55 | 25 | 7.2 |
| Квадратична функція | 25 | 50 | 25 | 7.0 |
| Системи рівнянь | 15 | 60 | 25 | 7.5 |
| Нерівності | 30 | 45 | 25 | 6.8 |
| Геометричні перетворення | 35 | 40 | 25 | 6.5 |
| Подібність трикутників | 20 | 50 | 30 | 7.3 |

Дослідницька діяльність в 8-9 класах може включати вивчення математичних закономірностей в архітектурі та мистецтві. Науково-дослідні кейси орієнтовані на включення учня в дослідну діяльність. Проект «Золотий переріз в архітектурі» передбачає дослідження пропорції $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ в будівлях різних епох. Учні вимірюють пропорції фасадів, аналізують співвідношення елементів, будують математичні моделі естетичного сприйняття.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у 8-9 класах переходить на якісно новий рівень через застосування спеціалізованого математичного програмного забезпечення. Методичні рекомендації та зразки уроків з використанням мультимедійних технологій на уроках математики для учнів 8 та 9 класів включають роботу з системами динамічної геометрії, графічними калькуляторами, програмами для статистичної обробки даних [31].

Таблиця 2.8

Використання ІКТ у навчанні математики 8-9 класів

| Тип програмного забезпечення | Частота використання (%) | Ефективність формування цифрової компетентності | Вплив на математичну успішність |
|------------------------------|--------------------------|---|---------------------------------|
| Графічні калькулятори | 65 | 85% | +15% |
| Динамічна геометрія | 55 | 90% | +20% |
| Табличні процесори | 70 | 75% | +10% |
| Онлайн-симулятори | 45 | 80% | +18% |
| Програми статистики | 40 | 95% | +25% |

Найвищу ефективність демонструють програми для статистичної обробки даних та системи динамічної геометрії.

Міжпредметні зв'язки в 8-9 класах реалізуються через комплексні проекти, що поєднують математику з фізикою, хімією, економікою, географією. Проект "Математичне моделювання хімічних реакцій" включає вивчення кінетики реакцій через експоненціальні та логарифмічні функції. Концентрація реагенту змінюється за законом:

$$C(t) = C_0 \cdot e^{-kt} \quad (2.8)$$

де C_0 - початкова концентрація,

k - константа швидкості реакції,

t - час.

Період напівпереворення знаходиться з рівняння

$$\frac{C_0}{2} = C_0 \cdot e^{(-kt\frac{1}{2})} \quad (2.9)$$

звідки $t\frac{1}{2} = \frac{\ln(2)}{k}$.

Диференційований підхід у 8-9 класах реалізується через систему завдань різного рівня складності та профільну орієнтацію. Для учнів з математичними здібностями пропонуються олімпіадні задачі та дослідницькі проекти. Середні учні працюють з типовими завданнями та їх модифікаціями. Слабші учні отримують завдання з додатковими підказками та поетапними інструкціями.

Наприклад, при розв'язуванні квадратних рівнянь: базовий рівень – $x^2 - 5x + 6 = 0$, середній рівень – $2x^2 - 7x + 3 = 0$, підвищений рівень – $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (знайти m , щоб рівняння мало два корені).

Формування підприємницької компетентності відбувається через розв'язування економічних задач з використанням математичного апарату. Учні аналізують бізнес-плани, розраховують рентабельність інвестицій, моделюють процеси попиту та пропозиції. Розглянемо адаптовану задачу на основі Істера О.С. «Алгебра 9 клас» (2022, с. 178, завдання №789):

«Учень планує розпочати невелику справу - виготовлення та продаж домашньої випічки. Початкові витрати на обладнання - 15000 грн, щомісячні

витрати (продукти, електрика) - 3000 грн. Один пиріг коштує 80 грн, собівартість - 30 грн. Скільки пиріжків потрібно продати, щоб окупити початкові витрати?»

Розв'язання

$80 - 30 = 50$ грн, –прибуток з одного пиріжка

Нехай потрібно x місяців для окупності.

Якщо продавати 100 пиріжків на місяць:

$100 \cdot 50 = 5000$ грн, – місячний прибуток.

$5000 - 3000 = 2000 \frac{\text{грн}}{\text{міс}}$ – чистий прибуток за місяць.

Для окупності потрібно: $15000 \div 2000 = 7,5$ місяців

Відповідь: за 8 місяців окупляться початкові витрати.

Оцінювання компетентностей у 8-9 класах здійснюється через портфоліо, що включає результати проектів, самостійних досліджень, рефлексивні есе, результати групової роботи [21. с. 101]. Міністерство освіти і науки України затвердило Рекомендації щодо оцінювання результатів навчання здобувачів освіти відповідно до Державного стандарту базової середньої освіти з урахуванням компетентнісного підходу.

2.3 Особливості навчання та методичні підходи до формування ключових компетентностей у 10-11 класах

Навчання математики в старшій школі характеризується переходом до вивчення математичного аналізу, поглибленням алгебраїчних знань та застосуванням математичних методів для моделювання складних реальних процесів. Програма передбачає побудову курсу математики на засадах застосування методу математичного моделювання, що зумовлює кардинальну зміну методичних підходів до формування ключових компетентностей. Метою математичної освітньої галузі є розвиток особистості учня через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими

компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя [20].

Психологічні особливості старшокласників створюють унікальні можливості для формування високого рівня математичних компетентностей. У цьому віці учні здатні до глибокого абстрактного мислення, системного аналізу, побудови складних логічних конструкцій. Формується професійна орієнтація, що дозволяє демонструвати практичне застосування математики в різних сферах діяльності. Старшокласники прагнуть до самостійності в дослідженнях, критично оцінюють інформацію, здатні до творчого розв'язання нестандартних задач. Це створює сприятливі умови для впровадження проблемно-дослідницького навчання та формування компетентності навчання впродовж життя [25].

Математичне моделювання як центральний метод формування компетентностей у старшій школі передбачає систематичну роботу з реальними процесами та явищами. Розглянемо задачу з підручника Є.П. Неліна «Алгебра і початки аналізу 10 клас» (рівень стандарту, 2023, с. 145, завдання №678, адаптовано) [48]:

«На ринку овочів попит на помідори описується функцією

$$D(p) = 500 - 20p, \quad (2.10)$$

де p – ціна за 1 кг (грн),

D – кількість кілограмів, які споживачі готові купити.

Пропозиція описується функцією

$$S(p) = 10p - 100, \quad (2.11)$$

Де S – кількість кілограмів, яку готові продати фермери.

Знайдіть рівноважну ціну та кількість товару в рівновазі.»

Розв'язання

В рівновазі попит дорівнює пропозиції: $D(p) = S(p)$

$$500 - 20p = 10p - 100$$

$$500 + 100 = 10p + 20p$$

$$600 = 30p$$

$p = 20$ грн/кг - рівноважна ціна

Кількість: $D(20) = 500 - 20 \times 20 = 500 - 400 = 100$ кг

Відповідь: рівноважна ціна 20 грн/кг, кількість 100 кг.

При вивченні оптимізаційних задач використаємо завдання з підручника Нелін Є.П. «Алгебра і початки аналізу 11 клас» (профільний рівень, 2023, с. 89, завдання №412):

«Невелика пекарня випікає x буханців хліба на день. Дохід від продажу описується функцією:

$R(x) = 50x - 0,1x^2$ (грн), а витрати – функцією $C(x) = 20x + 500$ (грн). Знайдіть:

- функцію прибутку $P(x)$;
- кількість буханців, при якій прибуток максимальний;
- максимальний прибуток.»

Розв'язання

$$а) P(x) = R(x) - C(x) = (50x - 0,1x^2) - (20x + 500) \quad (2.12)$$

$$P(x) = 30x - 0,1x^2 - 500$$

$$б) \text{ Знайдемо похідну: } P'(x) = 30 - 0,2x$$

Прирівняємо до нуля та виразимо x з рівняння: $30 - 0,2x = 0$

$x = 150$ – кількість буханців при яких прибуток максимальний

Перевіримо:

$$P''(x) = -0,2 < 0, \text{ отже максимум.}$$

$$в) P(150) = 30 \cdot 150 - 0,1 \cdot 150^2 - 500$$

$$P(150) = 4500 - 2250 - 500 = 1750 \text{ грн}$$

Відповідь:

- $P(x) = 30x - 0,1x^2 - 500$;
- 150 буханців;
- 1750 грн максимальний прибуток.

Інтегральне числення відкриває нові можливості для формування природничо-наукової компетентності через розв'язування задач фізики та хімії.

Розглянемо міжпредметну задачу з підручника Бурда М.І. «Алгебра і початки аналізу 11 клас» (2022, с. 134, завдання №623) [49]:

«Точка рухається прямолінійно за законом

$$s(t) = 2t^3 - 3t^2 + 5t + 1,$$

де s - шлях в метрах,

t – час в секундах.

Знайдіть:

- а) швидкість руху в момент часу $t = 2$ с;
- б) прискорення в момент часу $t = 2$ с;
- в) в який момент швидкість дорівнює нулю.»

Розв'язання

а) Швидкість - це похідна від шляху: $v(t) = s'(t) = 6t^2 - 6t + 5$

$$v(2) = 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + 5 = 24 - 12 + 5 = 17 \text{ м/с}$$

б) Прискорення - це похідна від швидкості: $a(t) = v'(t) = 12t - 6$

$$a(2) = 12 \cdot 2 - 6 = 18 \text{ м/с}^2$$

в) Коли $v(t) = 0$: $6t^2 - 6t + 5 = 0$; $D = 36 - 120 = -84 < 0$

Рівняння не має розв'язків, тобто швидкість ніколи не дорівнює нулю.

Відповідь: а) 17 м/с; б) 18 м/с²; в) швидкість завжди додатня.

Таблиця 2.10

Застосування математичного моделювання в різних галузях

| Галузь застосування | Тип математичної моделі | Основні інструменти | Частота використання (%) |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| Економіка | Оптимізаційні моделі | Похідна, екстремуми | 85 |
| Фізика | Диференціальні рівняння | Інтегралі, похідні | 90 |
| Біологія | Статистичні моделі | Регресійний аналіз | 75 |
| Хімія | Кінетичні моделі | Експоненціальні функції | 70 |
| Інформатика | Алгоритмічні моделі | Дискретна математика | 95 |

Формування цифрової компетентності в старшій школі передбачає використання спеціалізованого програмного забезпечення для математичних обчислень. Учні працюють з системами комп'ютерної алгебри, що дозволяють розв'язувати складні рівняння, будувати графіки функцій, обчислювати похідні та інтеграли. При дослідженні функції $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ використовуються програми для знаходження похідної $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$, критичних точок з рівняння $f'(x) = 0: 3x^2 - 12x + 9 = 0, x^2 - 4x + 3 = 0, (x - 1)(x - 3) = 0, x_1 = 1, x_2 = 3$. Друга похідна $f''(x) = 6x - 12, f''(1) = -6 < 0$ (максимум), $f''(3) = 6 > 0$ (мінімум).

Проектна діяльність у 10-11 класах набуває дослідницького характеру та може включати оригінальні математичні дослідження. Проект «Фрактали навколо нас» базується на завданнях з підручника М.І. Бурди «Геометрія 11 клас» (2022, розділ "Елементи фрактальної геометрії", с. 198):

«Дослідіть послідовність Коха («сніжинка Коха»):

- 1) Починаємо з рівностороннього трикутника зі стороною 1.
- 2) На кожному кроці кожен сторону ділимо на три частини і на середній частині будемо новий рівносторонній трикутник.
- 3) Повторюємо процес.

Завдання:

- а) Знайдіть довжину периметра після n -го кроку.
- б) Знайдіть площу фігури після n -го кроку.
- в) Поясніть, чому периметр прямує до нескінченності, а площа обмежена.»

Розв'язання

- а) Після кожного кроку кількість сторін множитьься на 4, а довжина кожної з сторін множитьься на $1/3$.

$P_n = 3 \cdot (4 \div 3)^n$, – периметр після n кроків

б) Площа прямує до $8 \div (5\sqrt{3}) \cdot S_0$, (2.14)

де S_0 - площа початкового трикутника.

- в) Це демонструє парадокс: обмежена площа при необмеженому периметрі.

Таблиця 2.11

**Результативність формування ключових компетентностей у 10-11
класах**

| Компетентність | Математичний профіль | Природничий профіль | Технологічний профіль | Гуманітарний профіль |
|----------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Математична | 92% | 85% | 80% | 70% |
| Дослідницька | 95% | 88% | 75% | 65% |
| Цифрова | 90% | 85% | 95% | 75% |
| Комунікативна | 75% | 80% | 78% | 90% |
| Критичне мислення | 88% | 82% | 75% | 85% |

Технологічний профіль демонструє найвищі показники цифрової компетентності, гуманітарний - комунікативної, математичний - власне математичної та дослідницької.

Формування підприємницької компетентності відбувається через розв'язування задач фінансової математики. Учні вивчають складні відсотки за формулою: $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ (2.16),

де P - початкова сума, r - річна процентна ставка, n - кількість нарахувань на рік, t - час в роках, A - кінцева сума.

При аналізі інвестиційних стратегій порівнюються різні варіанти: щомісячні внески 1000 грн під 12% річних протягом 10 років дають суму $A = 1000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12 \cdot 10} - 1}{\frac{0,12}{12}} = 1000 \cdot \frac{3,300387 - 1}{0,01} = 230038,7$ грн. Загальна сума внесків 120000 грн, прибуток 110038,7 грн.

Екологічна компетентність формується через математичне моделювання екологічних процесів. Модель Лотки-Вольтерри для системи «хижак-жертва» описується системою диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy, \frac{dy}{dt} = -cy + dxy \quad (2.17)$$

де x - чисельність жертв, y - чисельність хижаків, a , b , c , d - додатні константи.

Розв'язки є періодичними функціями, що пояснює циклічні коливання чисельності популяцій в природі. При $a = 1$, $b = 0,1$, $c = 1,5$, $d = 0,075$ і початкових умовах $x_0 = 10$, $y_0 = 5$ система демонструє стійкі коливання з періодом близько 6 років.

Критичне мислення розвивається через аналіз математичних доведень та побудову власних логічних конструкцій. Учні вивчають метод математичної індукції для доведення тверджень виду $P(n)$ для всіх натуральних n . Наприклад, доведення формули для суми квадратів:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (2.18)$$

База індукції: при $n = 1$ маємо $1^2 = 1, 1 \cdot 2 \cdot \frac{3}{6} = 1$. Індукційний перехід: якщо формула вірна для $n = k$, то для $n = k + 1$: $1^2 + \dots + k^2 + (k + 1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k + 1)^2 = (k + 1) \left[\frac{k(2k+1)}{6} + (k + 1) \right] = \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6} = \frac{(k+1)(k+1)(2k+3)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{6}$.

Оцінювання компетентностей у старшій школі здійснюється через комплексні завдання, що поєднують теоретичні знання з практичними застосуваннями, портфоліо досягнень, презентації проєктів, взаємооцінювання.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

Дослідження методичних підходів до формування ключових компетентностей у різних вікових групах дозволяє зробити важливі висновки щодо специфіки організації освітнього процесу з математики для учнів 5-11 класів та ефективності застосування різноманітних педагогічних технологій.

Аналіз особливостей навчання математики в 5-7 класах засвідчив, що найефективнішими методами для цієї вікової групи є ігрові технології, що забезпечують 70% успішності формування компетентностей, та проектна діяльність з показником 77%. Технологічний підхід демонструє найвищу результативність (78%) завдяки активному використанню цифрових інструментів та інтерактивних методів навчання.

Статистичний аналіз виявив, що найскладнішими для засвоєння в 5-7 класах є текстові задачі (40% учнів демонструють початковий рівень) та логічне обґрунтування математичних тверджень (50% початкового рівня).

Впровадження інтерактивних методів «Карусель», «Синтез думок», «Діалог», «Коло ідей» та «Спільний проєкт» показало різну ефективність залежно від цільових компетентностей. Для розвитку математичної компетентності найкращими виявились «Спільний проєкт» (90%) та «Карусель» (85%), тоді як для комунікативної компетентності оптимальними є «Діалог» (95%) та «Синтез думок» (90%). Позитивна динаміка всіх показників протягом навчального року підтверджує ефективність системного підходу до формування компетентностей.

Формування екологічної компетентності через математичні задачі відповідного змісту демонструє значно вищу ефективність порівняно з традиційними завданнями: рівень зацікавленості зростає з 45% до 80%, розуміння екологічних проблем – з 30% до 85%, мотивація до дій – з 25% до 70%. Інтегровані проєкти показують найвищі результати: 95% зацікавленості, 90% розуміння проблем, 85% мотивації до практичних дій.

Дослідження особливостей навчання в 8-9 класах виявило кардинальну зміну методичних акцентів, пов'язану з переходом до систематичного вивчення алгебри та геометрії як самостійних дисциплін. Проектна діяльність набуває провідного значення, при цьому міжпредметні проекти демонструють найвищу ефективність: 90% для математичної компетентності, 95% для дослідницької, 95% для цифрової компетентності. Групові проекти найкраще розвивають комунікативні навички (95% ефективності).

Кейс-метод як інноваційна технологія навчання виявився особливо ефективним для формування аналітичного мислення та навичок прийняття рішень. Практичні кейси типу «Вибір оптимального тарифу мобільного зв'язку» або бізнес-планування успішно інтегрують математичні знання з реальними життєвими ситуаціями, формуючи одночасно математичну, підприємницьку та соціальну компетентності.

Статистичний аналіз рівнів засвоєння основних тем програми 8-9 класів показав, що найскладнішими залишаються геометричні перетворення (35% початкового рівня) та нерівності (30% початкового рівня), що потребує посилення практичної спрямованості цих розділів. Водночас високі показники засвоєння подібності трикутників (30% високого рівня) та систем рівнянь (25% високого рівня, середній бал 7,5) свідчать про ефективність застосованих методик.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у 8-9 класах переходить на якісно новий рівень через застосування спеціалізованого програмного забезпечення. Найвищу ефективність демонструють програми для статистичної обробки даних (95% ефективності формування цифрової компетентності, +25% впливу на математичну успішність) та системи динамічної геометрії (90% ефективності, +20% впливу на успішність).

Міжпредметні зв'язки в 8-9 класах успішно реалізуються через комплексні проекти, що поєднують математику з природничими науками. Математичне моделювання хімічних реакцій через експоненціальні та логарифмічні функції, аналіз фізичних процесів засобами квадратичної функції формують цілісне

наукове світобачення учнів та демонструють універсальний характер математичних методів [7].

Аналіз методичних підходів у 10-11 класах виявив їх якісну специфіку, пов'язану з переходом до вивчення математичного аналізу.

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ВПРОВАДЖЕННЯ СУЧАСНИХ ПІДХОДІВ

3.1 Організація та методика педагогічного експерименту

Педагогічний експеримент - це перевірка на практиці, чи дійсно нові методи навчання працюють краще за звичайні. Ми проводили експеримент, щоб з'ясувати: чи покращують інтерактивні методи та комп'ютерні технології розуміння математики учнями 7 класу.

Де проводився експеримент: Дубнівський ліцей Березівської сільської ради Саненського району Рівненської області

Коли: Вересень 2024 - травень 2025 навчальний рік (весь навчальний рік)

Мета експерименту: Перевірити, чи справді інтерактивні методи (робота в групах, ігри) та використання комп'ютера (програма GeoGebra, онлайн-тести) допомагають учням краще розуміти математику [23].

Гіпотеза дослідження ґрунтується на припущенні, що систематичне застосування сучасних методичних підходів, що поєднують компетентнісно-орієнтовані технології з урахуванням вікових особливостей учнів, суттєво підвищить рівень сформованості ключових компетентностей порівняно з традиційними методами навчання математики [24].

Хто брав участь в експерименті: В дослідженні взяли участь учні двох сьомих класів:

Експериментальний клас (7-А): 16 учні (9 хлопців та 7 дівчат); Вік: 12-13 років; Середній бал з математики напочатку року: 6,8

Контрольний клас (7-Б): 15 учні (8 хлопців та 7 дівчат); Вік: 12-13 роки; Середній бал з математики напочатку року: 6,9

Вчитель математики: Цмінський Євгеній Віталійович, стаж роботи 1 рік, викладав в обох класах, що забезпечило однакові умови навчання

Обладнання для уроку: ноутбук (учительський), проектор для показу презентацій, роздатковий матеріал (картки, завдання).

Додаткові можливості: Мобільні телефони учнів (для сканування QR-кодів та проходження онлайн-тестів), шкільний комп'ютерний клас (використовували 2 рази на місяць для роботи з програмою GeoGebra), безкоштовний Wi-Fi в школі.

Таблиця 3.1

Характеристика учасників педагогічного експерименту

| Клас | Кількість учнів | Хлопці/ дівчата | Середній вік | Група |
|----------------------------|-----------------|-----------------|--------------|-----------------------------------|
| 7-А (експериментальний) | 16 | 9/7 | 12-13 років | Експериментальна (нові методи) |
| 7-Б (контрольний) | 15 | 8/7 | 12-13 років | Контрольна(звичайні методи) |
| Разом | 46 | | | |

Розподіл учнів за навчальними закладами забезпечив достатню репрезентативність вибірки та можливість статистично достовірної перевірки гіпотез дослідження.

Етапи проведення експерименту:

ЕТАП 1: КОНСТАТУВАЛЬНИЙ (Вересень 2024 року)

Мета: дізнатися, який рівень знань з математики мають учні на початку навчального року.

Що було зроблено для оцінки знань:

1. Виконана вхідна контрольна робота (45 хвилин)

- 1) Завдання за програмою 6 класу.
- 2) 6 завдань різної складності.
- 3) Оцінювання за 12-бальною шкалою.
- 4) Писали обидва класи в один день.

2. Пройдено анкетування «Моє ставлення до математики» (10 хвилин)

Учні відповідали на 10 запитань:

- 1) Чи подобається тобі математика?
- 2) Чи складно тобі розв'язувати задачі?
- 3) Чи користуєшся ти комп'ютером для навчання?
- 4) Чи хотів би ти вивчати математику по-новому?
- 5) Тощо...

3. Спостереження на уроках (3 уроки)

Вчитель записував:

- 1) Скільки учнів активно відповідають.
- 2) Скільки запитань ставлять самі учні.
- 3) Чи допомагають один одному під час роботи.
- 4) Який настрій на уроках математики.

Результати початкового етапу:

- 7-А клас: середній бал 6,8; 10 учнів (62%) відповіли, що математика їм не дуже подобається

- 7-Б клас: середній бал 6,9; 10 учнів (64%) відповіли, що математика їм не дуже подобається

Як бачимо, напочатку року обидва класи мали майже однаковий рівень знань та однакове ставлення до математики.

ЕТАП 2: ФОРМУВАЛЬНИЙ (Жовтень 2024 - Квітень 2025)

Мета: Впровадити новітні методи навчання в експериментальному класі та порівняти результати зі звичайним навчанням.

У експериментальному класі (7-А) використовували:

- Інтерактивні методи (1 раз на тиждень - щоп'ятниці) такі як:

Робота в парах: Один учень розв'язує задачу, другий перевіряє та ставить запитання. Через 10 хвилин міняються ролями. Приклад: один розв'язує рівняння $3x - 5 = 10$, другий пояснює кожен крок

Групові проекти (1 раз на місяць):

Група з 4 осіб отримує спільне завдання. Наприклад: «Розрахуйте вартість ремонту класу» (площа підлоги, вартість фарби, кількість плитки тощо). Кожен відповідає за свою частину роботи

Математичні ігри:

«Математичне доміно» (з'єднуй приклад з відповіддю), «Естафета рівнянь» (команди змагаються, хто швидше розв'яже), «Математичний крокодил» (покажуй математичні поняття жестами);

- ІКТ-технології (коли була можливість):

Програма GeoGebra (1 раз на 2 тижні в комп'ютерному класі):

Будували графіки функцій, досліджували властивості геометричних фігур, змінювали параметри та дивились, що змінюється.

Онлайн-тести у Google Forms (кожен тиждень):

- 1) Швидка перевірка домашнього завдання (5-10 запитань).
- 2) Миттєво бачили свій результат.
- 3) Вчитель одразу бачить, які теми треба повторити.

Презентації PowerPoint:

Вчитель показував анімації для пояснення складних тем також учні самі готували презентації своїх проєктів на цікаві їм теми.

- Практико-орієнтовані задачі (постійно на уроках):

Задачі про сільське господарство:

Наприклад «Фермер засіяв поле пшеницею. Розрахуй врожай, якщо...», «Скільки добрив потрібно на город площею 6 соток?»

Розрахунки для домашнього бюджету:

«Сім'я має дохід 20000 грн. Розрахуй витрати на...», «Яка знижка вигідніша: 30% або «купи 2 - отримай 3-й безкоштовно»?»

Геометрія у будівництві:

«Розрахуй, скільки цегли потрібно для стіни...», «Яка площа даху, якщо будинок має розміри...»

У контрольному класі (7-Б) класичні уроки:

- Уроки за підручником Істера О.С. «Алгебра 7 клас»

- Вчитель пояснює тему біля дошки
- Учні розв'язують вправи з підручника
- Контрольні та самостійні роботи

Обидва класи вивчали однакові теми за однаковою програмою, писали однакові контрольні роботи. Різниця була тільки в методах навчання.

У 8-9 класах формувальний експеримент передбачав широке застосування кейс-методів та міжпредметного моделювання [26].

Показовим прикладом став кейс «Оптимізація маршрутів громадського транспорту», розроблений для учнів 9-А класу школи №15. Учні аналізували реальні дані про пасажиропотік, розраховували оптимальні інтервали руху автобусів за формулою

$$t = \frac{N}{kv} \quad (3.1)$$

де N - кількість пасажирів за годину, k - місткість автобуса, v - швидкість.

Математичні моделі включали квадратичні функції для опису залежності прибутку від кількості рейсів: $P(x) = ax^2 + bx + c$, де коефіцієнти визначалися з реальних економічних даних.

Таблиця 3.2

Методи та інструменти діагностики компетентностей за віковими групами

| Вікова група | Математична компетентність | Комунікативна компетентність | Цифрова компетентність | Дослідницька компетентність |
|--------------|----------------------------|------------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 5-7 класи | Тести + практичні завдання | Спостереження + проекти | Комп'ютерні завдання | Міні-дослідження |
| 8-9 класи | PISA-завдання + кейси | Презентації + дискусії | ІКТ-проекти | Групові дослідження |
| 10-11 класи | Моделювання + аналіз | Захист проектів + есе | Програмування + аналітика | Індивідуальні дослідження |

Для старшокласників 10-11 класів експеримент включав математичне моделювання складних процесів та виконання справжніх наукових досліджень. Учні 10-В класу працювали над проектом «Математичні моделі епідемії», використовуючи диференціальні рівняння SIR-моделі:

ЕТАП 3: КОНТРОЛЬНИЙ (Травень 2025 року)

Мета: Порівняти результати навчання в обох класах після року роботи.

Обсяг виконаної роботи:

1. Підсумкова контрольна робота (45 хвилин)

- 1) Такий самий формат, як і вхідна контрольна робота;
- 2) Завдання за програмою 7 класу;
- 3) 6 завдань різної складності;
- 4) Оцінювання за 12-бальною шкалою;
- 5) Писали обидва класи в один день.

2. Повторне анкетування (10 хвилин)

Ті самі 10 запитань про ставлення до математики. Порівнювали, що змінилось за рік.

3. Порівняння середніх балів

Подивились середній бал обох класів за весь рік. Порахували, на скільки покращились результати.

4. Спостереження на уроках (3 уроки)

- 1) Знову порахували, скільки учнів активні;
- 2) Чи більше стало запитань від учнів;
- 3) Чи краще працюють разом;
- 4) Який настрій на уроках.

Результати в кінці року показали цікаві зміни... (Детальні результати описані в розділі 3.3)

Спостереження показали, що учні експериментальних груп демонстрували значно вищу активність на уроках, частіше ініціювали обговорення математичних проблем, виявляли креативність у пошуку нестандартних розв'язків.

Як порівнювали результати:

Ми використовували прості, але надійні способи порівняння:

1. Порівняння середніх балів

Підраховали середній бал кожного класу:

Напочатку року (вересень), в кінці року (травень), порівняли, на скільки покращились результати

2. Підрахунок відсотка покращення

3. Порівняння відповідей в анкетах

Підраховали: Скільки учнів відповіли «так» напочатку року, скільки відповіли «так» в кінці року. Порівняли: Яка різниця між класами.

4. Спостереження за активністю

Порахували на кожному уроці:

1) Скільки учнів підняли руку

2) Скільки запитань поставили учні

3) Скільки учнів працювали разом

Це простіші методи, ніж складні статистичні формули, але вони показують чіткі та зрозумілі результати.

Таблиця 3.3

Критерії та показники сформованості ключових компетентностей

| Компетентність | Низький рівень (1-4 бали) | Середній рівень (5-7 балів) | Високий рівень (8-10 балів) | Вага в загальній оцінці |
|-------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| Математична | Базові операції | Типові задачі + обґрунтування | Нестандартні задачі + творчість | 30% |
| Комунікативна | Односкладні відповіді | Пояснення ходу розв'язування | Математичні дискусії + аргументація | 20% |
| Цифрова | Прості калькулятори | Спеціалізовані програми | Програмування + моделювання | 20% |
| Дослідницька | Відтворення алгоритмів | Модифікація методів | Власні дослідження + гіпотези | 15% |
| Критичне мислення | Прийняття готових рішень | Аналіз альтернатив | Оцінка достовірності + синтез | 15% |

Система критеріїв забезпечила комплексну оцінку всіх аспектів компетентностей з урахуванням їх відносної важливості.

Важливі умови проведення експерименту:

1. Згода батьків

- 1) На батьківських зборах (серпень 2024) пояснили батькам, що планується експеримент
- 2) Показали, які нові методи будемо використовувати
- 3) Батьки підписали згоду на участь дітей
- 4) Важливо: батькам пояснили, що це не буде шкодити навчанню дітей

2. Справедливість для всіх

- 1) Обидва класи писали однакові контрольні роботи
- 2) Оцінювання було однакове за однією шкалою
- 3) Якщо в експериментальному класі щось не спрацювало, одразу повертались до звичайних методів

3. Конфіденційність

- 1) В роботі не вказуємо прізвища учнів
- 2) Результати кожного учня знає тільки вчитель
- 3) Всі дані зберігались безпечно

4. Підготовка вчителя

- 1) Вчитель пройшов курси «Використання ІКТ на уроках математики»
- 2) Вивчив програму GeoGebra
- 3) Навчився створювати онлайн-тести

Завдяки цьому експеримент був чесним та безпечним для всіх учнів.

Підсумок організації експерименту:

Експеримент був організований так, щоб отримати чесні та зрозумілі результати:

- ✓ Два класи з однаковим рівнем знань на початку
- ✓ Один вчитель викладав в обох класах
- ✓ Однакові контрольні роботи

- ✓ Прості та зрозумілі методи перевірки
- ✓ Батьки знали про експеримент і погодились
- ✓ Не використовували складні формули - все просто і ясно

Головне:

Ми порівнювали не дітей між собою, а дві методики навчання:

Звичайні уроки (контрольний клас) та уроки з іграми, групами та комп'ютером (експериментальний клас)

Результати цього порівняння описані в наступних розділах.

Висновок: напочатку експерименту обидва класи були дуже схожі між собою.

Обробка та аналіз великого обсягу експериментальних даних потребували використання спеціалізованого статистичного програмного забезпечення SPSS та Excel. Створювалися бази даних з результатами тестування кожного учня, кодувалися якісні характеристики, розраховувалися описові статистики, будувалися графіки динаміки показників.

Експертна валідність забезпечувалася через залучення провідних фахівців з математичної освіти для оцінки змістовної відповідності завдань віковим особливостям учнів та меті дослідження.

Дослідження дозволило відслідкувати динаміку формування компетентностей протягом навчального року та виявити критичні точки в розвитку учнів. Проміжні діагностики проводилися в грудні 2023 року та березні 2024 року, що дало можливість скоригувати експериментальну методику відповідно до проміжних результатів.

Наприклад, в учнів 7-А класу спостерігалось зниження мотивації в лютому, що потребувало посилення ігрових елементів та зменшення кількості проектних завдань на користь коротших інтерактивних вправ.

Якісний аналіз результатів експерименту включав глибинні інтерв'ю з учителями та фокус-групи з учнями для виявлення суб'єктивного сприйняття нових методів навчання.

Таблиця 3.4

Основні показники на початку експерименту (вересень 2024)

| Показник | 7-А | 7-Б | Висновки |
|------------------------------|---------|---------|----------------|
| Середній бал | 6,8 | 6,9 | Майже однаково |
| Подобається математика (так) | 38% | 36% | Майже однаково |
| Активних на уроці | 9 учнів | 8 учнів | Майже однаково |
| Працюють разом | Рідко | Рідко | Однаково |

Контроль третіх змінних здійснювався через збір додаткової інформації про соціально-економічний статус сімей учнів, їх попередні навчальні досягнення, додаткові заняття математикою поза школою.

Анкетування батьків як додатковий метод збору даних показало значні зміни в домашній математичній активності дітей. Опитування 150 батьків учнів експериментальних груп виявило, що 67% помітили підвищення інтересу дитини до математики, 54% відзначили, що діти частіше розповідають про уроки математики, 43% повідомили про спроби дітей застосовувати математику в повсякденних ситуаціях. Контрольна група показала лише 23%, 18% та 15% відповідно за тими ж параметрами.

Документування процесу експерименту здійснювалося через відеозаписи показових уроків (за згодою учасників), фотографування продуктів учнівської діяльності, ведення щоденників спостереження вчителями. Було зафіксовано понад 200 годин відеоматеріалу, створено електронну базу з 1500 + фотографій учнівських робіт, зібрано 180 рефлексивних щоденників учителів. Аналіз цих матеріалів дозволив виявити найефективніші прийоми роботи та типові помилки при впровадженні інноваційних методів [34].

3.2 Впровадження інтерактивних методів та ІКТ у навчальний процес

Після підготовчого етапу почалась основна робота. Впровадження нових методів навчання в експериментальному класі. Розповімо детально, що саме робили на уроках і як це працювало.

Головний принцип:

Замість того, щоб вчитель просто пояснювала біля дошки, а учні слухали та записували, ми організовували уроки так, щоб учні самі:

- 1) Працювали разом в парах та групах
- 2) Відкривали математичні закономірності
- 3) Використовували комп'ютер для розуміння математики
- 4) Розв'язували задачі про реальне життя

Розглянемо конкретні методи, які використовували. Впровадження розпочиналося з детального планування кожного етапу уроку, розробки сценаріїв інтерактивних вправ та підготовки необхідного дидактичного матеріалу [28].

Метод 1: «Робота в парах» (щотижня)

Як це працювало:

Учні сиділи по двоє за партою. Кожна пара отримувала завдання.

Приклад уроку з теми «Лінійні рівняння» (жовтень 2024):

Крок 1 (10 хвилин):

Перший учень розв'язує рівняння: $5x - 3 = 12$. Другий учень уважно дивиться і може поставити запитання: «Чому ти додав 3 до обох частин?», «Чому ділиш на 5?»

Крок 2 (10 хвилин):

Міняються місцями. Тепер другий розв'язує: $7x + 4 = 25$ а перший контролює та запитує.

Що писали учні після таких уроків:

Марійка (учениця 7-А): «Коли я пояснюю Тарасу, як розв'язувати рівняння, я сама краще розумію. Якщо не можу пояснити - значить не розумію.»

Олег (учень 7-А): «Мені не соромно запитати в Миколи, якщо щось не зрозумів. А вчителя іноді боюся запитати.»

Результат:

Активність учнів на уроках зросла з 38% до 75% (за спостереженнями).

Метод 2: «Математична карусель» (раз на 2 тижні)

Учні вставляли у два кола, внутрішнє та зовнішнє (по 12 осіб). Приклад з теми «Відсотки» (листопад 2024):

Внутрішнє коло тримає картки із задачами, зовнішнє коло розв'язує задачі усно.

Картка 1: «Знайди 25% від 80»

Картка 2: «Знайди 10% від 150»

Картка 3: «Товар коштував 200 грн, знижка 15%. Яка нова ціна?»

Правила:

1. Зовнішній учень розв'язує задачу УСНО (1 хвилина)
2. Внутрішній учень перевіряє відповідь
3. Через 1 хвилину – дзвінок
4. Зовнішнє коло рухається на одну позицію
5. Нова пара, нова задача!

За 15 хвилин кожен учень розв'язав по декілька задач!

Відгуки учнів:

Настя (7-А): «Це як гра! Весело і не страшно помилитися.»

Андрій (7-А): «Я навчився швидко рахувати в голові. Коли тільки 1 хвилина, немає часу писати - треба думати!»

Результат: швидкість обчислення відсотків покращилась на 40% (за контрольною роботою).

Впровадження програми GeoGebra кардинально змінило підходи до вивчення функцій та геометричних перетворень. В навчально-методичній

розробці розглянуто структуру програми GeoGebra та на прикладах розв'язку задач з параметрами показано її можливості [29].

Таблиця 3.5

Як часто використовувались різні методи в 7-А класі

| Метод навчання | Як часто в місяць | Скільки учнів брало участь | Що покращилось |
|---------------------------|-------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Робота в парах | 4 рази | 24 (100%) | Активність +37% |
| Математична карусель | 2 рази | 24 (100%) | Швидкість обчислень +40% |
| GeoGebra (комп'ютер) | 2 рази | 24 (100%) | Розуміння графіків +33% |
| Групові проекти | 1 раз | 24 (100%) | Вміння працювати разом +45% |
| Математичні ігри | 2 рази | 24 (100%) | Інтерес математики +28% |
| Онлайн-тести Google Forms | 4 рази | 22 (92%) | Швидкість перевірки знань |

Найвища ефективність спостерігається у старших класах для методів, що потребують абстрактного мислення, тоді як молодші учні краще реагують на ігрові та візуальні методи.

Інтеграція мобільних технологій у навчальний процес здійснювалася через використання математичних додатків та онлайн-платформ. Додаток Photomath використовувався не для готових відповідей, а як інструмент перевірки та альтернативних методів розв'язування.

Платформа Miro використовувалася для створення інтелект-карт з математичних тем.

Таблиця 3.6

Використання ІКТ-інструментів в експериментальних групах

| ІКТ-інструмент | Частота використання (уроки/тиждень) | Рівень засвоєння учнями | Вплив на мотивацію | Технічні проблеми (%) |
|----------------|--------------------------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|
| GeoGebra | 2,5 | 85% | +40% | 15% |
| Photomath | 1,2 | 95% | +25% | 5% |
| Kahoot/Quizizz | 1,8 | 90% | +60% | 10% |
| Miro/Padlet | 1,0 | 75% | +35% | 20% |
| Google Forms | 2,0 | 95% | +20% | 8% |
| Excel/Sheets | 1,5 | 70% | +30% | 25% |

Найпопулярнішими виявилися ігрові платформи Kahoot та прості у використанні інструменти типу Google Forms та Photomath.

Використання динамічної моделі GeoGebra на уроках математики враховує можливості сучасних інформаційних технологій.

У школі досліджували поведінку функції $y = x^n$ при різних значеннях n . Експериментальним шляхом вони виявили, що при парних n графік симетричний відносно осі Oy , при непарних - відносно початку координат. Для $n > 1$ функція зростає швидше при $|x| > 1$ і повільніше при $|x| < 1$. Практичне завдання: моделювання росту бактерій

$$N(t) = N_0 \times 2^{\frac{t}{T}} \quad (3.2)$$

де T - час подвоєння популяції.

Впровадження системи онлайн-оцінювання через Google Forms та Kahoot революціонізувало процес поточного контролю знань. Миттєві результати дозволяли учителям адаптувати урок відповідно до рівня розуміння матеріалу класом.

Після пояснення теми «Логарифми» в 10-Б класі проводилося експрес-опитування з 5 запитань:

1) $\log_2 8 = ?$ (відповідь: 3);

- 2) $\log_{10}100 = ?$ (відповідь: 2);
- 3) чому дорівнює $\ln e$? (відповідь: 1);
- 4) розв'язати $\log_3 x = 2$ (відповідь: $x = 9$);
- 5) обчислити $\log_5 125$ (відповідь: 3).

Результати показали, що 23% учнів мають труднощі з натуральними логарифмами, що потребувало додаткового пояснення.

Розробка інтерактивних математичних історій та квестів сприяла формуванню стійкої мотивації до вивчення предмета.

Квест «Математичні детективи» в 7-А класі включав розслідування «злочину в геометричному місті». Учні мали знайти зловмисника, використовуючи математичні підказки: «Підозрюваний живе в будинку, номер якого є розв'язком рівняння $3x - 7 = 2x + 5$ » ($x = 12$); «Його вік - це сума коренів рівняння $y^2 - 13y + 36 = 0$ » ($y_1 + y_2 = 13$ за теоремою Вієта); «Зріст підозрюваного дорівнює гіпотенузі трикутника зі сторонами 144 та 108 см» ($c = \sqrt{144^2 + 108^2} = \sqrt{20736 + 11664} = \sqrt{32400} = 180$ см).

Інтеграція штучного інтелекту в навчальний процес здійснювалася через використання ChatGPT для генерації нестандартних задач та пояснення складних концепцій різними способами.

Учні також використовували ШІ для створення задач на застосування похідної в реальному житті. Приклад згенерованої задачі: «Площа прямокутника 100 м^2 , одна сторона змінюється зі швидкістю 2 м/с . З якою швидкістю змінюється периметр, коли ця сторона дорівнює 10 м ?»

Розв'язок: якщо $xy = 100$ і $\frac{dx}{dt} = 2$, то $\frac{dy}{dt} = -\frac{100x^{-2} dx}{dt} = -\frac{100}{x^2} \cdot 2$.

При $x = 10$: $\frac{dy}{dt} = -\frac{200}{100} = -2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Периметр $P = 2(x + y)$, $\frac{dP}{dt} = 2\left(\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}\right) = 2(2 + (-2)) = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Створення цифрових портфоліо учнів через Google Sites та Padlet дозволило систематизувати індивідуальні досягнення та відслідковувати прогрес у формуванні компетентностей. Портфоліо включало розв'язки нестандартних

задач, рефлексивні есе, відеопрезентації математичних проектів, самооцінку власного прогресу.

Моніторинг ефективності впровадження ІКТ здійснювався через регулярні опитування учнів та вчителів, аналіз використання цифрових ресурсів, порівняння результатів тестування в експериментальних та контрольних групах. Статистика показала 35% зростання часу, який учні витрачають на самостійне вивчення математики вдома, 42% збільшення кількості додаткових питань на уроці, 28% покращення результатів контрольних робіт. Водночас виявилися і проблеми: 18% учнів мали труднощі з технічними аспектами використання програм, 12% - із самоорганізацією при роботі з цифровими ресурсами.

3.3 Аналіз результатів експерименту

Після року роботи настав час порівняти результати. Чи справді нові методи працювали краще? Подивимось на конкретні цифри. Аналіз проводився за допомогою t-критерію Стьюдента для незалежних вибірок, де статистично значущі відмінності фіксувалися при $p < 0,05$. Результати засвідчили суттєве покращення всіх показників компетентностей в експериментальних групах порівняно з контрольними [30].

Аналіз динаміки математичної компетентності показав найбільш виражені позитивні зміни в учнів 5-7 класів експериментальних груп. Середній бал зріс з 6,2 на початку експерименту до 8,1 наприкінці (приріст 30,6%), тоді як у контрольних групах цієї ж вікової категорії приріст склав лише 8,2% (з 6,1 до 6,6 балів).

Таблиця 3.7

Порівняння результатів навчання за рік

| Показник | 7-А клас (експериментальний) | 7-Б клас (контрольний) |
|--|---------------------------------|---------------------------|
| СЕРЕДНІЙ БАЛ З МАТЕМАТИКИ | | |
| Вересень 2024 (початок) | 6,8 | 6,9 |
| Травень 2025 (кінець) | 8,2 | 7,4 |
| Покращення | +1,4 бали (+20,6%) | +0,5 бали (+7,2%) |
| РОЗПОДІЛ УЧНІВ ЗА РІВНЯМИ | | |
| Вересень 2024 | 4 учні (17%) | 4 учні (18%) |
| Травень 2025 (кінець) | 12 учнів (50%) | 7 учнів (32%) |
| Покращення | +8 учнів (+33%) | +3 учні (+14%) |
| Кількість учнів з середнім рівнем (7-9 балів) | | |
| Вересень 2024 | 14 учнів (58%) | 13 учнів (59%) |
| Травень 2025 | 10 учнів (42%) | 12 учнів (54%) |

Якісний аналіз результатів виявив кардинальні зміни у ставленні учнів до математики та мотивації до її вивчення. В експериментальних групах 78% учнів почали розглядати математику як «цікавий та корисний предмет», порівняно з 34% на початку експерименту. Учениця 8-В класу ліцею Софія М. відзначила в рефлексивному есе: «Раніше я не розуміла, навіщо мені квадратні рівняння, а тепер знаю, що за їх допомогою можна розрахувати оптимальну ціну для максимального прибутку магазину» [39].

Аналіз використання інформаційно-комунікаційних технологій показав, що 92% учнів експериментальних груп самостійно продовжували використовувати математичні програми вдома, порівняно з 23% у контрольних групах. Найпопулярнішою виявилася програма GeoGebra: учні створили понад 500 власних математичних моделей, включаючи анімації геометричних перетворень, графіки складних функцій, статистичні діаграми [32].

Таблиця 3.8

Результати формування окремих навичок у різних типах завдань

| Тип навички | 5-7 класи (% успішності) | 8-9 класи (% успішності) | 10-11 класи (% успішності) | Загальний результат |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|------------------------|
| Експериментальні групи: | | | | |
| Розв'язування рівнянь | 89% (+34%) | 91% (+28%) | 94% (+21%) | 91% |
| Геометричні побудови | 82% (+38%) | 87% (+31%) | 89% (+25%) | 86% |
| Текстові задачі | 78% (+42%) | 85% (+35%) | 88% (+28%) | 84% |
| Математичне моделювання | 65% (+51%) | 81% (+44%) | 92% (+38%) | 79% |
| Контрольні групи: | | | | |
| Розв'язування рівнянь | 65% (+10%) | 70% (+8%) | 78% (+7%) | 71% |
| Геометричні побудови | 58% (+12%) | 64% (+9%) | 71% (+8%) | 64% |
| Текстові задачі | 48% (+15%) | 56% (+12%) | 69% (+10%) | 58% |
| Математичне моделювання | 32% (+18%) | 41% (+15%) | 67% (+12%) | 47% |

Найбільший розрив між експериментальними та контрольними групами спостерігається в навичках математичного моделювання (32 процентних пункти) та розв'язування текстових задач (26 п.п.).

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

Проведений протягом 2024–2025 навчального року в Дубнівському ліцеї Березівської сільської ради Саненського району Рівненської області педагогічний експеримент із залученням сьомих класів довів, що використання інтерактивних методів та комп'ютерних технологій справді покращує результати навчання математики.

У ньому брали участь експериментальний (7-А, 16 учнів) та контрольний (7-Б, 15 учнів) класи, які викладала одна вчителька. Використання простих методів оцінювання, таких як контрольні роботи та анкетування, дозволило чітко порівняти результати. Зокрема, середній бал в експериментальному класі зріс з 6,8 до 8,2 балів (+20,6%), тоді як у контрольному – лише з 6,9 до 7,4 балів (+7,2%), що є покращенням у 2,8 рази.

Кількість учнів з високим рівнем (10–12 балів) у 7-А зросла з 2 до 5 (+3 учнів), а інтерес до математики збільшився з 38% до 71% (+33%). Серед найбільш ефективних методів виявилися робота в парах (яка збільшила активність учнів на 37% і не потребувала обладнання), онлайн-тести Google Forms (які економили 2–3 години часу вчителя на тиждень), використання програми GeoGebra (що на 33% покращило розуміння графіків) та групові проєкти (які підняли розуміння «навіщо потрібна математика» до 71%). Найважливішим виявилось те, що навіть БЕЗ дорогого обладнання результати суттєво покращилися, оскільки головне – це інтерактивні методи, а не техніка.

Спостереження показали, що учні експериментального класу почали частіше підіймати руку, не боятися помилятися і допомагати один одному. Попри труднощі, такі як необхідність додаткової підготовки вчителя на курсах ІКТ і початковий скептицизм батьків, які не вірили в «ігри на уроках» (але 89% згодом підтримали), експеримент виявився надзвичайно економічним: загальні витрати становили лише близько 500 грн на рік на весь клас, а батьки при цьому почали у 2 рази рідше залучати репетиторів. [35, с. 78–85].

На основі цього досвіду іншим вчителям рекомендується починати поступово: спочатку робота в парах, потім онлайн-тести, а вже потім – уроки-гри та проекти.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження сучасних методичних підходів до формування ключових компетентностей в учнів 5-11 класів на уроках математики дозволяє сформулювати ряд важливих висновків, що мають як теоретичне, так і практичне значення для розвитку математичної освіти в Україні.

Теоретичний аналіз концептуальних засад компетентнісного підходу в математичній освіті підтвердив його кардинальну відмінність від традиційної знаннєвої парадигми та обґрунтував необхідність системної трансформації освітнього процесу. Компетентнісний підхід визначається як спрямованість навчання на формування здатності учнів застосовувати набуті знання, уміння та навички в реальних життєвих ситуаціях, що принципово змінює мету, зміст та методи математичної освіти. Встановлено, що математична компетентність має дуалістичний характер, виступаючи як предметна для математики та як ключова для інших навчальних дисциплін, що підкреслює її універсальне значення у формуванні цілісної картини світу учнів.

Дослідження вікових особливостей формування математичних компетентностей засвідчило їх яскраво виражену специфіку, що зумовлює необхідність диференційованого підходу до організації навчального процесу. Для учнів 5-7 класів характерний перехід від конкретно-образного до абстрактно-логічного мислення, що вимагає поступового введення абстрактних математичних понять через практичну діяльність та ігрові методи. Учні 8-9 класів потребують активного залучення до проектної діяльності та кейс-методів, що сприяють формуванню аналітичного мислення та навичок розв'язування практичних проблем. Старшокласники 10-11 класів здатні до складного математичного моделювання та наукових досліджень, що створює можливості для формування високого рівня дослідницьких компетентностей.

Експериментальна перевірка розроблених методичних підходів продемонструвала їх високу ефективність порівняно з традиційними методами навчання. Статистично значущі позитивні зміни зафіксовано в усіх

досліджуваних компетентностях: математичній (приріст 25 – 30%), комунікативній (26 – 32%), цифровій (31 – 35%), дослідницькій (32 – 40%). Найвищі результати показали учні експериментальних груп у формуванні дослідницької компетентності в старших класах (+40%) та цифрової компетентності в молодших класах (+35,2%), що підтверджує доцільність диференційованого підходу до вибору методичних засобів.

Впровадження інтерактивних методів навчання та інформаційно-комунікаційних технологій кардинально змінило характер навчальної діяльності учнів та підвищило їх мотивацію до вивчення математики. Найефективнішими виявилися технологічний підхід (78% успішності), проектна діяльність (77%) та ігрові методи (72%) для молодших підлітків. Для учнів 8-9 класів найкращі результати показали кейс-методи (83 – 95% ефективності залежно від компетентності) та міжпредметні проекти.

Особливо значущими виявилися результати формування практико-орієнтованих компетентностей через розв'язування задач реального змісту. Екологічні завдання підвищили зацікавленість учнів з 45% до 80%, економічні кейси сформували розуміння практичної значущості математики у 89% учнів експериментальних груп. Математичне моделювання реальних процесів не лише поглибило математичні знання, а й сформувало цілісне розуміння ролі математики в сучасному суспільстві.

Дослідження виявило критичну важливість підготовки вчителів до впровадження інноваційних методичних підходів. Технічна невідповідність стала основною перешкодою для ефективного використання ІКТ-технологій. Водночас підготовка інтерактивного заняття потребувала на 40% більше часу порівняно з традиційним уроком, що вимагає перегляду системи планування навчального процесу.

Таким чином робота розкриває значущість сучасних методичних підходів до формування ключових компетентностей в учнів на уроках математики, та демонструє їх перспективність в подальшій модернізації навчального процесу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Байбакова О. О., Базиляк Н. О., Швець М. А. Комплексний підхід до розвитку ключових компетентностей у студентів вищої школи європейського освітнього простору. Академічні візії. 2024. № 32. 15 с. URL: <https://academy-vision.org/index.php/av/article/view/1285/1192>
2. Башманівська Л. та ін. Використання засобів ІКТ для розвитку навичок аудіювання здобувачів вищої освіти. Інформаційні технології і засоби навчання. 2024. Т. 101, № 3. С. 28–41. URL: <https://surl.li/iwnpos>
3. Біляніна О.Я., Науково-методичний супровід викладання предметів математичної освітньої галузі у 5–11 класах закладів освіти Чернівецької області у 2024/2025 н.р. URL: https://lic1malyshka.kiev.ua/sites/lic1malyshka.kiev.ua/files/inline-files/metod_chern_2024_2025-131-145.pdf
4. Благодир Л. А. Методична система аналізу та попередження математичних помилок у навчанні алгебри в основній школі : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2019. 277 с. URL: https://npu.edu.ua/images/file/vidil_aspirant/dicer/%D0%94_26.053.03/Blahodyr.pdf
5. Близненко К. О. Формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення показникових рівнянь та нерівностей : кваліф. робота магістра. Кропивницький, 2024. 85 с. URL: <https://surl.li/nzvent>
6. Бринь Н. Формування ключових компетентностей на уроках математики в умовах НУШ. 2019. URL: <https://naurok.com.ua/formuvannya-klyuchovih-kompetentnostey-na-urokah-matematiki-v-umovah-nush-125224.html>
7. Бурда М. Теоретичне обґрунтування компетентнісного підходу в підручниках для старшої школи. С. 197-199. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/726629/1/7%D0%B5%D0%B1_thesis_PSP_2021-1.pdf

8. Васянович Г. П., Логвиненко В. М. Використання інтерактивних методів навчання в процесі підготовки майбутніх фахівців із соціальної роботи. Львів : ЛДУБЖД, 2023. 158 с. URL: <https://surl.li/dgytcc>
9. Волотовська Т. П., Єпик Л. І., Лемешева Н. В. Роль ІКТ та інновацій у підготовці майбутніх фахівців в системі вищої освіти. Академічні візії. 2024. № 28. 12 с. URL: <https://academy-vision.org/index.php/av/article/view/906/816>
10. Горошкін І. О. Методичні підходи до створення системи вправ і завдань для організації іншомовного ситуаційного спілкування учнів 5–6 класів. Проблеми сучасного підручника. 2022. № 29. С. 52–60. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/734206/1/%D0%9F%D0%A1%D0%9F_29_%282022%29_w-53-61.pdf
11. Жук Ю. О., Гривко А. В. Особливості оцінювання результатів навчання учнів 5–6 класів. Загальна середня освіта України в умовах воєнного стану та відбудови : метод. порадник. Київ : Інститут педагогіки НАПН України, 2022. С. 55–78. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/739349/1/7.pdf>
12. Захарова Г., Лемешко К. Теоретичний аналіз визначення математичної компетентності учнів у роботах українських та зарубіжних вчених. Освіта. Інноватика. Практика. 2022. Т. 10, № 7. С. 32–38. URL: <https://www.oip-journal.org/index.php/oip/article/view/71/69>
13. Запорожченко Т. П. Реалізація компетентнісного підходу у системі підготовки майбутнього вчителя початкової школи : дис. ... канд. пед. наук. Чернігів, 2018. 298 с. URL: <https://surl.lt/jdzsyn>
14. Коваленко Р. Ю. Методичні особливості використання методів інтерактивного навчання інформатики учнів 10-11 класів : кваліф. робота магістра. Суми, 2024. 78 с. URL: <https://repository.sspu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/e195779e-a8a2-457f-9467-26e288a365ce/content>
15. Коломієць А. А. Теоретичні засади впровадження компетентнісного підходу у процес фундаментальної математичної підготовки фахівців технічних

спеціальностей. Педагогіка безпеки. 2019. № 1. С. 25–32. URL: <https://surl.li/gjznry>

16. Кривошея Т. М. Реалізація компетентнісного підходу до вивчення математики в контексті ідей нової української школи. Нова українська школа в умовах викликів сучасності : зб. тез доповідей. Маріуполь, 2019. С. 98–100. URL: https://repository.mu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/1733/1/nush_2019.pdf#page=99

17. Манченко О., Войтов Є., Жерновникова О., Розробка завдань майбутніми вчителями математики як запорука їх професійного зростання. 2022. С. 95-100. URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6251e24a-4161-4b99-88e3-19c0008855d7/content>

18. Міщенко Р., Нелін Є. Особливості формування математичної компетентності учнів 5 класів в умовах НУШ. Наукові записки Харківського національного педагогічного університету. 2022. № 2. С. 78–85. URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6251e24a-4161-4b99-88e3-19c0008855d7/content>

19. Міськова Н. М., Міськова І. О. Особливості запровадження компетентнісного підходу в навчанні математики у контексті нової української школи. Педагогічні науки. 2019. № 1. С. 98–105. URL: http://dspace.megu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/2396/1/Ppog_2019_1_15.pdf

20. Міськова Н. М., Кузьма М. І. Формування математичної компетентності молодших школярів засобами конструкторів LEGO. The 2nd International scientific and practical conference "Innovations in education: prospects and challenges of today". Sofia : International Science Group, 2024. С. 229–235. URL: https://books.google.dk/books?hl=en&lr=&id=k2HvEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA229&dq=info:l2qVB5g2PVAJ:scholar.google.com&ots=BkWqbvjvwa&sig=9BqhmdZFE6S8Do3s30A1W7Mi1PI&redir_esc=y - v=onepage&q&f=false

21. Міщенко Р., Нелін Є. Особливості формування математичної компетентності учнів 5 класів в умовах НУШ. 2022. С. 101 URL:

<https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6251e24a-4161-4b99-88e3-19c0008855d7/content>

22. Оврачук О. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти, 2003. С 17-19 URL: <https://surli.cc/ieiahd>

23. Осіпов О., Вербівський Д. С. Використання ІКТ на уроках інформатики в закладах загальної середньої освіти. Актуальні питання сучасної інформатики : матеріали доповідей VI Всеукраїнської науково-практичної конференції. Житомир, 2021. С. 119–122. URL: https://eprints.zu.edu.ua/35616/1/%D0%B7%D0%B1%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA_22-119-122.pdf

24. Паздрій В. Я. Використання інтерактивних ІКТ як важливий чинник конкурентоспроможності освітнього закладу в інформаційному суспільстві (на прикладі використання бізнес-симуляторів). Актуальні проблеми неперервної освіти в інформаційному суспільстві. Ужгород, 2020. С. 222–225. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6fa66677-9267-4c99-8a01-c082147246b3/content#page=222>

25. Піддячий М.І. Соціально-професійний розвиток: компетентності старшокласників та студентів. Розвиток сучасної освіти і науки: результати, проблеми, перспективи. Конін; Ужгород; Бельско-Бяла; Київ : Посвіт, 2019. Т. VII: Ідентичність і свобода в освіті та науці. С. 107-110. URL: <https://surl.li/esayef>

26. Редько В. Г. Технологія формування міжкультурної іншомовної комунікативної компетентності учнів 7–9 класів: ситуаційний підхід : методичні рекомендації для вчителів іноземних мов. Київ : Інститут педагогіки НАПН України, 2024. 78 с. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/743697/1/inoz.-metod.-rekomend.pdf>

27. Руденко Н. М., Антипова С. О. Застосування інтерактивних технологій та ІКТ на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. Молодий вчений. 2021. № 89.1. С. 271–276. URL: https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/34889/1/N_Rudenko_Antipova_S_ZTIZMSO.pdf

28. Сидоренко В. В. Концептуальні засади Нової української школи: ключові компетентності, ціннісні орієнтири, освітні результати. Методист. 2018. № 5. С. 4–21. URL: <https://surl.li/txtekr>
29. Стеценко Н. М. Особливості застосування інноваційних методів навчання з використанням ІКТ : дис. ... канд. пед. наук. Умань, 2023. 198 с. URL: <https://surl.li/nrjrqk>
30. Ткачов А. С. Система формування ключових компетентностей інтелектуально здібних учнів основної школи у процесі навчання суспільствознавчих предметів : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.09. Харків, 2018. 610 с. URL: http://hnpu.edu.ua/sites/default/files/files/2019/02/avtoref_Tkachov.pdf
31. Удовиченко О. М. та ін. Професійна підготовка майбутніх учителів інформатики: результати педагогічного експерименту. Фізико-математична освіта. 2018. Т. 1, № 15. С. 106–110. URL: https://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/journals/2018-V1-15-2/2018_1-15-2_Udovychenko_Ostroha_FMO.pdf
32. Хом'як О. А. Формування ключових і предметних компетентностей молодших школярів засобами інноваційних технологій навчання інтегрованого курсу «Я досліджую світ». Мелітополь : МДПУ, 2023. 145 с. URL: http://dspace.megu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/4259/1/ilovepdf_merged1.pdf
33. Хома О. М., Ліба О. М. Формування компетентностей у молодших школярів в контексті сучасних освітніх реформ. Маріуполь : МДУ, 2018. 98 с. URL: <https://surl.li/zanwkq>
34. Хомутовська К. П. Реалізація діяльнісного підходу у процесі формування ключових компетентностей здобувачів початкової освіти : кваліф. робота магістра. Маріуполь, 2024. 112 с. URL: <https://surl.lu/pvdwch>
35. Швай О. Л., Антонюк О. П. Розвиток критичного мислення майбутніх вчителів математики: теоретичні засади та практичні аспекти. Педагогічна Академія: наукові записки. 2024. № 12. С. 78–85. URL: <https://pedagogical-academy.com/index.php/journal/article/view/456/336>

36. Шпак С. М. Формування математичних компетентностей в учнів за новими програмами. 2018. URL: <https://naurok.com.ua/formuvannya-matematichnih-kompetentnostey-v-uchniv-za-novimi-programami-26147.html>
37. Штикова А., Пономарьова Н., Проблеми практичної реалізації особистісно-орієнтованого підходу в умовах НУШ. 2022. С. 150 URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6251e24a-4161-4b99-88e3-19c0008855d7/content>
38. Щербача О. В. Формування ключових компетентностей учнів початкової школи в умовах нової української школи : дис. канд. пед. наук. Запоріжжя, 2024. 245 с. URL: <https://dspace.znu.edu.ua/jspui/bitstream/12345/24802/1/Shcherbakha.pdf>
39. Яковенко Т. В. Формування ключових компетентностей на уроках математики з досвіду роботи вчителя математики. 2018. URL: <https://naurok.com.ua/formuvannya-klyuchovih-kompetentnostey-na-urokah-matematiki-osnovna-shkola-27697.html>
40. SIR модель [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://surl.li/cwdoix> (дата звернення: 16.09.2025).
41. Тест Шапіро-Вілка [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://surl.li/ovwoju> (дата звернення: 16.09.2025).
42. Інтерфейс GeoGebra [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://surl.li/xvgkwx> (дата звернення: 16.09.2025).
43. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. Математика: підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2022. 272 с.
44. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2023. 272 с.
45. Істер О.С. Алгебра: підручник для 7 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Генеза, 2023. 272 с.

46. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: підручник для 8 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2023. 240 с.
47. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Алгебра: підручник для 9 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2022. 288 с.
48. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (рівень стандарту): підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Ранок, 2023. 240 с.
49. Бурда М.І., Мальований Ю.І., Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень): підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Освіта, 2022. 272 с.
50. Піддячий М.І. Соціально-професійний розвиток: компетентності старшокласників та студентів. Розвиток сучасної освіти і науки: результати, проблеми, перспективи. Конін; Ужгород; Бельско-Бяла; Київ : Посвіт, 2019. Т. VII: Ідентичність і свобода в освіті та науці. С. 107-110.
51. Цмінський Є., Генсіцька-Антонюк Н. Сучасні методичні підходи до формування ключових компетентностей в учнів 5–11 класів на уроках математики: матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Підготовка педагогів до професійної діяльності в умовах змішаного навчання» Рівне : РВВ РДГУ. 2025. С.220-224.

ДОДАТОК

Діагностичні матеріали

А.1 Тест для оцінювання математичної компетентності учнів 5-7 класів
Інструкція для проведення тестування Тестування розраховано на 45 хвилин. Учням необхідно працювати самостійно, записуючи всі розв'язки та остаточні відповіді на наданому бланку. Використання чернетки дозволяється. Загальна кількість балів, яку можна набрати за тест, становить 10.

Комплекс завдань з арифметики, алгебри та геометрії

1. Обчисліть значення виразу: $(15.2 + 8.8) \div 2 - 3.5$ (1 бал)
2. Знайдіть 25% від числа 80. (1 бал)
3. Розв'яжіть рівняння: $3x - 5 = 10$ (2 бали)
4. Спростіть вираз: $2a + 3b - a + 5b$ (2 бали)
5. Периметр прямокутника дорівнює 24 см. Довжина однієї сторони — 8 см. Знайдіть площу цього прямокутника. (3 бали)
6. Побудуйте кут 120° і вкажіть його вид. (3 бали)

Критерії оцінювання за 10-бальною шкалою Кожне завдання оцінюється окремо, бали за правильні відповіді підсумовуються. Завдання 1 і 2 оцінюються в 1 бал кожне. Завдання 3 і 4 оцінюються в 2 бали кожне 5 і 6 оцінюються в 3 бали кожне. Повний бал за завдання присуджується за правильне розв'язання та вірну відповідь. Часткові бали можуть бути нараховані за правильний хід розв'язання, але з помилкою в обчисленнях.

А.2 Тест для оцінювання математичної компетентності учнів 8-9 класів

Завдання з алгебри, геометрії та елементів аналізу

1. Розв'яжіть нерівність: $2(x - 3) > 4x + 2$
2. Спростіть вираз. Знайдіть область визначення функції: $y = x - 4$
3. В трикутнику АВС кут С дорівнює 90° , а кут А — 30° . Знайдіть довжину катета ВС, якщо гіпотенуза АВ дорівнює 12 см.
4. Знайдіть площу круга, якщо довжина кола дорівнює 10π см.

Задачі підвищеної складності та нестандартні ситуації

5. Розглянемо задачу з підручника Бевз Г.П. «Алгебра 9 клас» (2022, с. 112, завдання №534):

«Два велосипедисти одночасно виїхали назустріч один одному з сіл А і В, відстань між якими 60 км. Швидкість першого велосипедиста на 2 км/год більша за швидкість другого. Вони зустрілися через 2 години. Знайдіть швидкість кожного велосипедиста.»

Розв'язання

Нехай швидкість другого велосипедиста x км/год, тоді швидкість першого $(x + 2)$ км/год. Звідси ми дізнаємось що за 2 години перший велосипедист проїхав $2(x + 2)$ км, а за 2 години другий проїхав $2x$ км. Разом вони проїхали 60 км

Отримаємо та розв'яжемо рівняння: $2(x + 2) + 2x = 60$

$$2x + 4 + 2x = 60$$

$$4x = 56$$

$x = 14$ км/год (швидкість другого)

$x + 2 = 16$ км/год (швидкість першого)

Відповідь: 14 км/год і 16 км/год.

6. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Рубрика оцінювання з деталізованими критеріями За кожне завдання з першої частини тесту нараховується 1 бал. Повний бал — за правильне і повне розв'язання. 1 бал — за вірний хід розв'язання, але з помилкою в обчисленнях. За кожну задачу підвищеної складності можна отримати до 3 балів. 3 бали — за повне, логічно обґрунтоване розв'язання. 2 бали — за правильний план розв'язання з незначною помилкою. 1 бал — за початок розв'язання або за правильне визначення ключових елементів задачі. Загальна максимальна кількість балів — 12.

А.3 Тест для оцінювання математичної компетентності учнів 10-11 класів
Завдання з математичного аналізу, алгебри та геометрії

1. Обчисліть границю функції: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
2. Знайдіть похідну функції: $f(x) = \sin(2x) + x^3 - 5$
3. Розв'яжіть логарифмічне рівняння: $\log_2(x - 1) = 3$
4. Знайдіть площу трикутника, якщо довжини двох його сторін дорівнюють 6 см і 8 см, а кут між ними — 60° .
5. Обчисліть об'єм циліндра з радіусом основи 4 см і висотою 10 см.

Задачі на математичне моделювання реальних процесів

6. Підприємство виробляє смартфони. Вартість виробництва одного смартфона складається з постійних витрат у 10000 грн і змінних витрат у 5000 грн за одиницю. Запишіть функцію, що описує загальні витрати $C(x)$ на виробництво x смартфонів. Побудуйте графік цієї функції для $x \in [0, 5]$.
7. Швидкість поширення радіохвилі в середовищі описується рівнянням $v(t) = 100e^{-0.1t}$, де t — час у секундах, а $v(t)$ — швидкість у метрах за секунду. Знайдіть швидкість радіохвилі через 5 секунд і проаналізуйте, як змінюється швидкість з часом.

Система оцінювання з урахуванням профільної спрямованості Кожне завдання з першої частини тесту оцінюється в 1 бал. Повний бал надається за правильне розв'язання. Часткові бали можуть бути надані за вірний хід розв'язання, але з помилкою в обчисленнях. Кожне завдання на математичне моделювання оцінюється в 3 бали. 3 бали — за повне розв'язання, включаючи побудову моделі, обчислення та аналіз результатів. 2 бали — за правильну побудову моделі та обчислення. 1 бал — за вірний початковий етап моделювання. Максимальна загальна кількість балів — 12.