

Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет

***ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ
В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ***

Практикум

Рівне 2024

УДК 51:373.5.091.33(076)

Т:33

Теоретико-методичні основи навчання математики у закладах загальної середньої освіти. Практикум. Рівненський державний гуманітарний університет. 2024. 38 с.

Автори:

Генсіцька-Антонюк Н. О. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики з методикою викладання РДГУ.

Рецензенти:

Павелків О.М. – кандидат педагогічних наук, професор кафедри математики з методикою викладання РДГУ.

Антонюк М. С. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри цифрових технологій та методики навчання інформатики РДГУ.

Рекомендовано до друку кафедрою математики з методикою викладання РДГУ (протокол № 10 від 19.10.2024 р.)

Затверджено навчально-методичною комісією факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету.

Протокол № 8 від «30» «жовтня» 2024 р

ЗМІСТ

Вступ	4
Практична робота 1. Логіко-математичний аналіз основних компонентів змісту навчального матеріалу	6
Практична робота 2. Форми, засоби і способи контролю знань. Прийоми роботи з твердженнями. Організаційні питання з методики математики.	8
Практична робота 3. Логіко-математичний аналіз методики вивчення функцій у старшій школі.	10
Практичне заняття 4. Логіко-математичний аналіз методики розв'язування рівнянь у старшій школі.	11
Практична робота 5. Логіко-математичний аналіз методики розв'язування нерівностей у старшій школі	12
Практична робота 6. Методика розв'язування задач з основ математичного аналізу у закладах загальної середньої освіти	12
Практична робота 7. Методика розв'язування задач з тем теорії ймовірностей, комбінаторики та математичної статистики	13
Практична робота 8. Методика вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі. Зображення фігур у просторі.	19
Практична робота 9. Методика побудови плоских перерізів об'ємних фігур	31
Практична робота 10. Методичні особливості навчання учнів координатному та векторному методів.	32
Практична робота 11. Методика вивчення многогранників	33
Практична робота 12. Методика вивчення тіл обертання	33
Практична робота 13. Методика розв'язування задач на комбінацію многогранника і тіла обертання та комбінацію круглих тіл	33
Список використаних джерел	35

ВСТУП

Навчання математики в сучасній школі — це не лише трансляція готових формул та алгоритмів, а складний процес формування логічного, критичного та стратегічного мислення учнів. Дисципліна «Теоретико-методичні основи навчання математики в закладах загальної середньої освіти» є фундаментом професійної підготовки майбутнього вчителя, оскільки вона поєднує глибокі знання математичної науки з психолого-педагогічними стратегіями їх викладання.

Мета та завдання практикуму

Даний практикум розроблений як логічне доповнення до лекційного курсу. Його основна мета — перетворити теоретичні знання про закономірності навчання на практичні вміння та навички. Під час виконання практичних робіт студенти мають навчитися:

- Аналізувати державні стандарти та навчальні програми з математики.
- Проектувати уроки різних типів, застосовуючи як класичні методи, так і інноваційні технології.
- Розробляти методику викладання конкретних тем з арифметики, алгебри та геометрії.
- Обирати оптимальні засоби наочності

Зміст практикуму охоплює два ключові модулі: загальні питання методики (цілі, зміст, методи та форми навчання) та спеціальну методику (особливості викладання конкретних ліній шкільного курсу).

Працюючи над завданнями, ви оволодієте методикою формування математичних понять, доведення теорем та розв'язування задач — від стандартних вправ до творчих завдань. Особлива увага приділяється діагностиці та корекції типових помилок учнів, що є критично важливим для професійної рефлексії вчителя.

Системне виконання завдань практикуму дозволить студенту сформулювати індивідуальний методичний стиль та підготуватися до проходження педагогічної практики.

Наприкінці курсу ви повинні не просто знати, *чому* навчати, а чітко розуміти, *як* навчити кожного учня будувати власну траєкторію успіху в межах математичної освітньої галузі.

Практична робота 1. Логіко-математичний аналіз основних компонентів змісту навчального матеріалу

Завдання 1. Виберіть по одному означенню з таблиці і виконайте логічний аналіз цих означень, тобто виділіть рід, термін і видові відмінності. Охарактеризуйте видові відмінності в кожному з вибраних вами означень.

Означення шляхом опису характеристичної властивості	Конструктивне означення	Запечечене означення	Рекурсивне означення	Означення через перелік	Означення у вигляді форми	Неявне означення початкових понять

Завдання 2. Знайдіть помилки в таких «означеннях» об'єктів.

1. Діаметром кола називається найбільша хорда, що проходить через центр.

2. Чотирикутник, у якого протилежні сторони рівні, називається паралелограмом.

3. Ромбом називається чотирикутник, у якого протилежні сторони паралельні, а дві суміжні рівні.

Завдання 3. Виберіть будь-яку теорему з курсу старшої школи і виконайте завдання:

1) Сформулюйте теорему.

2) Виділіть умову, висновок теореми. До яких фігур застосовна теорема?

3) Сформулюйте теорему із словами: «Якщо ..., то ...» (якщо теорема сформульована в категоричній формі).

4) Сформулюйте речення, обернене (протилежне, обернене до протилежного) сформульованому.

5) Відтворіть доведення теореми за новим кресленням, змінивши його положення і позначення елементів.

6) Складіть план доведення.

7) Назвіть аргументи, які використовувалися при доведенні.

8) Доведіть теорему іншим способом.

9) Розв'яжіть задачу на застосування теореми

Завдання 4. Виберіть будь-яке завдання з курсу математики старшої школи та запишіть алгоритм розв'язання.

Завдання 5. Проаналізуйте завдання контрольної роботи, подане нижче, що підсумовує вивчення розділу «Додавання та віднімання многочленів. Множення многочлена на одночлен» (алгебра, 7 клас). Чи відповідають умови задач із контрольної роботи зазначеним вимогам до системи контрольних завдань? Класифікуйте вміння, які необхідно проявити учням під час розв'язання роботи за вказаними 4-ма рівнями.

Завдання контрольної роботи

1°. Знайдіть значення многочлена $3x^2 - x + 2$ при $x = -1,1$.

2°. Перетворіть вираз у многочлен стандартного виду:

1) $(5a^2 - 2a - 3) - (2a^2 + 2a - 5)$;

2) $-2x(x^4 - 5x^2 + 3)$;

3) $-10x^6 - 5x^3(x - 2x^3)$.

3°. Розв'яжіть рівняння: $3x(2x + 0,7) - 4,8 = -0,3x(1 - 20x)$.

4°. Спростіть вираз $7a^2(4a - 5) - 2a(14a^2 - 3)$ і обчисліть його значення, якщо $a = -0,4$.

5°. Замість зірочки * запишіть такий многочлен, щоб утворилась тотожність:

$$* -(3x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 - 3xy$$

6°. Відміннику Віталіку треба розв'язати 95 задач, а хорошисту Мишкові — 60. Віталік за день розв'язує 7 задач, а Мишко — 6. Через скільки днів нерозв'язаних задач у Віталіка буде вдвічі більше, ніж у Мишка?

Завдання 6. Розробіть дослідницьке завдання з курсу математики.

Практична робота 2. Форми, засоби і способи контролю знань. Прийоми роботи з твердженнями. Організаційні питання з методики математики.

Завдання 1. Розробіть систему вправ, на основі виконання яких можна перевірити, чи достатньо повно засвоєне учнями правило додавання звичайних дробів.

Завдання 2. Розробіть завдання для перевірки вивчення способів розв'язування квадратних рівнянь на рівні застосування в знайомій ситуації і на рівні перенесення знань у нову ситуацію (завдання можна підбирати з різних дидактичних матеріалів і діючих підручників).

Завдання 3. Розробіть тести перехресного вибору і множинного вибору для перевірки розв'язування нерівності $(x - 2)^{x^2 - 6x + 8} > 1$.

Завдання 4. Розробити короткостроковий проєкт з математики (див. приклади <https://urok.osvita.ua/math/rozrobka-proektu/>)

Завдання 5. Прочитайте всіма наведеними способами(див. приклад нижче) такі твердження:

1. Кути суміжні \Rightarrow сума кутів дорівнює 180° .
2. Фігура трикутник \Rightarrow сума внутрішніх кутів дорівнює 180° .
3. Два числа від'ємні \Rightarrow сума чисел є число від'ємне.
4. Трикутник прямокутний \Rightarrow квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

Наприклад: Конструкція $A \Rightarrow B$ може читатися такими варіантами речень:

- якщо дано А, то В;
- оскільки дано А, то В;
- через те, що дано А, то В
- для того, щоб було дано А, необхідно, щоб В;
- для того, щоб В, досить, щоб було дано А.

Завдання 6. Складіть картку достатніх умов:

1. Що даний трикутник рівнобедрений;

2. Що дані прямі паралельні.

Завдання 7. Розглянути розроблений конспект уроку за посиланням:

<https://urok.osvita.ua/materials/math/uzagalnenna-ta-sistematizacia-znan-z-temi-obemi-ta-plosi-poverhon-geometricnih-til-tila-obertanna/>

Використавши запропоновану нижче схему аналізу уроку, проаналізуйте поданий вище урок. Загальна схема аналізу уроку математики може бути такою:

1. Загальні відомості про урок (тема, мета уроку, його місце в системі уроків, тип уроку, доцільність вибору саме такого типу).

2. Аналіз окремих етапів уроку (початок уроку, перевірка домашніх завдань, пояснення нового матеріалу, закінчення уроку тощо).

3. Дотримання дидактичних принципів навчання (науковість, доступність викладу, послідовність, індивідуальний підхід до учнів, зв'язок із життям).

4. Методи навчання (як подавався і закріплювався новий матеріал, чи був диференційований підхід до учнів, як організовувалась їхня самостійна робота, як перевірялося домашнє завдання).

5. Виховання учнів на уроці (виховання логічного мислення, культури поведінки, естетичних смаків учнів).

6. Використання засобів навчання (класна дошка, таблиці, моделі, засоби екранізації).

7. Психологічна обстановка на уроці (активність учнів, керування їхньою увагою, запам'ятовуванням, ставлення учителя до учнів, поведінка учнів і вчителя на уроці).

8. Оцінювання знань, умінь та навичок учнів.

9. Підготовленість учителя до уроку (загальна математична культура, мова, підготовленість до даного уроку).

10. Висновки та пропозиції.

Практична робота 3. Логіко-математичний аналіз методики вивчення функцій у старшій школі.

Завдання 1. Користуючись діючими програмами з математики для 10-11 класів, здійснити порівняльний аналіз змісту навчального матеріалу вивчення функцій на рівнях стандарту та поглибленому.

Завдання 2. Користуючись діючими підручниками, виокремити систему завдань на засвоєння знань з вивчення на рівнях стандарту та поглибленому: 1) степеневих функцій; 2) тригонометричних функцій; 3) показникової функції; 4) логарифмічної функції. Результати подайте у вигляді таблиці.

Завдання 3. Проаналізуйте умови та вимоги завдань та запропонуйте методику їх розв'язання

1. Знайти множину значень функцій: $y = 3 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$, $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x - 4$.
2. Знайти область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+3}}{3^x-1}$.
3. Знайти основний період функції $y = 2 \cos \frac{x}{8} + 3 \operatorname{tg} \frac{x}{8}$.
4. Побудуйте графік функцій: $y = \log_2(|x| + 3) - 1$, $y = \sin x + \sqrt{\sin^2 x}$.
5. Знайдіть нулі функції $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$.
6. Дослідіть на парність функцію: $f(x) = \frac{x \operatorname{tg} x}{2 - \cos x}$.
7. Знайдіть найменше і найбільше значення виразу $2 \sin^2 \alpha + 3 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.
8. Установіть графічно кількість коренів рівняння $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \sin x$.

Практична робота 4. Логіко-математичний аналіз методики розв'язування рівнянь у старшій школі.

Завдання 1. Користуючись діючими підручниками з математики для 10-11 класів рівня стандарту, виокремити логарифмічні та показникові рівняння за видами і методами розв'язування.

Завдання 2. Користуючись діючими підручниками з математики для 10-11 класів поглибленого рівня, виокремити тригонометричні рівняння за видами і методами розв'язування.

Завдання 3. Навести приклад методики розв'язування трансцендентного рівняння з використанням пакетів математичних програм.

Завдання 4. Виділіть основні можливі помилки учнів (з врахуванням передового педагогічного досвіду) при розв'язуванні ірраціональних рівнянь.

Завдання 4. Виконайте завдання діючого підручника з алгебри для поглибленого вивчення математики.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[6]{9 - 6x + x^2} + 2\sqrt[6]{3 - x} - 8 = 0$

2. Розв'яжіть рівняння $5x^2 + 10x + \sqrt{x^2 + 2x - 15} = 123$

3. Розв'яжіть рівняння $x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = 0$

4. Розв'яжіть рівняння $\cos(\arccos(4x - 9)) = x^2 - 5x + 5$

5. При яких значеннях параметра a рівняння $(a + x)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0$ на проміжку $(0; \frac{\pi}{2}]$ має єдиний корінь?

6. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{4^x - 2^x - 3} = \sqrt{4 \cdot 2^x - 7}$

7. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 9^x - 4 \cdot 3^{5-y} + 27 = 0 \\ \lg(2y - 3x) = \lg(4 - 4x + y) \end{cases}$$

Практична робота 5. Логіко-математичний аналіз методики розв'язування нерівностей у старшій школі

Завдання 1. Порівняти методику викладання теоретичного матеріалу розв'язування тригонометричних нерівностей у підручниках для 10 класу авторів А. Мерзляка та О. Істера для поглибленого вивчення математики.

Завдання 2. Користуючись діючими підручниками з математики для 11 класів рівня стандарту, виокремити логарифмічні та показникові рівняння за видами і методами розв'язування.

Завдання 3. Описати алгоритми розв'язування нерівностей:

1. $\log_{0,1}(x^2 - 3x - 4) \geq \log_{0,1}(x + 1)$

2. $\sqrt{2x + 7} \leq x + 2$

3. $\sin(1 - 2x) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x > 5$

5. $\frac{(3x-2)(4-x)}{(x+3)(x-1)} > 0$

Завдання 4. Проаналізувати можливі помилки, які можуть допускати учні при розв'язуванні логарифмічних і показникових нерівностей.

Завдання 5. Розв'язати нерівність методом систем та методом інтервалів:

$$(x^2 - 9)\sqrt{16 - x^2} \geq 0.$$

Практична робота 6. Методика розв'язування задач з основ математичного аналізу у закладах загальної середньої освіти

Завдання. Опишіть методику розв'язування задач:

1. Матеріальна точка рухається по координатній прямій за законом $s(t) = (t + 2)^2(t + 5)$ (переміщення вимірюють у метрах, час – у секундах). Знайдіть її швидкість руху в момент часу $t_0 = 3$ с.

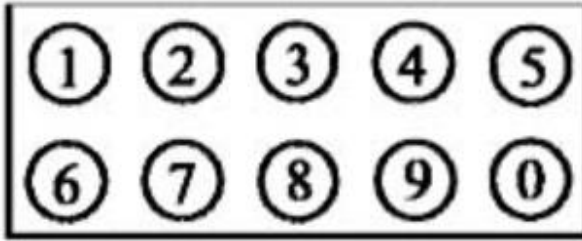
2. Знайдіть похідну функції $y = \frac{2x^2+1}{3x-2}$.
3. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \sqrt{2x+2}$ у точці $x_0 = 1$.
4. Дослідіть функцію $f(x) = x^4 + 4x^2 - 5$ та побудуйте графік. Опишіть алгоритм дослідження функції.
5. Матеріальна точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 3t^2 + 1$ (м/с). Знайти переміщення точки за перші дві секунди руху.
6. Обчислити $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$, використовуючи геометричний зміст інтеграла.
7. Обчислити за допомогою визначеного інтеграла площу криволінійної трапеції обмеженої лініями $y = \sin x$, $x = \frac{\pi}{3}$ і $x = \pi$.
8. Знайти об'єм тіла, яке утворилося внаслідок обертання навколо осі утворилося внаслідок обертання навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$ і $x = 2$.

Практична робота 7. Методика розв'язування задач з тем теорії ймовірностей, комбінаторики та математичної статистики

Завдання 1. Класифікуйте подані задачі за темами(основні правила комбінаторики, розміщення, комбінації, частота та ймовірність, початкові відомості про статистику):

1. Скільки всього існує різних дробів $\frac{m}{n}$, де m набуває значень 1, 2 або 4, а n набуває значень 5, 7, 11, 13 або 17?
2. Скільки всього існує різних двоцифрових чисел, у яких перша цифра є парною, а друга – непарною?
3. Кодовий замок на дверях має десять кнопок, на яких нанесено десять різних цифр. Щоб відчинити двері, потрібно одночасно натиснути три кнопки, цифри на яких складають код

замка. Скільки існує варіантів коду замка, якщо коди, утворені перестановкою цифр, є однаковими?



4. Заступник директора школи складає розклад уроків для 10 класу. Він запланував на понеділок 6 уроків з таких предметів: біологія, англійська мова, геометрія, географія, хімія, фізична культура. Скільки всього існує різних варіантів розкладу уроків на цей день, якщо урок фізичної культури має бути останнім у розкладі?

5. Скільки всього різних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 8, 9 так, щоб у числах цифри не повторювалися?

6. Студент на першому курсі має обрати одну із трьох іноземних мов, яку вивчатиме, та одну з п'яти спортивних секцій, що відвідуватиме. Скільки всього існує варіантів вибору студентом іноземної мови і спортивної секції?

7. Марійка зірвала на клумбі 9 нарцисів та 4 тюльпани. Скільки всього існує способів вибору із цих квітів 3 нарцисів та 2 тюльпанів для букета?

8. У магазині наявності є 10 видів тортів та 15 видів пачок печива. Скільки всього є способів вибору в цьому магазині або одного торта, або трьох різних пачок печива для святкового вечора?

9. Для перевезення дітей формують колону, яка складається із п'яти автобусів і двох супровідних автомобілів: одного на чолі колони, іншого – позаду неї. Скільки всього існує різних способів розташування автобусів і супровідних автомобілів у цій колоні?

10. З натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?

11. Піцерія пропонує послугу «Зроби піцу сам», що передбачає вибір клієнтом добавок для піци. Серед добавок – 8 м'ясних (ковбаса, шинка та ін.) і 9 овочевих (цибуля, перець та ін.). Клієнт вибирає дві м'ясні добавки, однією з яких обов'язково має бути шинка, і 3 овочевих, за винятком цибулі. Скільки всього існує варіантів такого вибору добавок клієнтом?

12. У фінал пісенного конкурсу вийшло 3 гурти та 4 солісти. Порядковий номер виступу фіналістів визначають жеребкуванням. Скільки всього є варіантів послідовностей виступів фіналістів, якщо спочатку виступатимуть гурти, а після них – солісти? Вважайте, що кожен фіналіст виступатиме у фіналі лише один раз.

13. У магазині в продажу є 6 видів тарілок, 8 видів блюдець та 12 видів чашок. Олена збирається купити бабусі в подарунок у цьому магазині або чашку та блюдо, або лише тарілку. Скільки всього є способів в Олени купити бабусі такий подарунок?

14. Довідкову інформацію почергово промовляють по одному разу п'ятьма мовами: українською, англійською, німецькою, польською та російською. Скільки всього є варіантів послідовностей озвучування цієї інформації даними мовами, якщо спочатку її промовляють українською?

15. Компанія з шести дорослих, в яких лише двоє мають посвідчення водія, сідають в автомобіль, у якому окрім місця водія є ще п'ять пасажирських місць. Скільки всього є способів у цих шести осіб зайняти місця в автомобілі, якщо на місці водія має бути особа з відповідним посвідченням?

16. На екзамен винесено 60 запитань. Студент не вивчив три з них. Знайдіть ймовірність того, що йому випадє вивчене запитання.

17. В середньому з 1 400 садових насосів, які поступають в продаж, 7 підтікають. Знайдіть ймовірність того, що один випадково вибраний для контролю насос не підтікає.

18. Фабрика випускає сумки. В середньому 8 сумок із 100 мають скриті дефекти. Знайдіть ймовірність того, що куплена сумка виявиться без дефектів.

19. При виробництві в середньому на кожні 2 982 робочі насоси припадає 18 неробочих. Знайдіть ймовірність того, що випадково вибраний насос виявиться неробочим.

20. В деякому місті із 5 000 новонароджених 2 512 хлопчиків. Знайдіть частоту народження дівчаток в цьому місті. Результат округліть до тисячних.

21. На борті літака 12 крісел розміщені біля запасного виходу і 18 – за перегородками, які розділяють салони. Всі ці місця зручні для пасажирів високого зросту. Інші місця – незручні. Пасажир В. високого зросту. Знайдіть ймовірність того, що на реєстрації при випадковому виборі місця пасажиру В. дістанеться зручне місце, якщо в літаку усього є 300 місць.

22. На олімпіаді з математики 250 учасників розмістили в трьох аудиторіях. В перших двох вдалося розмістити по 120 людей, а усіх інших перевели в запасну аудиторію в іншому корпусі. Знайдіть ймовірність того, що випадково вибраний учасник писав олімпіаду у запасній аудиторії.

23. Ймовірність того, що новий DVD-програвач протягом року поступить в гарантійний ремонт, дорівнює 0,045. В деякому місті із 1 000 проданих DVD-програвачів протягом року в гарантійний ремонт поступив 51 програвач. На скільки відрізняється відносна частота події «гарантійний ремонт» від його ймовірності в цьому місті?

24. Студенти двох груп (у перші 20 студентів, а у другій – 25) обирають по одному представнику з кожної групи для участі в деякому студентському заході. Знайдіть ймовірність того, що учасниками заходу будуть обрані старости цих груп. Вважайте, що всі студенти кожної групи при цьому мають однакові шанси стати учасниками заходу, а у кожній групі є один староста.

25. У відділі працює певна кількість чоловіків і жінок. Для анкетування навмання вибрали одного із співробітників.

Ймовірність того, що це чоловік дорівнює $\frac{2}{7}$. Знайдіть

відношення кількості жінок до кількості чоловіків, які працюють у цьому відділі.

26. Пасічник зберігає мед в однакових закритих металевих бідонах. Їх у нього 12: у 3-ох бідонах міститься квітковий мед, у 4-ох – мед з липи, у 5-ти – мед з гречки. Знайдіть ймовірність того, що перший навмання відкрити бідон буде містити квітковий мед.

27. На полиці розміщено 16 книг, з яких 6 книг – історичні романи, а решта – детективи. Знайдіть ймовірність того, що перша книга, навмання взята з полиці, буде детективом.

28. У лотереї 10 виграшних білетів і 290 білетів без виграшу. Яка ймовірність того, що перший придбаний білет цієї лотереї буде виграшним?

29. Яка ймовірність того, що випадково вибраний номер телефону закінчується двома парними цифрами?

30. Ймовірність того, що у випадковий момент часу температура тіла здорової людини виявиться нижче ніж $36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$, дорівнює $0,81$. Знайдіть ймовірність того, що у випадковий момент часу в здорової людини температура виявиться $36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ або вище.

31. Майстер обслуговує лише три верстати: 20% робочого часу він обслуговує перший верста, 30% – другий, 50% – третій. Обчисліть ймовірність того, що в навмання вибраний момент робочого часу майстер обслуговує перший або третій верстат.

32. У туриста є 10 однакових за розмірами консервних банок, серед яких 4 банки – з тушкованим м'ясом, 6 банок – з рибою. Під час зливи етикетки відклеїлися. Турист навмання взяв одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з рибою?

33. Кожну грань кубика пофарбували або в синій, або в жовтий колір. Ймовірність того, що при підкиданні кубика випаде

синя грань, дорівнює $\frac{1}{3}$. Скільки всього граней кубика пофарбували в жовтий колір?

34. Комп'ютерна програма видаляє у восьмицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 12506975 буде видалено цифру 5?

35. У торбинці лежать 3 цукерки з молочного шоколаду та m цукерок з чорного шоколаду. Усі цукерки – однакової форми та розміру. Якого найменшого значення може набувати m , якщо ймовірність навмання витягнути з торбинки цукерку з молочного шоколаду менша за 0,25.

36. Спортсмен робить один постріл у мішень. Ймовірність того, що він влучить у мішень, у 7 разів більша за ймовірність того, що він у неї не влучить. Обчисліть ймовірність того, що спортсмен влучить у мішень.

37. У кіоску продають морозиво 12 різних видів, з яких 4 види – з горіхами, а решта – фруктові. Яка ймовірність того, що вибраний навмання покупцем один вид морозива буде фруктовим?

38. На екзамені з геометрії учень відповідає на одне запитання із списку екзаменаційних питань. Ймовірність того, що це буде питання з теми «Вписане коло», дорівнює 0,2. Ймовірність того, що це буде питання з теми «Паралелограм», дорівнює 0,15. Питань, які належать до даних двох тем одночасно немає. Знайдіть ймовірність того, що на екзамені учневі дістанеться питання з однієї із даних тем.

39. В магазині стоять два платіжних автомата. Кожен з них може бути несправним з ймовірністю 0,05 незалежно іншого автомата. Знайдіть ймовірність того, що хоча б один автомат несправний.

40. Знайдіть розмах, моду, медіану й середнє значення ряду даних деякої величини X : $-3, -2, -2, -1, 0, 2, 2, 2, 3, 5$. Побудуйте полігон частот значень величини X . Укажіть на рисунку розмах, моду й медіану заданого ряду даних.

Завдання 2. Подайте методику розв'язування задач з кожної теми із завдання 1.

Практична робота 8. Методика вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі. Зображення фігур у просторі.

Завдання 1. Виконати завдання зовнішнього незалежного оцінювання

1. Пряма b немає спільних точок з площиною α . Які з наведених тверджень є правильними?

I. Через пряму b можна провести лише одну площину, перпендикулярну площині α .

II. Через пряму b можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

III. У площині α можна провести лише одну пряму, паралельну прямій b .

	А	Б	В	Г	Д
	лиш	лиш	лиш	лиш	I
є I		є II	є I, II	є II, III	, II, III

2. Які з наведених тверджень є правильними?

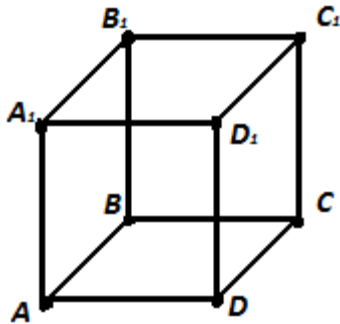
I. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину.

II. Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині.

III. Якщо дві різні площини, паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою.

	А	Б	В	Г	Д
	лиш	лиш	лиш	лиш	I
є I		є I і II	є I, III	є II, III	, II, III

3. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між парою прямих та їх взаємним розміщенням.



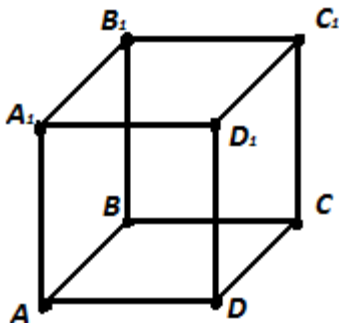
Пара прямих

1. AC і CC_1
2. AB_1 і CD_1
3. AC і DC_1
4. AB_1 і C_1D

Взаємне розміщення прямих

- А. прями паралельні
- Б. прями мимобіжні
- В. прями перетинаються і утворюють прямий кут
- Г. прями перетинаються і утворюють кут 45°
- Д. прями перетинаються і утворюють кут 60°

4. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д), щоб утворилося правильне твердження.

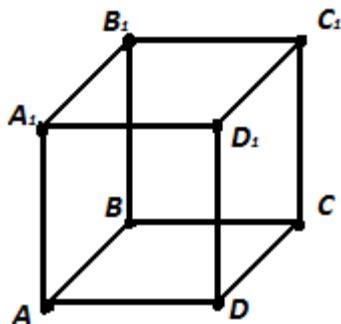


Початок речення

Закінчення речення

- | | |
|-----------------|---|
| 1. Пряма CB | А. паралельна площині AA_1B_1V |
| 2. Пряма CD_1 | Б. перпендикулярна площині AA_1B_1V |
| 3. Пряма AC | В. належить площині AA_1B_1V |
| 4. Пряма A_1V | Г. має з площиною AA_1B_1V лише дві спільні точки |
| | Д. утворює з площиною AA_1B_1V кут 45° |

6. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1 см. Обчисліть відстань від точки A до прямої $B_1 C_1$.



А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	$\sqrt{2}$ см	3 см	1,5 см

7. Точка M не належить площині α . Які з наведених тверджень є правильними?

I. Через точку M можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

II. Через точку M можна провести лише одну площину, перпендикулярну площині α .

III. Через точку M можна провести лише одну площину, яка перетинає площину α під кутом 45° .

А	Б	В	Г	Д
лиш	лиш	лиш	лиш	I
є I	є II	є I і III	є II і III	, II, III

8. Які з наведених тверджень є правильними?

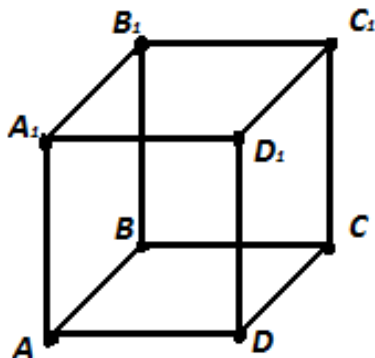
I. Якщо коло з площиною має дві спільні точки, то всі точки кола належать цій площині.

II. Якщо три вершини паралелограма належать площині, то всі точки паралелограма належать цій площині.

III. Якщо круг і площина мають три спільні точки, то всі точки круга належать цій площині.

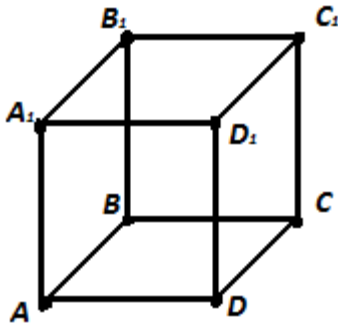
А	Б	В	Г	Д
ли	ли	ли	ли	ли
ше II	ше III	ше I і II	ше I і III	ше II і III

9. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між заданими кутами (1-4) та їхніми градусними мірами (А-Д).



- | | | |
|----|---------------------------------|---------------|
| 1. | Кут між прямими AA_1 і DC_1 | А. 0° |
| 2. | Кут між прямими DC і A_1C_1 | Б. 30° |
| 3. | Кут між прямими AB_1 і A_1D | В. 45° |
| 4. | Кут між прямими BB_1 і DD_1 | Г. 60° |
| | | Д. 90° |

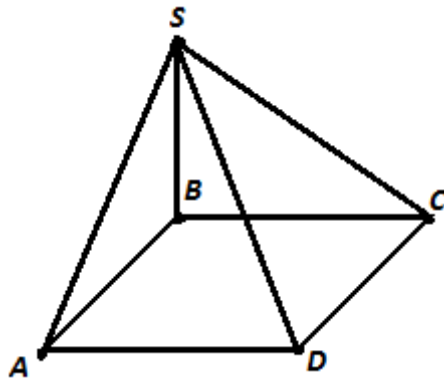
10. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Обчислити градусну міру кута між прямими AB_1 і DD_1 .



А	Б	В	Г	Д
0°	30°	45°	60°	90°

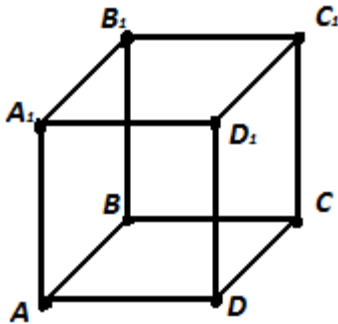
11. З вершини B квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SB до площини цього квадрата (див. рис.). Яке з наведених тверджень є правильним?

- I. $\angle SBA = 90^\circ$
- II. $\angle SAD = \angle SDA$
- III. $\angle SAD = 90^\circ$



А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише I і III	лише III	I, II, III

12. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яка з наведених прямих паралельна площині $(AA_1 B_1)$?



А	Б	В	Г	Д
BC	BD	C_1D	CB_1	A_1B

13. В просторі задано пряму a і точку M , яка не належить цій прямій. Скільки всього прямих, що перетинають пряму a , можна провести перпендикулярно до неї через точку M ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одну	дві	три	безліч

14. У просторі задано пряму b і точку A , що не належить цій прямій. Скільки всього існує різних площин, які проходять через точку A і не мають спільних точок з прямою b ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	лише одну	лише дві	лише три	безліч

15. Прямі a і b мимобіжні. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Прямі a і b перетинаються.

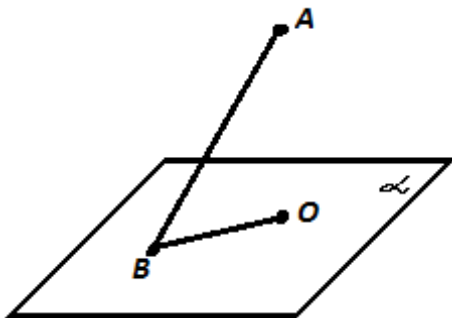
II. Прямі a і b лежать в одній площині.

III. Існує пряма, паралельна прямій a , що перетинає пряму

b .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і II	лише III	I, II, III

16. Відрізок OB є проєкцією похилої AB на площину (див. рис.). Яке з наведених тверджень є правильним?



- I. Відрізки AB і OB перпендикулярні
- II. Відрізки AB і OA перпендикулярні
- III. Відрізки OB і OA перпендикулярні

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II та III	лише I і II	лише III	лише II

17. Точка A належить площині α . Які з наведених тверджень є правильними?

I. Через точку A можна провести пряму, перпендикулярну до площини α .

II. Через точку A можна провести площину, перпендикулярну до площини α .

III. Через точку A можна провести площину, паралельну площині α .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II та III	лише II	лише I і II	I, II і III

18. Площини α і β паралельні. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Існує пряма, що лежить в площині α і в площині β .

II. Якщо пряма, перпендикулярна до площини α , то вона перпендикулярна до площини β .

III. Якщо пряма лежить у площині α , то вона паралельна будь-якій прямій у площині β .

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

лише I	лише I та II	лише II	лише II і III	лише III
--------	--------------	---------	---------------	----------

19. Задано дві мимобіжні прямі a і b . Скільки існує різних площин, які проходять через пряму a та є паралельними прямій b ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одна	дві	три	безліч

20. У просторі задано дві прямі m і n . Які з наведених тверджень є правильними?

I. Існує площина, що містить обидві прямі m і n .

II. Існує пряма, що перетинає обидві прямі m і n .

III. Існує точка, що належить обом прямим m і n .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише II та III	лише III	лише I та II

21. У просторі задано пряму t і точку A , що не належить прямій t . Які з наведених тверджень є правильними?

II. Через точку A можна провести лише одну площину, паралельну прямій t .

III. Через точку A можна провести лише одну площину, перпендикулярну до прямої t .

А	Б	В	Г	Д
лише I та II	лише I і III	лише III	лише II і III	I, II та III

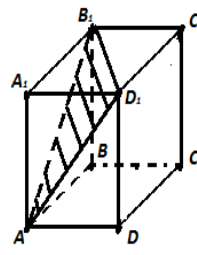
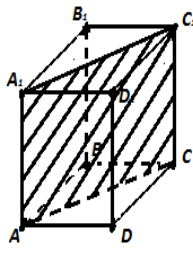
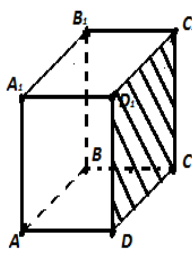
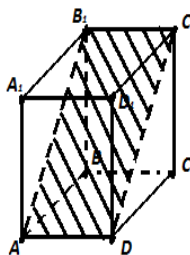
22. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямокутний паралелепіпед. У відповідності площину (1-4) та паралельну їй пряму (А-Д).

1. $AB_1 C_1$

2. $DD_1 C_1$

3. $AA_1 C_1$

4. $AB_1 D_1$



Пряма

А BC

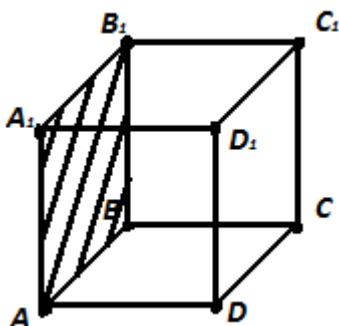
Б A_1D

В A_1B

Г BD

Д DD_1

23. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1-4) доберіть закінчення (А-Д) так, щоб утворилось правильне твердження.



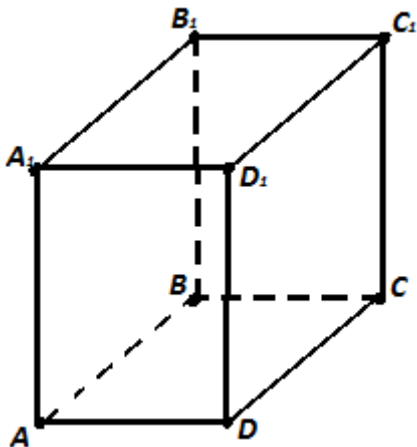
Початок речення

1. Пряма CB
2. Пряма CD_1
3. Пряма AC
4. Пряма A_1B

Закінчення речення

- А. Паралельна площині AA_1B_1V
- Б. Перпендикулярна до площини AA_1B_1V
- В. Належить площині AA_1B_1V
- Г. Має з площиною AA_1B_1V лише дві спільні точки
- Д. Утворює з площиною AA_1B_1V кут 45°

25. На рисунку зображений прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1-3) доберіть закінчення (А-Д) так, щоб утворилось правильне твердження.



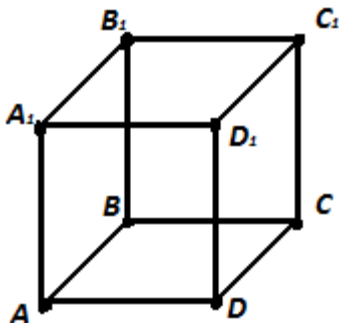
Початок речення

1. Пряма BD
2. Пряма A_1C_1
3. Площина ABC_1

Закінчення речення

- А. Паралельна площині ABC
- Б. Належить площині ABC
- В. Перпендикулярна до площини ABC
- Г. Паралельна прямій CD
- Д. Перпендикулярна до прямої CD

26. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1-3) доберіть закінчення (А-Д) так, щоб утворилось правильне твердження.



Початок речення

Закінчення речення

1. Точка C_1
симетрична точці A_1 відносно
площини

А. (AA_1B_1)

2. Пряма
 AD паралельна площині

Б. (DD_1C_1)

3. Пряма CC_1 є
прямою перетину площин
 (BB_1C_1) та

В. $(A_1B_1C_1)$

Г. (AA_1D_1)

Д. (BB_1C_1)

Завдання 2. Описати методику побудови:

Трикутник $A_1B_1C_1$ є зображенням рівностороннього трикутника ABC , точка M_1 – зображення деякої точки M , що належить трикутнику, але не лежить на його сторонах. Побудуйте

зображення перпендикулярів, опущених із точки M на сторони AC і AB .

Практична робота 9. Методика побудови плоских перерізів об'ємних фігур

Завдання 1. Коротко опишіть методику побудови перерізу до задач:

1. Побудуйте переріз піраміди $SABC$ площиною, що проходить через ребро SB і точку K , яка лежить на ребрі AC .

2. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Побудуйте пряму перетину площин, що проходять через точки A, C, D_1 і A, C, B_1 .

3. Побудуйте переріз даної призми $ABCDE A_1 B_1 C_1 D_1 E_1$ площиною, що проходить через точки M, N, P (M належить ребру EE_1 , N – ребру CC_1 , P – грані $AA_1 B_1 B$).

4. Побудуйте переріз піраміди $SABCDE$ площиною, що проходить через діагональ основи AD і паралельна бічному ребру SE .

5. Основою правильної призми є шестикутник із стороною 3 дм, висота призми дорівнює 13 дм. Знайдіть площу перерізу, проведеного через дві протилежні сторони верхньої і нижньої основ призми.

Завдання 2. Побудувати рисунка до задач:

1. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою a і кутом α при вершині. Площа перерізу, що проходить через бічну сторону нижньої основи та протилежну вершину основи, утворює з основою кут φ . Знайдіть об'єм призми.

2. У циліндрі паралельно його осі проведено площину, що перетинає нижню основу по хорді a , яка стягує дугу α . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом φ . Знайдіть площу перерізу, якщо радіус циліндра дорівнює R .

3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з кутом β при вершині. Через дві рівні діагоналі двох бічних граней, кут між якими дорівнює α , проведено переріз,

площа якого дорівнює S . Знайдіть об'єм циліндра, описаного навколо даної призми.

4. В основі прямої призми лежить ромб з тупим кутом β . Переріз, проведений через більшу діагональ нижньої основи і протилежну вершину верхньої основи, нахилений до основи під кутом φ . Площа перерізу дорівнює S . Знайдіть, бічну поверхню циліндра, вписаного в дану призму.

5. Площина перетинає сферу. Діаметр сфери, проведений в одну із точок перерізу, має довжину $4\sqrt{2}$ дм і утворює з площиною кут 45° . Знайти довжину лінії перетину.

Практична робота 10. Методичні особливості навчання учнів координатному та векторному методів.

Завдання 1. Підберіть набір математичних задач із курсу геометрії 10 класу, на прикладі розв'язування яких можна буде перевірити сформованість в учнів понятійного апарату та умінь застосовувати координатний метод.

Завдання 2. Проаналізуйте підручники з геометрії і дайте відповіді на питання:

1) Яке трактування поняття «вектор» прийняте кожним авторським колективом?

2) Які елементи векторного апарату та в яких класах вводяться?

3) Чи дозволяє система завдань сформуванню понятійний апарат, окремі компоненти векторного методу та векторний метод розв'язування задач?

Завдання 3.

1. Дано правильну чотирикутну піраміду $SABCD$, у якій бічні ребра нахилені до площини основи під кутом α , точка K — середина ребра BS . Знайдіть кут φ між прямими AK й SC . Не розв'язуючи задачу, вкажіть, яке розташування системи координат найбільш доцільне для її розв'язування.

2. До вершини куба прикладені три сили в 1 Н, 2 Н, 3 Н, спрямовані по діагоналях граней куба, що проходять через цю вершину. Знайдіть величину рівнодійної цих трьох сил.

Практична робота 11. Методика вивчення многогранників

Завдання 1. Проаналізувати програму та підручники з теми вивчення: коротко охарактеризувати і вказати відмінності (рівня стандарту та профільного).

Завдання 2. Скласти задачі за готовими рисунками на знаходження елементів многогранників згідно програмних результатів навчання учнів (по 5 задач на призму і піраміду).

Завдання 3. Проаналізувати актуальність і види задач на комбінацію многогранників в підручниках профільного і поглибленого рівнів вивчення та навести методику розв'язування однієї з задач.

Практична робота 12. Методика вивчення тіл обертання

Завдання 1. Проаналізувати діючу програму з математики з теми дослідження: навчальний матеріал та програмні результати.

Завдання 2. Здійснити порівняльний аналіз введення означень тіл обертання в діючих підручниках.

Завдання 3. Запропонувати задачі (з підручника і свої) на розгортки циліндра і конуса (по 3 задачі).

Завдання 4. Запропонувати задачі практичного спрямування при вивченні тіл обертання і розв'язати їх (по одній задачі на всі тіла обертання).

Практична робота 13. Методика розв'язування задач на комбінацію многогранника і тіла обертання та комбінацію круглих тіл

Завдання 1. Описати методику побудови рисунка до задач:

1. У кулю радіуса R вписано правильну чотирикутну піраміду. Визначити об'єм цієї піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо її основи, дорівнює r .

2. Радіус основи конуса дорівнює 39 см, а висота – 52

см. У нього вписано циліндр такої висоти, що його бічна поверхня рівновелика бічній поверхні малого конуса, який стоїть на його верхній основі. Знайдіть висоту циліндра.

3. Навколо кулі описано зрізаний конус, в якого твірна нахилена до основи під кутом α . Визначте повну поверхню зрізаного конуса, якщо радіус кулі дорівнює r .

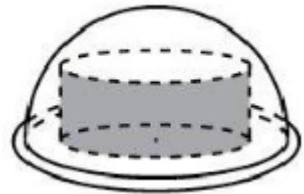
Завдання 2. Розв'язати задачі:

1. Твірна конуса нахилена до площини основи під кутом φ . Відстань від вершини конуса до центра вписаної в нього кулі дорівнює d . Знайти повну поверхню кулі.

2. У циліндр, твірна якого дорівнює l , вписано піраміду так, що її основу — правильний трикутник — вписано в основу циліндра, а вершина лежить у другій основі циліндра. Знайдіть бічну поверхню піраміди, коли відомо, що дві бічні грані піраміди перпендикулярні до її основи, а третя утворює з основою двогранний кут α .

3. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює a ; переріз, проведений через протилежні сторони основ, утворює з основою призми кут α . Знайдіть площу бічної поверхні описаного циліндра.

4. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідини використовують посудину циліндричної форми, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери. Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим круга. Укажіть найбільше з наведених значень, що може дорівнювати висота посудини, якщо не торкається кришки.



А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	6 см	7 см	8 см

Список використаних джерел

1. Авраменко О.В., Лутченко Л.І., Ретунська В.В., Ріжняк Р.Я., Шлянчак С.О. Інноваційні та сучасні педагогічні технології навчання математики: Посібник для спецкурсу. Кіровоград: КДПУ, 2009. 200 с.
2. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посіб. Київ: Вища шк., 1989. 367 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 336 с.
4. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: алгебра і початки аналізу. рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.: іл.
5. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і потачки аналізу: (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закл. заг серед. освіти. Київ: Генеза, 2018. 488 с.: іл.
6. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і потачки аналізу: (профільний рівень): підруч. для 11 кл. закл. заг серед. освіти. Київ: Генеза, 2019. 416 с.: іл.
7. Істер О. С., Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти Київ: Генеза, 2018. 384 с.: іл.
8. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: поглиблений рівень. Харків: Гімназія, 2018. 416 с.
9. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу. 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: поглиблений рівень. Харків: Гімназія, 2019. 304 с.
10. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень. Харків: Гімназія, 2018. 400 с.

11. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу. 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень. Харків: Гімназія, 2019. 352 с.
12. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М.С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 256 с.
13. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL: <https://cutt.ly/5TXyf8j>
14. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: <https://cutt.ly/sTXylyI>
15. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх закладів (для класів з поглибленим вивченням математики). URL: <https://cutt.ly/1TXycZZ>
16. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів : академ. рівень. Харків: Ранок, 2010. 416 с.
17. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів : академ. рівень. Харків: Ранок, 2019. 240 с.
18. Нелін Є.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Ранок, 2018. 328 с.
19. Слєпкань З. І Методика навчання математики. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
20. Швець Л. (2013) Розвиток умінь старшокласників виконувати просторові зображення: вступ до стереометрії // Математика в сучас. Шк. : наук.-метод. Журн. № 1. С. 17-23.
21. Якимович В. (2008) Теоретико-педагогічні засади розробки змісту навчання методів розв'язування стереометричних задач на побудову // Математика в школі. К. № 11-12. С. 55-61

22. Філон Л. Вивчення елементів стереометрії в курсі математики основної школи: автореф. Дис. На здобуття наукового ступеня канд. Пед. Наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання». К. 19 с.

23. Фіцула М. М. (2002) Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. К.: Видавничий центр «Академія». 528 с.

24. Тесленко І. (1954) Формування геометричних уявлень і розвиток просторової уяви учнів // Радянська школа. К. № 10. С. 27-34

25. Тести ЗНО онлайн. Завдання за темами з математики. URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/tema.html>.

26. Кобко Л. (2014) Аналогія: планіметрія – стереометрія // Математика в рід. Шк. : наук.-метод. Журн. № 11. С. 16-24

27. Істер О. (2018) Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза. 384 с.

28. Істер О., Єргіна О. (2018) Геометрія: (поглибл. Рівень): підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза. 384 с.

29. Істер О., Єргіна О. (2018) Геометрія: (проф. рівень): підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза. 368 с.

30. Нелін Є. (2010) Геометрія: дворівневий підручник для 10 кл. загальноосв. Навч. Закладів : академ. І проф. рівні. Х: Гімназія. 240 с.

31. Мерзляк А., Номіровський Д., Полонський В., Якір М. (2018) Геометрія: профільний рівень: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія. 240 с.

32. Мерзляк А., Номіровський Д., Полонський В., Якір М. (2018) Геометрія: початок вивчення на поглибл. Рівні з 8 кл, проф. рівень: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія. 272 с.

33. Мерзляк А., Номіровський Д., Полонський В., Якір М. (2018) Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень

стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія. 256 с.

34. Лов'янова І.В. Методика сучасного уроку математики. Методична розробка для студентів заочників фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. м. Кривий Ріг: КДПУ, Кафедра математики, 2002. 28 с.

35. Лов'янова І.В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг: КДПУ, 2009. 237 с.

36. Черкаська Л. П., Москаленко О. А., Москаленко Ю. Д. Методика навчання математики у вищій школі :метод. рек. до проведення практ. занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2021. 67 с.

37. Лабораторний практикум з методики навчання математики: Навчальний посібник (укладачі В.А. Кушнір, Р.Я. Ріжняк). Тернопіль: Навчальна книга. Богдан, 2013. 224 с.