

Рівненський державний гуманітарний університет

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Збірник наукових праць

Випуск 7 (16)

Рівне-2010

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Недашковський М.О.
Бомба А.Я. (<i>головний редактор</i>)	Новіков О.М.
Булавацький В.М.	Петрівський Я.Б.
Бурак Я.Й.	Пономаренко Л.А.
Власюк А.П.	Пригорницький Д.О. (<i>секретар</i>)
Войтович М.М.	Присяжнюк І.М.
Гаращенко Ф.Г.	Савула Я.Г.
Гарбарчук В.І.	Свідзинський А.В.
Джунь Й.В.	<u>Скопецький В.В.</u> (<i>консультант</i>)
Каштан С.С.	Сяський А.О.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Турбал Ю.В.
Кратко М.І.	Чикрій А.О.
Кузьменко А.П.	Шваб'юк В.І.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 3 від 29 жовтня 2010 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@gmail.com.

Зміст

<i>Пам'яті Скопецького Василя Васильовича</i>	5
<i>Бігун Я. Й., Левицька О. І., Сергєєва Л. М. Побудова просторової структури для моделі поширення епідемії зі змінним коефіцієнтом ліквідації</i>	8
<i>Бомба А. Я., Пеньковський С. О., Савюк Є. В. Метод фіктивної фільтрації моделювання одного класу квазіідеальних процесів руху рідин</i>	20
<i>Бомба А. Я., Теребус А. В. Комплексно спряжені многочлени і крайові задачі на конформні відображення</i>	30
<i>Бомба А. Я., Шпортько О. В., Шпортько Л. В. Використання статичного арифметичного кодування у растровому графічному форматі PNG</i>	43
<i>Булавацький В. М. Математичне моделювання процесу консолідації деформівних пористих середовищ за умов підземного вилуговування</i>	59
<i>Климюк Ю. Є. Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової задачі моделювання процесу видалення залишкових катіонів алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	71
<i>Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О. Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу двозв'язних областей</i>	84
<i>Климюк Ю. Є., Сівак В. М. Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища</i>	93
<i>Кузьменко А. П., Гладка О. М. До розв'язування початково-крайової задачі для параболічного рівняння методом прямих</i>	110

<i>Мусурівський В. І. Про оцінку параметрів динамічної тра- лової системи</i>	116
<i>Петрик М.Р. Математичне моделювання та аналіз умов і параметрів масопереносу в двовимірних неоднорідних се- редовищах</i>	124
<i>Рогаль І. В. Застосування методу прямих до розв'язування крайових задач конвективної дифузії солей або гіпсів, що залягають у фільтраційному потоці у вигляді включення ..</i>	147
<i>Романюк В. В. Зведення 15 випадків розв'язку однієї строго опукло-вгнутої неперервної антагоністичної гри до шес- ти перших розв'язків.....</i>	168
<i>Сафоник А. П. Математичне моделювання динамічного ре- жиму магнітного фільтра на основі передатної функції ...</i>	193
<i>Сяський А. О., Шинкарчук Н. В. Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска</i>	199
<i>Фурсачик О. А. Числово–асимптотичне наближення розв'я- зків одного класу обернених сингулярно збурених задач типу «конвекція-дифузія»</i>	210
<i>Шпортюк О. В., Шпортюк Л. В. Підвищення ефективно- сті стиснення зображень у форматі PNG за допомогою їх розбиття на блоки однорідних рядків.....</i>	217
<i>Янчук П. С. Застосування квазіспектральних поліномів до розв'язування задачі Коші</i>	242
<i>Янчук П. С., Собко В. Г. Квазіспектральні поліноми на бази- сі поліномів Чебишова</i>	260
<i>Ярощак С. В. Один метод математичного моделювання еволюції границі розділу різнокольорових рідин у неоднорідному пласті.....</i>	281

УДК [519.876.5:530.182]:553.98

Ярошак С. В.**ОДИН МЕТОД МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕВОЛЮЦІЇ
ГРАНИЦІ РОЗДІЛУ РІЗНОКОЛЬОРОВИХ РІДИН У
НЕОДНОРІДНОМУ ПЛАСТІ**

Розроблено підхід до числового розв'язання обернених задач на квазіконформні відображення для моделі типу «нагнітальна та експлуатаційна свердловини» у горизонтальному неоднорідному пласті, що автоматично вирішує проблему побудови гідродинамічної сітки, знаходження положення границі розділу різнокольорових рідин у різні моменти часу, частки витісняючої рідини у повній фільтраційній витраті (зокрема, час повного обводнення експлуатаційної свердловини).

Вступ. У роботі [1] розроблено підхід до математичного моделювання процесів витіснення у нафтогазових пластах (прогнозування динаміки руху лінії розділу різнокольорових рідин) для випадку однорідного пласта-колектора, що значним чином спрощує передбачення поведінки системи рідина-пласт при різних умовах впливу на неї.

У цій роботі відповідний підхід узагальнено на випадок неоднорідності пласта-колектора.

Модель НЕС [1] в неоднорідному пласті-колекторі. Розглянемо задачу на еволюцію (рух) границі розділу Γ_t двох різнокольорових рідин для моделі типу «нагнітальна та експлуатаційна свердловини» в горизонтальному неоднорідному пласті (тризв'язна криволінійна область G_z , обмежена трьома гладкими замкненими контурами: $L_* = \{z : x = x_*(\tau), y = y_*(\tau), \alpha_* \leq \tau \leq \beta_*\} = \{z : f_*(x, y) = 0\}$, $L^* = \{z : x = x^*(\tau), y = y^*(\tau), \alpha^* \leq \tau \leq \beta^*\} = \{z : f^*(x, y) = 0\}$, $L_0 = \{z : x = x_0(\tau), y = y_0(\tau),$

$\alpha_0 \leq \tau \leq \beta_0\} = \{z : f_0(x, y) = 0\}$, $z = x + iy$; рис. 1). Границя Γ_t , положення якої в початковий момент часу є відомим, розділяє пласт G_z на область фільтрації витісняючої рідини G_z^w та область G_z^o фільтрації витісняємої.

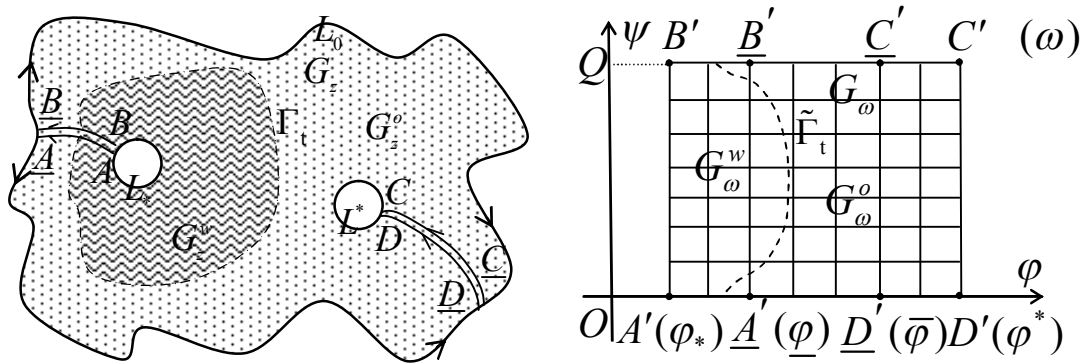


Рис. 1. Фізична область та відповідна їй область комплексного квазіпотенціалу

Рух двох рідини у пористому пласті описується законом Дарсі та рівнянням нерозривності [1-2]:

$$\vec{v} = \frac{k}{\mu} \cdot \text{grad} \varphi, \quad \text{div} \vec{v} = 0, \quad (x, y) \in G_z^w \cup G_z^o \quad (1)$$

за умов

$$\varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad \varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}}|_{L_0} = 0, \quad (2)$$

$$\varphi_w = \varphi_o|_{\Gamma_t}, \quad \frac{k}{\mu_w} \frac{\partial \varphi_w}{\partial \vec{n}} = \frac{k}{\mu_o} \frac{\partial \varphi_o}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_t}, \quad (3)$$

де $\vec{v} = (v_x(x, y), v_y(x, y))$ – швидкість фільтрації, $\varphi = \varphi(x, y)$ – квазіпотенціал, $k = k(x, y)$ – коефіцієнт проникності, μ – в'язкість, причому $\mu = \mu_w$ в G_z^w і $\mu = \mu_o$ в G_z^o , \vec{n} – одиничний вектор біжучої нормалі до

відповідної кривої (індексом „ w ” будемо позначати величини, що характеризують рух рідини в G_z^w , а індексом „ o ” – в G_z^o , G_ω^w , G_ω^o – відповідні G_z^w , G_z^o підобласті області G_ω).

При русі границі Γ_t розподіл квазіпотенціалу взагалі кажучи змінюється, але у зв'язку із зробленим вище припущенням про різнокольоровість рідин (положення границі розділу не впливає на розподіл квазіпотенціалу), можна знехтувати умовами (3) і розв'язувати задачу на знаходження квазіпотенціалу незалежно, після чого відшукувати положення границі розділу. Для спрощення розрахунків вважаємо, що $\mu = 1$.

Аналогічно до [3], ввівши комплексно спряжену до $\varphi = \varphi(x, y)$ функцію течії $\psi = \psi(x, y)$ та здійснивши умовні розрізи Γ_* , Γ^* області G_z вздовж ліній розділу течії (через \underline{BB} та \underline{CC} , \underline{AA} та \underline{DD} на рис. 1 позначено відповідно верхні та нижні береги цих розрізів, де $\underline{A} = \underline{B} = (x_0^*, y_0^*)$, $\underline{C} = \underline{D} = (x_*^0, y_*^0)$ – точки «призупинки», $A = B = (x_*, y_*) \in L_*$, $C = D = (x^*, y^*) \in L^*$), приходимо до задачі на квазіконформне відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ [3-5] утвореної при цьому однозв'язної області $G_z^0 = G_z / (\Gamma_* \cup \Gamma^*)$ на відповідну прямокутну область комплексного квазіпотенціалу $G_\omega = \{\omega = \varphi + i\psi : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$:

$$k \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad k \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in G_z^0,$$

$$\varphi|_{AB} = \varphi_*, \quad \varphi|_{CD} = \varphi^*, \quad \psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{BC} = Q, \quad (4)$$

$$\nu(x_0^*, y_0^*) = 0, \quad \nu(x_*^0, y_*^0) = 0,$$

де $v(x, y) = \sqrt{v_x^2(x, y) + v_y^2(x, y)}$, $Q = \oint_{L^*} -v_y dx + v_x dy$ – невідома повна

витрата, $\underline{\varphi}$, $\bar{\varphi}$ – потенціали в шуканих точках «призупинки» (відповідно «розходження» та «сходження» течії).

Обернена крайова задача на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z^0 та рівняння для дійсної $x = x(\varphi, \psi)$ і уявної $y = y(\varphi, \psi)$ частини (виконання яких вимагатимемо і на розрізах із врахуванням їх «роздвоєння» при переході від області G_z до G_ω) функції течії при невідомих Q , $\underline{\varphi}$, $\bar{\varphi}$, та розрізах Γ_* , Γ^* запишуться у вигляді:

$$k \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad k \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega^w \cup G_\omega^w, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f_*(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad f^*(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad 0 \leq \psi \leq Q, \\ f(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, \quad f(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) = 0, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, \end{aligned} \quad (6)$$

$$x(\varphi, 0) = x(\varphi, Q), \quad y(\varphi, 0) = y(\varphi, Q), \quad \varphi_* < \varphi \leq \underline{\varphi}, \quad \underline{\varphi} \leq \varphi < \varphi^*, \quad (7)$$

$$v(x(\underline{\varphi}, \psi), y(\underline{\varphi}, \psi)) = 0, \quad v(x(\bar{\varphi}, \psi), y(\bar{\varphi}, \psi)) = 0, \quad \psi = \{0, Q\}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (9)$$

Маючи функцію течії $z = z(\omega)$ та виділивши її дійсну і уявну частини $x = \operatorname{Re} z(\omega)$, $y = \operatorname{Im} z(\omega)$ знаходимо компоненти швидкості

$$v_x = \frac{k}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad v_y = -\frac{k}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial x}{\partial \psi}, \quad J(\varphi, \psi) = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \psi} - \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \varphi}.$$

Розв'язуємо задачу (5) – (9) та знаходимо положення Γ_t в довільний момент часу [1, 2] за наступною формулою

$$t = \Phi(\varphi, \bar{\psi}_0) = \int_{\varphi_*}^{\varphi} \sigma \nu^{-2}(x(\tilde{\varphi}, \bar{\psi}_0), y(\tilde{\varphi}, \bar{\psi}_0)) d\tilde{\varphi}, \quad (10)$$

де t – час проходження частинкою шляху від точки $(\varphi_*, \bar{\psi}_0)$ до біжучої точки $(\varphi, \bar{\psi}_0)$ вздовж лінії течії $\psi(x, y) = \bar{\psi}_0$, σ – пористість ґрунту (вважатимемо, що пористість обчислюється за формулою $\sigma = ak$, де a – деяке додатне дійсне число).

Різницевий аналог та алгоритм розв'язання задачі. Введемо в області G_ω рівномірну ортогональну сітку $G_\omega^l = \{(\varphi_i, \psi_j) : \varphi_i = \varphi_* + i\Delta_i\varphi,$

$$\Delta_i\varphi = \Delta\varphi_1 = \frac{\varphi - \varphi_*}{n_1 + 1} \quad \text{при} \quad i = \overline{0, n_1}; \quad \varphi_i = \underline{\varphi} + (i - n_1 - 1)\Delta_i\varphi,$$

$$\Delta_i\varphi = \Delta\varphi_2 = \frac{\bar{\varphi} - \varphi}{n_2 - 1} \quad \text{при} \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}; \quad \varphi_i = \bar{\varphi} + (i - n_1 - n_2)\Delta_i\varphi,$$

$$\Delta_i\varphi = \Delta\varphi_3 = \frac{\varphi^* - \bar{\varphi}}{n_3 + 1} \quad \text{при} \quad i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n}; \quad \psi_j = j\Delta\psi, \quad \Delta\psi = \frac{Q}{m}, \quad j = \overline{0, m};$$

$$\gamma_l = \frac{\Delta\varphi_l}{\Delta\psi}, \quad l = \overline{1, 3} \Big\}, \quad \text{де} \quad n = n_1 + n_2 + n_3 + 1; \quad n_1, n_2, n_3, m \in N - \text{параметри}$$

розбиття області комплексного квазіпотенціалу, $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \Delta\varphi_3, \Delta\psi$ – кроки сітки відповідно по змінним φ та ψ , γ_l – квазіконформні інваріанти.

Рівняння (9) у внутрішності сіткової області G_ω і розрізах Γ_* , Γ^* , крайові умови та умови періодичності з додатковими умовами для граничних та приграничних вузлів (умови ортогональності) апроксимуємо наступним чином [6, 7]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma_l^2 (k_{i,j+1/2} (x_{i,j+1} - x_{i,j}) - k_{i,j-1/2} (x_{i,j} - x_{i,j-1})) + \frac{x_{i+1,j} - x_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \\ & - \frac{x_{i,j} - x_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0, \quad \gamma_l^2 (k_{i,j+1/2} (y_{i,j+1} - y_{i,j}) - \\ & - k_{i,j-1/2} (y_{i,j} - y_{i,j-1})) + \frac{y_{i+1,j} - y_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0, \\ & k_{i,j+1/2} = k \left(\frac{x_{i,j+1} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i,j+1} + y_{i,j}}{2} \right), \quad k_{i,j-1/2} = k \left(\frac{x_{i,j} + x_{i,j-1}}{2}, \right. \\ & \left. \frac{y_{i,j} + y_{i,j-1}}{2} \right), \quad k_{i+1/2,j} = k \left(\frac{x_{i+1,j} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i+1,j} + y_{i,j}}{2} \right), \\ & k_{i-1/2,j} = k \left(\frac{x_{i,j} + x_{i-1,j}}{2}, \frac{y_{i,j} + y_{i-1,j}}{2} \right), \quad i = \overline{1, n_1}, \quad l = 1, \\ & i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \quad l = 2, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n-1}, \quad l = 3; \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & f^* (x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, \quad f^* (x_{n,j}, y_{n,j}) = 0, \quad j = \overline{0, m}, \\ & f (x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, \quad f (x_{i,m}, y_{i,m}) = 0, \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \\ & x_{i,0} = x_{i,m}, \quad y_{i,0} = y_{i,m}, \quad i = \overline{0, n_1 + 1}, \\ & x_{i,0} = x_{i,m}, \quad y_{i,0} = y_{i,m}, \quad i = \overline{n_1 + n_2, n}; \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j}) \times \\ & (y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) = 0, \quad j = \overline{0, m-1}, \quad (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - \\ & - x_{n,j-1}) + (3y_{n,j} + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, \quad j = \overline{0, m-1}, \\ & (4x_{i,1} - 3x_{i,0} - x_{i,2})(x_{i+1,0} - x_{i-1,0}) + (4y_{i,1} - 3y_{i,0} - y_{i,2})(y_{i+1,0} - \\ & - y_{i-1,0}) = 0, \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \quad (3x_{i,m} + x_{i,m-2} - 4x_{i,m-1})(x_{i+1,m} - x_{i-1,m}) + \\ & + (3y_{i,m} + y_{i,m-2} - 4y_{i,m-1})(y_{i+1,m} - y_{i-1,m}) = 0, \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \end{aligned} \right. \quad (13)$$

де $x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j)$, $y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j)$. Невідому витрату Q шукаємо за

формулою $Q = m\Delta\psi$, де $\Delta\psi = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^3 \frac{\Delta\varphi_l}{\gamma_l}$, γ_l – одержуємо на підставі

умови «квазіконформної подібності в малому» відповідних елементарних чотирикутників двох областей:

$$\gamma_1 = \frac{1}{m(n_1+1)} \sum_{i,j=0}^{n_1, m-1} \gamma_{i,j}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{m(n_2-1)} \sum_{i,j=n_1+1,0}^{n_1+n_2-1, m-1} \gamma_{i,j},$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{m(n-n_1-n_2)} \sum_{i,j=n_1+n_2,0}^{n-1, m-1} \gamma_{i,j}, \quad \gamma_{i,j} = \frac{1}{k_{i+1/2, j+1/2}} \frac{a_{i,j} + a_{i,j+1}}{b_{i,j} + b_{i+1,j}}, \quad (14)$$

де

$$a_{i,j} = \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2}, \quad b_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2}$$

У процесі ітераційного розв'язку задачі невідомі $\underline{\varphi}$, $\bar{\varphi}$ шукаємо за фо-

рмулами: $\underline{\varphi} = \varphi_* + (n_1+1)\Delta\psi\gamma_1$, $\bar{\varphi} = \varphi^* - (n_3+1)\Delta\psi\gamma_3$.

Згідно з (10) маємо формулу для наближеного розрахунку часу проходження частинкою шляху вздовж j -тої лінії течії від i_* -ї до i^* -ї

еквіпотенціалі:

$$t_{j(i_*, i^*)} = a \sum_{i=i_*}^{i^*} \frac{k_{i,j} \Delta \bar{\varphi}}{v^2(x(\varphi_i, \psi_j), y(\varphi_i, \psi_j))}, \quad j = \overline{0, m},$$

(i_*, i^*) = $\overline{0, n}$ (зокрема, $t_{j(0,n)}$ – час руху частинки рідини від нагнітальної свердловини до експлуатаційної). Алгоритм розв'язання задачі повторює кроки алгоритму розробленого в роботі [1].

Числові розрахунки. Вище описаний алгоритм числового розв'язання поставленої задачі реалізований у вигляді комп'ютерної програми для ПК IBM PC/AT. Для перевірки його коректності проведено числовий експеримент на тестовому прикладі, коли, $x_*(\tau) = 0.3 \cos(\tau) - 0.6$, $y_*(\tau) = 0.3 \sin(\tau)$, $x^*(\tau) = 0.3 \cos(\tau) + 0.6$, $y^*(\tau) = 0.3 \sin(\tau)$, $x_0(\tau) = 2(\cos(\tau) + 0.1 \cos(2\tau))$, $y_0(\tau) = 2(\sin(\tau) - 0.1 \sin(2\tau))$, $0 \leq \tau < 2\pi$,

$$\varphi_* = 0, \quad \varphi^* = 1, \quad a = 1, \quad k(x, y) = 0.7 - 0.9 \left(\frac{1}{1 + \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2}} - \frac{1}{1 + \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}} \right).$$

Коефіцієнт $k(x, y)$ відображає наявність сильно та слабо проникних ділянок відповідно в околах точок з координатами $(1, 1)$ та $(-1, -1)$. Відповідна динамічна сітка у випадку $n_1 \times n_2 \times n_3 \times m = 9 \times 39 \times 5 \times 80$ зображена на рис. 2, де жирними лініями виділено границю розділу рідин Γ_t в відповідні моменти часу. Значення повної фільтраційної витрати та потенціалів в точках призупинки відповідно рівні $Q = 1.4821$, $\varphi = 0.1792$ та $\bar{\varphi} = 0.8893$. Час прориву витісняючої рідини в експлуатаційну свердловину рівний $t = 0.75$.

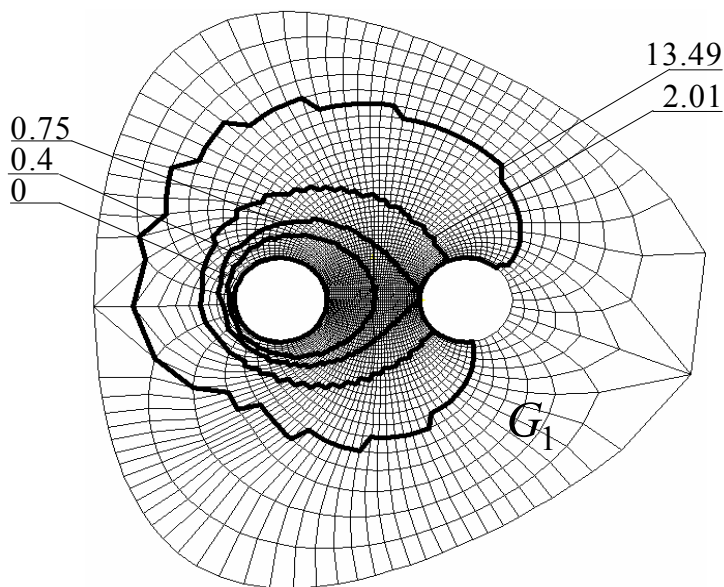


Рис. 2. Гідродинамічна сітка

Висновки. Запропоновано підхід до числового розв'язання обернених крайових задач на квазіконформні відображення для моделі типу «нагнітальна та експлуатаційна свердловини» у горизонтальному неоднорі-

дному пласті, який автоматично вирішує проблему побудови гідродинамічної сітки, знаходження положення границі розділу різнокольорових рідин у різні моменти часу, точок «призупинки» («розходження» та «сходження» течії), частки витісняючої рідини у загальній фільтраційній витраті (зокрема, час повного обводнення експлуатаційної свердловини). Особливо актуальним, на наш погляд, є можливість встановлення часу, коли заводненість пласта перевищує встановлену норму, а це в свою чергу означає, що подальша експлуатація свердловини економічно не вигідна і необхідно її зупинити, або ж провести водоізоляційні роботи [8].

1. *Бомба А. Я.* Метод конформних відображень математичного моделювання процесів витіснення у нафтогазових пластах: прогнозування динаміки руху лінії розділу різнокольорових рідин / А. Я. Бомба, С. В. Ярошак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15) – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 20–35.
2. *Баренблатт Г. И.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик - М. : Недра, 1972. - 288 с.
3. *Басниев К. С.* Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов - М. : Недра, 1993. - 416 с.
4. *Бомба А. Я.* Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопецький - К. : Наукова думка, 2007. - 308 с.
5. *Лаврентьев М. А.* Методы теории функции комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат – М. : Наука, 1973. - 736 с.
6. *Самарский А. А.* Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1983. – 616 с.
7. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. – К. : Наукова думка, 1980. – 334 с.
8. *Газизов А. Ш.* Повышение эффективности разработки нефтяных месторождений на основе ограничения движения вод в пластах / А. Ш. Газизов, А. А. Газизов. - М. : ООО «Недра-Бизнесцентр», 1999. - 285 с.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне

E-mail: abomba@ukr.net

yaroschak@mail.ru

Надійшла 01.09.2009

Ярошак С. В. ОДИН МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА РАЗНОЦВЕТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ // *Разработан алгоритм численного решения обратных задач на квазиконформные отображения для модели типа «нагнетательная и эксплуатационная скважины» в горизонтальном неоднородном пласте, который автоматически решает проблему построения гидродинамической сетки, нахождения положения границы раздела разноцветных жидкостей, в разные моменты времени и части вытесняющей жидкости, в полном фильтрационном расходе (в частности, времени полного обводнения эксплуатационной скважины).*

Yaroschak S. V. ONE METHOD OF MATHEMATICAL MODELING OF THE EVOLUTION BOUNDARY BETWEEN DIFFERENT COLORS LIQUIDS IN INHOMOGENEOUS LAYER // *The algorithm of numerical solution of inverse problems on quaziconformal mappings to injection and production wells model in the horizontal inhomogeneous prone reservoir which automatically solves the problem of a hydrodynamic grid construction and the problem of finding of the liquids separation line in different time moments and displacing liquid part in the total filtration (in particular, the time for complete operating irrigation wells) was built.*