

Рівненський державний гуманітарний університет

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Збірник наукових праць

Випуск 7 (16)

Рівне-2010

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Недашковський М.О.
Бомба А.Я. (<i>головний редактор</i>)	Новіков О.М.
Булавацький В.М.	Петрівський Я.Б.
Бурак Я.Й.	Пономаренко Л.А.
Власюк А.П.	Пригорницький Д.О. (<i>секретар</i>)
Войтович М.М.	Присяжнюк І.М.
Гаращенко Ф.Г.	Савула Я.Г.
Гарбарчук В.І.	Свідзинський А.В.
Джунь Й.В.	<u>Скопецький В.В.</u> (<i>консультант</i>)
Каштан С.С.	Сяський А.О.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Турбал Ю.В.
Кратко М.І.	Чикрій А.О.
Кузьменко А.П.	Шваб'юк В.І.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 3 від 29 жовтня 2010 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@gmail.com.

Зміст

<i>Пам'яті Скопецького Василя Васильовича</i>	5
<i>Бігун Я. Й., Левицька О. І., Сергєєва Л. М. Побудова просторової структури для моделі поширення епідемії зі змінним коефіцієнтом ліквідації</i>	8
<i>Бомба А. Я., Пеньковський С. О., Савюк Є. В. Метод фіктивної фільтрації моделювання одного класу квазіідеальних процесів руху рідин</i>	20
<i>Бомба А. Я., Теребус А. В. Комплексно спряжені многочлени і крайові задачі на конформні відображення</i>	30
<i>Бомба А. Я., Шпортько О. В., Шпортько Л. В. Використання статичного арифметичного кодування у растровому графічному форматі PNG</i>	43
<i>Булавацький В. М. Математичне моделювання процесу консолідації деформівних пористих середовищ за умов підземного вилуговування</i>	59
<i>Климюк Ю. Є. Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової задачі моделювання процесу видалення залишкових катіонів алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	71
<i>Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу двозв'язних областей</i>	84
<i>Климюк Ю. Є., Сівак В. М. Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	93
<i>Кузьменко А. П., Гладка О. М. До розв'язування початково-крайової задачі для параболічного рівняння методом прямих</i>	110

<i>Мусурівський В. І. Про оцінку параметрів динамічної тра- лової системи</i>	116
<i>Петрик М.Р. Математичне моделювання та аналіз умов і параметрів масопереносу в двовимірних неоднорідних се- редовищах</i>	124
<i>Рогаль І. В. Застосування методу прямих до розв'язування крайових задач конвективної дифузії солей або гіпсів, що залягають у фільтраційному потоці у вигляді включення ..</i>	147
<i>Романюк В. В. Зведення 15 випадків розв'язку однієї строго опукло-вгнутої неперервної антагоністичної гри до шес- ти перших розв'язків.....</i>	168
<i>Сафоник А. П. Математичне моделювання динамічного ре- жиму магнітного фільтра на основі передатної функції ...</i>	193
<i>Сяський А. О., Шинкарчук Н. В. Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска</i>	199
<i>Фурсачик О. А. Числово–асимптотичне наближення розв'я- зків одного класу обернених сингулярно збурених задач типу «конвекція-дифузія»</i>	210
<i>Шпортюк О. В., Шпортюк Л. В. Підвищення ефективно- сті стиснення зображень у форматі PNG за допомогою їх розбиття на блоки однорідних рядків.....</i>	217
<i>Янчук П. С. Застосування квазіспектральних поліномів до розв'язування задачі Коші</i>	242
<i>Янчук П. С., Собко В. Г. Квазіспектральні поліноми на бази- сі поліномів Чебишова</i>	260
<i>Ярощак С. В. Один метод математичного моделювання еволюції границі розділу різнокольорових рідин у неоднорідному пласті.....</i>	281

УДК 539.3

Сяський А. О., Шинкарчук Н. В.

МІШАНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНКИ З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ І ЖОРСТКОГО ДИСКА

Розглядається мішана контактна задача для ізотропної пластинки і жорсткого диска при наявності на лінії розмежування матеріалів зон спаю, гладкого контакту і відставання. Методом механічних квадратур і колокації досліджується напружений стан на контурі еліптичного отвору пластинки.

Вступ. Розрахунок циліндричних з'єднань в передачах обертального руху приводить до необхідності розв'язання контактних задач про взаємодію пластинок з круговими отворами і пружних або жорстких дисків. Внаслідок інтенсивної експлуатації таких передач на лінії сполучення пластинки і диска появляються тріщини, що приводять до значного послаблення передачі.

Задачі про напружений стан пластинки з впаяною круговою шайбою із іншого матеріалу при наявності на лінії спаю одного або системи розрізів наведені в [1-3].

В роботі [4] розглянута задача про передачу моментного навантаження до пластинки через абсолютно жорсткий диск, вставлений в отвір пластинки з натягом. Досліджується поява зазору між пластинкою і диском.

Мішана контактна задача для пластинки з еліптичним отвором і жорсткого диска при їх частковому сполученні сформульована в [5]. Граничні умови задачі в зоні сполучення вибираються у вигляді рівностей деформацій контурних точок пластинки і диска, а в зоні гладкого контакту – у вигляді рівності їх кривин.

У цій роботі в уточненій постановці пропонується числово-аналітичний розв'язок задачі про передачу силового і моментного нава-

нтаження від абсолютно жорсткого диска до контуру криволінійного отвору нескінченної ізотропної пластинки при наявності на лінії розмежування матеріалів зон спаю, гладкого контакту і відставання.

Постановка задачі. Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною $2h$ з симетричним криволінійним отвором, контур якого Γ має форму правильного N -кутника із закругленими кутами. Середню площину пластинки віднесемо до системи прямокутних (x, y) і полярних (r, φ) координат з полюсом в центрі отвору.

Розглянемо функцію [6]

$$z = \omega(\xi) = R \left(\xi + \frac{\varepsilon}{\xi^{N-1}} \right), \quad (1)$$

яка здійснює конформне відображення зовнішності S^- одиничного кола γ ($\rho_0=1$) в площині $\xi = \rho e^{i\lambda}$ на область, яку займає пластинка в площині $z = x + iy$. Тут R – характерний розмір отвору (не обмежуючи загальності, вважаємо $R=1$); ε – параметр, який характеризує відхилення форми криволінійного багатокутника від кола; (ρ, λ) – полярна система координат в площині ξ ; $i = \sqrt{-1}$. При $N=2$, $|\varepsilon| < 1$ функція (1) реалізує конформне відображення на зовнішність γ зовнішності еліпса; при $N=3$, $|\varepsilon| < \frac{1}{2}$ – зовнішності трикутника із закругленими кутами; $N=4$, $|\varepsilon| < \frac{1}{3}$ – зовнішності квадрата із закругленими кутами.

Нехай в отвір пластинки без зазору і натягу вставлено абсолютно жорсткий диск такої ж форми. На ділянці $\Gamma_3 = [\pi + \alpha_1^*, \pi + \beta_1^*]$ контуру Γ диск спаяний з пластинкою. В центрі диска прикладено зосереджену силу (X_0, Y_0) та зосереджену пару сил з моментом M_0 , внаслідок чого

на ділянці $\Gamma_1 = [\alpha_0^*, \beta_0^*]$ пластинка вступає в контактну взаємодію з жорстким диском. На ділянках $\Gamma_2 = [\beta_0^*, \pi + \alpha_1^*] \cup [\pi + \beta_1^*, 2\pi + \alpha_0^*]$ контакт між пластинкою і диском відсутній (рис. 1). Тут $\alpha_0^*, \beta_0^*, \pi + \alpha_1^*, \pi + \beta_1^*$ – полярні кути граничних точок ділянки контакту $[\alpha_0^*, \beta_0^*]$ та спаю $[\pi + \alpha_1^*, \pi + \beta_1^*]$.

Розв’язок задачі полягає у визначенні напруженого стану на контурі отвору пластинки, величини зон контакту та відставання, кута повороту диска.

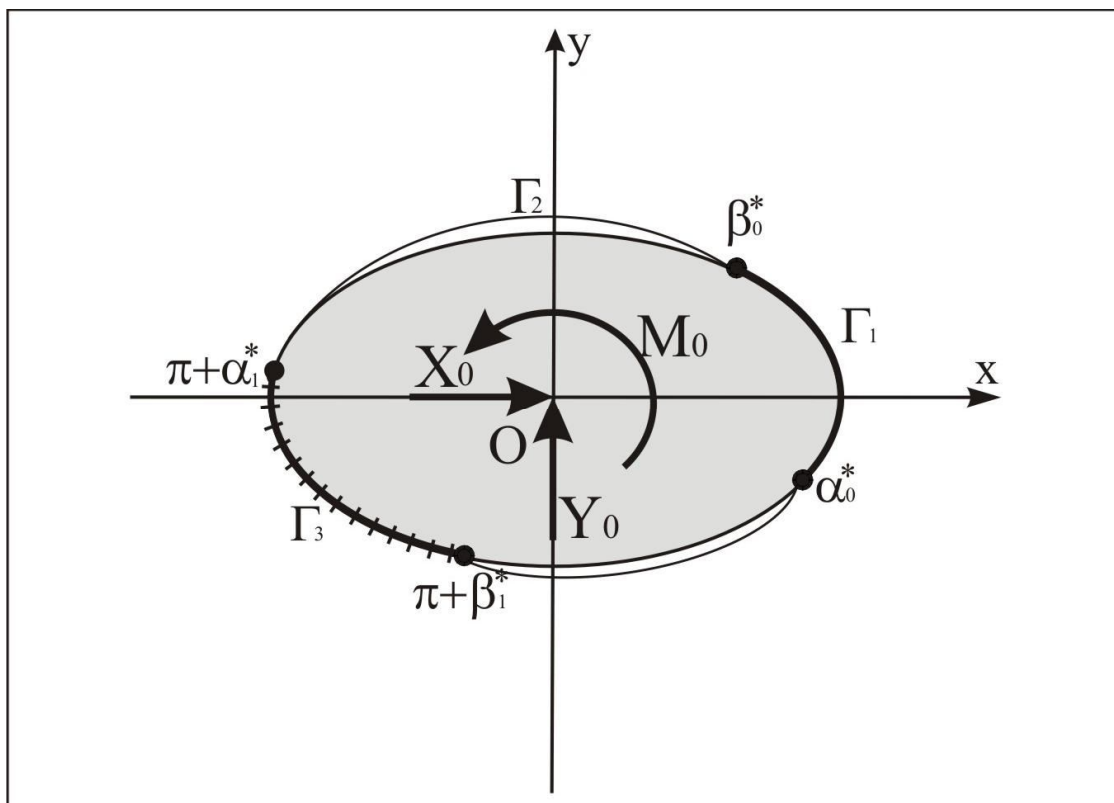


Рис. 1. Розрахункова схема задачі

Вивід інтегральних рівнянь. Вирази для компонент вектора зміщення контурних точок пластинки (u, v) та жорсткого диска (u^d, v^d) при заданому навантаженні запишемо у вигляді [4]

$$\begin{aligned}
 u &= (1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \frac{Y_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt + \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \cos((N-2)\lambda) - \\
 &\quad - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \sin((N-2)\lambda); \\
 v &= (1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt + \frac{X_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda - \\
 &- \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \sin((N-2)\lambda) - \\
 &\quad - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \cos((N-2)\lambda); \\
 (u+iv)_{\Gamma}^{\partial} &= (U_0 + iV_0) + e^{i\varphi_0} \left(\sigma + \frac{\varepsilon}{\sigma^{N-1}} \right). \tag{2}
 \end{aligned}$$

Тут $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ – образи кутів $\alpha_0^*, \beta_0^*, \alpha_1^*, \beta_1^*$ при відображенні (1); E, ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки;

$$f_1 + if_2 = i \int_{\alpha_0}^{\lambda} (T_{\rho}^* + iS_{\rho\lambda}^*) e^{it} dt; \quad T_{\rho}^* + iS_{\rho\lambda}^* = (T_{\rho} + iS_{\rho\lambda}) \omega'(\sigma); \quad \sigma = e^{i\lambda}; \quad T_{\rho}, S_{\rho\lambda} -$$

нормальні та дотичні зусилля на контурі отвору пластинки; c_1, c_2 – довільні сталі; U_0, V_0 – жорстке зміщення диска, φ_0 – кут його повороту.

Граничні умови задачі в зоні контакту $[\alpha_0, \beta_0]$ приймаємо у вигляді рівності нормальних зміщень пластинки і диска. При відсутності сил тертя їх можна записати так [4]

$$\begin{aligned}
 a(\lambda)u + b(\lambda)v &= \varepsilon N \varphi_0 \sin(N\lambda) + a(\lambda)U_0 + b(\lambda)V_0; \\
 S_{\rho\lambda} &= 0; \quad \lambda \in \gamma_1, \tag{3}
 \end{aligned}$$

де

$$a(\lambda) = \cos \lambda - \varepsilon(N-1) \cos((N-1)\lambda), \quad b(\lambda) = \sin \lambda + \varepsilon(N-1) \sin((N-1)\lambda).$$

В зоні спаю $[\pi + \alpha_1, \pi + \beta_1]$ пластинки і диска граничні умови записуємо у вигляді рівності зміщень їх контурних точок

$$u = u^\delta; \quad v = v^\delta; \quad \lambda \in \gamma_3. \quad (4)$$

Підставляючи (2) в граничні умови (3), (4), одержимо систему чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь з логарифмічними ядрами для визначення функцій f_1', f_2' .

$$\begin{aligned} a(\lambda) & \left[(1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_1'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \frac{Y_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda + \right. \\ & + \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt + \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon(N-2) \cos((N-2)\lambda) - \\ & \left. - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon(N-2) \sin((N-2)\lambda) \right] + b(\lambda) \left[(1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\lambda} f_2'(t) dt - \right. \\ & - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \\ & - \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon(N-2) \sin((N-2)\lambda) - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon(N-2) \cos((N-2)\lambda) + \\ & \left. + \frac{X_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda \right] = 2Eh\varepsilon N\varphi_0 \sin(N\lambda) + a(\lambda) \tilde{c}_1 + b(\lambda) \tilde{c}_2, \\ & f_1'(\lambda)a(\lambda) + f_2'(\lambda)b(\lambda) = 0; \quad \lambda \in [\alpha_0, \beta_0]. \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[(1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) dt + (1-\nu) \int_{\pi+\alpha_1}^{\lambda} f_1'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt + \right. \\ & \left. + \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_2'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt + \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon(N-2) \cos((N-2)\lambda) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. -\frac{Y_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \sin((N-2)\lambda) \right] = \\
 & = \tilde{c}_1 - 2Eh(\sin \lambda - \varepsilon \sin((N-1)\lambda))\varphi_0, \\
 & \left[(1-\nu) \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_2'(t) dt + (1-\nu) \int_{\pi+\alpha_1}^{\lambda} f_2'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \right. \\
 & \left. - \frac{2}{\pi} \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} f_1'(t) \ln \left| \sin \frac{\lambda-t}{2} \right| dt - \frac{Y_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \cos((N-2)\lambda) + \right. \\
 & \left. + \frac{X_0}{\pi} \frac{(1-\nu)}{2} \lambda - \frac{X_0}{2\pi} (1+\nu) \varepsilon (N-2) \sin((N-2)\lambda) \right] = \\
 & = \tilde{c}_2 + 2Eh(\cos \lambda + \varepsilon \cos((N-1)\lambda))\varphi_0; \quad \lambda \in [\pi+\alpha_1, \pi+\beta_1]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Тут $\tilde{c}_1 = 2EhU_0 - c_1$, $\tilde{c}_2 = 2EhV_0 - c_2$.

Крім системи рівнянь (5), (6) повинні виконуватись умови силової і моментної рівноваги диска [6]

$$\begin{aligned}
 M_0 = & - \left(\int_{\alpha_0}^{\beta_0} S_{\rho\lambda}^*(t) dt + \varepsilon \int_{\alpha_0}^{\beta_0} [T_\rho^*(t) \sin Nt + S_{\rho\lambda}^*(t) \cos Nt] dt \right) - \\
 & - \left(\int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} S_{\rho\lambda}^*(t) dt + \varepsilon \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} [T_\rho^*(t) \sin Nt + S_{\rho\lambda}^*(t) \cos Nt] dt \right); \\
 & \int_{\alpha_0}^{\beta_0} (T_\rho^*(t) \cos t - S_{\rho\lambda}^*(t) \sin t) dt + \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} (T_\rho^*(t) \cos t - S_{\rho\lambda}^*(t) \sin t) dt = -X_0; \\
 & \int_{\alpha_0}^{\beta_0} (T_\rho^*(t) \sin t + S_{\rho\lambda}^*(t) \cos t) dt + \int_{\pi+\alpha_1}^{\pi+\beta_1} (T_\rho^*(t) \sin t + S_{\rho\lambda}^*(t) \cos t) dt = Y_0, \quad (7)
 \end{aligned}$$

які служать для визначення сталих $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \varphi_0$.

Якщо функції $f_1'(\lambda)$, $f_2'(\lambda)$ будуть відомі, то величини T_ρ^* , $S_{\rho\lambda}^*$ визначаються за формулою [4]

$$T_{\rho}^* + iS_{\rho\lambda}^* = (f_2'(\lambda) - if_1'(\lambda))e^{-i\lambda}, \quad (8)$$

а контактні зусилля на контурі криволінійного отвору через величини T_{ρ}^* , $S_{\rho\lambda}^*$ (8) визначаються залежностями [7]

$$T_{\rho} = \frac{\alpha T_{\rho}^* + \beta S_{\rho\lambda}^*}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad S_{\rho\lambda} = \frac{\alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_{\rho}^*}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (9)$$

де введено позначення

$$\alpha + i\beta = \omega'(\sigma), \quad \alpha = 1 - \varepsilon(N-1)\cos N\lambda; \quad \beta = \varepsilon(N-1)\sin N\lambda.$$

Кільцеві зусилля T_{λ} на контурі отвору пластинки знаходимо із співвідношення [8]

$$\begin{aligned} T_{\lambda} = & \nu T_{\rho} + \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ (1-\nu)(\alpha^2 + \beta^2)T_{\rho}(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} [R(\lambda, t) - \right. \\ & \left. - Q(\lambda, t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2}] T_{\rho}^0(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_0}^{\beta_0} \left[Q(\lambda, t) + R(\lambda, t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] S_{\rho\lambda}^0(t) dt - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} \left[R(\lambda, \tilde{t} + \pi) + Q(\lambda, \tilde{t} + \pi) \operatorname{tg} \frac{\lambda-\tilde{t}}{2} \right] \tilde{T}_{\rho}(\tilde{t}) d\tilde{t} + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} \left[Q(\lambda, \tilde{t} + \pi) - \right. \right. \\ & \left. \left. - R(\lambda, \tilde{t} + \pi) \operatorname{tg} \frac{\lambda-\tilde{t}}{2} \right] \tilde{S}_{\rho\lambda}(\tilde{t}) d\tilde{t} + \alpha \tilde{\varepsilon}_{\lambda}^0 + \beta \tilde{V}_0 \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

в якому

$$\{T_{\rho}(\lambda), S_{\rho\lambda}(\lambda)\} = \begin{cases} \{T_{\rho}^0(\lambda), S_{\rho\lambda}^0(\lambda)\}, \lambda \in [\alpha_0, \beta_0], \\ \{\tilde{T}_{\rho}(\lambda), \tilde{S}_{\rho\lambda}(\lambda)\}, \lambda \in [\pi + \alpha_1, \pi + \beta_1], \\ 0, \lambda \in [\beta_0, \pi + \alpha_1] \cup [\pi + \beta_1, \alpha_0]; \end{cases}$$

$$R(\lambda, t) = \alpha(\lambda)\alpha(t) + \beta(\lambda)\beta(t); \quad Q(\lambda, t) = \alpha(\lambda)\beta(t) - \beta(\lambda)\alpha(t);$$

$$\tilde{\varepsilon}_{\lambda}^0 + i\tilde{V}^0 = \frac{1}{2\pi} \left[(X_0 + iY_0)(3-\nu)e^{-i\lambda} - (1+\nu)(N-2)\varepsilon(X_0 - iY_0)e^{-i(N-1)\lambda} \right]. \quad (11)$$

Наближений розв’язок задачі. Знаходження точного розв’язку системи (5) – (6) при умовах силової і моментної рівноваги (7), пов’язано із значними математичними труднощами, тому для наближеного розв’язку використовуємо модифікований метод Мультиппа-Каландія, ефективність якого проілюстровано в роботах [4, 5, 8].

Результати числового розрахунку. Для пластинки з еліптичним ($N=2$, $\varepsilon = \pm 0.2$) отвором проведено розрахунки нормальних T_ρ , дотичних $S_{\rho\lambda}$ і кільцевих T_λ зусиль на контурі отвору при $X_0=X_0$; $Y_0=0$; $M_0=0$. Результати розрахунку ілюструються на рис. 2-4. Штрихові лінії побудовано для випадку $\alpha_1=-\pi/2$; $\beta_1=\pi/2$, суцільні – $\alpha_1=-\pi/4$; $\beta_1=\pi/4$, штрихпунктирні – $\alpha_1=-\pi/8$; $\beta_1=\pi/8$. Зона контакту для кожного з цих випадків визначається полярними кутами (град.) $\beta_0^*=51.42^\circ$; 60.86° ; 64.77° відповідно при $\varepsilon = 0.2$ і $\beta_0^*=77.54^\circ$; 81.37° ; 82.55° відповідно при $\varepsilon = -0.2$.

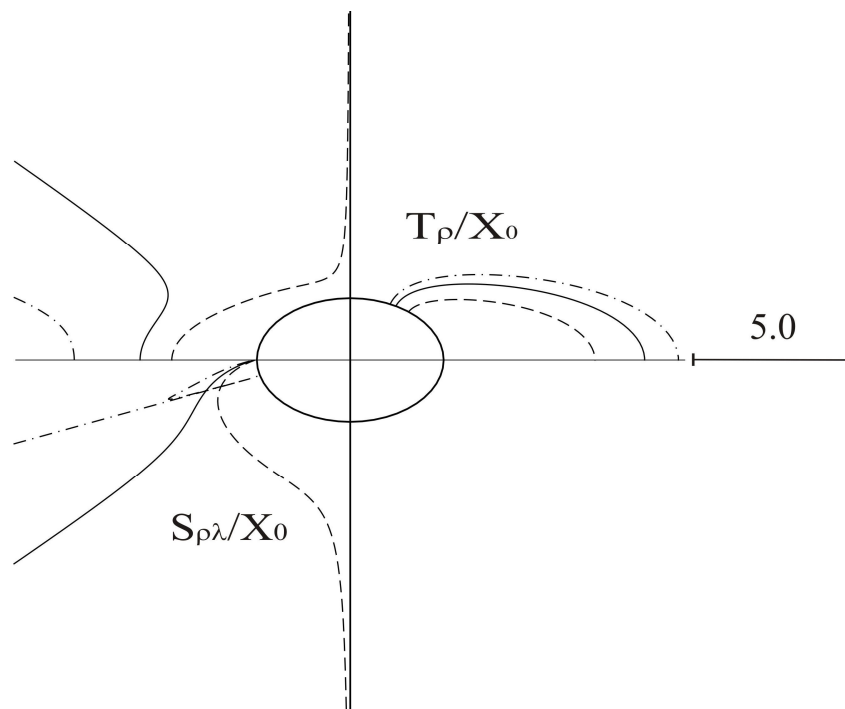


Рис. 2. Епюри розподілу зусиль T_ρ/X_0 , $S_{\rho\lambda}/X_0$ на контурі отвору

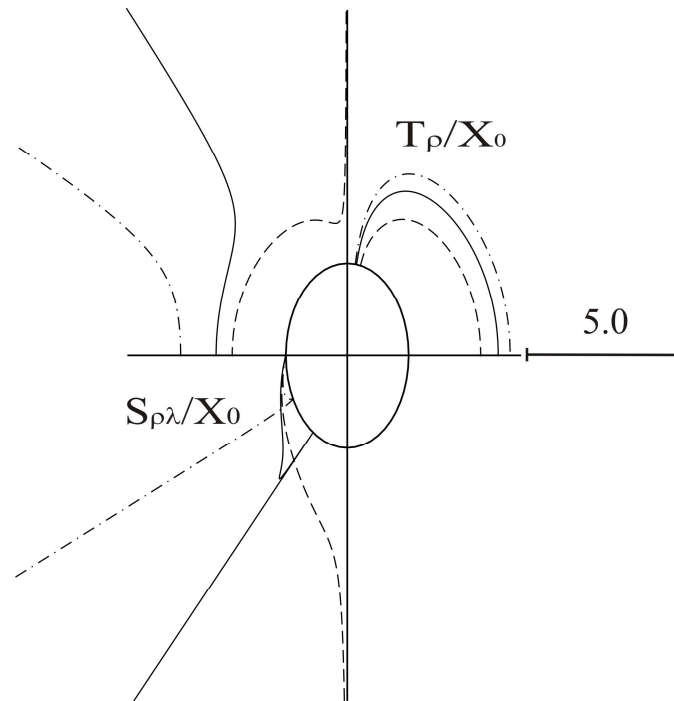


Рис. 3. Епюри розподілу зусиль T_{ρ}/X_0 , $S_{\rho\lambda}/X_0$ на контурі отвору

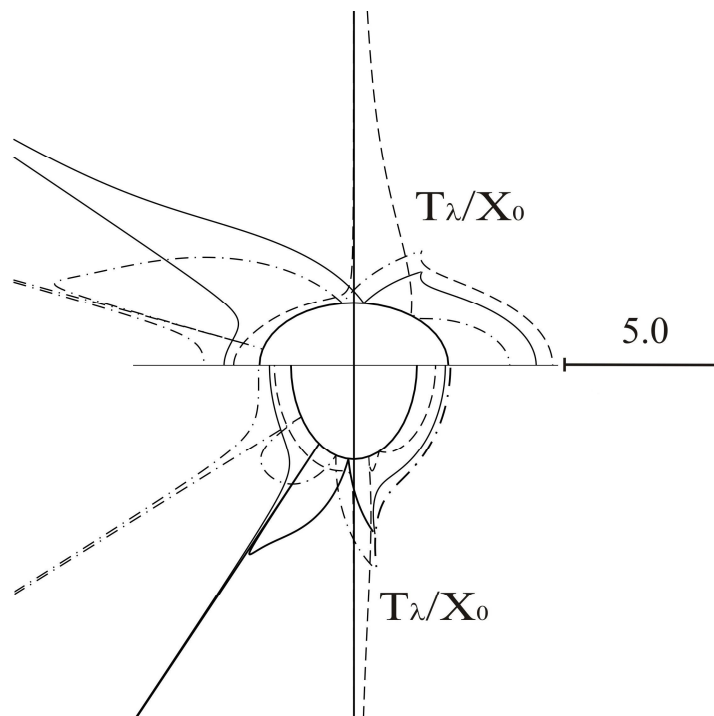


Рис. 4. Епюри розподілу зусиль T_{λ}/X_0 зусиль на контурі отвору

Аналізуючи одержані результати можна зробити такі **висновки**:

- збільшення ділянки спаю пластинки і диска приводить до зменшення зони контакту;
- контактні і кільцеві зусилля на кінцях зони спаю мають кореневою особливість і приймають необмежені значення.

Запропонований метод може бути використаний для розрахунку ортотропної пластинки з еліптичним отвором.

1. *Грилицкий Д. В.* Основные граничные задачи теории упругости для бесконечной изотропной пластинки со впаянной круглой изотропной шайбой с разрезами на линии спаю / Д. В. Грилицкий // В кн. : Питання механіки та математики. – Львов: Изд-во Львов.ун-та, 1969. – С. 15-24.
2. *Грилицкий Д. В.* Напруження в пластинках з коловою лінією розмежування граничних умов / Д. В. Грилицкий, Р. М. Луцишин. – Львов: Вища школа, 1975. – 115 с.
3. *Опанасович В. К.* Контактна задача для пластинки з двома тріщинами різної довжини уздовж дуги кола / В. К. Опанасович, Н. М. Копоть // Вісн. Львів ун-та. Сер. мех.-мат. – 2002. – Вип. 60. – С. 155-160.
4. *Комбель С. М.* Посадка жорсткого диска в еліптичний отвір нескінченної ортотропної пластинки / С. М. Комбель // Машинознавство. – 2003. – № 8. – С. 25-31.
5. *Сяський В. А.* Мішана контактна задача для нескінченної пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска / В. А. Сяський, А. О. Сяський // Волинський математичний вісник. Випуск 5. – Рівне : РДПІ, 1998. – С. 139-146.
6. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
7. *Мартынович Т. Л., Сяський В. А.* Определение напряженного состояния пластинки с разомкнутым ребром жесткости / Т. Л. Мартынович, В. А. Сяський // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – № 8. – С. 32-34.
8. *Батишкіна Ю. В., Сяський А. О.* Часткове підкріплення криволінійного отвору в нескінченній пластинці тонким пружним стержнем / Ю. В. Батишкіна, А. О. Сяський // Волинський математичний вісник. Випуск 9. – Рівне : РДПІ, 2002. – С. 4-11.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне
E-mail: sh_nazik@mail.ru

Надійшла 07.08.2010

Сяський А. А., Шинкарчук Н. В. СМЕШАННАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНКИ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ОТВЕРСТИЕМ И ЖЕСТКОГО ДИСКА // *Рассматривается смешанная контактная задача для изотропной пластинки и жесткого диска при наличии на линии раздела материалов зон спая, гладкого контакта и отставания. Методом механических квадратур и колокации исследуется напряженное состояние на контуре эллиптического отверстия пластинки.*

Syasky A. O., Shynkarchuk N. V. THE MIXED CONTACT PROBLEM FOR THE PLATE WITH CURVILINEAR HOLE AND HARD DRIVE // *The mixed contact problem is considered for an isotropic plate and a hard drive if there are zone's materials of solder, smooth contact and lagging on the line of measuring. The state of stress on the contour of plate's elliptic hole is investigated by the method of mechanical quadrature and collocation.*