

Рівненський державний гуманітарний університет

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Збірник наукових праць

Випуск 8 (17)

Рівне-2011

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волинский математический вестник. Серия прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Недашковський М.О.
Бомба А.Я. (<i>головний редактор</i>)	Новіков О.М.
Булавацький В.М.	Петрівський Я.Б.
Бурак Я.Й.	Пригорницький Д.О. (<i>секретар</i>)
Власюк А.П.	Присяжнюк І.М.
Войтович М.М.	Савула Я.Г.
Гарашенко Ф.Г.	Свідзинський А.В.
Гарбарчук В.І.	<u>Скопечкий В.В.</u> (<i>консультант</i>)
Джунь Й.В.	Сяський А.О.
Каштан С.С.	Турбал Ю.В.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Чикрій А.О.
Кратко М.І.	Шваб'юк В.І.
Кузьменко А.П.	Янчук П.С.
Кундраг М.М.	

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 4 від 25 листопада 2011 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@gmail.com.

УДК 517.9

Бомба А. Я., Сінчук А. М.

ЗАСТОСУВАННЯ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИБУХУ

Розроблено алгоритм числового розв'язання обернених нелінійних модельних крайових задач теорії вибуху з застосуванням методу квазіконформних відображень, що автоматично вирішує проблему побудови гідродинамічної сітки, відшукування поля швидкості та знаходження положення лінії розділу вирви, впресованої та мало впресованої зон ґрунту, утворених внаслідок вибуху.

Вступ. При дослідженні дії вибуху в ряді випадків використовуються імпульсно-гідродинамічні моделі, згідно з якими середовище моделюється ідеальною рідиною, що не стискається. До таких моделей можна віднести „рідинну” [1] та „твердо рідинну” [2] модель, в яких поле швидкості, виникаюче в результаті вибуху, є потенціальним. Ці моделі дозволяють звести вихідну задачу до красної задачі теорії аналітичних функцій і застосувати добре відомі методи теорії функції комплексної змінної. Однак побудова аналітичних розв'язків можлива далеко не в кожному випадку і обумовлена, частково, складністю геометрії області і неоднорідними властивостями ґрунту, у зв'язку з чим використовуємо числові методи. Одним із них є добре відомий в роботах [3–5] метод квазіконформних відображень.

В процесі вибуху маємо далеко не ідеальне поле, оскільки утворюються ділянки близькі до “порожнин” – вирви, впресовані та маловпресовані зони ґрунту. Безумовно мають місце нелінійності, що враховують зворотній вплив характеристик процесу (градієнт квазіпотенціалу) на характеристики середовища (фіктивний коефіцієнт провідності – коефіцієнт, який характеризує здатність частинки підніматись).

У цій роботі пропонується алгоритм розв'язання такого роду обернених краєвих задач теорії вибуху із застосуванням методології поетапної фіксації характеристик процесу і середовища та числового методу квазіконформних відображень.

Постановка задачі. Нехай в деяку область G_z ($z = x + iy$) поміщено заряд заданої форми з постійним квазіпотенціалом на ньому і процес руху частинок описується за допомогою рівняння $\vec{v} = k \cdot \text{grad}\varphi$ (закон Дарсі) та рівняння нерозривності $\text{div}\vec{v} = 0$, де $\vec{v} = (v_x(x, y), v_y(x, y))$ – швидкість руху частинок, а $\varphi = \varphi(x, y) = -P/\rho$ – квазіпотенціал відповідного поля, ρ – густина середовища, $P = \int_0^{t_0} p dt$ – імпульс тиску [6], p – тиск, що діє на протязі часу t_0 , $k = k(x, y, \varphi_x, \varphi_y)$ – коефіцієнт провідності середовища. Вважаємо, що область вибуху обмежена такими контурами (рис. 1): $L_* = \{z : f_*(x, y) = 0\} = \{x + iy : x = x_*(t), y = y_*(t), \alpha_* < t < \beta_*\}$ – контур заряду, $L^* = \{z : f^*(x, y) = 0\} = \{x + iy : x = x^*(t), y = y^*(t), \alpha^* < t < \beta^*\}$, де $\varphi|_{L_*} = \varphi_*$, $\varphi|_{L^*} = \varphi^*$, $-\infty < \varphi_* < \varphi^* < +\infty$.

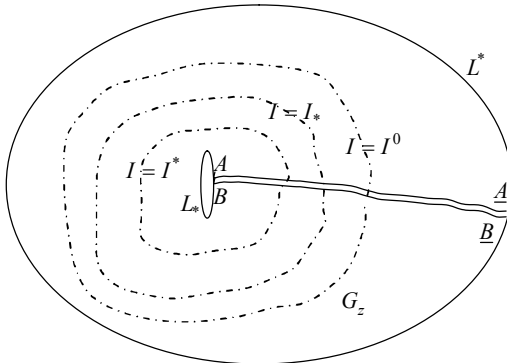


Рис. 1. Область вибуху

Один із варіантів моделювання вибуху є врахування взаємовпливу градієнта I квазіпотенціала $\varphi = \varphi(x, y)$ та коефіцієнта провідності k і виділення ділянок (рис. 1), в яких проводиться корекція значення коефіцієнта k в залежності від значень I за наступною фор:

$$k = \begin{cases} k_0 + \beta(I - I^*)(I - I^0), & I > I^0, \\ k_0, & I \leq I^0, \end{cases} \quad (1)$$

де $I = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ – величина градієнту, а I^0 , I^* – критичні його значення, які характеризують затримку та відрив частинок (положення лінії розділу), параметр β підбирається виходячи з фізичного експерименту. Залежності коефіцієнта провідності від величини градієнта вздовж однієї з ліній течії схематично зображено на рис. 2, де I_* – критичне значення градієнта, що відповідає значенню коефіцієнта провідності $k_* = k_0 + \beta(I_* - I^*)(I_* - I^0)$.

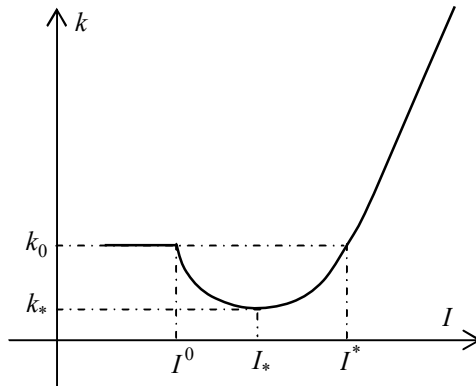


Рис. 2. Розподіл коефіцієнта провідності по відношенню до значень градієнту

Аналогічно до [3], ввівши комплексно спряжену до $\varphi = \varphi(x, y)$ функцію $\psi = \psi(x, y)$ (функцію течії) та здійснивши умовний розріз

області вибуху вздовж лінії розділу течії (через \underline{AA} та \underline{BB} на рис. 1 позначено відповідно верхній та нижній берег розрізу) приходимо до відповідної задачі на квазіконформне відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ [4] утвореної при цьому однозв'язної області $G_z^0 = G_z / \underline{AA}$ на відповідну прямокутну область комплексного квазіпотенціалу $G_\omega = \{\omega = \varphi + i\psi : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$ з невідомим параметром Q :

$$k \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad k \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in G_z^0, \quad (2)$$

$$\varphi|_{L_*} = \varphi_*, \quad \varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad \psi|_{\underline{AA}} = 0, \quad \psi|_{\underline{BB}} = Q = \oint_{L_*} -v_y dx + v_x dy.$$

Обернена крайова задача на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z^0 та рівняння для дійсної $x = x(\varphi, \psi)$ і уявної $y = y(\varphi, \psi)$ частини (виконання яких вимагатимемо і на розрізі для врахування їх «роздвоєння» при переході від області G_z до G_ω) функції течії при невідомому положенні розріза та значенні Q одержимо у вигляді:

$$\begin{cases} k(x, y, \frac{y_\psi}{J}, -\frac{x_\psi}{J})y_\psi = x_\varphi, & (\varphi, \psi) \in G_\omega, \\ k(x, y, \frac{y_\psi}{J}, -\frac{x_\psi}{J})x_\psi = -y_\varphi, & J = x_\varphi y_\psi - x_\psi y_\varphi, \end{cases} \quad (3)$$

$$f_*(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad f^*(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad (4)$$

$$0 \leq \psi \leq Q, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*,$$

$$x(\varphi, 0) = x(\varphi, Q), \quad y(\varphi, 0) = y(\varphi, Q), \quad \varphi_* < \varphi < \varphi^*, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (6)$$

Алгоритм числового розв'язання поставленої задачі побудуємо аналогічно до [3]. А саме, різницеві аналоги рівнянь (6), крайових умов (4), а також додаткові умови для граничних та приграничних вузлів у відповідній рівномірній сітковій області $G_\omega^\gamma = \{(\varphi_i, \psi_j) :$

$$\varphi_i = \varphi_* + i \cdot \Delta\varphi, \quad i = \overline{0, n}; \quad \psi_j = j \cdot \Delta\psi, \quad j = \overline{0, m}; \quad \Delta\varphi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{n}, \quad \Delta\psi = \frac{Q}{m},$$

$\left. \begin{matrix} \gamma = \frac{\Delta\psi}{\Delta\varphi} \end{matrix} \right\}$ запишемо відповідно у вигляді:

$$\begin{cases} \gamma^2(k_{i+1/2,j}^{-1}(x_{i+1,j} - x_{i,j}) - k_{i-1/2,j}^{-1}(x_{i,j} - x_{i-1,j})) + k_{i,j+1/2}(x_{i,j+1} - \\ - x_{i,j}) - k_{i,j-1/2}(x_{i,j} - x_{i,j-1}) = 0, & \gamma^2(k_{i+1/2,j}^{-1}(y_{i+1,j} - y_{i,j}) - \\ - k_{i-1/2,j}^{-1}(y_{i,j} - y_{i-1,j})) + k_{i,j+1/2}(y_{i,j+1} - y_{i,j}) - k_{i,j-1/2}(y_{i,j} - y_{i,j-1}) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

де $k_{i+1/2,j} = k\left((x_{i+1,j} + x_{i,j})/2, (y_{i+1,j} + y_{i,j})/2, (y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i,j-1} - y_{i+1,j-1})/(4\Delta\psi J_{i+1/2,j}), (x_{i+1,j-1} + x_{i,j-1} - x_{i+1,j+1} - x_{i,j+1})/(4\Delta\psi J_{i+1/2,j})\right)$,
 $k_{i-1/2,j} = k\left((x_{i-1,j} + x_{i,j})/2, (y_{i-1,j} + y_{i,j})/2, (y_{i-1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i-1,j-1} - y_{i,j-1})/(4\Delta\psi \cdot J_{i-1/2,j}), (x_{i-1,j-1} + x_{i,j-1} - x_{i-1,j+1} - x_{i,j+1})/(4\Delta\psi J_{i-1/2,j})\right)$,
 $k_{i,j+1/2} = k\left((x_{i,j+1} + x_{i,j})/2, (y_{i,j+1} + y_{i,j})/2, (y_{i,j+1} - y_{i,j})/(\Delta\psi \cdot J_{i,j+1/2}), (x_{i,j} - x_{i,j+1})/(\Delta\psi \cdot J_{i,j+1/2})\right)$,
 $k_{i,j-1/2} = k\left((x_{i,j-1} + x_{i,j})/2, (y_{i,j-1} + y_{i,j})/2, (y_{i,j} - y_{i,j-1})/(\Delta\psi J_{i,j-1/2}), (x_{i,j-1} - x_{i,j})/(\Delta\psi J_{i,j-1/2})\right)$;

$$J_{i+1/2,j} = \frac{1}{4\Delta\psi\Delta\varphi}((x_{i+1,j} - x_{i,j})(y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i+1,j-1} - y_{i,j-1}) - (y_{i+1,j} - y_{i,j})(x_{i+1,j+1} + x_{i,j+1} - x_{i+1,j-1} - x_{i,j-1})),$$

$$J_{i-1/2,j} = \frac{1}{4\Delta\psi \cdot \Delta\varphi}((x_{i,j} - x_{i-1,j}) \times (y_{i-1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i-1,j-1} - y_{i,j-1}) - (y_{i,j} - y_{i-1,j})(x_{i-1,j+1} + x_{i,j+1} - x_{i-1,j-1} - x_{i-1,j-1})),$$

$$J_{i,j+1/2} = \frac{1}{4\Delta\psi\Delta\varphi}((y_{i,j+1} - y_{i,j})(x_{i+1,j+1} + x_{i+1,j} - x_{i-1,j+1} -$$

$$\begin{aligned}
 & -x_{i-1,j}) - (x_{i,j+1} - x_{i,j})(y_{i+1,j+1} + y_{i+1,j} - y_{i-1,j} - y_{i-1,j+1}), \\
 J_{i,j-1/2} &= \frac{1}{4\Delta\psi\Delta\varphi} ((y_{i,j} - y_{i,j-1})(x_{i+1,j-1} + x_{i+1,j} - x_{i-1,j-1} - x_{i-1,j}) - (x_{i,j} - \\
 & - x_{i,j-1})(y_{i+1,j-1} + y_{i+1,j} - y_{i-1,j} - y_{i-1,j+1})); \\
 & \begin{cases} f^*(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, & f^*(x_{n,j}, y_{n,j}) = 0, & j = \overline{0, m}, \\ x_{i,0} = x_{i,m}, & y_{i,0} = y_{i,m}, & i = \overline{0, n}; \end{cases} \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j})(y_{0,j+1} - \\ - y_{0,j-1}) = 0, & (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - x_{n,j-1}) + (3y_{n,j} + \\ + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, & j = \overline{1, m-1}. \end{cases} \quad (9)$$

Формулу для наближення величини γ одержимо на підставі умови “квазіконформної подібності” елементарних чотирикутників [3] двох областей:

$$\gamma = \sum_{i,j=0}^{n-1,m-1} \frac{k_{i,j}^* a_{i,j} + a_{i+1,j}}{nm b_{i,j} + b_{i,j+1}}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 \text{де } k_{i,j}^* &= k \left((x_{i,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j+1} + x_{i+1,j+1})/4, (y_{i,j} + y_{i+1,j} + y_{i,j+1} + \right. \\
 & \left. + y_{i+1,j+1})/4, (y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i+1,j} - y_{i,j})/(2\Delta\psi J_{i,j}^*), (x_{i+1,j} + x_{i,j} - x_{i,j+1} - \right. \\
 & \left. - x_{i+1,j+1})/(2\Delta\psi J_{i,j}^*) \right), \quad a_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2}, \\
 b_{i,j} &= \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2}, \quad J_{i,j}^* = \frac{1}{4\Delta\psi\Delta\varphi} ((x_{i+1,j} + x_{i+1,j+1} - \\
 & - x_{i,j+1} - x_{i,j})(y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1} - y_{i+1,j} - y_{i,j}) - (x_{i,j+1} + x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j} - \\
 & - x_{i,j})(y_{i+1,j+1} + y_{i+1,j} - y_{i,j+1} - y_{i,j})).
 \end{aligned}$$

Задавши параметри розбиття області G_ω n та m , параметри ε_1 , ε_2 , ε_3 , що характеризують точність роботи алгоритму розв’язання

різницевої задачі, початкові наближення координат граничних вузлів $(x_{0,j}^{(0)}, y_{0,j}^{(0)})$, $(x_{n,j}^{(0)}, y_{n,j}^{(0)})$ (так, щоб виконувались умови (8)) та внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$ (наприклад, рівномірно поділивши відрізки із кінцями в точках $(x_{0,j}^{(0)}, y_{0,j}^{(0)})$, $(x_{n,j}^{(0)}, y_{n,j}^{(0)})$), знаходимо за формулою (10) початкове наближення $\gamma^{(0)} = \gamma(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$ величини γ . Далі проводимо уточнення координат внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(\alpha)}, y_{i,j}^{(\alpha)})$ із заданою точністю ε_1 (α – номер загальної ітерації) з допомогою ітераційних схем типу “хрест”, отриманих шляхом розв’язання (7) відносно $x_{i,j}$ та $y_{i,j}$. При цьому необхідні значення градієнта напору та функції k у вузлах сітки G_ω^γ обчислюються через значення $x_{i,j}$, $y_{i,j}$ з попереднього кроку ітерації. Підправляємо граничні вузли, розв’язуючи наближено систему рівнянь (9), наприклад, методом Ньютона. Якщо величина зміщення вузлів на границі за проведену α -ту загальну ітерацію
$$S = \max_{i,j} \sqrt{(x_{i,j}^{(\alpha)} - x_{i,j}^{(\alpha-1)})^2 + (y_{i,j}^{(\alpha)} - y_{i,j}^{(\alpha-1)})^2} \quad ((i,j) \text{ – індекси координат граничних вузлів})$$
 більша за ε_2 , то повертаємось до уточнення внутрішніх вузлів. В протилежному випадку знаходимо нові наближення $Q^{(L)}$ та $\gamma^{(L)}$ величин Q та γ за формулою (10) та умовою зв’язку між ними: $Q = m\Delta\varphi \cdot \gamma$. Якщо $|Q^{(L)} - Q^{(L-1)}| > \varepsilon_3$, то знову повертаємось до уточнення внутрішніх вузлів, інакше – обчислюємо нев’язку “квазіконформності” отриманої сітки $\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$, де δ_1 , δ_2 – нев’язки апроксимацій рівнянь (3):

$$\begin{cases} \delta_1 = \max_{i,j=1}^{n-1,m-1} |\gamma(x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) - k_{i,j} \cdot (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})|, \\ \delta_2 = \max_{i,j=1}^{n-1,m-1} |\gamma(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) + k_{i,j} \cdot (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})|. \end{cases}$$

Комп'ютерна реалізація алгоритму та числові розрахунки.

Відповідний алгоритм числового розв'язання поставленої задачі реалізований у вигляді комп'ютерної програми для ПК IBM PC/AT. Числові розрахунки проведено для області з коефіцієнтом провідності, що визначається вище запропонованим виразом (1) при $k_0 = 1$, $\beta = 0.058$, $I^* = 7$, $I^0 = 0.6$; $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1$, $n \times m = 20 \times 60$, $x_*(t) = 0.01 \cos(t) - 0.1$, $y_*(t) = 0.3 \sin(t)$, $x^*(t) = 2 \cos(t)$, $y^*(t) = 2 \sin(t)$. На рисунку 3 зображено область вибуху (див. рис. 1), що відповідає еліптичному заряду з півсями 0.01 та 0.3, де виділені відповідні положення границі розділу впресованої, мало впресованої зон. Рисунок 4 відображає залежність величини градієнту від координат за умови сталості коефіцієнта провідності $k = 1$. Значення параметрів k_* та Q рівні відповідно: $k_* = 0.4$, $Q = 1.966$, де $I_* = 3.8$.

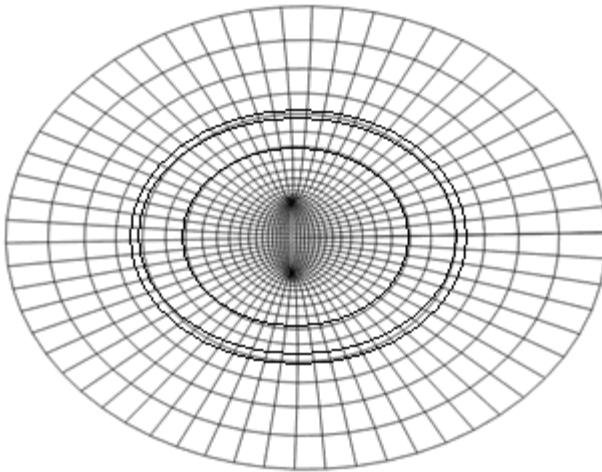


Рис. 3. Область вибуху

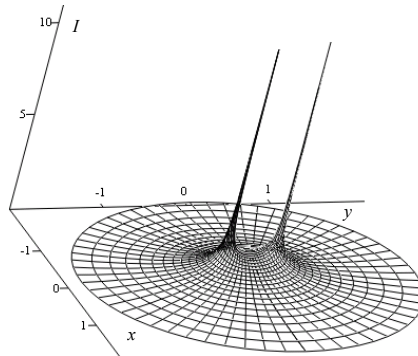


Рис. 4. Поле градієнту

Висновки. Розроблено алгоритм числового розв'язання обернених нелінійних модельних крайових задач теорії вибуху на квазіконформні відображення, що автоматично вирішує проблему побудови гідродинамічної сітки, відшукування поля швидкості. Встановлено положення границі розділу впресованої, мало впресованої зон і значення коефіцієнта провідності на ній.

1. *Власов О. Е.* Основы теории действия взрыва / О. Е. Власов – М. : ВИА, 1957. – 351 с.
2. *Лаврентьев М. А.* Методы теории функции комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1973. – 736 с.
3. *Бомба А. Я.* Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопецький. – К. : Наукова думка, 2007. – 308 с.
4. *Бомба А. Я.* Системный анализ фильтрационных процессов в многосвязных криволинейных областях / А. Я. Бомба, В. В. Скопецький, С. В. Ярошак // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». – К., 2010. – № 4. – С. 64–72.
5. *Бомба А. Я.* Чисельне розв'язання нелінійних модельних крайових задач на квазіконформні відображення в умовах взаємовпливу градієнтів потенціалу та характеристик середовища / А. Я. Бомба, Д. О. Пригорницький, В. В. Скопецький // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – К., 2003. – Вип. 1. – С. 126–135.

6. Ильинский Н. Б. Краевые задачи теории взрыва / Н. Б. Ильинский, А. В. Поташев // Изд-во Казанского ун-та – Казань : Изд-во КГУ, 1986. – 184с.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне

E-mail: abomba@mail.ru

Sinchuk@mail.ru

Надійшла 01.05.2011

Бомба А. Я., Синчук А. М. ПРИМЕНЕНИЕ КВАЗИКОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ К МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВЗРЫВА // *Разработан алгоритм численного решения обратных нелинейных модельных краевых задач теории взрыва с применением метода квазиконформных отображений, автоматически решающий проблему построения гидродинамической сетки, отыскания поля скорости и нахождения положения линии раздела воронки, впрессованной и мало впрессованной зон почвы, образованных в результате взрыва.*

Bomba A. Ja., Sinchuk A. M. MAPPING APPLICATION QUASICONFORMING TO MATHEMATICAL MODELING OF EXPLOSION PROCESS // *Developed an algorithm for the numerical solution of inverse boundary problems of nonlinear model theory of explosions using the method of quasi-conformal mappings, automatically solves the problem of constructing a hydrodynamic grid, finding the velocity field and the location of the line of separation funnel, and a little pressed zones of soil, formed in the explosion.*

Зміст

<i>Бабич С. М. Розрахунок прямобічного шліцьового з'єднання трибосистеми «пружна пластинка – жорсткий диск».....</i>	<i>5</i>
<i>Бехта М. І., Савула Я. Г. Задача оптимального вибору параметрів об'єднання безсіткового методу та методу скінченних елементів.....</i>	<i>15</i>
<i>Бомба А. Я., Сінчук А. М. Застосування квазіконформних відображень до математичного моделювання процесів вибуху.....</i>	<i>32</i>
<i>Булавацький В. М. Математичне моделювання динаміки неізотермічного консолідаційного процесу насиченого сольовим розчином пористого середовища за умов масообміну.....</i>	<i>42</i>
<i>Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу кусково-однорідних областей.....</i>	<i>51</i>
<i>Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О., Сівак В. М. Числова реалізація аналога методу конформних відображень побудови просторового фільтраційного поля для одного класу фільтрів із однорідною засипкою.....</i>	<i>63</i>
<i>Климюк Ю. Є., Теслюк А. О., Шепетько Ю. О. Математичне моделювання одного класу просторових нелінійних сингулярно збурених процесів масопереносу забруднюючих речовин у двошарових ізотропних насичених пористих середовищах.....</i>	<i>76</i>
<i>Конет І. М. Гіперболічні крайові задачі в кусково-однорідних циліндричних півпросторах.....</i>	<i>92</i>
<i>Кузьменко А. П., Гладка О. М. Застосування методу прямих сумісно з R-трансформаціями для розв'язування просторової початково-крайової задачі.....</i>	<i>108</i>

<i>Петрик М. Р. Методи моделювання та аналізу причинних характеристик крайових задач масопереносу з використанням матриць впливу для неоднорідних багатоскладових середовищ</i>	113
<i>Присяжнюк О. В., Присяжнюк І. М. Асимптотичний метод розв'язання нелінійних сингулярно збурених задач типу «конвекція-дифузія-масообмін-терморежим»</i>	140
<i>Романюк В. В. Точне розв'язування інтегрального рівняння з виродженим ядром з поліноміалізованою функцією, котра додається, з використанням граничної рекурсії</i>	152
<i>Савюк Є. В. Комплексний підхід до моделювання процесу руху рідин у водоймах з урахуванням джерел поповнення ...</i>	171
<i>Теребус А. В. Просторові модельні аналоги крайових задач на квазіконформні відображення.....</i>	190
<i>Цимбал В. М. Мішана задача для деякого сингулярно збуреного диференціального рівняння третього порядку.....</i>	205
<i>Янчук П. С. Про оцінки похибок поліноміальної апроксимації розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.....</i>	213
<i>Яроцак С. В. Математичне моделювання двохфазної фільтрації в просторово викривлених нафтогазових пластах ...</i>	240
* * * * *	
<i>Джунь Й. В. Закон Джеффриса і його значення як сучасної концепції імовірнісного моделювання випадкових похибок спостережень.....</i>	247
Хроніка	
<i>До 80-річчя Ніни Опанасівни Вірченко.....</i>	258