

Рівненський державний гуманітарний університет

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Збірник наукових праць

Випуск 7 (16)

Рівне-2010

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Недашковський М.О.
Бомба А.Я. (<i>головний редактор</i>)	Новіков О.М.
Булавацький В.М.	Петрівський Я.Б.
Бурак Я.Й.	Пономаренко Л.А.
Власюк А.П.	Пригорницький Д.О. (<i>секретар</i>)
Войтович М.М.	Присяжнюк І.М.
Гаращенко Ф.Г.	Савула Я.Г.
Гарбарчук В.І.	Свідзинський А.В.
Джунь Й.В.	<u>Скопецький В.В.</u> (<i>консультант</i>)
Каштан С.С.	Сяський А.О.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Турбал Ю.В.
Кратко М.І.	Чикрій А.О.
Кузьменко А.П.	Шваб'юк В.І.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 3 від 29 жовтня 2010 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@gmail.com.

Зміст

<i>Пам'яті Скопецького Василя Васильовича</i>	5
<i>Бігун Я. Й., Левицька О. І., Сергєєва Л. М. Побудова просторової структури для моделі поширення епідемії зі змінним коефіцієнтом ліквідації</i>	8
<i>Бомба А. Я., Пеньковський С. О., Савюк Є. В. Метод фіктивної фільтрації моделювання одного класу квазіідеальних процесів руху рідин</i>	20
<i>Бомба А. Я., Теребус А. В. Комплексно спряжені многочлени і крайові задачі на конформні відображення</i>	30
<i>Бомба А. Я., Шпортько О. В., Шпортько Л. В. Використання статичного арифметичного кодування у растровому графічному форматі PNG</i>	43
<i>Булавацький В. М. Математичне моделювання процесу консолідації деформівних пористих середовищ за умов підземного вилуговування</i>	59
<i>Климюк Ю. Є. Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової задачі моделювання процесу видалення залишкових катіонів алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	71
<i>Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу двозв'язних областей</i>	84
<i>Климюк Ю. Є., Сівак В. М. Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	93
<i>Кузьменко А. П., Гладка О. М. До розв'язування початково-крайової задачі для параболічного рівняння методом прямих</i>	110

<i>Мусурівський В. І. Про оцінку параметрів динамічної тра- лової системи</i>	116
<i>Петрик М.Р. Математичне моделювання та аналіз умов і параметрів масопереносу в двовимірних неоднорідних се- редовищах</i>	124
<i>Рогаль І. В. Застосування методу прямих до розв'язування крайових задач конвективної дифузії солей або гіпсів, що залягають у фільтраційному потоці у вигляді включення ..</i>	147
<i>Романюк В. В. Зведення 15 випадків розв'язку однієї строго опукло-вгнутої неперервної антагоністичної гри до шес- ти перших розв'язків.....</i>	168
<i>Сафоник А. П. Математичне моделювання динамічного ре- жиму магнітного фільтра на основі передатної функції ...</i>	193
<i>Сяський А. О., Шинкарчук Н. В. Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска</i>	199
<i>Фурсачик О. А. Числово–асимптотичне наближення розв'я- зків одного класу обернених сингулярно збурених задач типу «конвекція-дифузія»</i>	210
<i>Шпортюк О. В., Шпортюк Л. В. Підвищення ефективно- сті стиснення зображень у форматі PNG за допомогою їх розбиття на блоки однорідних рядків.....</i>	217
<i>Янчук П. С. Застосування квазіспектральних поліномів до розв'язування задачі Коші</i>	242
<i>Янчук П. С., Собко В. Г. Квазіспектральні поліноми на бази- сі поліномів Чебишова</i>	260
<i>Яроцак С. В. Один метод математичного моделювання еволюції границі розділу різнокольорових рідин у неоднорідному пласті.....</i>	281

УДК 517.95:628.315.3

Климюк Ю. Є., Сівак В. М.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДООЧИСТКИ ВОДИ ВІД ЗАЛИШКОВИХ КАТІОНІВ АЛЮМІНІЮ ФІЛЬТРУВАННЯМ ЧЕРЕЗ АНІОНОАКТИВНІ ЗАВАНТАЖЕННЯ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ЗМІНИ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СЕРЕДОВИЩА

У роботі запропонована просторова математична модель процесу видалення залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища для фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда. Отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної модельної задачі, що описується системою нелінійних сингулярно збурених диференціальних рівнянь типу «конвекція-дифузія-масообмін» для криволінійного паралелепіпеда, обмеженого чотирма поверхнями течії і двома екіпотенціальними поверхнями. Проведено числовий експеримент.

Вступ. На багатьох водопроводах в періоди паводків і при низьких температурах для інтенсифікації процесу очищення природних вод від колоїдних і дисперсованих частинок методом контактної коагуляції як коагулянт найчастіше застосовують сульфат алюмінію $Al_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$ [1]. Після введення коагулянту у фільтруюче середовище відбувається коагуляція, що спричиняє прискорення адсорбції колоїдних і завислих частинок у кілька разів, ніж при звичайній коагуляції у вільному об'ємі. При цьому утворюються заряджені колоїдні частинки нерозчинного алюміній гідроксиду $Al(OH)_3$, йони гідрогену H^+ , зайва кількість яких приводить до сповільнення подальшого гідролізу (утворення $Al(OH)_3$) і нагромадженню іонів Al^{3+} [1-4]. Видалення

з фільтруючої води кристалів $Al(OH)_3$ відбувається шляхом адсорбції їх на поверхні зерен і осідання в порах завантаження, а іонів водню H^+ шляхом фільтрування води через завантаження, що мають окислювально-відновні властивості і у яких функцію нейтралізації водню виконує активний метал [5].

Введення коагулянту у великих дозах приводить до різкого збільшення вмісту концентрації іонів Al^{3+} у питній воді, яка може перевищувати норму в кілька разів. Її доочистку проводять додатковим фільтруванням через аніоноактивний фільтруючий матеріал [6].

У цій роботі запропонована просторова математична модель процесу видалення залишкових катіонів алюмінію при фільтруванні через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища для фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда. Математична модель складається з рівняння руху води через відповідну фільтраційну область, рівнянь матеріального балансу, записаних щодо концентрацій катіонів Al^{3+} у воді і у фільтруючому завантаженні та з рівняння, що описує зміну пористості середовища. Аналогічно [7-8] побудовано алгоритм розв'язку відповідної нелінійної просторової сингулярно збуреної задачі типу «конвекція-дифузія-масообмін», що ґрунтується на переході від заданої криволінійної фізичної області, обмеженої поверхнями течії і екіпотенціальними поверхнями, до відповідної області комплексного потенціалу.

Постановка задачі. Для області $G = G_z \times (0, \infty)$, $G_z = ABCDA_*B_*C_*D_*$ – однозв'язний криволінійний паралелепіпед, обмежений гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та по ребрах, екіпотенціальними поверхнями $ABB_*A_* = \{z : f_1(x, y, z) = 0\}$, $CDD_*C_* = \{z : f_2(x, y, z) = 0\}$ та поверхнями течії $ADD_*A_* = \{z : f_3(x, y, z) = 0\}$, $BCC_*B_* = \{z : f_4(x, y, z) = 0\}$, $ABCD = \{z : f_5(x, y, z) = 0\}$, $A_*B_*C_*D_* = \{z : f_6(x, y, z) = 0\}$ (рис. 1), розглянемо таку модельну задачу:

$$\vec{v} = \text{grad } \varphi, \text{ div } \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\varphi|_{ABB_*A_*} = \varphi_*, \varphi|_{CDD_*C_*} = \varphi^*, \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{cases} (\sigma \cdot C)'_t + (\sigma \cdot U)'_t = \text{div} (D \cdot \text{grad } C) - \vec{v} \cdot \text{grad } C, \\ (\sigma \cdot U)'_t = \alpha \cdot C - \beta \cdot U, \sigma'_t = -\lambda \cdot U, \end{cases} \quad (3)$$

$$C|_{ABB_*A_*} = c_*(M, t), \frac{\partial C}{\partial \vec{n}}|_{CDD_*C_*} = 0, \frac{\partial C}{\partial \vec{n}}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0,$$

$$\begin{aligned} C(x, y, z, 0) &= c_0^0(x, y, z), U(x, y, z, 0) = u_0^0(x, y, z), \\ \sigma(x, y, z, 0) &= \sigma_0^0(x, y, z), \end{aligned} \quad (4)$$

де $\varphi = -\kappa \cdot h$ – потенціал фільтрування ($0 < \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^* < \infty$), κ – коефіцієнт фільтрації, h – напір, \vec{v} – вектор швидкості фільтрування ($|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} > v_* \gg 0$), \vec{n} – зовнішня нормаль до відповідної поверхні; $C = C(x, y, z, t)$ – концентрація катіонів Al^{3+} у воді, що фільтрується, а $U = U(x, y, z, t)$ – концентрація катіонів Al^{3+} , адсорбованих на зернах завантаження; $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$ – активна пористість середовища, $\sigma^0(x, y, z)$ – активна пористість середовища у початковий момент часу, $D = k \cdot \varepsilon$ – коефіцієнт дифузії катіонів Al^{3+} у воді, k – задане додатне дійсне число, $\alpha = \alpha(x, y, z, t)$ і $\beta = \varepsilon \cdot \bar{\beta}(x, y, z, t)$ – функції, які характеризують відповідно обсяги адсорбованих і десорбованих за одиницю часу домішкових частинок, $\lambda = \varepsilon \cdot \bar{\lambda}(x, y, z, t)$ – функція, яка характеризує швидкість зміни активної пористості середовища, ε – малий параметр ($\varepsilon > 0$), $c_*(M, t)$, $c_0^0(x, y, z)$ – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області G , M – довільна точка поверхні ABB_*A_* .

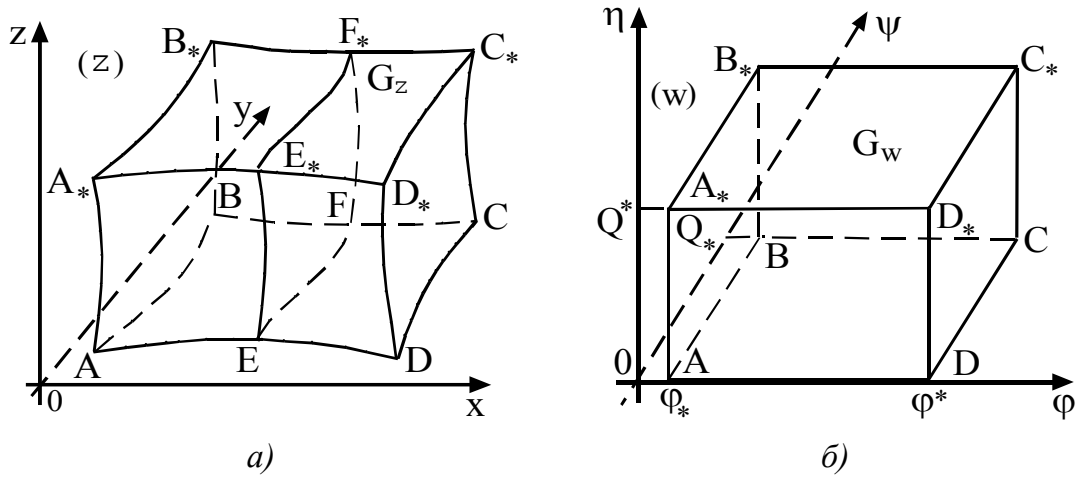


Рис. 1. Просторова фізична область G_z (а) та відповідна їй область комплексного потенціалу G_w (б)

Припустимо, що задача (1) – (2) на знаходження просторового аналогу конформного відображення $G_z \mapsto G_w$ (або $G_w \mapsto G_z$) [8], де $G_w = \{(\varphi, \psi, \eta) : \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, 0 \leq \psi \leq Q_*, 0 \leq \eta \leq Q^*\}$ – відповідна G_z область комплексного потенціалу, є розв’язаною, зокрема, знайдено

поле швидкості \vec{v} і фільтраційну витрату $Q_* \cdot Q^* = Q = \int_{EFF, E_*} \frac{\partial \varphi}{\partial s} ds$. Тоді,

здійснивши заміну змінних $x = x(\varphi, \psi, \eta)$, $y = y(\varphi, \psi, \eta)$, $z = z(\varphi, \psi, \eta)$ у системі (3) та умовах (4), приходимо до відповідної задачі для області $G_w \times (0, \infty)$:

$$\begin{cases} \tilde{\sigma} \cdot c'_t + \tilde{\sigma}'_t \cdot c = \varepsilon \cdot k \cdot (\tilde{v}^2 \cdot c''_{\varphi\varphi} + b_1 \cdot c''_{\psi\psi} + b_2 \cdot c''_{\eta\eta} + d_1 \cdot c'_\psi + d_2 \cdot c'_\eta) - \tilde{v}^2 \cdot c'_\varphi - \\ - \tilde{\alpha} \cdot c + \varepsilon \cdot \tilde{\beta} \cdot u, \tilde{\sigma} \cdot u'_t + \tilde{\sigma}'_t \cdot u = \tilde{\alpha} \cdot c - \varepsilon \cdot \tilde{\beta} \cdot u, \tilde{\sigma}'_t = -\varepsilon \cdot \tilde{\lambda} \cdot u, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} c(\varphi_*, \psi, \eta, t) &= \tilde{c}_*(\psi, \eta, t), \quad c'_\varphi(\varphi^*, \psi, \eta, t) = 0, \quad c'_\psi(\varphi, 0, \eta, t) = \\ &= c'_\psi(\varphi, Q_*, \eta, t) = c'_\eta(\varphi, \psi, 0, t) = c'_\eta(\varphi, \psi, Q^*, t) = 0, \end{aligned}$$

$$c(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{c}_0^0(\varphi, \psi, \eta), \quad u(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{u}_0^0(\varphi, \psi, \eta),$$

$$\tilde{\sigma}(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta), \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned}
 c &= c(\varphi, \psi, \eta, t) = C(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t), \\
 u &= u(\varphi, \psi, \eta, t) = U(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t) \\
 \tilde{\sigma} &= \tilde{\sigma}(\varphi, \psi, \eta, t) = \sigma(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t), \\
 \tilde{c}_* &= \tilde{c}_*(\psi, \eta, t) = c_*(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t), \\
 \tilde{c}_0^0 &= \tilde{c}_0^0(\varphi, \psi, \eta) = c_0^0(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)), \\
 \tilde{u}_0^0 &= \tilde{u}_0^0(\varphi, \psi, \eta) = u_0^0(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)), \\
 \tilde{\sigma}_0^0 &= \tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta) = \sigma_0^0(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)), \\
 \tilde{\alpha} &= \tilde{\alpha}(\varphi, \psi, \eta, t) = \alpha(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t), \\
 \tilde{\beta} &= \tilde{\beta}(\varphi, \psi, \eta, t) = \bar{\beta}(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t), \\
 \tilde{\lambda} &= \tilde{\lambda}(\varphi, \psi, \eta, t) = \bar{\lambda}(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t) \\
 \tilde{v} &= \tilde{v}(\varphi, \psi, \eta) = v(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= b_1(\varphi, \psi, \eta) = \psi_x'^2 + \psi_y'^2 + \psi_z'^2, \quad b_2 = b_2(\varphi, \psi, \eta) = \eta_x'^2 + \eta_y'^2 + \eta_z'^2, \\
 d_1 &= d_1(\varphi, \psi, \eta) = \psi_{xx}'' + \psi_{yy}'' + \psi_{zz}'', \quad d_2 = d_2(\varphi, \psi, \eta) = \eta_{xx}'' + \eta_{yy}'' + \eta_{zz}'' \quad [6, 7].
 \end{aligned}$$

Розв'язок задачі (5) – (6) з точністю $O(\varepsilon^{n+1})$ шукаємо у вигляді таких асимптотичних рядів [7]:

$$\begin{aligned}
 c &= c_0 + \sum_{i=0}^n \varepsilon^i c_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \Pi_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{\Pi}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\Pi}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{\Pi}}_i + \\
 &\quad + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\Pi}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\tilde{\Pi}}_i + R_{n+1}^1, \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u &= u_0 + \sum_{i=0}^n \varepsilon^i u_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i P_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \tilde{P}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{P}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{\tilde{P}}_i + \\
 &\quad + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \hat{P}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \hat{\tilde{P}}_i + R_{n+1}^2, \tag{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} = & \tilde{\sigma}_0 + \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \tilde{\sigma}_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i p_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \tilde{p}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{p}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{\tilde{p}}_i + \\ & + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \hat{p}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \hat{\tilde{p}}_i + r_{n+1}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $c_i(\varphi, \psi, \eta, t)$, $u_i(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\sigma}_i(\varphi, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n}$) – члени регулярної частини асимптотики; $\Pi_i(\xi, \psi, \eta, t)$, $P_i(\xi, \psi, \eta, t)$, $p_i(\xi, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n+1}$) – функції типу примежового шару в околі $\varphi = \varphi^*$ (поправки на виході з фільтру), $\tilde{\Pi}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{P}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{p}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n+1}$) – в околі $\varphi = \varphi_*$ (поправки на вході у фільтр), а $\tilde{\tilde{\Pi}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\tilde{\tilde{P}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\tilde{\tilde{p}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\hat{\Pi}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{P}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{p}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ та $\hat{\tilde{\Pi}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{\tilde{P}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{\tilde{p}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ ($i = \overline{0, 2n+1}$) – відповідно в околах $\psi = 0$, $\psi = Q_*$, $\eta = 0$, $\eta = Q^*$ (поправки на бічних стінках фільтру), $R_{n+1}^1(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$, $R_{n+1}^2(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$ і $r_{n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$ – залишкові члени, $\xi = \frac{\varphi^* - \varphi}{\varepsilon}$, $\tilde{\xi} = \frac{\varphi - \varphi_*}{\varepsilon}$, $\tilde{\psi} = \frac{\psi}{\sqrt{\varepsilon}}$, $\tilde{\tilde{\psi}} = \frac{Q_* - \psi}{\sqrt{\varepsilon}}$, $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon}}$,

$\tilde{\tilde{\eta}} = \frac{Q^* - \eta}{\sqrt{\varepsilon}}$ – розтяги відповідних змінних.

В результаті підстановки (7) – (9) у (5), (6) і виконання стандартної процедури “прирівнювання” коефіцієнтів при однакових степенях ε , одержимо такі задачі для знаходження c_i , u_i , $\tilde{\sigma}_i$ ($i = \overline{0, n}$) та Π_i , P_i , p_i ($i = \overline{0, n+1}$):

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_0 \cdot c'_{0t} + \tilde{\sigma}'_{0t} \cdot c_0 + \tilde{v}^2 \cdot c'_{0\varphi} + \tilde{\alpha} \cdot c_0 = g_{1,0}, \tilde{\sigma}_0 \cdot u'_{0t} + \tilde{\sigma}'_{0t} \cdot u_0 = g_{2,0}, \\ \tilde{\sigma}'_{0t} = g_{3,0}; c_0(\varphi_*, \psi, \eta, t) = \tilde{c}_*(\psi, \eta, t), c_0(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{c}_0^0(\varphi, \psi, \eta), \\ u_0(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{u}_0^0(\varphi, \psi, \eta), \tilde{\sigma}_0(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta), \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_0 \cdot c'_{it} + \tilde{\sigma}'_{0t} \cdot c_i + \tilde{v}^2 \cdot c'_{i\varphi} + \tilde{\alpha} \cdot c_i = g_{1,i}, \tilde{\sigma}_0 \cdot u'_{it} + \tilde{\sigma}'_{0t} \cdot u_i = g_{2,i}, \\ \tilde{\sigma}'_{it} = g_{3,i}; c_i(\varphi^*, \psi, \eta, t) = 0, c_i(\varphi, \psi, \eta, 0) = 0, u_i(\varphi, \psi, \eta, 0) = 0, \\ \tilde{\sigma}_i(\varphi, \psi, \eta, 0) = 0 (i = \overline{1, n}), \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} k \cdot \Pi''_{i\xi\xi} + \Pi'_{i\xi} = q_{1,i}, (\tilde{\sigma}_0 + p_0) \cdot P'_{it} + (\tilde{\sigma}'_{0t} + p'_{0t}) \cdot P_i = q_{2,i}, \\ p'_{it} = q_{3,i}; c'_{i\varphi}(\varphi^*, \psi, \eta, t) + \Pi'_{i\xi}(0, \psi, \eta, t) = 0, \Pi_i(\xi, \psi, \eta, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \\ P_i(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, p_i(\xi, \psi, \eta, 0) = 0 (i = \overline{0, n}), \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} k \cdot \Pi''_{(n+1)\xi\xi} + \Pi'_{(n+1)\xi} = q_{1,n+1}, (\tilde{\sigma}_0 + p_0) \cdot P'_{(n+1)t} + (\tilde{\sigma}'_{0t} + p'_{0t}) \cdot P_{n+1} = \\ = q_{2,n+1}, P'_{(n+1)t} = q_{3,n+1}; \Pi'_{(n+1)\xi}(0, \psi, \eta, t) = 0, \Pi_{n+1}(\xi, \psi, \eta, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \\ P_{n+1}(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, p_{n+1}(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \end{cases} \quad (13)$$

де $g_{1,i} = I(i, 1) \cdot \left(k \cdot (\tilde{v}^2 \cdot c''_{(i-1)\varphi\varphi} + b_1 \cdot c_{(i-1)\psi\psi} + b_2 \cdot c''_{(i-1)\eta\eta} + d_1 \cdot c'_{(i-1)\psi} + \right.$
 $\left. + d_2 \cdot c'_{(i-1)\eta} \right) + \tilde{\beta} \cdot u_{i-1} - \sum_{l=0}^{i-1} (\sigma_{l+1} \cdot c'_{(i-1-l)t} + \sigma'_{(l+1)t} \cdot c_{i-1-l})$, $g_{2,i} = \tilde{\alpha} \cdot c_i - I(i, 1) \times$
 $\times \left(\tilde{\beta} \cdot u_{i-1} + \sum_{l=1}^i (\sigma_l \cdot u'_{(i-l)t} + \sigma'_{lt} \cdot u_{i-l}) \right)$, $g_{3,i} = -I(i, 1) \cdot \tilde{\lambda} \cdot u_{i-1} (i = \overline{0, n})$,

$q_{1,i} = \tilde{v}^{-2}(\varphi^*, \psi, \eta) \cdot \left(I(i, 1) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} (p_l \cdot \Pi'_{(i-l-1)t} + p'_{lt} \cdot \Pi_{i-l-1} + \tilde{\sigma}_l \cdot \Pi'_{(i-l-1)t} + \tilde{\sigma}'_{lt} \times \right. \right.$
 $\times \Pi_{i-l-1} + p_l \cdot c'_{(i-l-1)t} + p'_{lt} \cdot c_{i-l-1}) + \sum_{l=1}^i V_{*l} (\Pi'_{(i-l)\xi} - k \cdot \Pi''_{(i-l)\xi\xi}) - \sum_{l=0}^i \tilde{\alpha}_{*l} \cdot \Pi_{i-l} \Big) +$
 $+ I(i, 2) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} (\tilde{\beta}_{*l} \cdot P_{i-l-1}) + k \cdot \sum_{l=0}^{i-2} (B_{1*l} \cdot \Pi''_{(i-2-l)\psi\psi} + B_{2*l} \cdot \Pi''_{(i-2-l)\eta\eta} + D_{1*l} \cdot \Pi'_{(i-2-l)\psi} + \right.$
 $\left. + D_{2*l} \cdot \Pi'_{(i-2-l)\eta} \right) \Big) \Big) \Big)$, $q_{2,i} = \sum_{l=0}^i \tilde{\alpha}_{*l} \cdot \Pi_{i-l} - I(i, 1) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} \tilde{\beta}_{*l} \cdot P_{i-l-1} + \sum_{l=1}^i (\tilde{\sigma}_l \cdot P'_{(i-l)t} + \right.$
 $\left. + \tilde{\sigma}'_{lt} \cdot P_{i-l} + p_l \cdot P'_{(i-l)t} + p'_{lt} \cdot P_{i-l} + p_l \cdot u'_{(i-l)t} + p'_{lt} \cdot u_{i-l} \right)$, $q_{3,i} = -I(i, 1) \times$

$\times \sum_{l=0}^{i-1} \tilde{\lambda}_{*l} \cdot P_{i-l-1} (i = \overline{0, n+1})$, V_{*l} , B_{1*l} , B_{2*l} , D_{1*l} , D_{2*l} , $\tilde{\alpha}_{*l}$, $\tilde{\beta}_{*l}$, $\tilde{\lambda}_{*l}$ – кое-

фіцієнти при l -тих степенях ε в розкладі відповідно функцій $\tilde{v}^2(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta)$, $b_1(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta)$, $b_2(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta)$, $d_1(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta)$, $d_2(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta)$, $\tilde{\alpha}(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\beta}(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\lambda}(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi, \eta, t)$ в

ряд Тейлора в околі $\varphi = \varphi^*$, $I(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a \geq b, \\ 0, & \text{якщо } a < b. \end{cases}$

У результаті послідовного розв'язання (10) – (13) матимемо [7, 8]:

$$\tilde{\sigma}_0(\varphi, \psi, \eta, t) = \tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta),$$

$$c_0(\varphi, \psi, \eta, t) = \begin{cases} \frac{\tilde{c}_*(\psi, \eta, t - f(\varphi, \psi, \eta))}{e^{\lambda_1(\varphi, \psi, \eta, t)}}, & t \geq f(\varphi, \psi, \eta), \\ \frac{\tilde{c}_0^0(f^{-1}(f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)}{e^{\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, t)}}, & t < f(\varphi, \psi, \eta), \end{cases}$$

$$u_0(\varphi, \psi, \eta, t) = \frac{1}{\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)} \cdot \int_0^t \tilde{\alpha}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) \cdot c_0(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) d\tilde{t} + u_0^0(\varphi, \psi, \eta);$$

$$\tilde{\sigma}_i(\varphi, \psi, \eta, t) = - \int_0^t g_{3,i}(\varphi, \psi, \eta, s) ds,$$

$$c_i(\varphi, \psi, \eta, t) = \begin{cases} \frac{\int_{\varphi_0}^{\varphi} \tilde{g}_{1,i}(\varphi, \psi, \eta, t, s) \cdot e^{\lambda_1(s, \psi, \eta, t)} ds}{e^{\lambda_1(\varphi, \psi, \eta, t)}}, & t \geq f(\varphi, \psi, \eta), \\ \frac{\int_0^t \tilde{g}_{2,i}(\varphi, \psi, \eta, t, s) \cdot e^{\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, s)} ds}{e^{\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, t)}}, & t < f(\varphi, \psi, \eta), \end{cases}$$

$$u_i(\varphi, \psi, \eta, t) = - \frac{1}{\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)} \cdot \int_0^t g_{2,i}(\varphi, \psi, \eta, s) ds \quad (i = \overline{1, n});$$

$$p_i(\xi, \psi, \eta, t) = \int_0^t q_{3,i}(\xi, \psi, \eta, s) ds \quad (i = \overline{0, n+1}),$$

$$\Pi_0(\xi, \psi, \eta, t) = k \cdot c'_{\varphi}(\varphi^*, \psi, \eta, t) \cdot e^{-\frac{\xi}{k}},$$

$$P_i(\xi, \psi, \eta, t) = \int_0^\xi e^{-\frac{s}{k}} \left(\int_0^s \tilde{q}_{1,i}(\tilde{s}, \psi, \eta, t) \cdot e^{\frac{\tilde{s}}{k}} d\tilde{s} - c'_{i\varphi}(\varphi^*, \psi, \eta, t) \right) ds \quad (i = \overline{1, n}),$$

$$P_{n+1}(\xi, \psi, \eta, t) = \int_0^\xi e^{-\frac{s}{k}} \left(\int_0^s \tilde{q}_{1,n+1}(\tilde{s}, \psi, \eta, t) \cdot e^{\frac{\tilde{s}}{k}} d\tilde{s} \right) ds,$$

$$P_i(\xi, \psi, \eta, t) = \frac{1}{\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)} \cdot \int_0^t \tilde{q}_{2,i}(\xi, \psi, \eta, s) ds \quad (i = \overline{0, n+1}),$$

де
$$\lambda_1(\varphi, \psi, \eta, t) = \int_{\varphi_*}^{\varphi} \frac{\tilde{\alpha}(s, \psi, \eta, f(s, \psi, \eta) + t - f(\varphi, \psi, \eta))}{\tilde{v}^2(s, \psi, \eta)} ds,$$

$$\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, t) = \int_0^t \frac{\tilde{\alpha}(f^{-1}(s + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, s)}{\tilde{\sigma}_0^0(f^{-1}(s + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} ds,$$

$$\tilde{g}_{1,i}(\varphi, \psi, \eta, t, s) = \frac{g_{1,i}(s, \psi, \eta, f(s, \psi, \eta) - f(\varphi, \psi, \eta) + t)}{\tilde{v}^2(s, \psi, \eta)},$$

$$\tilde{g}_{2,i}(\varphi, \psi, \eta, t, s) = \frac{g_{1,i}(f^{-1}(s + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, s)}{\tilde{\sigma}_0^0(f^{-1}(s + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} \quad (i = \overline{1, n}),$$

$f(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}) = \int_{\varphi_*}^{\varphi} \frac{\tilde{\sigma}_0^0(s, \bar{\psi}, \bar{\eta})}{\tilde{v}^2(s, \bar{\psi}, \bar{\eta})} ds$ – час проходження відповідною частинкою

шляху від точки $(x(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta}), y(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta}), z(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta})) \in ABB_*A_*$ до точки $(x(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}), y(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}), z(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta})) \in G_z$ вздовж відповідної лінії течії (як перетину деяких двох поверхонь $\psi(x, y, z) = \bar{\psi}$, $0 \leq \bar{\psi} \leq Q_*$, $\eta(x, y, z) = \bar{\eta}$, $0 \leq \bar{\eta} \leq Q^*$), f^{-1} – функція, обернена до f відносно змінної φ (відмітимо, що така функція існує, оскільки $\tilde{v}^2(\varphi, \psi, \eta)$ і $\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)$ – неперервно-диференційовані, обмежені, додатньо визначені функції).

Вирази функцій $\tilde{P}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{P}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{p}_i(\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n+1}$) знаходяться шляхом розв'язання наступних задач [7]:

$$\begin{cases} k \cdot \ddot{\Pi}_{0 \xi \xi}'' + \ddot{\Pi}'_{0 \xi} = \check{q}_{1,0}, (\check{\sigma}_0 + p_0 + \check{p}_0) \cdot \check{P}'_{0t} + (\check{\sigma}'_{0t} + p'_{0t} + \check{p}'_{0t}) \cdot \check{P}_0 = \check{q}_{2,0}, \\ \check{p}'_{0t} = \check{q}_{3,0}; c_0(\varphi_*, \psi, \eta, t) + \Pi_0(\varphi_*, \psi, \eta, t) + \ddot{\Pi}_0(0, \psi, \eta, t) = \check{c}^*(\varphi_*, \psi, \eta, t), \\ \ddot{\Pi}_0(\xi, \psi, \eta, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \check{P}_0(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \check{p}_0(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \cdot \ddot{\Pi}_{i \xi \xi}'' + \ddot{\Pi}'_{i \xi} = \check{q}_{1,i}, (\check{\sigma}_0 + p_0 + \check{p}_0) \cdot \check{P}'_{it} + (\check{\sigma}'_{0t} + p'_{0t} + \check{p}'_{0t}) \cdot \check{P}'_i = \check{q}_{2,i}, \\ \check{p}'_{it} = \check{q}_{3,i}; c_i(\varphi_*, \psi, \eta, t) + \Pi_i(\varphi_*, \psi, \eta, t) + \ddot{\Pi}_i(0, \psi, \eta, t) = 0, \\ \ddot{\Pi}_i(\xi, \psi, \eta, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \check{P}_i(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \check{p}_i(\xi, \psi, \eta, 0) = 0 \quad (i = \overline{1, n}), \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \cdot \ddot{\Pi}_{(n+1) \xi \xi}'' + \ddot{\Pi}'_{(n+1) \xi} = \check{q}_{1,n+1}, (\check{\sigma}_0 + p_0 + \check{p}_0) \cdot \check{P}'_{(n+1)t} + (\check{\sigma}'_{0t} + p'_{0t} + \check{p}'_{0t}) \times \\ \times \check{P}'_{n+1} = \check{q}_{2,n+1}, \check{p}'_{(n+1)t} = \check{q}_{3,n+1}; \ddot{\Pi}_{n+1}(0, \psi, \eta, t) = 0, \ddot{\Pi}_{n+1}(\xi, \psi, \eta, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \\ \check{P}_{n+1}(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \check{p}_{n+1}(\xi, \psi, \eta, 0) = 0, \end{cases}$$

де $\check{q}_{1,i} = \check{v}^{-2}(\varphi_*, \psi, \eta) \cdot \left(I(i, 1) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} (\check{p}_l \cdot \ddot{\Pi}'_{(i-l-1)t} + \check{p}'_{lt} \cdot \ddot{\Pi}_{i-l-1} + \check{p}_l \cdot \Pi'_{(i-l-1)t} + \right. \right.$
 $\left. \left. + \check{p}'_{lt} \cdot \Pi_{i-l-1} + \check{p}_l \cdot c'_{(i-l-1)t} + \check{p}'_{lt} \cdot c_{i-l-1} + p_l \cdot \ddot{\Pi}'_{(i-l-1)t} + p'_{lt} \cdot \ddot{\Pi}_{i-l-1} + \check{\sigma}_l \cdot \ddot{\Pi}'_{(i-l-1)t} + \right. \right.$
 $\left. \left. + \check{\sigma}'_{lt} \cdot \ddot{\Pi}_{i-l-1} \right) + \sum_{l=1}^i \check{V}_{*l} \left(\ddot{\Pi}'_{(i-l) \xi} - k \cdot \ddot{\Pi}''_{(i-l) \xi \xi} \right) - \sum_{l=0}^i \check{\alpha}_{*l} \cdot \ddot{\Pi}_{i-l} \Big) - I(i, 2) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} (\check{\beta}_{*l} \times \right.$
 $\left. \times \check{P}_{i-l-1} \right) + k \cdot \sum_{l=0}^{i-2} \left(\check{B}_{1*l} \cdot \ddot{\Pi}''_{(i-2-l) \psi \psi} + \check{B}_{2*l} \cdot \ddot{P}''_{(2,i-2-l) \eta \eta} + \check{D}_{1*l} \cdot \check{P}'_{(2,i-2-l) \psi} + \check{D}_{2*l} \times \right.$
 $\left. \times \check{P}'_{(2,i-2-l) \eta} \right) \Big) \Big), \check{q}_{2,i} = \sum_{l=0}^i \check{\alpha}_{*l} \cdot \ddot{\Pi}_{i-l} - I(i, 1) \cdot \left(\sum_{l=0}^{i-1} \check{\beta}_{*l} \cdot \check{P}_{i-l-1} + \sum_{l=1}^i (\check{\sigma}_l \cdot \check{P}'_{(i-l)t} + \check{\sigma}'_{lt} \times \right.$
 $\left. \times \check{P}_{i-l} + p_l \cdot \check{P}'_{(i-l)t} + \check{p}'_{lt} \cdot \check{P}_{i-l} + \check{p}_l \cdot \check{P}'_{(i-l)t} + p'_{lt} \cdot \check{P}_{i-l} + \check{p}_l \cdot u'_{(i-l)t} + \check{p}'_{lt} \cdot u_{i-l} + \right.$
 $\left. \left. + \check{p}_l \cdot P'_{(i-l)t} + \check{p}'_{lt} \cdot P_{i-l} \right) \Big), \check{q}_{3,i} = -I(i, 1) \cdot \sum_{l=0}^{i-1} \check{\lambda}_{*l} \cdot \check{P}_{i-l-1} \quad (i = \overline{0, n+1}), \check{V}_{*l}, \check{B}_{1*l},$
 $\check{B}_{2*l}, \check{D}_{1*l}, \check{D}_{2*l}, \check{\alpha}_{*l}, \check{\beta}_{*l}, \check{\lambda}_{*l}$ – коефіцієнти при l -тих степенях ε у розкладі відповідно функцій $\check{v}^2(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta)$, $b_1(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta)$, $b_2(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta)$, $d_1(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta)$, $d_2(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta)$, $\check{\alpha}(\varphi_* + \varepsilon \check{\xi}, \psi, \eta, t)$,

$\tilde{\beta}(\varphi_* + \varepsilon\tilde{\xi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\lambda}(\varphi_* + \varepsilon\tilde{\xi}, \psi, \eta)$ в ряд Тейлора в околі $\varphi = \varphi_*$. Задачі для знаходження примежових функцій $\tilde{\Pi}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\tilde{\tilde{\Pi}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\hat{\Pi}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{\tilde{\Pi}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\tilde{P}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\tilde{\tilde{P}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\hat{P}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{\tilde{P}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ і $\tilde{p}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\tilde{\tilde{p}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$, $\hat{p}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$, $\hat{\tilde{p}}_i(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ ($i = \overline{0, 2n+1}$) будуються аналогічно [6, 7]. Залишкові члени знаходимо аналогічно до [9].

Результати числових розрахунків. На основі результатів експериментальних даних для фільтра висотою 1м з цеолітовою засипкою зерен діаметром 0.5-2мм [5] було встановлено наступні параметри: $\tilde{\alpha} \approx 0.25(0.67\tilde{v}^2 + 1.25)$, $\tilde{\beta} \approx 0.00001 \cdot \tilde{\alpha}$, $\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta) \approx 0.3$, $\tilde{\gamma} \approx 0.0033$, $\kappa \approx 5.6$ м/добу, $D \approx 2.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с і було проведено дослідження впливу форми фільтра на якість очистки води. Для цього було розглянуто моделювання роботи фільтрів, що мають форму прямокутного і криволінійного паралелепіпедів. Для фільтрів такої форми характерними є просторовість засипки, однакова довжина 1м та об'єм, і для фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда, – «монотонність звуження» в напрямку від входу до виходу (вибір саме такої форми «підказує» практика) та взаємна ортогональність граней уздовж ребер і в кутових точках (це суттєво для спрощення процедури побудови просторового аналогу конформного відображення). Для цих фільтрів було виконано комп'ютерне дослідження за таких величин середньої швидкості руху води через засипку фільтру: 2, 5, 8, 10 м/год. Для фільтра прямокутної форми ця швидкість буде такою в кожному «живому перетині», нормальному до основного потоку води, що фільтрується, а для фільтру, форму якого описано поверхнями $f_1(x, y, z) = x - 2$, $f_2(x, y, z) = (x - 4.5214350)^2 + y^2 + z^2 - 2.3576347$, $f_3(x, y, z) = (x - 2)^2 + (y - 6.1553671)^2 + z^2 - 41.8885438$, $f_4(x, y, z) = (y + 6.1553671)^2 + (x - 2)^2 + z^2 - 41.8885438$, $f_5(x, y, z) = f_6(x, y, z) = (x^2 - 4x + y^2 + z^2)^2 +$

$+16y^2 - 93.2548340z^2$, і на основі [8] побудовано розрахункову динамічну сітку в G_z (рис. 2): $\varphi(x, y, z) = \bar{\varphi}_i \stackrel{\text{df}}{=} \varphi_* + \frac{(\varphi^* - \varphi_*)i}{n}$ ($i = \overline{0, n}$), $\psi(x, y, z) = \bar{\psi}_j \stackrel{\text{df}}{=} \frac{Q_* j}{m}$ ($j = \overline{0, m}$), $\eta(x, y, z) = \bar{\eta}_k \stackrel{\text{df}}{=} \frac{Q^* k}{l}$ ($k = \overline{0, l}$) при $n = 40$, $m = 16$, $l = 12$, $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 33.345$ (параметри n , m і l вибирали з умови найбільшої подібності побудованої сітки до кубічної), знайдено фільтраційну витрату $Q = 0.493$ м³/год., обчислено величини швидкості фільтрації $|v|$ та функцій $b_i(\varphi, \psi, \eta)$, $d_i(\varphi, \psi, \eta)$ ($i = 1, 2$). Також відповідні величини були обчислені при $n = 20$, $m = 8$, $l = 6$, $\varphi_* = 0$ і $\varphi^* = 66.69$, 166.25, 266.76, що відповідають величинам середніх швидкостей руху води через засипку криволінійного фільтру: 2, 5, 8, 10 м/год. При цьому нев'язки розрахованих конструкцій не перевищують 0.001.

На рис. 3-4 показано розподіл концентрацій $c_{cep}(\varphi, t)$, $u_{cep}(\varphi, t)$ і $\tilde{\sigma}_{cep}(\varphi, t)$ в прямокутному і криволінійному фільтрах, які було отримано

при $c_0^0(\varphi, \psi, \eta) = \begin{cases} 0, & \varphi > \varphi_*, \\ 0.0005, & \varphi = \varphi_*, \end{cases}$ $c_*(\psi, \eta, t) = 0.0005$, $u_0^0(\varphi, \psi, \eta) = 0$. У

табл. 1 наведено порівняльний аналіз отриманих результатів на виході з фільтрів.

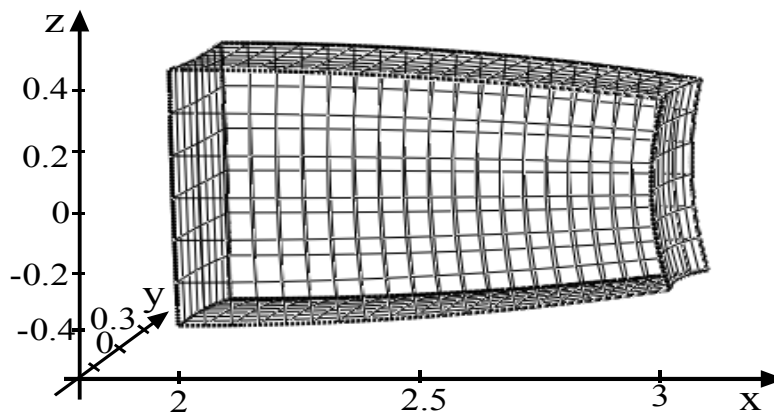


Рис. 2. Розрахункова динамічна сітка в G_z

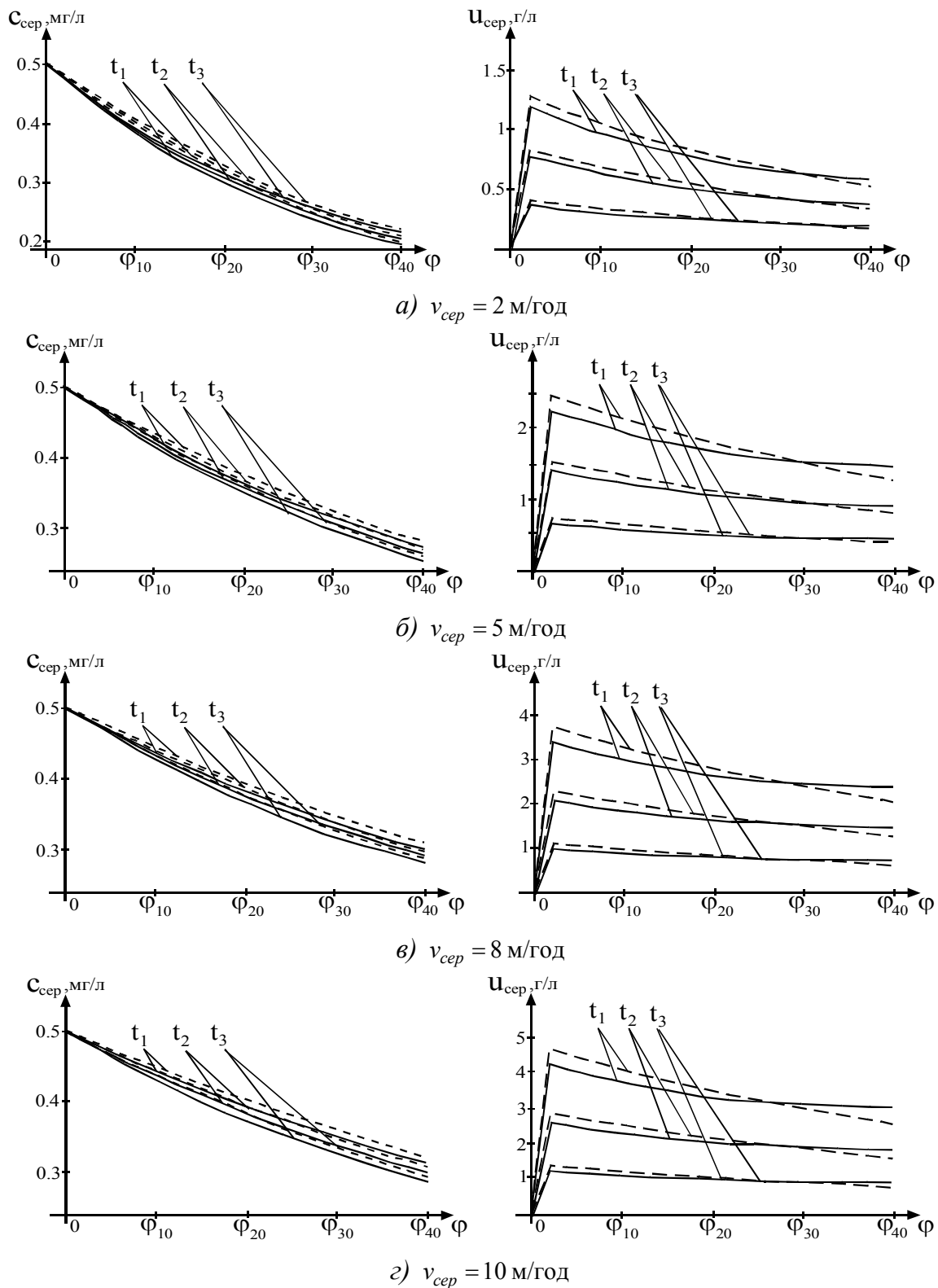


Рис. 3. Розподіл концентрації алюмінію у воді та в осаді при різних $v_{сер}$ у моменти часу $t_1 = 400$ год., $t_2 = 800$ год., $t_3 = 1200$ год. (суцільна лінія — відповідає криволінійному паралелепіпеду, а штрихова --- — прямокутному)

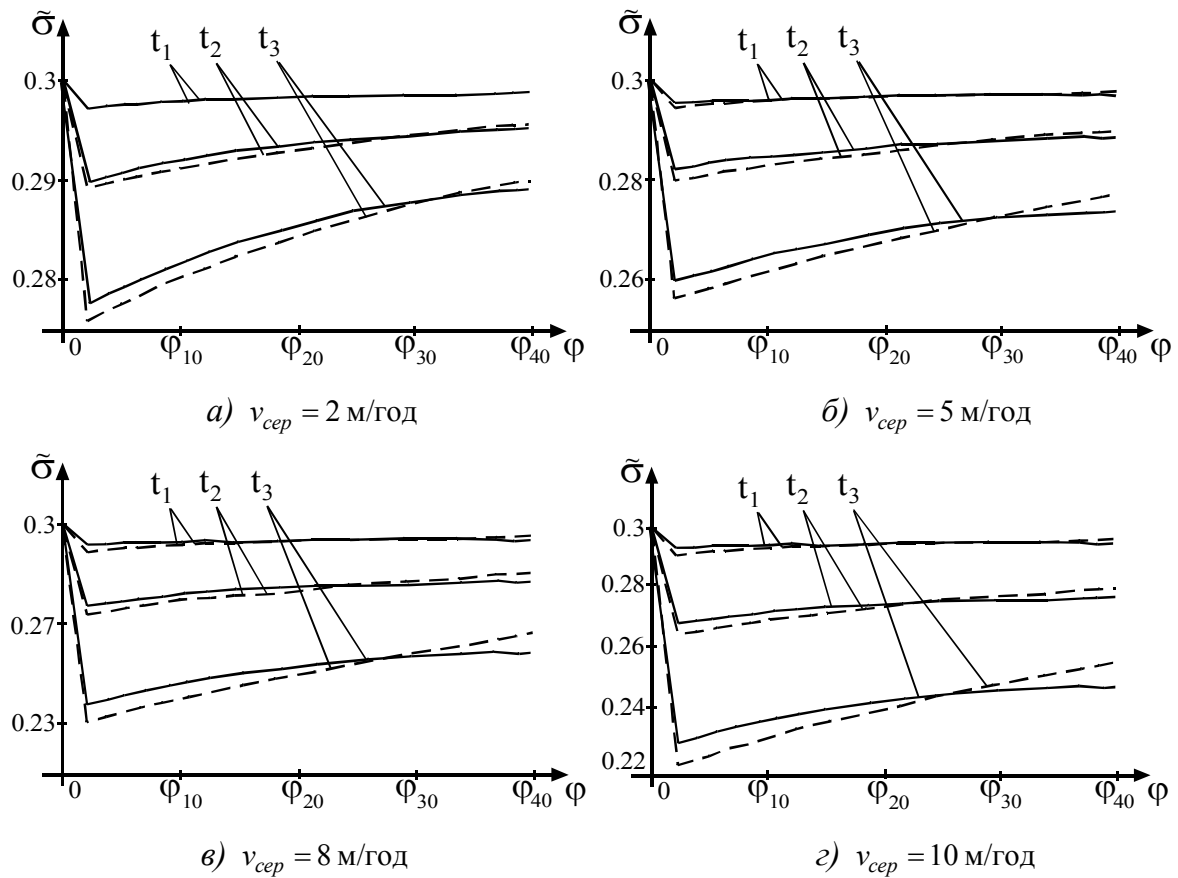


Рис. 4. Зміна пористості завантаження фільтру при різних $v_{сер}$
у моменти часу $t_1 = 400$ год., $t_2 = 800$ год., $t_3 = 1200$ год.
(суцільна лінія — відповідає криволінійному паралелепіпедові,
а штрихова --- — прямокутному)

Таблиця 1

№	$v_{сер.}$, м/год.	t , год.	$C_{сер. вих. пр. п.}$, мг/л	$C_{сер. вих. кр. п.}$, мг/л	ΔC , %
1	2	400	0.2018	0.1901	5.80
2	2	800	0.2071	0.1955	5.60
3	2	1200	0.2123	0.2007	5.46
4	5	400	0.2634	0.2522	4.25
5	5	800	0.2723	0.2611	4.11
6	5	1200	0.2809	0.2697	4.00
7	8	400	0.2838	0.2728	3.88
8	8	800	0.2961	0.2851	3.72
9	8	1200	0.3080	0.2970	3.57
10	10	400	0.2917	0.2808	3.74
11	10	800	0.3060	0.2950	3.60
12	10	1200	0.3160	0.3089	3.44

Висновки. Запропоновано просторову математичну модель процесу видалення залишкового алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження для фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда. Отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної модельної задачі, що дозволяє проводити дослідження процесу доочищення води від іонів Al^{3+} , націлених на оптимізацію параметрів (а саме: часу захисної дії завантаження) у випадках переважання масообміну та конвективної складової відповідного процесу над дифузійними, що має місце в переважній більшості конструкцій фільтрувальних установок.

Запропоновану теоретичну модель фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда, доцільно використовувати для проектування та подальшого виробництва побутових фільтрів із змінними картриджами, оскільки така форма дозволяє більш раціонально використовувати сорбційну ємність і продовжити термін фільтроциклу (рис. 3-4).

1. *Бабенков Е. Д.* Очистка воды коагулянтами / Е. Д. Бабенков. – М.: Наука, 1977. – 356 с.
2. *Кульский Л. А.* Моделирование процесса очистки воды от взвешенных веществ / Л. А. Кульский, В. Е. Терновцев, Ю. С. Сергеев // Химия и технология воды. – 1987. – Т. 9, №1. – С. 12-15.
3. *Николадзе Г. И.* Подготовка воды для питьевого и промышленного водоснабжения / Г. И. Николадзе, Д. М. Минц, А. А. Кастальский. – М. : Высшая школа, 1984. – 368 с.
4. *Минц Д. М.* Теоретические основы технологии очистки воды / Д. М. Минц. – М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.
5. *Обертас И. А.* Исследование процесса удаления алюминия из питьевой воды путем фильтрования / И. А. Обертас // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып. 14. – К. : Техніка, 1998. – С. 66-67.
6. *Бабаев И. С.* Очистка воды от остаточного алюминия на фильтрах с цолитовой загрузкой / И. С. Бабаев, С. М. Касумова, Ф. Ю. Абдурахманов, Ф. Н. Мухтарова // Мелиорация и водное хозяйство. Серия 3. Обводне-

ние и сельскохозяйственное водоснабжение. Экспресс-информация. – М. : ЦБНТИ Минводхоза СССР, 1983. – Вып. 10. – С. 6-12.

7. Сивак В. М. Чисельно-асимптотичне наближення розв'язків одного класу модельних нелінійних сингулярно збурених крайових задач типу “конвекція-дифузія-масообмін” / В. М. Сивак, А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, І. М. Присяжнюк // Вісник Укр. нац. ун-ту водн. госп. та природокорист. Збірн. наук. праць. Вип. 1 (33). – Рівне : НУВГП. – 2006. – С. 108-116.
8. Бомба А. Я. Просторові нелінійні сингулярно збурені крайові задачі типу “конвекція-дифузія” / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, В. В. Скопецький // Доп. НАН України. – 2007. – № 8. – С. 37-44.
9. Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104-143.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне

Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне

E-mail: klimyuk@ukr.net

Надійшла 18.08.2010

Климюк Ю. Е., Сивак В. М. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДООЧИСТКИ ВОДЫ ОТ ОСТАТОЧНЫХ КАТИОНОВ АЛЮМИНИЯ ФИЛЬТРОВАНИЕМ ЧЕРЕЗ АНИОНОАКТИВНЫЕ ЗАГРУЗКИ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ СРЕДЫ // *В работе предложена пространственная математическая модель процесса удаления остаточных катионов алюминия фильтрованием через анионоактивные загрузки с учетом изменения фильтрационных свойств среды для фильтра, который имеет форму криволинейного параллелепипеда. Получен алгоритм численно-асимптотического приближения решения соответствующей модельной задачи, которая описывается системой нелинейных сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений типа «конвекция-диффузия-масообмен» для криволинейного параллелепипеда, ограниченного четверыми поверхностями течения и двумя эквипотенциальными поверхностями. Проведен численный эксперимент.*

Klymyuk Yu. Ye., Sivak V. M. MODELING OF WATER AFTERPURIFICATION PROCESS FROM RESIDUAL ALUMINIUM'S CATIONS USING FILTRATION THROUGH ANIONACTIVE LOADINGS WITH TAKING INTO ACCOUNT CHANGE OF FILTRATIONAL PROPERTIES OF ENVIRONMENT // *Spatial mathematical model of removal process of residual aluminum's cations using filtration through anionactive loadings with taking into account change of filtrational properties of environment for the filter which has the form of a curvilinear parallelepiped is offered. The algorithm of numerical asymptotic approximation of the decision of a corresponding model problem which is described by system of nonlinear singular indignant differential "convection-diffusion-mass exchange" type equations for the curvilinear parallelepiped, bounded by the four surfaces of current and two equipotential surfaces, is designed. Numerical experiment is made.*