**Рівненський державний гуманітарний університет**

# ВОЛИНСЬКИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ ВІСНИК

## СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

*Збірник наукових праць*

**Випуск 7 (16)**

**Рівне-2010**

**"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика"** публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

**"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика"**.
**The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series"**.

*Редакційна колегія*

Барановський С.В.
Бейко І.В.
Бомба А.Я. *(головний редактор)*
Булавацький В.М.
Бурак Я.Й.
Власюк А.П.
Войтович М.М.
Гаращенко Ф.Г.
Гарбарчук В.І.
Джунь Й.В.
Каштан С.С.
Климюк Ю.Є. *(технічний секретар)*
Кратко М.І.
Кузьменко А.П.
Кундрат М.М.
Ляшенко І.М.
Недашковський М.О.
Новіков О.М.
Петрівський Я.Б.
Пономаренко Л.А.
Пригорницький Д.О. *(секретар)*
Присяжнюк І.М.
Савула Я.Г.
Свідзинський А.В.
Скопецький В.В. *(консультант)*
Сяський А.О.
Турбал Ю.В.
Чикрій А.О.
Шваб'юк В.І.
Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 3 від 29 жовтня 2010 р.).

**Адреса редакції:** 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@gmail.com.

ISBN 966-7281-02-8
© РДГУ, 2010

## *Зміст*

***Пам'яті Скопецького Василя Васильовича*** ..... 5

***Бігун Я. Й., Левицька О. І., Сергєєва Л. М.*** *Побудова просторової структури для моделі поширення епідемії зі змінним коефіцієнтом ліквідації* ..... 8

***Бомба А. Я., Пеньковський С. О., Савюк Є. В.*** *Метод фіктивної фільтрації моделювання одного класу квазіідеальних процесів руху рідин* ..... 20

***Бомба А. Я., Теребус А. В.*** *Комплексно спряжені многочлени і крайові задачі на конформні відображення* ..... 30

***Бомба А. Я., Шпортько О. В., Шпортько Л. В.*** *Використання статичного арифметичного кодування у растровому графічному форматі PNG* ..... 43

***Булавацький В. М.*** *Математичне моделювання процесу консолідації деформівних пористих середовищ за умов підземного вилуговування* ..... 59

***Климюк Ю. Є.*** *Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової задачі моделювання процесу видалення залишкових катіонів алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища* ..... 71

***Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.*** *Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу двозв'язних областей* ..... 84

***Климюк Ю. Є., Сівак В. М.*** *Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища* ..... 93

***Кузьменко А. П., Гладка О. М.*** *До розв'язування початково-крайової задачі для параболічного рівняння методом прямих* ..... 110

***Мусурівський В. І.*** *Про оцінку параметрів динамічної тралової системи* ..... 116

***Петрик М.Р.*** *Математичне моделювання та аналіз умов і параметрів масопереносу в двовимірних неоднорідних середовищах* ..... 124

***Рогаль І. В.*** *Застосування методу прямих до розв'язування крайових задач конвективної дифузії солей або гіпсів, що залягають у фільтраційному потоці у вигляді включення* .. 147

***Романюк В. В.*** *Зведення 15 випадків розв'язку однієї строго опукло-вгнутої неперервної антагоністичної гри до шести перших розв'язків*..... 168

***Сафоник А. П.*** *Математичне моделювання динамічного режиму магнітного фільтра на основі передатної функції* ... 193

***Сяський А. О., Шинкарчук Н. В.*** *Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска* ..... 199

***Фурсачик О. А.*** *Числово–асимптотичне наближення розв'язків одного класу обернених сингулярно збурених задач типу «конвекція-дифузія»* ..... 210

***Шпортько О. В., Шпортько Л. В.*** *Підвищення ефективності стиснення зображень у форматі PNG за допомогою їх розбиття на блоки однорідних рядків*..... 217

***Янчук П. С.*** *Застосування квазіспектральних поліномів до розв'язування задачі Коші* ..... 242

***Янчук П. С., Собко В. Г.*** *Квазіспектральні поліноми на базисі поліномів Чебишова* . ..... 260

***Ярощак С. В.*** *Один метод математичного моделювання еволюції границі розділу різнокольорових рідин у неоднорідному пласті*..... 281

УДК 517.95

**Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.**

# ПРОСТОРОВІ АНАЛОГИ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАСУ ДВОЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЕЙ

*Розроблено алгоритм числової реалізації крайових задач на знаходження просторових аналогів конформних відображень одного класу двозв'язних областей, обмежених двома замкненими еквіпотенціальними поверхнями, із розрізом на відповідні прямокутні паралелепіпеди. Наведено результати числових розрахунків на прикладі областей, обмежених двома сферами.*

**Вступ.** В [1] був запропонований числовий алгоритм розв'язання обернених крайових задач на знаходження просторових аналогів конформних відображень криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями та чотирма поверхнями течії, на відповідні прямокутні. У [2] область застосування алгоритму була розширена на випадок двозв'язних областей, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями та двома поверхнями течії. Разом із тим залишився поза увагою ще один з випадків, який може бути цікавим при розв'язуванні деяких задач теорії потенціалу – випадок, в якому вихідна просторова область є обмеженою двома замкненими еквіпотенціальними поверхнями. У цій роботі адаптовано алгоритм, описаний в [1, 2], для безпосереднього застосування у вище означеному випадку.

**Загальна постановка задачі.** Нехай маємо деяку двозв'язну криволінійну просторову область $G_{\mathbf{z}}$ ($\mathbf{z}=(x, y, z)$), обмежену двома замкненими еквіпотенціальними гладкими поверхнями: $S_* = \{\mathbf{z} : f_*(x, y, z) = 0\}$ – внутрішня, $S^* = \{\mathbf{z} : f^*(x, y, z) = 0\}$ – зовнішня (рис. 1).

© Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький, 2010 

Для області $G_z$ розглянемо модельну задачу, яка описує процес фільтрації у відповідному однорідному пористому середовищі:

$$\vec{v} = \kappa \cdot grad\ \varphi\ ,\ div\,\vec{v} = 0\ , \tag{1}$$

$$\varphi\Big|_{S_*} = \varphi_*\ ,\ \varphi\Big|_{S^*} = \varphi^*\ , \tag{2}$$

де $\varphi = \varphi(x, y, z)$ та $\vec{v}\left(v_x(x, y, z), v_y(x, y, z), v_z(x, y, z)\right)$ – відповідно потенціал і вектор швидкості фільтрації ($0 < \varphi_* \le \varphi \le \varphi^* < \infty$, $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} > v_* >> 0$), $\kappa$ – коефіцієнт фільтрації ($\kappa = const$).

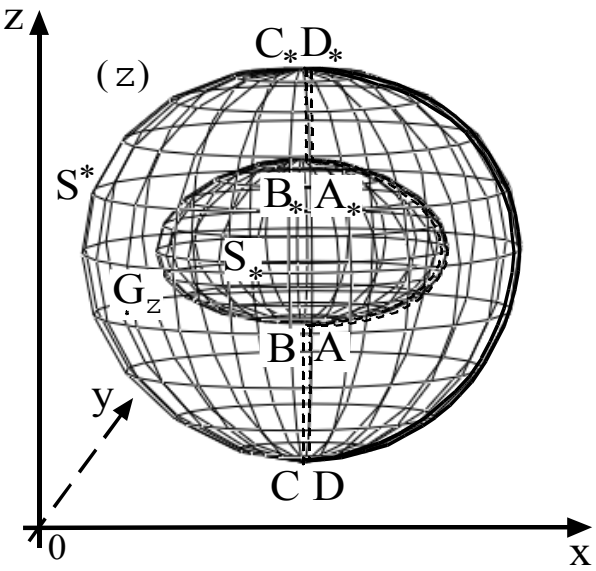


*Рис. 1. Просторова фізична область* $G_z$

Як і в [2], ввівши функції $\psi = \psi(x, y, z)$, $\eta = \eta(x, y, z)$ (просторово комплексно спряжені із функцією $\varphi = \varphi(x, y, z)$), такі, що $grad\,\varphi = grad\,\psi \times grad\,\eta$, зафіксувавши на внутрішньому контурі $S_*$ деяку точку $A$ та здійснивши умовний розріз $\Gamma$ вздовж відповідної поверхні течії (через $ADD_*A_*$ та $BCC_*B_*$ позначено відповідно дальній

та ближній береги розрізу), задачу (1) – (2) замінимо більш загальною задачею (3) – (4) на побудову просторового аналога конформного відображення однозв'язної області $G_{\mathbf{z}} \setminus \Gamma$ на відповідну область комплексного потенціалу $G_{\mathbf{w}} = \left\{ \mathbf{w} = (\varphi, \psi, \eta) : \varphi_* \le \varphi \le \varphi^*, 0 \le \psi \le Q_*, \ 0 \le \eta \le Q^* \right\}$, де $Q = Q_* \cdot Q^*$ – потік через довільний поперечний переріз течії (рис. 2):

$$\begin{cases} \varphi'_x = \psi'_y \cdot \eta'_z - \psi'_z \cdot \eta'_y, \\ \varphi'_y = \psi'_z \cdot \eta'_x - \psi'_x \cdot \eta'_z, \\ \varphi'_z = \psi'_x \cdot \eta'_y - \psi'_y \cdot \eta'_x; \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \varphi\big|_{ABB_*A_*} = \varphi_*, \quad \varphi\big|_{CDD_*C_*} = \varphi^*, \quad \psi\big|_{ADD_*A_*} = 0, \\ \psi\big|_{BCC_*B_*} = Q_*, \quad \eta\big|_{ABCD} = 0, \quad \eta\big|_{A_*B_*C_*D_*} = Q^*. \end{cases} \tag{4}$$

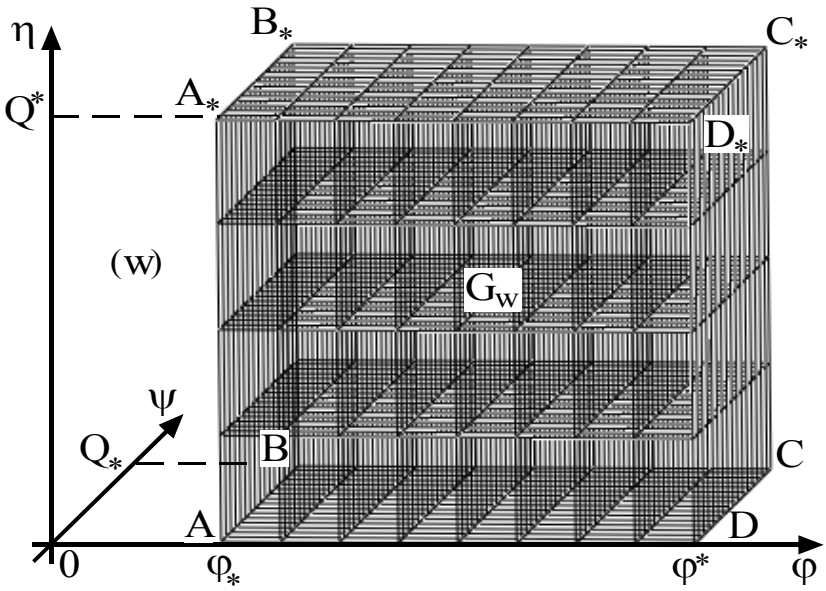


*Рис. 2. Просторова область комплексного потенціалу* $G_{\mathrm{w}}$

Відповідна обернена до (3) – (4) крайова задача на конформне відображення $\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{w})$ області $G_{\mathbf{w}}$ на $G_{\mathbf{z}} / \Gamma$ при невідомих значеннях параметрів $Q_*$, $Q^*$ та витраті $Q$ запишеться у вигляді:

$$\left\{x'_\varphi = y'_\psi \cdot z'_\eta - z'_\psi \cdot y'_\eta,\ y'_\varphi = z'_\psi \cdot x'_\eta - x'_\psi \cdot z'_\eta,\ z'_\varphi = x'_\psi \cdot y'_\eta - y'_\psi \cdot x'_\eta;\right. \tag{5}$$

$$\begin{cases} f_*\left(x\left(\varphi_*,\psi,\eta\right), y\left(\varphi_*,\psi,\eta\right), z\left(\varphi_*,\psi,\eta\right)\right) = 0, \\ f^*\left(x\left(\varphi^*,\psi,\eta\right), y\left(\varphi^*,\psi,\eta\right), z\left(\varphi^*,\psi,\eta\right)\right) = 0, \\ x\left(\varphi,0,\eta\right) = x\left(\varphi,Q_*,\eta\right),\ y\left(\varphi,0,\eta\right) = y\left(\varphi,Q_*,\eta\right), \\ z\left(\varphi,0,\eta\right) = z\left(\varphi,Q_*,\eta\right),\ x\left(\varphi,\psi,0\right) = x\left(\varphi,\psi,Q^*\right), \\ y\left(\varphi,\psi,0\right) = y\left(\varphi,\psi,Q^*\right), z\left(\varphi,\psi,0\right) = z\left(\varphi,\psi,Q^*\right), \\ \lim\limits_{\psi\to 0+0} x_\psi = \lim\limits_{\psi\to Q_*-0} x_\psi,\ \lim\limits_{\psi\to 0+0} y_\psi = \lim\limits_{\psi\to Q_*-0} y_\psi, \\ \lim\limits_{\psi\to 0+0} z_\psi = \lim\limits_{\psi\to Q_*-0} z_\psi,\ \lim\limits_{\eta\to 0+0} x_\eta = \lim\limits_{\eta\to Q^*-0} x_\eta, \\ \lim\limits_{\eta\to 0+0} y_\eta = \lim\limits_{\eta\to Q^*-0} y_\eta,\ \lim\limits_{\eta\to 0+0} z_\eta = \lim\limits_{\eta\to Q^*-0} z_\eta. \end{cases} \tag{6}$$

**Різницевий аналог задачі та алгоритм числового розв'язання**. Аналогічно [1, 2] в області $G_{\mathbf{w}}$ вводимо рівномірну ортогональну сітку:

$$G_{\mathbf{w}}^\gamma = \left\{\left(\varphi_i,\psi_j,\eta_k\right):\ \varphi_i = \varphi_* + \Delta\varphi\cdot i,\ i = \overline{0,n+1};\ \psi_j = \Delta\psi\cdot j,\ j = \overline{0,m+1};\right.$$

$$\eta_k = \Delta\eta\cdot k,\quad k = \overline{0,l+1};\quad \Delta\varphi = \frac{\varphi^*-\varphi_*}{n+1},\quad \Delta\psi = \frac{Q_*}{m+1},\quad \Delta\eta = \frac{Q^*}{l+1},$$

$$\left.\gamma = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi\cdot\Delta\eta}\right\}$$ де $n$, $m$, $l \in N$ – параметри розбиття області комплексного потенціалу, а $\Delta\varphi$, $\Delta\psi$, $\Delta\eta$ – кроки сітки відповідно по змінним $\varphi$, $\psi$ та $\eta$ (рис. 2). Через $x_{i,j,k} = x(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $y_{i,j,k} = y(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $z_{i,j,k} = z(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$ позначимо координати відповідних вузлів у $G_{\mathbf{z}}/\Gamma$ сітки.

Для числової побудови відображення прямокутного паралелепіпеда $G_{\mathbf{w}}$ на криволінійну область $G_{\mathbf{z}}/\Gamma$ (при відповідності кутових точок) запишемо різницеві аналоги рівнянь (5) у рівномірній сітковій області $G_{\mathbf{w}}^\gamma$:

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i-1,j,k} + \frac{\gamma}{4}\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i-1,j,k} + \frac{\gamma}{4}\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ -\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i-1,j,k} + \frac{\gamma}{4}\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big), \; i = \overline{1,n}, \; j = \overline{1,m}, \; k = \overline{1,l}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i+1,j,k} - \frac{\gamma}{4}\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i+1,j,k} - \frac{\gamma}{4}\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ -\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i+1,j,k} - \frac{\gamma}{4}\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big), \; i = \overline{1,n}, \; j = \overline{1,m}, \; k = \overline{1,l}. \end{cases} \tag{8}$$

Крайові умови, які визначають фізичну область $G_{\mathbf{z}} / \Gamma$, апроксимуємо точково-різницевими рівняннями

$$\begin{cases} f_*\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right) = 0, \; f^*\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right) = 0, \\ x_{i,0,k} = x_{i,m+1,k}, \; y_{i,0,k} = y_{i,m+1,k}, \; z_{i,0,k} = z_{i,m+1,k}, \\ x_{i,1,k} - x_{i,0,k} = x_{i,m+1,k} - x_{i,m,k}, \; y_{i,1,k} - y_{i,0,k} = y_{i,m+1,k} - y_{i,m,k}, \\ z_{i,1,k} - z_{i,0,k} = z_{i,m+1,k} - z_{i,m,k}, \\ x_{i,j,0} = x_{i,j,l+1}, \; y_{i,j,0} = y_{i,j,l+1}, \; z_{i,j,0} = z_{i,j,l+1}, \\ x_{i,j,1} - x_{i,j,0} = x_{i,j,l+1} - x_{i,j,l}, \; y_{i,j,1} - y_{i,j,0} = y_{i,j,l+1} - y_{i,j,l}, \\ z_{i,j,1} - z_{i,j,0} = z_{i,j,l+1} - z_{i,j,l}, i = \overline{0,n+1}, \; j = \overline{0,m+1}, \; k = \overline{0,l+1}. \end{cases} \tag{9}$$

З метою забезпечення ортогональності сітки за рівняння зв'язку приграничних вузлів із граничними використаємо умови ортогональності ліній течії та еквіпотенціальних ліній до відповідних ділянок границі фізичної області, які у сітковій області $G_{\mathbf{w}}^{\gamma}$ записуються такими числово-аналітичними різницевими рівняннями

$$\frac{f'_{*x}\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right)}{x_{1,j,k} - x_{0,j,k}} = \frac{f'_{*y}\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right)}{y_{1,j,k} - y_{0,j,k}} = \frac{f'_{*z}\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right)}{z_{1,j,k} - z_{0,j,k}};$$

$$\frac{f_x^{*\prime}\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right)}{x_{n,j,k} - x_{n+1,j,k}} = \frac{f_y^{*\prime}\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right)}{y_{n,j,k} - y_{n+1,j,k}} =$$

$$= \frac{f_z^{*\prime}\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right)}{z_{n,j,k} - z_{n+1,j,k}}; \quad i = \overline{0, n+1}, \ j = \overline{0, m+1}, \ k = \overline{0, l+1}. \quad (10)$$

Розв'язок різницевої задачі (7) – (10) знаходимо шляхом поетапної параметризації конформного інваріанту $\gamma$ криволінійного паралелепіпеда $G_{\mathbf{z}} \setminus \Gamma$, координат граничних та внутрішніх вузлів шуканої гідродинамічної сітки $G_z^{\gamma}$ за алгоритмом, який детальніше описаний в [1], із врахуванням почергового використання систем (7) і (8).

**Програмна реалізація алгоритму та числові приклади.** Вище описаний алгоритм був реалізований у вигляді пакету програм для сучасних багатоядерних ПЕОМ під управлінням ОС Windows, який дозволяє отримувати як числові результати роботи алгоритму, так і візуальне їх представлення у вигляді графіків, малюнків тощо. Комп'ютерна збіжність та точність алгоритму перевірялася за допомогою серії тестових задач. Так, у випадку області $G_{\mathbf{z}}^{1}$, обмеженої сферами $f_*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 25$, $f^*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 100$, при $\varphi_* = 0.1$, $\varphi^* = 0.2$, $\kappa = 1$, $n = 30$, $m = 44$, $l = 6$ ми отримали динамічну сітку, зображену на рис. 3. При цьому параметри $n$, $m$, $l$ вибиралися з умови найбільшої подібності побудованої сітки до кубічної. Числові результати розв'язання тестової задачі подані у табл. 1, де $\Delta Q$ – абсолютна похибка величини $Q$ (визначалася шляхом порівняння із точним розв'язком), а $\delta$ – максимум нев'язки рівнянь системи (5).

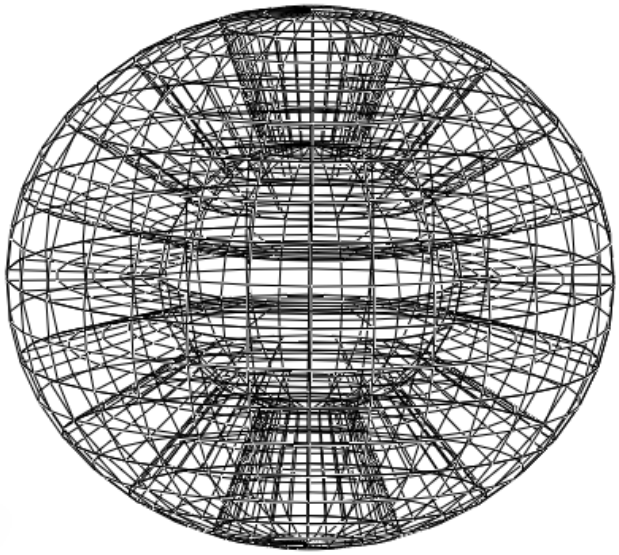

*Рис. 3. Динамічна сітка в фізичній області* $G_{\mathbf{z}}^{1}$

*Табл. 1. Результати розв'язання задачі в області* $G_{\mathbf{z}}^{1}$

| № | $n$ | $m$ | $l$ | $\varepsilon$ | $Q$ | $\Delta Q$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 60 | 32 | 0.00001 | 19.760776 | 0.021576 | 0.033614 |
| 2 | 12 | 90 | 48 | 0.00001 | 19.748804 | 0.009595 | 0.011308 |
| 3 | 16 | 120 | 64 | 0.00001 | 19.744608 | 0.005399 | 0.005097 |
| 4 | 20 | 150 | 80 | 0.00001 | 19.742665 | 0.003456 | 0.002718 |
| 5 | 24 | 180 | 96 | 0.00001 | 19.741609 | 0.002400 | 0.001617 |
| 6 | 28 | 210 | 112 | 0.00001 | 19.740972 | 0.001794 | 0.001039 |
| 7 | 32 | 240 | 128 | 0.00001 | 19.740559 | 0.001350 | 0.000706 |
| 8 | 36 | 270 | 144 | 0.00001 | 19.740276 | 0.001067 | 0.000502 |
| 9 | 40 | 300 | 160 | 0.00001 | 19.740073 | 0.000864 | 0.000369 |

Результати розв'язання цієї ж задачі у фізичній області $G_{\mathbf{z}}^{2}$ складнішої геометрії: $S_* = \left\{\mathbf{z} : (x+1.986)^2 + y^2 + z^2 = 395\right\}$, $S^* = \left\{\mathbf{z} : (x-3.502)^2 + y^2 + z^2 = 30.121\right\}$ при $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1.2$, $\kappa = 1$, $n = 14$, $m = 40$, $l = 45$ подані на рис. 4 та у табл. 2.

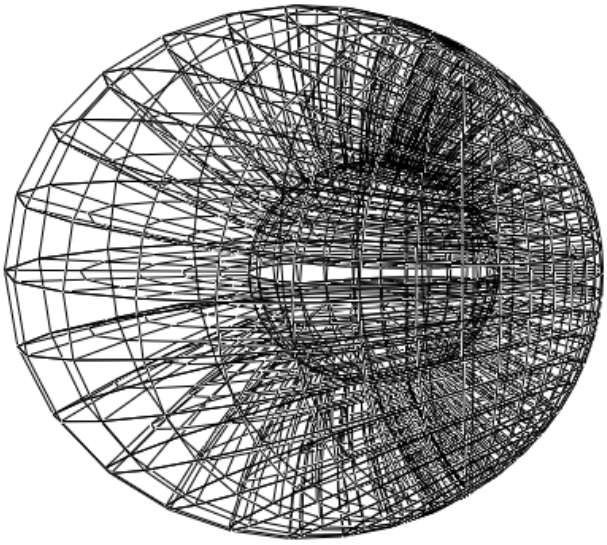

*Рис.4. Динамічна сітка фізичної області* $G_{\mathbf{z}}^2$

*Табл. 2. Результати розв'язання задачі в області* $G_{\mathbf{z}}^2$

| № | $n$ | $m$ | $l$ | $\varepsilon$ | $Q$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 14 | 40 | 45 | 0.00001 | 18.939993 | 0.126117 |
| 2 | 28 | 80 | 90 | 0.00001 | 19.335158 | 0.041075 |
| 3 | 42 | 120 | 135 | 0.00001 | 19.468836 | 0.021613 |
| 4 | 56 | 160 | 180 | 0.00001 | 19.536050 | 0.013163 |
| 5 | 70 | 200 | 225 | 0.00001 | 19.576499 | 0.008821 |
| 6 | 84 | 240 | 270 | 0.00001 | 19.603515 | 0.006314 |
| 7 | 98 | 280 | 315 | 0.00001 | 19.622838 | 0.004738 |

**Висновки і зауваження.**

1. Аналіз отриманих числових результатів (див. табл. 1) свідчить про збіжність послідовності числових розв'язків, отриманих за описаним нами алгоритмом для пропорційно зростаючої кількості вузлів сітки, до точного.
2. Збіжність, адаптованого у роботі, алгоритму на практиці та візуальна коректність результатів його роботи для нового класу задач додає оптимізму у подальшому вирішенні питання математично строгого обґрунтування даних фактів.

1. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104-143.
2. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення двоз'язних областей із розрізом на прямокутні паралелепіпеди / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15). – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 59-71.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне
*E-mail:* klimyuk@ukr.net
science@prigornitsky.com

*Надійшла 18.08.2010*

**Климюк Ю. Е., Пригорницкий Д. А.** ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ АНАЛОГИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДВУСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ // *Разработан алгоритм числовой реализации краевых задач на нахождение пространственных аналогов конформных отображений одного класса двусвязных областей, ограниченных двумя замкнутыми эквипотенциальными поверхностями, с разрезом на соответствующие прямоугольные параллелепипеды. Приведены результаты числовых расчетов на примере областей, ограниченных двумя сферами.*

**Klymyuk Yu. Ye., Prigornitsky D. A.** SPATIAL ANALOGUES OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS ON CONFORMAL MAPPINGS FOR ONE CLASS OF DOUBLY CONNECTED AREAS // *An algorithm of numerical implementation of boundary value problems on constructing of spatial analogues of conformal mappings of one class doubly connected areas bounded by two closed equipotential surfaces with a cut onto the corresponding rectangular parallelepipeds is designed. The results of numerical calculations on the example of domains bounded by two spheres are presented.*