Рівненський державний гуманітарний університет

ВОЛИНСЬКИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ ВІСНИК

СЕРІЯ ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Збірник наукових праць

Випуск 9 (18)

Рівне-2012

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів ВНЗ, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 4 від 30 листопада 2012 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: +380362260444. E-mail: vmvspm@ukr.net.

ISBN 966-7281-02-8

Зміст

УДК 519.63

Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.

ЧИСЛОВЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ПРОСТОРОВИХ АНАЛОГІВ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ КРИВОЛІНІНИХ ПАРАЛЕЛЕПІПЕДІВ НА ПРЯМОКУТНІ

Розроблено алгоритм числового розв'язання обернених крайових задач на знаходження просторових аналогів квазіконформних відображень криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома квазіеквіпотенціальними поверхнями та чотирма поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди.

Вступ. В [1 – 4] запропоновано числові алгоритми розв'язання обернених крайових задач на знаходження просторових аналогів конформних відображень одно- та двозв'язних областей, обмежених еквіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди. У [5] алгоритм, описаний в [1], адаптовано до знаходження просторових аналогів конформних відображень криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякою еквіпотенціальною поверхнею на дві підобласті, які характеризуються різними сталими коефіцієнтами, на відповідні прямокутні паралелепіпеди. У цій роботі нами алгоритм, описаний в [1], поширено на знаходження просторових аналогів квазіконформних відображень криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома квазіеквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди.

Постановка задачі. Для криволінійного паралелепіпеда $G_{\mathrm{z}} = ABCDA_*B_*C_*D_*$ ($\mathrm{z} = (x, y, z)$), обмеженого двома квазіеквіпотенціальними поверхнями $ABB_*A_* = \{\mathrm{z} : f_1(x, y, z) = 0\}$, $CDD_*C_* = \{\mathrm{z} :$

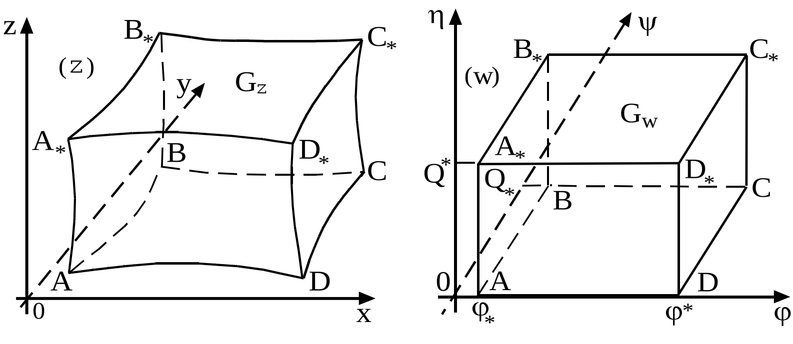
 С. 74–101

$f_2(x,y,z)=0\}$ та чотирма поверхнями течії $ADD_*A_*=\{z:$ $f_3(x,y,z)=0\}$, $BCC_*B_*=\{z: f_4(x,y,z)=0\}$, $ABCD=\{z: f_5(x,y,z)=0\}$, $A_*B_*C_*D_*=\{z: f_6(x,y,z)=0\}$ (рис. 1 а), які є гладкими і квазіортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер („приреброві кути” на стільки відрізняються від прямих, на скільки в їх околах анізотропія „відхиляє” вектор швидкості від градієнта квазіпотенціалу), розглянемо модельну задачу, яка описує процес фільтрації у відповідному однорідному анізотропному пористому середовищі:

$$\vec{v}=\kappa\cdot grad\,\varphi\,,\; div\,\vec{v}=0\,; \tag{1}$$

$$\varphi\Big|_{ABB_*A_*}=\varphi_*\,,\; \varphi\Big|_{CDD_*C_*}=\varphi^*\,,\; \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}\Big|_{ADD_*A_*\cup A_*B_*C_*D_*\cup BCC_*B_*\cup ABCD}=0\,, \tag{2}$$

де $\varphi=\varphi(x,y,z)$ та $\vec{v}\big(v_x(x,y,z),v_y(x,y,z),v_z(x,y,z)\big)$ – відповідно квазіпотенціал і вектор швидкості фільтрації ($0<\varphi_*\le\varphi\le\varphi^*<\infty$, $|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2(x,y,z)+v_y^2(x,y,z)+v_z^2(x,y,z)}>v_*>>0$), $\kappa=\left(\kappa_{r,s}\right)_{3\times3}$ – коефіцієнт фільтрації, який є тензором, $\kappa_{r,s}=const$ ($r,s=\overline{1,3}$), $\vec{n}$ – зовнішня нормаль до відповідної поверхні.



а) *б)*

Рис. 1. Просторова фізична область G_z (а) та відповідна їй область квазікомплексного потенціалу G_w (б)

Шляхом введення пари функцій $\psi=\psi(x,y,z)$, $\eta=\eta(x,y,z)$ (просторово квазікомплексно спряжених із функцією $\varphi=\varphi(x,y,z)$) таких, що $\kappa\cdot grad\,\varphi(x,y,z)=grad\,\psi(x,y,z)\times grad\,\eta(x,y,z)$ [6], і заміною останньої з граничних умов (2) на умови: $\psi\big|_{ADD_*A_*}=0$, $\psi\big|_{BCC_*B_*}=Q_*$, $\eta\big|_{ABCD}=0$, $\eta\big|_{A_*D_*C_*B_*}=Q^*$, аналогічно [1] задачу (1), (2) замінимо більш загальною задачею на знаходження просторового аналогу квазіконформного відображення області G_z на відповідну область квазікомплексного потенціалу $G_w=\{w=(\varphi,\psi,\eta):\ \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*,\ 0\le\psi\le Q_*,\ 0\le\eta\le Q^*\}$ (рис. 1 б), де Q_*, Q^* – невідомі величини ($Q=Q_*\cdot Q^*$):

$$\begin{cases}\kappa_{1,1}\cdot\varphi'_x+\kappa_{1,2}\cdot\varphi'_y+\kappa_{1,3}\cdot\varphi'_z=\psi'_y\cdot\eta'_z-\psi'_z\cdot\eta'_y,\\ \kappa_{2,1}\cdot\varphi'_x+\kappa_{2,2}\cdot\varphi'_y+\kappa_{2,3}\cdot\varphi'_z=\psi'_z\cdot\eta'_x-\psi'_x\cdot\eta'_z,\\ \kappa_{3,1}\cdot\varphi'_x+\kappa_{3,2}\cdot\varphi'_y+\kappa_{3,3}\cdot\varphi'_z=\psi'_x\cdot\eta'_y-\psi'_y\cdot\eta'_x;\end{cases}\tag{3}$$

$$\begin{cases}\varphi\big|_{ABB_*A_*}=\varphi_*,\quad \varphi\big|_{CDD_*C_*}=\varphi^*,\quad \psi\big|_{ADD_*A_*}=0,\\ \psi\big|_{BCC_*B_*}=Q_*,\quad \eta\big|_{ABCD}=0,\quad \eta\big|_{A_*B_*C_*D_*}=Q^*.\end{cases}\tag{4}$$

З метою забезпечення гладкості квазіконформного відображення у кутових точках і на ребрах $M=\{A, B, C, D, A_*, B_*, C_*, D_*, AB, CD, AD, BC, A_*B_*, C_*D_*, A_*D_*, B_*C_*, AA_*, BB_*, CC_*, DD_*\}$ області G_z на відповідні функції $f_j(x,y,z)$, $j=\overline{1,6}$, накладаємо умови

$$\Theta_M+\tilde{\Theta}_M=\frac{\pi}{2},$$

де $\cos\Theta_M=\dfrac{f'_{r\,x}(M)\cdot f'_{s\,x}(M)+f'_{r\,y}(M)\cdot f'_{s\,y}(M)+f'_{r\,z}(M)\cdot f'_{s\,z}(M)}{\sqrt{f'^2_{r\,x}(M)+f'^2_{r\,y}(M)+f'^2_{r\,z}(M)}\sqrt{f'^2_{s\,x}(M)+f'^2_{s\,y}(M)+f'^2_{s\,z}(M)}}$,

$$\cos\tilde{\Theta}_M = \Big(\kappa_{1,1}\cdot f_{s\,x}'^{\,2}(M) + \kappa_{2,2}\cdot f_{s\,y}'^{\,2}(M) + \kappa_{3,3}\cdot f_{s\,z}'^{\,2}(M) + (\kappa_{1,2}+\kappa_{2,1})\cdot f_{s\,x}'(M)\times$$

$$\times f_{s\,y}'(M) + (\kappa_{1,3}+\kappa_{3,1})\cdot f_{s\,x}'(M)\cdot f_{s\,z}'(M) + (\kappa_{2,3}+\kappa_{3,2})\cdot f_{s\,y}'(M)\cdot f_{s\,z}'(M)\Big)/$$

$$/\left(\sqrt{f_{s\,x}'^{\,2}(M) + f_{s\,y}'^{\,2}(M) + f_{s\,z}'^{\,2}(M)}\sqrt{\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot f_{s\,x}'(M) + \kappa_{r,2}\cdot f_{s\,y}'(M) + \kappa_{r,3}\cdot f_{s\,z}'(M)\Big)^2}\right),$$

$s=\overline{3,6}$ при $s=1,2$, $r=1,2,5,6$ при $s=3,4$ та $r=\overline{1,4}$ при $s=5,6$.

Відповідний просторовий аналог оберненої до (3), (4) крайової задачі на квазіконформне відображення $\mathrm{z}=\mathrm{z}(\mathrm{w})$ області G_{w} на G_{z} при невідомих значеннях величин Q_*, Q^* запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} x_\varphi' = \kappa_{1,1}\cdot\left(y_\psi'\cdot z_\eta' - z_\psi'\cdot y_\eta'\right) + \kappa_{1,2}\cdot\left(z_\psi'\cdot x_\eta' - x_\psi'\cdot z_\eta'\right) + \kappa_{1,3}\cdot\left(x_\psi'\cdot y_\eta' - y_\psi'\cdot x_\eta'\right), \\ y_\varphi' = \kappa_{2,1}\cdot\left(y_\psi'\cdot z_\eta' - z_\psi'\cdot y_\eta'\right) + \kappa_{2,2}\cdot\left(z_\psi'\cdot x_\eta' - x_\psi'\cdot z_\eta'\right) + \kappa_{2,3}\cdot\left(x_\psi'\cdot y_\eta' - y_\psi'\cdot x_\eta'\right), \\ z_\varphi' = \kappa_{3,1}\cdot\left(y_\psi'\cdot z_\eta' - z_\psi'\cdot y_\eta'\right) + \kappa_{3,2}\cdot\left(z_\psi'\cdot x_\eta' - x_\psi'\cdot z_\eta'\right) + \kappa_{3,3}\cdot\left(x_\psi'\cdot y_\eta' - y_\psi'\cdot x_\eta'\right); \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} f_1\big(x(\varphi_*,\psi,\eta), y(\varphi_*,\psi,\eta), z(\varphi_*,\psi,\eta)\big)=0, & \\ f_2\big(x(\varphi^*,\psi,\eta), y(\varphi^*,\psi,\eta), z(\varphi^*,\psi,\eta)\big)=0, & \varphi_*<\varphi<\varphi^*, \\ f_3\big(x(\varphi,0,\eta), y(\varphi,0,\eta), z(\varphi,0,\eta)\big)=0, & \\ f_4\big(x(\varphi,Q_*,\eta), y(\varphi,Q_*,\eta), y(\varphi,Q_*,\eta)\big)=0, & 0<\psi<Q_*, \\ f_5\big(x(\varphi,\psi,0), y(\varphi,\psi,0), z(\varphi,\psi,0)\big)=0, & \\ f_6\big(x(\varphi,\psi,Q^*), y(\varphi,\psi,Q^*), z(\varphi,\psi,Q^*)\big)=0, & 0<\eta<Q^*. \end{cases} \quad (6)$$

Врахувавши при цьому, що косинус кута $\tilde{\Theta}$ відхилення вектора швидкості $\vec{v}$ від градієнту квазікомплексного потенціалу φ у довільній точці $\mathrm{z}=(x,y,z)$ обчислюється за формулою $\cos\tilde{\Theta} = \big(\kappa_{1,1}\cdot\varphi_x'^2 +$ $+\kappa_{2,2}\cdot\varphi_y'^2 + \kappa_{3,3}\cdot\varphi_z'^2 + (\kappa_{1,2}+\kappa_{2,1})\cdot\varphi_x'\cdot\varphi_y' + (\kappa_{1,3}+\kappa_{3,1})\cdot\varphi_x'\cdot\varphi_z' + (\kappa_{2,3}+\kappa_{3,2})\cdot\varphi_y'\cdot\varphi_z'\big)/$ $/\left(\sqrt{\varphi_x'^2+\varphi_y'^2+\varphi_z'^2}\cdot\sqrt{\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\varphi_x' + \kappa_{r,2}\cdot\varphi_y' + \kappa_{r,3}\cdot\varphi_z'\right)^2}\right)$, умови квазіортогональності в околах ділянок границі області G_z отримаємо у вигляді:

$$f_{sx}'\cdot x_\psi' + f_{sy}'\cdot y_\psi' + f_{sz}'\cdot z_\psi' = \sqrt{f_{sx}'^2 + f_{sy}'^2 + f_{sz}'^2}\cdot\sqrt{x_\psi'^2 + y_\psi'^2 + z_\psi'^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_s}\ , \ s = 1, 2, 5, 6,$$

$$f_{sx}'\cdot x_\eta' + f_{sy}'\cdot y_\eta' + f_{sz}'\cdot z_\eta' = \sqrt{f_{sx}'^2 + f_{sy}'^2 + f_{sz}'^2}\cdot\sqrt{x_\eta'^2 + y_\eta'^2 + z_\eta'^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_s}\ , \ s = \overline{1,4},$$

$$f_{sx}'\cdot x_\varphi' + f_{sy}'\cdot y_\varphi' + f_{sz}'\cdot z_\varphi' = \sqrt{f_{sx}'^2 + f_{sy}'^2 + f_{sz}'^2}\cdot\sqrt{x_\varphi'^2 + y_\varphi'^2 + z_\varphi'^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_s}\ , \ s = \overline{3,6},$$

$$\cos\tilde{\Theta}_s = \Big(\kappa_{1,1}\cdot f_{s\,x}'^2 + \kappa_{2,2}\cdot f_{s\,y}'^2 + \kappa_{3,3}\cdot f_{s\,z}'^2 + \left(\kappa_{1,2}+\kappa_{2,1}\right)\cdot f_{s\,x}'\cdot f_{s\,y}' +$$

$$+\left(\kappa_{1,3}+\kappa_{3,1}\right)\cdot f_{s\,x}'\cdot f_{s\,z}' + \left(\kappa_{2,3}+\kappa_{3,2}\right)\cdot f_{s\,y}'\cdot f_{s\,z}'\Big)/$$

$$/\left(\sqrt{f_{s\,x}'^2 + f_{s\,y}'^2 + f_{s\,z}'^2}\cdot\sqrt{\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot f_{s\,x}' + \kappa_{r,2}\cdot f_{s\,y}' + \kappa_{r,3}\cdot f_{s\,z}'\right)^2}\right). \tag{7}$$

Різницевий аналог задачі та алгоритм числового розв'язання. Аналогічно [1] в області G_w вводимо рівномірну ортогональну сітку: $G_w^\gamma = \{(\varphi_i, \psi_j, \eta_k):\ \varphi_i = \varphi_* + \Delta\varphi\cdot i,\ i=\overline{0,n+1};\ \psi_j = \Delta\psi\cdot j,\ j=\overline{0,m+1};$ $\eta_k = \Delta\eta\cdot k,\ k=\overline{0,l+1};\ \Delta\varphi = \dfrac{\varphi^* - \varphi_*}{n+1},\ \Delta\psi = \dfrac{Q_*}{m+1},\ \Delta\eta = \dfrac{Q^*}{l+1},$ $\gamma = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta\psi\cdot\Delta\eta};\ n,\ m,\ l\in N\}$ (рис. 1). Через $x_{i,j,k} = x(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $y_{i,j,k} = y(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $z_{i,j,k} = z(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$ позначимо координати відповідних вузлів у G_z.

Для числової побудови відображення прямокутного паралелепіпеда G_w на криволінійну область G_z (при відповідності вершин) запишемо різницевий аналог системи (6) у рівномірній сітковій області G_w^γ через ліві та праві різницеві схеми відповідно:

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i-1,j,k} + 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{1,1}\cdot\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big) + \kappa_{1,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ - \big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big) + \kappa_{1,3}\cdot\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big) - \big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i-1,j,k} + 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{2,1}\cdot\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big) + \kappa_{2,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ - \big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big) + \kappa_{2,3}\cdot\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big) - \big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i-1,j,k} + 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{3,1}\cdot\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big) + \kappa_{3,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ - \big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big) + \kappa_{3,3}\cdot\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - \\ - y_{i,j,k-1}\big) - \big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big)\Big), \; i = \overline{1,n},\; j = \overline{1,m},\; k = \overline{1,l}, \end{cases}$$

(8)

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i+1,j,k} - 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{1,1}\cdot\big(\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)-\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)\big)+\kappa_{1,2}\cdot\big(\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)- \\ -\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)\big)+\kappa_{1,3}\cdot\big(\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)-\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i+1,j,k} - 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{2,1}\cdot\big(\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)-\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)\big)+\kappa_{2,2}\cdot\big(\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)- \\ -\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)\big)+\kappa_{2,3}\cdot\big(\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)-\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i+1,j,k} - 0.25\cdot\gamma\cdot\Big(\kappa_{3,1}\cdot\big(\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)-\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)\big)+\kappa_{3,2}\cdot\big(\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\big)- \\ -\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\big)\big)+\kappa_{3,3}\cdot\big(\big(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1}- \\ -y_{i,j,k-1}\big)-\big(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\big)\big)\Big),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m},\ k=\overline{1,l}. \end{cases} \tag{9}$$

Крайові умови, які визначають фізичну область G_z , апроксимуємо рівняннями

$$\begin{cases} f_1\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right)=0,\ f_2\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right)=0, \\ f_3\left(x_{i,0,k}, y_{i,0,k}, z_{i,0,k}\right)=0,\ f_4\left(x_{i,m+1,k}, y_{i,m+1,k}, z_{i,m+1,k}\right)=0, \\ f_5\left(x_{i,j,0}, y_{i,j,0}, z_{i,j,0}\right)=0,\ f_6\left(x_{i,j,l+1}, y_{i,j,l+1}, z_{i,j,l+1}\right)=0, \\ i=\overline{0,n+1},\ j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1}. \end{cases} \tag{10}$$

З метою забезпечення квазіортогональності сітки за рівняння зв'язку приграничних вузлів із граничними використаємо умови квазіортогональності ліній течії та квазіеквіпотенціальних ліній до відповідних ділянок границі фізичної області, які у сітковій області G_{w}^{γ} записуються такими числово-аналітичними різницевими рівняннями

$$f_{1x}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\cdot\left(x_{0,j+1,k}-x_{0,j,k}\right)+f_{1y}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\times$$
$$\times\left(y_{0,j+1,k}-y_{0,j,k}\right)+f_{1z}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\cdot\left(z_{0,j+1,k}-z_{0,j,k}\right)=$$
$$=\sqrt{f_{1x}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)+f_{1y}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)+f_{1z}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)}\times$$
$$\times\sqrt{\left(x_{0,j+1,k}-x_{0,j,k}\right)^{2}+\left(y_{0,j+1,k}-y_{0,j,k}\right)^{2}+\left(z_{0,j+1,k}-z_{0,j,k}\right)^{2}}\cdot\sqrt{1-\cos^{2}\tilde{\Theta}_{1,0,j,k}}\,,$$

$$f_{1x}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\cdot\left(x_{0,j,k+1}-x_{0,j,k}\right)+f_{1y}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\times$$
$$\times\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k}\right)+f_{1z}'\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)\cdot\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k}\right)=$$
$$=\sqrt{f_{1x}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)+f_{1y}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)+f_{1z}'^{2}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)}\times$$
$$\times\sqrt{\left(x_{0,j,k+1}-x_{0,j,k}\right)^{2}+\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k}\right)^{2}+\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k}\right)^{2}}\cdot\sqrt{1-\cos^{2}\tilde{\Theta}_{1,0,j,k}}\,,$$

$$f_{2x}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\cdot\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j,k}\right)+f_{2y}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\times$$
$$\times\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j,k}\right)+f_{2z}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\cdot\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j,k}\right)=$$
$$=\sqrt{f_{2x}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)+f_{2y}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)+f_{2z}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)}\times$$
$$\times\sqrt{\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j,k}\right)^{2}+\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j,k}\right)^{2}+\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j,k}\right)^{2}}\cdot\sqrt{1-\cos^{2}\tilde{\Theta}_{2,n+1,j,k}}\,,$$

$$f_{2x}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\cdot\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k}\right)+f_{2y}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\times$$
$$\times\left(y_{n+1,j,k+1}-y_{n+1,j,k}\right)+f_{2z}'\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)\cdot\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k}\right)=$$
$$=\sqrt{f_{2x}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)+f_{2y}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)+f_{2z}'^{2}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k}\right)^2+\left(y_{n+1,j,k+1}-y_{n+1,j,k}\right)^2+\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{2,n+1,j,k}}\ ,$$

$$f_{3x}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\cdot\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k}\right)+f_{3y}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,0,k+1}-y_{i,0,k}\right)+f_{3z}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\cdot\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{3x}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)+f_{3y}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)+f_{3z}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k}\right)^2+\left(y_{i,0,k+1}-y_{i,0,k}\right)^2+\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{3,i,0,k}}\ ,$$

$$f_{3x}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\cdot\left(x_{i+1,0,k}-x_{i,0,k}\right)+f_{3y}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,0,k}-y_{i,0,k}\right)+f_{3z}'\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)\cdot\left(z_{i+1,0,k}-z_{i,0,k}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{3x}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)+f_{3y}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)+f_{3z}'^2\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i+1,0,k}-x_{i,0,k}\right)^2+\left(y_{i+1,0,k}-y_{i,0,k}\right)^2+\left(z_{i+1,0,k}-z_{i,0,k}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{3,i,0,k}}\ ,$$

$$f_{4x}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\cdot\left(x_{i,m+1,k+1}-x_{i,m+1,k}\right)+f_{4y}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k}\right)+f_{4z}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\cdot\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{4x}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)+f_{4y}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)+f_{4z}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i,m+1,k+1}-x_{i,m+1,k}\right)^2+\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k}\right)^2+\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{4,i,m+1,k}}\ ,$$

$$f_{4x}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\cdot\left(x_{i+1,m+1,k}-x_{i,m+1,k}\right)+f_{4y}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,m+1,k}-y_{i,m+1,k}\right)+f_{4z}'\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)\cdot\left(z_{i+1,m+1,k}-z_{i,m+1,k}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{4x}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)+f_{4y}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)+f_{4z}'^2\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i+1,m+1,k}-x_{i,m+1,k}\right)^2+\left(y_{i+1,m+1,k}-y_{i,m+1,k}\right)^2+\left(z_{i+1,m+1,k}-z_{i,m+1,k}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{4,i,m+1,k}}\ ,$$

$$f_{5x}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\cdot\left(x_{i,j+1,0}-x_{i,j,0}\right)+f_{5y}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,j+1,0}-y_{i,j,0}\right)+f_{5z}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\cdot\left(z_{i,j+1,0}-z_{i,j,0}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{5x}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)+f_{5y}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)+f_{5z}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i,j+1,0}-x_{i,j,0}\right)^2+\left(y_{i,j+1,0}-y_{i,j,0}\right)^2+\left(z_{i,j+1,0}-z_{i,j,0}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{5,i,j,0}},$$

$$f_{5x}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\cdot\left(x_{i+1,j,0}-x_{i,j,0}\right)+f_{5y}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,j,0}-y_{i,j,0}\right)+f_{5z}'\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)\cdot\left(z_{i+1,j,0}-z_{i,j,0}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{5x}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)+f_{5y}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)+f_{5z}'^{2}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i+1,j,0}-x_{i,j,0}\right)^2+\left(y_{i+1,j,0}-y_{i,j,0}\right)^2+\left(z_{i+1,j,0}-z_{i,j,0}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{5,i,j,0}},$$

$$f_{6x}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\cdot\left(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j,l+1}\right)+f_{6y}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j,l+1}\right)+f_{6z}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\cdot\left(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j,l+1}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{6x}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)+f_{6y}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)+f_{6z}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j,l+1}\right)^2+\left(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j,l+1}\right)^2+\left(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j,l+1}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{6,i,j,l+1}},$$

$$f_{6x}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\cdot\left(x_{i+1,j,l+1}-x_{i,j,l+1}\right)+f_{6y}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,j,l+1}-y_{i,j,l+1}\right)+f_{6z}'\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)\cdot\left(z_{i+1,j,l+1}-z_{i,j,l+1}\right)=$$

$$=\sqrt{f_{6x}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)+f_{6y}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)+f_{6z}'^{2}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\left(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j,l+1}\right)^2+\left(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j,l+1}\right)^2+\left(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j,l+1}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\cos^2\tilde{\Theta}_{6,i,j,l+1}},$$

$$\cos\tilde{\Theta}_{s,i,j,k}=\Big(\kappa_{1,1}\cdot f_{s\,x}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+\kappa_{2,2}\cdot f_{s\,y}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+$$

$$+\kappa_{3,3}\cdot f_{s\,z}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+\left(\kappa_{1,2}+\kappa_{2,1}\right)\cdot f_{s\,x}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)\times$$

$$\times f_{s\,y}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+\left(\kappa_{1,3}+\kappa_{3,1}\right)\cdot f_{s\,x}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)\cdot f_{s\,z}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+$$

$$+\left(\kappa_{2,3}+\kappa_{3,2}\right)\cdot f_{s\,y}{}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)\cdot f_{s\,z}{}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)\Big)/$$

$$/\left(\sqrt{f_{s\,x}{}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+f_{s\,y}{}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+f_{s\,z}{}'^{2}\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\sqrt{\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot f_{s\,x}{}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+\kappa_{r,2}\cdot f_{s\,y}{}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)+\kappa_{r,3}\cdot f_{s\,z}{}'\left(x_{i,j,k},y_{i,j,k},z_{i,j,k}\right)\right)^{2}}\right).\quad(11)$$

Таким чином, маємо нелінійну задачу, де, на відміну від [1] у сітковій області $G_{\mathbf{z}}^{\gamma}$ фігурують малі криволінійні паралелепіпеди замість прямокутних.

Інваріант відображення γ є невідомим (оскільки невідомою є витрата Q) і визначається в процесі розрахунку. Формулу для наближеного знаходження даної величини одержимо на підставі умови "квазіконформної подібності в малому" відповідних елементарних паралелепіпедів двох областей:

$$\gamma=\frac{1}{(n+1)(m+1)(l+1)}\sum_{i,j,k=0}^{n,m,l}\cdot\gamma_{i,j,k}\ ,\qquad(12)$$

$$\gamma_{i,j,k}=4\left(\sqrt{\left(x_{i+1,j,k}-x_{i,j,k}\right)^{2}+\left(y_{i+1,j,k}-y_{i,j,k}\right)^{2}+\left(z_{i+1,j,k}-z_{i,j,k}\right)^{2}}+\right.$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k}-x_{i,j+1,k}\right)^{2}+\left(y_{i+1,j+1,k}-y_{i,j+1,k}\right)^{2}+\left(z_{i+1,j+1,k}-z_{i,j+1,k}\right)^{2}}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j,k+1}-x_{i,j,k+1}\right)^{2}+\left(y_{i+1,j,k+1}-y_{i,j,k+1}\right)^{2}+\left(z_{i+1,j,k+1}-z_{i,j,k+1}\right)^{2}}+$$

$$\left.+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k+1}\right)^{2}+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k+1}\right)^{2}+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k+1}\right)^{2}}\right)/$$

$$/\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)-\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)\right)+\right.\right.$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)\right)+$$

$$\left.+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\right)\right)^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k})(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k})-(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot((x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k})-(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k})(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot((x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k})(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k})-(x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k})(y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k})))^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1})(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k})-(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot((x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1})-(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1})(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot((x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1})(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k})-(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k})(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1})))^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1})(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k})-(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot((x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1})-(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k})(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot((x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j,k+1})(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k})-(x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k})(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1})))^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k})-(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k})(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot((x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k})(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k})-(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k}))+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot((x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k})(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k})-(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k})(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k})))^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k})-(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k})(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot((x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k})(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k})-(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k})(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k}))+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot((x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k})(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k})-(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k})(y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k})))^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}(\kappa_{r,1}\cdot((y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k})-(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k})(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1}))+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k}\big)\big(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1}\big)-\big(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1}\big)\big(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k}\big)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\big(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1}\big)\big(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k}\big)-\big(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k}\big)\big(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1}\big)\Big)\Big)^{0.5}+$$

$$+\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\big(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1}\big)\big(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k}\big)-\big(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k}\big)\big(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1}\big)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\big(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k}\big)\big(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1}\big)-\big(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k}\big)\big(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k}\big)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\big(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j,k+1}\big)\big(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k}\big)-\big(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k}\big)\big(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1}\big)\Big)\Big)^{0.5}.$$

Фільтраційну витрату знаходимо за формулою:

$$Q=\Delta\varphi\cdot\frac{(m+1)(l+1)}{\gamma}. \tag{13}$$

Формули для знаходження величин Q_*, Q^* знаходяться аналогічно [1].

Розв’язок різницевої задачі (7) – (11) знаходимо шляхом поетапної параметризації величини γ (або значення витрати Q), координат граничних та внутрішніх вузлів сітки G_z^γ з використанням ідей методу блочної ітерації для аналітичного обґрунтування його збіжності [6, 7]. А саме, задавши кількість n, m та l вузлів розбиття сіткової області G_w, параметр ε, що характеризує точність наближення розв’язку відповідної різницевої задачі, початкові наближення координат граничних вузлів $\left(x_{0,j,k}^{(0)}, y_{0,j,k}^{(0)}, z_{0,j,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n+1,j,k}^{(0)}, y_{n+1,j,k}^{(0)}, z_{n+1,j,k}^{(0)}\right)$, $j=\overline{0,m+1}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{i,0,k}^{(0)}, y_{i,0,k}^{(0)}, z_{i,0,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{i,m+1,k}^{(0)}, y_{i,m+1,k}^{(0)}, z_{i,m+1,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{i,j,0}^{(0)}, y_{i,j,0}^{(0)}, z_{i,j,0}^{(0)}\right)$, $\left(x_{i,j,l+1}^{(0)}, y_{i,j,l+1}^{(0)}, z_{i,j,l+1}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$ (так, щоб виконувались рівності (8)), початкові наближення координат внутрішніх вузлів $\left(x_{i,j,k}^{(0)}, y_{i,j,k}^{(0)}, z_{i,j,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$, за формулою (11) знаходимо початкове наближення $\gamma^{(0)}=\gamma\left(x_{i,j,k}^{(0)}, y_{i,j,k}^{(0)}, z_{i,j,k}^{(0)}\right)$ конформного інваріанта γ. Уточнення координат внутрішніх вузлів $\left(x_{i,j,k}{}^{(p+1)}, y_{i,j,k}{}^{(p+1)}, z_{i,j,k}{}^{(p+1)}\right)$ проводимо на основі почергового розв'язання систем (8) і (9) із використанням значень з попереднього кроку ітерації p ($p=0,1,\ldots$ – номер кроку ітерації). Далі підправляємо координати граничних вузлів, розв'язуючи наближено систему рівнянь сформовану з (10), (11), знаходимо нове наближення γ за формулою (12), параметра Q – за формулою (13) (при потребі Q_* і Q^*) та перевіряємо виконання умов стабілізації координат вузлів сітки і фільтраційної витрати відносно кроку ітерації відповідно

$$\max_{x_{i,j,k},\, y_{i,j,k},\, z_{i,j,k}\in\partial G_z}\left(\left|x_{i,j,k}{}^{(p+1)}-x_{i,j,k}{}^{(p)}\right|, \left|y_{i,j,k}{}^{(p+1)}-y_{i,j,k}{}^{(p)}\right|,\right.$$

$$\left.\left|z_{i,j,k}{}^{(p+1)}-z_{i,j,k}{}^{(p)}\right|\right)<\varepsilon\,,\ \left|Q^{(p+1)}-Q^{(p)}\right|<\varepsilon\,. \qquad (14)$$

Якщо умови (14) не виконуються, то повертаємося до уточнення координат внутрішніх вузлів і т.д. У протилежному випадку для отриманих вузлів обчислюємо нев'язку перших трьох рівнянь системи (5) $\delta=\sqrt{\delta_1^2+\delta_2^2+\delta_3^2}$, де $\delta_1=\max\limits_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1}}^{n,m,l}\left|\left((x_{i+1,j,k}-x_{i-1,j,k})-\frac{\gamma}{2}\cdot\left(\sum\limits_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\times\right.\right.\right.\right.\right.$

$$\times\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)-\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\times$$

$$\left.\left.\left.\times\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\Big)\Big)\right)^{0.5}\right)\right|,\ \delta_2=\max_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1}}^{n,m,l}\Big|\Big((y_{i+1,j,k}-y_{i-1,j,k})-$$

$$-\frac{\gamma}{2}\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)-\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)\Big)+\right.$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)-\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\right)\Bigg)^{0.5}\Bigg)\Bigg|,$$

$$\delta_3=\max_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1}}^{n,m,l}\Bigg|\Bigg((z_{i+1,j,k}-z_{i-1,j,k})-\frac{\gamma}{2}\cdot\Bigg(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)\right)+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)\right)+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)\right)\Big)^{0.5}\Bigg)\Bigg|.$$

Якщо точність отриманого розв’язку нас не задовольняє, то збільшуємо кількість вузлів розбиття сітки G_z^{γ} та розв’язуємо задачу заново.

Для одержаних координат вузлів гідродинамічної сітки на основі рівняння руху (1) та умов (3) величини швидкості знаходимо за такими різницевими формулами:

– у внутрішніх вузлах сітки G_z^{γ}

$$v_{i,j,k}=2\cdot\Delta\varphi\cdot\Bigg(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{i,j+1,k}-\right.\right.$$

$$\left.-y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\right)-\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{i,j,k+1}-\right.\right.$$

$$\left.-x_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\right)-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{i,j+1,k}-\right.\right.$$

$$\left.-x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1}\right)-\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\right)\Big)\Big)^{2}\Bigg)^{0.5}/\left(\left(x_{i+1,j,k}-\right.\right.$$

$$\left.-x_{i-1,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\right)+\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1}\right)\left(y_{i+1,j,k}-y_{i-1,j,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\right)+\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i+1,j,k}-z_{i-1,j,k}\right)-\left(x_{i,j,k+1}-\right.$$

$$\left.-x_{i,j,k-1}\right)\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i+1,j,k}-z_{i-1,j,k}\right)-\left(x_{i+1,j,k}-x_{i-1,j,k}\right)\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k}\right)-\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i+1,j,k}-y_{i-1,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1}\right)\Big),\ i=\overline{1,n},$$

$j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$;

– у внутрішніх вузлах граней ABB_*A_*, CDD_*C_*, ADD_*A_*, BCC_*B_*, $ABCD$ та $A_*B_*C_*D_*$ відповідно $v_{0,j,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{0,j+1,k}-\right.\right.\right.\right.$

$\left.-y_{0,j-1,k}\right)\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k-1}\right)-\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k-1}\right)\left(z_{0,j+1,k}-z_{0,j-1,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{0,j,k+1}-$

$\left.-x_{0,j,k-1}\right)\left(z_{0,j+1,k}-z_{0,j-1,k}\right)-\left(x_{0,j+1,k}-x_{0,j-1,k}\right)\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k-1}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{0,j+1,k}-$

$\left.\left.\left.-x_{0,j-1,k}\right)\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k-1}\right)-\left(x_{0,j,k+1}-x_{0,j,k-1}\right)\left(y_{0,j+1,k}-y_{0,j-1,k}\right)\right)\Big)^{2}\right)^{0.5}\Big/\Big(\Big(x_{1,j,k}-$

$-x_{0,j,k}\Big)\left(y_{0,j+1,k}-y_{0,j-1,k}\right)\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k-1}\right)+\left(x_{0,j,k+1}-x_{0,j,k-1}\right)\left(y_{1,j,k}-y_{0,j,k}\right)\times$

$\times\left(z_{0,j+1,k}-z_{0,j-1,k}\right)+\left(x_{0,j+1,k}-x_{0,j-1,k}\right)\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k-1}\right)\left(z_{1,j,k}-z_{0,j,k}\right)-\Big(x_{0,j,k+1}-$

$-x_{0,j,k-1}\Big)\left(y_{0,j+1,k}-y_{0,j-1,k}\right)\left(z_{1,j,k}-z_{0,j,k}\right)-\left(x_{1,j,k}-x_{0,j,k}\right)\left(y_{0,j,k+1}-y_{0,j,k-1}\right)\Big(z_{0,j+1,k}-$

$-z_{0,j-1,k}\Big)-\left(x_{0,j+1,k}-x_{0,j-1,k}\right)\left(y_{1,j,k}-y_{0,j,k}\right)\left(z_{0,j,k+1}-z_{0,j,k-1}\right)\Big)$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$,

$v_{n+1,j,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j-1,k}\right)\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k-1}\right)-\Big(y_{n+1,j,k+1}-\right.\right.\right.$

$-y_{n+1,j,k-1}\Big)\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j-1,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k-1}\right)\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j-1,k}\right)-$

$-\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j-1,k}\right)\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k-1}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j-1,k}\right)\Big(y_{n+1,j,k+1}-$

$\left.\left.\left.-y_{n+1,j,k-1}\Big)-\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k-1}\right)\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j-1,k}\right)\right)\Big)^{2}\right)^{0.5}\Big/\Big(\left(x_{n+1,j,k}-x_{n,j,k}\right)\times$

$\times\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j-1,k}\right)\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k-1}\right)+\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k-1}\right)\left(y_{n+1,j,k}-y_{n,j,k}\right)\times$

$\times\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j-1,k}\right)+\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j-1,k}\right)\left(y_{n+1,j,k+1}-y_{n+1,j,k-1}\right)\left(z_{n+1,j,k}-z_{n,j,k}\right)-$

$-\left(x_{n+1,j,k+1}-x_{n+1,j,k-1}\right)\left(y_{n+1,j+1,k}-y_{n+1,j-1,k}\right)\left(z_{n+1,j,k}-z_{n,j,k}\right)-\left(x_{n+1,j,k}-x_{n,j,k}\right)\times$

$\times\left(y_{n+1,j,k+1}-y_{n+1,j,k-1}\right)\left(z_{n+1,j+1,k}-z_{n+1,j-1,k}\right)-\left(x_{n+1,j+1,k}-x_{n+1,j-1,k}\right)\left(y_{n+1,j,k}-y_{n,j,k}\right)\times$

$$\times\left(z_{n+1,j,k+1}-z_{n+1,j,k-1}\right)\Big),\ j=\overline{1,m},\ k=\overline{1,l},\ v_{i,0,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{i,1,k}-y_{i,0,k}\right)\times\right.$$

$$\times\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k-1}\right)-\left(y_{i,0,k+1}-y_{i,0,k-1}\right)\left(z_{i,1,k}-z_{i,0,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k-1}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,1,k}-z_{i,0,k}\right)-\left(x_{i,1,k}-x_{i,0,k}\right)\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k-1}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{i,1,k}-x_{i,0,k}\right)\Big(y_{i,0,k+1}-$$

$$\left.-y_{i,0,k-1}\Big)-\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k-1}\right)\left(y_{i,1,k}-y_{i,0,k}\right)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/\Big(\left(x_{i+1,0,k}-x_{i-1,0,k}\right)\left(y_{i,1,k}-y_{i,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k-1}\right)+\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k-1}\right)\left(y_{i+1,0,k}-y_{i-1,0,k}\right)\left(z_{i,1,k}-z_{i,0,k}\right)+\left(x_{i,1,k}-x_{i,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,0,k+1}-y_{i,0,k-1}\right)\left(z_{i+1,0,k}-z_{i-1,0,k}\right)-\left(x_{i,0,k+1}-x_{i,0,k-1}\right)\left(y_{i,1,k}-y_{i,0,k}\right)\left(z_{i+1,0,k}-z_{i-1,0,k}\right)-$$

$$-\left(x_{i+1,0,k}-x_{i-1,0,k}\right)\left(y_{i,0,k+1}-y_{i,0,k-1}\right)\left(z_{i,1,k}-z_{i,0,k}\right)-\left(x_{i,1,k}-x_{i,0,k}\right)\left(y_{i+1,0,k}-y_{i-1,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i,0,k+1}-z_{i,0,k-1}\right),\ i=\overline{1,n},\ k=\overline{1,l},\ v_{i,m+1,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{i,m+1,k}-y_{i,m,k}\right)\times\right.$$

$$\times\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k-1}\right)-\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k-1}\right)\left(z_{i,m+1,k}-z_{i,m,k}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{i,m+1,k+1}-$$

$$-x_{i,m+1,k-1}\Big)\left(z_{i,m+1,k}-z_{i,m,k}\right)-\left(x_{i,m+1,k}-x_{i,m,k}\right)\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k-1}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{i,m+1,k}-$$

$$\left.-x_{i,m,k}\Big)\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k-1}\right)-\left(x_{i,m+1,k+1}-x_{i,m+1,k-1}\right)\left(y_{i,m+1,k}-y_{i,m,k}\right)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/$$

$$/\Big(\left(x_{i+1,m+1,k}-x_{i-1,m+1,k}\right)\left(y_{i,m+1,k}-y_{i,m,k}\right)\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k-1}\right)+\left(x_{i,m+1,k+1}-x_{i,m+1,k-1}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,m+1,k}-y_{i-1,m+1,k}\right)\left(z_{i,m+1,k}-z_{i,m,k}\right)+\left(x_{i,m+1,k}-x_{i,m,k}\right)\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k-1}\right)\times$$

$$\times\left(z_{i+1,m+1,k}-z_{i-1,m+1,k}\right)-\left(x_{i,m+1,k+1}-x_{i,m+1,k-1}\right)\left(y_{i,m+1,k}-y_{i,m,k}\right)\left(z_{i+1,m+1,k}-z_{i-1,m+1,k}\right)-$$

$$-\left(x_{i+1,m+1,k}-x_{i-1,m+1,k}\right)\left(y_{i,m+1,k+1}-y_{i,m+1,k-1}\right)\left(z_{i,m+1,k}-z_{i,m,k}\right)-\left(x_{i,m+1,k}-x_{i,m,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i+1,m+1,k}-y_{i-1,m+1,k}\right)\left(z_{i,m+1,k+1}-z_{i,m+1,k-1}\right),\quad i=\overline{1,n},\quad k=\overline{1,l},\quad v_{i,j,0}=\Delta\varphi\times$$

$$\times\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{i,j+1,0}-y_{i,j-1,0}\right)\left(z_{i,j,1}-z_{i,j,0}\right)-\left(y_{i,j,1}-y_{i,j,0}\right)\left(z_{i,j+1,0}-z_{i,j-1,0}\right)\Big)+\right.$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j,1}-x_{i,j,0}\big)\big(z_{i,j+1,0}-z_{i,j-1,0}\big)-\big(x_{i,j+1,0}-x_{i,j-1,0}\big)\big(z_{i,j,1}-z_{i,j,0}\big)\Big)+\kappa_{r,3}\times$$

$$\times\Big(\big(x_{i,j+1,0}-x_{i,j-1,0}\big)\big(y_{i,j,1}-y_{i,j,0}\big)-\big(x_{i,j,1}-x_{i,j,0}\big)\big(y_{i,j+1,0}-y_{i,j-1,0}\big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5}/$$

$$/\Big(\big(x_{i+1,j,0}-x_{i-1,j,0}\big)\big(y_{i,j+1,0}-y_{i,j-1,0}\big)\big(z_{i,j,1}-z_{i,j,0}\big)+\big(x_{i,j,1}-x_{i,j,0}\big)\big(y_{i+1,j,0}-y_{i-1,j,0}\big)\times$$

$$\times\big(z_{i,j+1,0}-z_{i,j-1,0}\big)+\big(x_{i,j+1,0}-x_{i,j-1,0}\big)\big(y_{i,j,1}-y_{i,j,0}\big)\big(z_{i+1,j,0}-z_{i-1,j,0}\big)-\big(x_{i,j,1}-x_{i,j,0}\big)\times$$

$$\times\big(y_{i,j+1,0}-y_{i,j-1,0}\big)\big(z_{i+1,j,0}-z_{i-1,j,0}\big)-\big(x_{i+1,j,0}-x_{i-1,j,0}\big)\big(y_{i,j,1}-y_{i,j,0}\big)\big(z_{i,j+1,0}-z_{i,j-1,0}\big)-$$

$$-\big(x_{i,j+1,0}-x_{i,j-1,0}\big)\big(y_{i+1,j,0}-y_{i-1,j,0}\big)\big(z_{i,j,1}-z_{i,j,0}\big)\Big),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m},\ v_{i,j,l+1}=\Delta\varphi\times$$

$$\times\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\big(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j-1,l+1}\big)\big(z_{i,j,l+1}-z_{i,j,l}\big)-\big(y_{i,j,l+1}-y_{i,j,l}\big)\big(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j-1,l}\big)\Big)+\right.$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\big(x_{i,j,l+1}-x_{i,j,l}\big)\big(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j-1,l+1}\big)-\big(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j-1,l+1}\big)\big(z_{i,j,l+1}-z_{i,j,l}\big)\Big)+$$

$$\left.+\kappa_{r,3}\Big(\big(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j-1,l+1}\big)\big(y_{i,j,l+1}-y_{i,j,l}\big)-\big(x_{i,j,l+1}-x_{i,j,l}\big)\big(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j-1,l+1}\big)\Big)\Big)^2\right)^{0.5}/$$

$$/\Big(\big(x_{i+1,j,l+1}-x_{i-1,j,l+1}\big)\big(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j-1,l+1}\big)\big(z_{i,j,l+1}-z_{i,j,l}\big)+\big(x_{i,j,l+1}-x_{i,j,l}\big)\big(y_{i+1,j,l+1}-$$

$$-y_{i-1,j,l+1}\big)\big(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j-1,l+1}\big)+\big(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j-1,l+1}\big)\big(y_{i,j,l+1}-y_{i,j,l}\big)\big(z_{i+1,j,l+1}-z_{i-1,j,l+1}\big)-$$

$$-\big(x_{i,j,l+1}-x_{i,j,l}\big)\big(y_{i,j+1,l+1}-y_{i,j-1,l+1}\big)\big(z_{i+1,j,l+1}-z_{i-1,j,l+1}\big)-\big(x_{i+1,j,l+1}-x_{i-1,j,l+1}\big)\big(y_{i,j,l+1}-$$

$$-y_{i,j,l}\big)\big(z_{i,j+1,l+1}-z_{i,j-1,l+1}\big)-\big(x_{i,j+1,l+1}-x_{i,j-1,l+1}\big)\big(y_{i+1,j,l+1}-y_{i-1,j,l+1}\big)\big(z_{i,j,l+1}-z_{i,j,l}\big)\Big),$$

$i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$,

– у внутрішніх вузлах ребер AB, CD, BC, AD, A_*B_*, C_*D_*, B_*C_*, A_*D_*, AA_*, BB_*, CC_*, DD_* відповідно $v_{0,j,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\times\right.$

$$\times\Big(\big(y_{0,j+1,0}-y_{0,j-1,0}\big)\big(z_{0,j,1}-z_{0,j,0}\big)-\big(y_{0,j,1}-y_{0,j,0}\big)\big(z_{0,j+1,0}-z_{0,j-1,0}\big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\big(x_{0,j,1}-$$

$$-x_{0,j,0}\big)\big(z_{0,j+1,0}-z_{0,j-1,0}\big)-\big(x_{0,j+1,0}-x_{0,j-1,0}\big)\big(z_{0,j,1}-z_{0,j,0}\big)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\big(x_{0,j+1,0}-$$

$$-x_{0,j-1,0}\Big)\Big(y_{0,j,1}-y_{0,j,0}\Big)-\Big(x_{0,j,1}-x_{0,j,0}\Big)\Big(y_{0,j+1,0}-y_{0,j-1,0}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5} \Big/ \Big(\Big(x_{1,j,0}-x_{0,j,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{0,j+1,0}-y_{0,j-1,0}\Big)\Big(z_{0,j,1}-z_{0,j,0}\Big)+\Big(x_{0,j,1}-x_{0,j,0}\Big)\Big(y_{1,j,0}-y_{0,j,0}\Big)\Big(z_{0,j+1,0}-z_{0,j-1,0}\Big)+$$

$$+\Big(x_{0,j+1,0}-x_{0,j-1,0}\Big)\Big(y_{0,j,1}-y_{0,j,0}\Big)\Big(z_{1,j,0}-z_{0,j,0}\Big)-\Big(x_{0,j,1}-x_{0,j,0}\Big)\Big(y_{0,j+1,0}-y_{0,j-1,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{1,j,0}-z_{0,j,0}\Big)-\Big(x_{1,j,0}-x_{0,j,0}\Big)\Big(y_{0,j,1}-y_{0,j,0}\Big)\Big(z_{0,j+1,0}-z_{0,j-1,0}\Big)-\Big(x_{0,j+1,0}-x_{0,j-1,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{1,j,0}-y_{0,j,0}\Big)\Big(z_{0,j,1}-z_{0,j,0}\Big)\Big),\ \ j=\overline{1,m},\ \ v_{n+1,j,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{n+1,j+1,0}-\right.$$

$$-y_{n+1,j-1,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,1}-z_{n+1,j,0}\Big)-\Big(y_{n+1,j,1}-y_{n+1,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j+1,0}-z_{n+1,j-1,0}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\times$$

$$\times\Big(\Big(x_{n+1,j,1}-x_{n+1,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j+1,0}-z_{n+1,j-1,0}\Big)-\Big(x_{n+1,j+1,0}-x_{n+1,j-1,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,1}-z_{n+1,j,0}\Big)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,j+1,0}-x_{n+1,j-1,0}\Big)\Big(y_{n+1,j,1}-y_{n+1,j,0}\Big)-\Big(x_{n+1,j,1}-x_{n+1,j,0}\Big)\Big(y_{n+1,j+1,0}-$$

$$-y_{n+1,j-1,0}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5} \Big/ \Big(\Big(x_{n+1,j,0}-x_{n,j,0}\Big)\Big(y_{n+1,j+1,0}-y_{n+1,j-1,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,1}-z_{n+1,j,0}\Big)+$$

$$+\Big(x_{n+1,j,1}-x_{n+1,j,0}\Big)\Big(y_{n+1,j,0}-y_{n,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j+1,0}-z_{n+1,j-1,0}\Big)+\Big(x_{n+1,j+1,0}-x_{n+1,j-1,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{n+1,j,1}-y_{n+1,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,0}-z_{n,j,0}\Big)-\Big(x_{n+1,j,1}-x_{n+1,j,0}\Big)\Big(y_{n+1,j+1,0}-y_{n+1,j-1,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,0}-$$

$$-z_{n,j,0}\Big)-\Big(x_{n+1,j,0}-x_{n,j,0}\Big)\Big(y_{n+1,j,1}-y_{n+1,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j+1,0}-z_{n+1,j-1,0}\Big)-\Big(x_{n+1,j+1,0}-x_{n+1,j-1,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{n+1,j,0}-y_{n,j,0}\Big)\Big(z_{n+1,j,1}-z_{n+1,j,0}\Big)\Big),\ \ j=\overline{1,m},\ \ v_{i,m+1,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{i,m+1,0}-\right.$$

$$-y_{i,m,0}\Big)\Big(z_{i,m+1,1}-z_{i,m+1,0}\Big)-\Big(y_{i,m+1,1}-y_{i,m+1,0}\Big)\Big(z_{i,m+1,0}-z_{i,m,0}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{i,m+1,1}-$$

$$-x_{i,m+1,0}\Big)\Big(z_{i,m+1,0}-z_{i,m,0}\Big)-\Big(x_{i,m+1,0}-x_{i,m,0}\Big)\Big(z_{i,m+1,1}-z_{i,m+1,0}\Big)\Big)+\Big(\kappa_{r,3}\cdot\Big(x_{i,m+1,0}-$$

$$-x_{i,m,0}\Big)\Big(y_{i,m+1,1}-y_{i,m+1,0}\Big)-\Big(x_{i,m+1,1}-x_{i,m+1,0}\Big)\Big(y_{i,m+1,0}-y_{i,m,0}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5} \Big/ \Big(\Big(x_{i+1,m+1,0}-$$

$$-x_{i-1,m+1,0}\Big)\Big(y_{i,m+1,0}-y_{i,m,0}\Big)\Big(z_{i,m+1,1}-z_{i,m+1,0}\Big)+\Big(x_{i,m+1,1}-x_{i,m+1,0}\Big)\Big(y_{i+1,m+1,0}-$$

$$-y_{i-1,m+1,0}\right)\left(z_{i,m+1,0}-z_{i,m,0}\right)+\left(x_{i,m+1,0}-x_{i,m,0}\right)\left(y_{i,m+1,1}-y_{i,m+1,0}\right)\left(z_{i+1,m+1,0}-\right.$$

$$\left.-z_{i-1,m+1,0}\right)-\left(x_{i,m+1,1}-x_{i,m+1,0}\right)\left(y_{i,m+1,0}-y_{i,m,0}\right)\left(z_{i+1,m+1,0}-z_{i-1,m+1,0}\right)-\left(x_{i+1,m+1,0}-\right.$$

$$\left.-x_{i-1,m+1,0}\right)\left(y_{i,m+1,1}-y_{i,m+1,0}\right)\left(z_{i,m+1,0}-z_{i,m,0}\right)-\left(x_{i,m+1,0}-x_{i,m,0}\right)\left(y_{i+1,m+1,0}-\right.$$

$$\left.-y_{i-1,m+1,0}\right)\left(z_{i,m+1,1}-z_{i,m+1,0}\right)\Big),\ i=\overline{1,n},\ v_{i,0,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{i,1,0}-y_{i,0,0}\right)\times\right.$$

$$\times\left(z_{i,0,1}-z_{i,0,0}\right)-\left(y_{i,0,1}-y_{i,0,0}\right)\left(z_{i,1,0}-z_{i,0,0}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{i,0,1}-x_{i,0,0}\right)\left(z_{i,1,0}-z_{i,0,0}\right)-$$

$$-\left(x_{i,1,0}-x_{i,0,0}\right)\left(z_{i,0,1}-z_{i,0,0}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{i,1,0}-x_{i,0,0}\right)\left(y_{i,0,1}-y_{i,0,0}\right)-\left(x_{i,0,1}-x_{i,0,0}\right)\times$$

$$\left.\times\left(y_{i,1,0}-y_{i,0,0}\right)\Big)\Big)^2\right)^{0.5}/\Big(\left(x_{i+1,0,0}-x_{i-1,0,0}\right)\left(y_{i,1,0}-y_{i,0,0}\right)\left(z_{i,0,1}-z_{i,0,0}\right)+\left(x_{i,0,1}-\right.$$

$$\left.-x_{i,0,0}\right)\left(y_{i+1,0,0}-y_{i-1,0,0}\right)\left(z_{i,1,0}-z_{i,0,0}\right)+\left(x_{i,1,0}-x_{i,0,0}\right)\left(y_{i,0,1}-y_{i,0,0}\right)\left(z_{i+1,0,0}-\right.$$

$$\left.-z_{i-1,0,0}\right)-\left(x_{i,0,1}-x_{i,0,0}\right)\left(y_{i,1,0}-y_{i,0,0}\right)\left(z_{i+1,0,0}-z_{i-1,0,0}\right)-\left(x_{i+1,0,0}-x_{i-1,0,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,0,1}-y_{i,0,0}\right)\left(z_{i,1,0}-z_{i,0,0}\right)-\left(x_{i,1,0}-x_{i,0,0}\right)\left(y_{i+1,0,0}-y_{i-1,0,0}\right)\left(z_{i,0,1}-z_{i,0,0}\right)\Big),\ i=\overline{1,n},$$

$$v_{0,j,l+1}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{0,j+1,l+1}-y_{0,j-1,l+1}\right)\left(z_{0,j,l+1}-z_{0,j,l}\right)-\left(y_{0,j,l+1}-y_{0,j,l}\right)\times\right.$$

$$\times\left(z_{0,j+1,l+1}-z_{0,j-1,l+1}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{0,j,l+1}-x_{0,j,l}\right)\left(z_{0,j+1,l+1}-z_{0,j-1,l+1}\right)-\left(x_{0,j+1,l+1}-\right.$$

$$\left.-x_{0,j-1,l+1}\right)\left(z_{0,j,l+1}-z_{0,j,l}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{0,j+1,l+1}-x_{0,j-1,l+1}\right)\left(y_{0,j,l+1}-y_{0,j,l}\right)-$$

$$\left.-\left(x_{0,j,l+1}-x_{0,j,l}\right)\left(y_{0,j+1,l+1}-y_{0,j-1,l+1}\right)\Big)\Big)^2\right)^{0.5}/\Big(\left(x_{1,j,l+1}-x_{0,j,l+1}\right)\left(y_{0,j+1,l+1}-\right.$$

$$\left.-y_{0,j-1,l+1}\right)\left(z_{0,j,l+1}-z_{0,j,l}\right)+\left(x_{0,j,l+1}-x_{0,j,l}\right)\left(y_{1,j,l+1}-y_{0,j,l+1}\right)\left(z_{0,j+1,l+1}-z_{0,j-1,l+1}\right)+$$

$$+\left(x_{0,j+1,l+1}-x_{0,j-1,l+1}\right)\left(y_{0,j,l+1}-y_{0,j,l}\right)\left(z_{1,j,l+1}-z_{0,j,l+1}\right)-\left(x_{0,j,l+1}-x_{0,j,l}\right)\times$$

$$\times\left(y_{0,j+1,l+1}-y_{0,j-1,l+1}\right)\left(z_{1,j,l+1}-z_{0,j,l+1}\right)-\left(x_{1,j,l+1}-x_{0,j,l+1}\right)\left(y_{0,j,l+1}-y_{0,j,l}\right)\times$$

$$\times\left(z_{0,j+1,l+1}-z_{0,j-1,l+1}\right)-\left(x_{0,j+1,l+1}-x_{0,j-1,l+1}\right)\left(y_{1,j,l+1}-y_{0,j,l+1}\right)\left(z_{0,j,l+1}-z_{0,j,l}\right),$$

$$j=\overline{1,m},\ v_{n+1,j,l+1}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{n+1,j+1,l+1}-y_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(z_{n+1,j,l+1}-z_{n+1,j,l}\right)-\right.\right.\right.$$

$$-\left(y_{n+1,j,l+1}-y_{n+1,j,l}\right)\left(z_{n+1,j+1,l+1}-z_{n+1,j-1,l+1}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,j,l+1}-x_{n+1,j,l}\Big)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,j+1,l+1}-z_{n+1,j-1,l+1}\right)-\left(x_{n+1,j+1,l+1}-x_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(z_{n+1,j,l+1}-z_{n+1,j,l}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\times$$

$$\times\Big(\left(x_{n+1,j+1,l+1}-x_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(y_{n+1,j,l+1}-y_{n+1,j,l}\right)-\left(x_{n+1,j,l+1}-x_{n+1,j,l}\right)\Big(y_{n+1,j+1,l+1}-$$

$$\left.\left.\left.-y_{n+1,j-1,l+1}\right)\right)\Big)^{2}\Big)^{0.5}\Big/\Big(\left(x_{n+1,j,l+1}-x_{n,j,l+1}\right)\left(y_{n+1,j+1,l+1}-y_{n+1,j-1,l+1}\right)\Big(z_{n+1,j,l+1}-$$

$$-z_{n+1,j,l}\Big)+\left(x_{n+1,j,l+1}-x_{n+1,j,l}\right)\left(y_{n+1,j,l+1}-y_{n,j,l+1}\right)\left(z_{n+1,j+1,l+1}-z_{n+1,j-1,l+1}\right)+$$

$$+\left(x_{n+1,j+1,l+1}-x_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(y_{n+1,j,l+1}-y_{n+1,j,l}\right)\left(z_{n+1,j,l+1}-z_{n,j,l+1}\right)-\left(x_{n+1,j,l+1}-x_{n+1,j,l}\right)\times$$

$$\times\left(y_{n+1,j+1,l+1}-y_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(z_{n+1,j,l+1}-z_{n,j,l+1}\right)-\left(x_{n+1,j,l+1}-x_{n,j,l+1}\right)\Big(y_{n+1,j,l+1}-$$

$$-y_{n+1,j,l}\Big)\left(z_{n+1,j+1,l+1}-z_{n+1,j-1,l+1}\right)-\left(x_{n+1,j+1,l+1}-x_{n+1,j-1,l+1}\right)\left(y_{n+1,j,l+1}-y_{n,j,l+1}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,j,l+1}-z_{n+1,j,l}\right)\Big),\ \ j=\overline{1,m},\ v_{i,m+1,l+1}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m,l+1}\right)\times\right.\right.\right.$$

$$\times\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m+1,l}\right)-\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m+1,l}\right)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m,l+1}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{i,m+1,l+1}-$$

$$-x_{i,m+1,l}\Big)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m,l+1}\right)-\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m,l+1}\right)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m+1,l}\right)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m,l+1}\right)\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m+1,l}\right)-\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m+1,l}\right)\Big(y_{i,m+1,l+1}-$$

$$\left.\left.\left.-y_{i,m,l+1}\right)\right)\Big)^{2}\Big)^{0.5}\Big/\Big(\left(x_{i+1,m+1,l+1}-x_{i-1,m+1,l+1}\right)\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m,l+1}\right)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m+1,l}\right)+$$

$$+\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m+1,l}\right)\left(y_{i+1,m+1,l+1}-y_{i-1,m+1,l+1}\right)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m,l+1}\right)+\Big(x_{i,m+1,l+1}-$$

$$-x_{i,m,l+1}\Big)\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m+1,l}\right)\left(z_{i+1,m+1,l+1}-z_{i-1,m+1,l+1}\right)-\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m+1,l}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m,l+1}\right)\left(z_{i+1,m+1,l+1}-z_{i-1,m+1,l+1}\right)-\left(x_{i+1,m+1,l+1}-x_{i-1,m+1,l+1}\right)\times$$

$$\times\left(y_{i,m+1,l+1}-y_{i,m+1,l}\right)\left(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m,l+1}\right)-\left(x_{i,m+1,l+1}-x_{i,m,l+1}\right)\Big(y_{i+1,m+1,l+1}-$$

$$-y_{i-1,m+1,l+1}\Big)\Big(z_{i,m+1,l+1}-z_{i,m+1,l}\Big)\,,\ i=\overline{1,n}\,,\ v_{i,0,l+1}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{i,1,l+1}-\right.$$

$$-y_{i,0,l+1}\Big)\Big(z_{i,0,l+1}-z_{i,0,l}\Big)-\Big(y_{i,0,l+1}-y_{i,0,l}\Big)\Big(z_{i,1,l+1}-z_{i,0,l+1}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{i,0,l+1}-x_{i,0,l}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{i,1,l+1}-z_{i,0,l+1}\Big)-\Big(x_{i,1,l+1}-x_{i,0,l+1}\Big)\Big(z_{i,0,l+1}-z_{i,0,l}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{i,1,l+1}-x_{i,0,l+1}\Big)\times$$

$$\left.\times\Big(y_{i,0,l+1}-y_{i,0,l}\Big)-\Big(x_{i,0,l+1}-x_{i,0,l}\Big)\Big(y_{i,1,l+1}-y_{i,0,l+1}\Big)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/\Big(\Big(x_{i+1,0,l+1}-x_{i-1,0,l+1}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{i,1,l+1}-y_{i,0,l+1}\Big)\Big(z_{i,0,l+1}-z_{i,0,l}\Big)+\Big(x_{i,0,l+1}-x_{i,0,l}\Big)\Big(y_{i+1,0,l+1}-y_{i-1,0,l+1}\Big)\Big(z_{i,1,l+1}-$$

$$-z_{i,0,l+1}\Big)+\Big(x_{i,1,l+1}-x_{i,0,l+1}\Big)\Big(y_{i,0,l+1}-y_{i,0,l}\Big)\Big(z_{i+1,0,l+1}-z_{i-1,0,l+1}\Big)-\Big(x_{i,0,l+1}-x_{i,0,l}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{i,1,l+1}-y_{i,0,l+1}\Big)\Big(z_{i+1,0,l+1}-z_{i-1,0,l+1}\Big)-\Big(x_{i+1,0,l+1}-x_{i-1,0,l+1}\Big)\Big(y_{i,0,l+1}-y_{i,0,l}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{i,1,l+1}-z_{i,0,l+1}\Big)-\Big(x_{i,1,l+1}-x_{i,0,l+1}\Big)\Big(y_{i+1,0,l+1}-y_{i-1,0,l+1}\Big)\Big(z_{i,0,l+1}-z_{i,0,l}\Big)\Big),\ i=\overline{1,n}\,,$$

$$v_{0,0,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{0,1,k}-y_{0,0,k}\Big)\Big(z_{0,0,k+1}-z_{0,0,k-1}\Big)-\Big(y_{0,0,k+1}-y_{0,0,k-1}\Big)\times\right.$$

$$\times\Big(z_{0,1,k}-z_{0,0,k}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{0,0,k+1}-x_{0,0,k-1}\Big)\Big(z_{0,1,k}-z_{0,0,k}\Big)-\Big(x_{0,1,k}-x_{0,0,k}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{0,0,k+1}-z_{0,0,k-1}\Big)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{0,1,k}-x_{0,0,k}\Big)\Big(y_{0,0,k+1}-y_{0,0,k-1}\Big)-\Big(x_{0,0,k+1}-x_{0,0,k-1}\Big)\times$$

$$\left.\times\Big(y_{0,1,k}-y_{0,0,k}\Big)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/\Big(\Big(x_{1,0,k}-x_{0,0,k}\Big)\Big(y_{0,1,k}-y_{0,0,k}\Big)\Big(z_{0,0,k+1}-z_{0,0,k-1}\Big)+$$

$$+\Big(x_{0,0,k+1}-x_{0,0,k-1}\Big)\Big(y_{1,0,k}-y_{0,0,k}\Big)\Big(z_{0,1,k}-z_{0,0,k}\Big)+\Big(x_{0,1,k}-x_{0,0,k}\Big)\Big(y_{0,0,k+1}-$$

$$-y_{0,0,k-1}\Big)\Big(z_{1,0,k}-z_{0,0,k}\Big)-\Big(x_{0,0,k+1}-x_{0,0,k-1}\Big)\Big(y_{0,1,k}-y_{0,0,k}\Big)\Big(z_{1,0,k}-z_{0,0,k}\Big)-$$

$$-\Big(x_{1,0,k}-x_{0,0,k}\Big)\Big(y_{0,0,k+1}-y_{0,0,k-1}\Big)\Big(z_{0,1,k}-z_{0,0,k}\Big)-\Big(x_{0,1,k}-x_{0,0,k}\Big)\Big(y_{1,0,k}-y_{0,0,k}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{0,0,k+1}-z_{0,0,k-1}\Big),\ k=\overline{1,l}\,,\ v_{0,m+1,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{0,m+1,k}-y_{0,m,k}\Big)\times\right.$$

$$\times\Big(z_{0,m+1,k+1}-z_{0,m+1,k-1}\Big)-\Big(y_{0,m+1,k+1}-y_{0,m+1,k-1}\Big)\Big(z_{0,m+1,k}-z_{0,m,k}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\times$$

$$\times\left(\left(x_{0,m+1,k+1}-x_{0,m+1,k-1}\right)\left(z_{0,m+1,k}-z_{0,m,k}\right)-\left(x_{0,m+1,k}-x_{0,m,k}\right)\left(z_{0,m+1,k+1}-z_{0,m+1,k-1}\right)\right)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{0,m+1,k}-x_{0,m,k}\right)\left(y_{0,m+1,k+1}-y_{0,m+1,k-1}\right)-\left(x_{0,m+1,k+1}-x_{0,m+1,k-1}\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\left.\times\left(y_{0,m+1,k}-y_{0,m,k}\right)\right)\right)^{2}\right)^{0.5}/\left(\left(x_{1,m+1,k}-x_{0,m+1,k}\right)\left(y_{0,m+1,k}-y_{0,m,k}\right)\left(z_{0,m+1,k+1}-\right.\right.$$

$$\left.-z_{0,m+1,k-1}\right)+\left(x_{0,m+1,k+1}-x_{0,m+1,k-1}\right)\left(y_{1,m+1,k}-y_{0,m+1,k}\right)\left(z_{0,m+1,k}-z_{0,m,k}\right)+\left(x_{0,m+1,k}-\right.$$

$$\left.-x_{0,m,k}\right)\left(y_{0,m+1,k+1}-y_{0,m+1,k-1}\right)\left(z_{1,m+1,k}-z_{0,m+1,k}\right)-\left(x_{0,m+1,k+1}-x_{0,m+1,k-1}\right)\times$$

$$\times\left(y_{0,m+1,k}-y_{0,m,k}\right)\left(z_{1,m+1,k}-z_{0,m+1,k}\right)-\left(x_{1,m+1,k}-x_{0,m+1,k}\right)\left(y_{0,m+1,k+1}-y_{0,m+1,k-1}\right)\times$$

$$\left.\times\left(z_{0,m+1,k}-z_{0,m,k}\right)-\left(x_{0,m+1,k}-x_{0,m,k}\right)\left(y_{1,m+1,k}-y_{0,m+1,k}\right)\left(z_{0,m+1,k+1}-z_{0,m+1,k-1}\right)\right),$$

$$k=\overline{1,l},\ v_{n+1,m+1,k}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n+1,m,k}\right)\left(z_{n+1,m+1,k+1}-z_{n+1,m+1,k-1}\right)-\right.\right.\right.$$

$$\left.-\left(y_{n+1,m+1,k+1}-y_{n+1,m+1,k-1}\right)\left(z_{n+1,m+1,k}-z_{n+1,m,k}\right)\right)+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{n+1,m+1,k+1}-x_{n+1,m+1,k-1}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(z_{n+1,m+1,k}-z_{n+1,m,k}\right)-\left(x_{n+1,m+1,k}-x_{n+1,m,k}\right)\left(z_{n+1,m+1,k+1}-z_{n+1,m+1,k-1}\right)\right)+$$

$$+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{n+1,m+1,k}-x_{n+1,m,k}\right)\left(y_{n+1,m+1,k+1}-y_{n+1,m+1,k-1}\right)-\left(x_{n+1,m+1,k+1}-x_{n+1,m+1,k-1}\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\left.\times\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n+1,m,k}\right)\right)\right)^{2}\right)^{0.5}/\left(\left(x_{n+1,m+1,k}-x_{n,m+1,k}\right)\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n+1,m,k}\right)\times\right.$$

$$\times\left(z_{n+1,m+1,k+1}-z_{n+1,m+1,k-1}\right)+\left(x_{n+1,m+1,k+1}-x_{n+1,m+1,k-1}\right)\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n,m+1,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,m+1,k}-z_{n+1,m,k}\right)+\left(x_{n+1,m+1,k}-x_{n+1,m,k}\right)\left(y_{n+1,m+1,k+1}-y_{n+1,m+1,k-1}\right)\left(z_{n+1,m+1,k}-\right.$$

$$\left.-z_{n,m+1,k}\right)-\left(x_{n+1,m+1,k+1}-x_{n+1,m+1,k-1}\right)\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n+1,m,k}\right)(z_{n+1,m+1,k}-z_{n,m+1,k})-$$

$$-\left(x_{n+1,m+1,k}-x_{n,m+1,k}\right)\left(y_{n+1,m+1,k+1}-y_{n+1,m+1,k-1}\right)\left(z_{n+1,m+1,k}-z_{n+1,m,k}\right)-\left(x_{n+1,m+1,k}-\right.$$

$$\left.\left.-x_{n+1,m,k}\right)\left(y_{n+1,m+1,k}-y_{n,m+1,k}\right)\left(z_{n+1,m+1,k+1}-z_{n+1,m+1,k-1}\right)\right),\ k=\overline{1,l},\ v_{n+1,0,k}=$$

$$=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{n+1,1,k}-y_{n+1,0,k}\right)\left(z_{n+1,0,k+1}-z_{n+1,0,k-1}\right)-\left(y_{n+1,0,k+1}-y_{n+1,0,k-1}\right)\times\right.\right.\right.$$

$$\times\left(z_{n+1,1,k}-z_{n+1,0,k}\right)\right)+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{n+1,0,k+1}-x_{n+1,0,k-1}\right)\left(z_{n+1,1,k}-z_{n+1,0,k}\right)-$$

$$-\left(x_{n+1,1,k}-x_{n+1,0,k}\right)\left(z_{n+1,0,k+1}-z_{n+1,0,k-1}\right)\right)+\kappa_{r,3}\cdot\left(\left(x_{n+1,1,k}-x_{n+1,0,k}\right)\left(y_{n+1,0,k+1}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-y_{n+1,0,k-1}\right)-\left(x_{n+1,0,k+1}-x_{n+1,0,k-1}\right)\left(y_{n+1,1,k}-y_{n+1,0,k}\right)\right)\right)^{2}\Bigg)^{0.5}/\left(\left(x_{n+1,0,k}-x_{n,0,k}\right)\times\right.$$

$$\times\left(y_{n+1,1,k}-y_{n+1,0,k}\right)\left(z_{n+1,0,k+1}-z_{n+1,0,k-1}\right)+\left(x_{n+1,0,k+1}-x_{n+1,0,k-1}\right)\left(y_{n+1,0,k}-y_{n,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,1,k}-z_{n+1,0,k}\right)+\left(x_{n+1,1,k}-x_{n+1,0,k}\right)\left(y_{n+1,0,k+1}-y_{n+1,0,k-1}\right)\left(z_{n+1,0,k}-z_{n,0,k}\right)-$$

$$-\left(x_{n+1,0,k+1}-x_{n+1,0,k-1}\right)\left(y_{n+1,1,k}-y_{n+1,0,k}\right)\left(z_{n+1,0,k}-z_{n,0,k}\right)-\left(x_{n+1,0,k}-x_{n,0,k}\right)\times$$

$$\times\left(y_{n+1,0,k+1}-y_{n+1,0,k-1}\right)\left(z_{n+1,1,k}-z_{n+1,0,k}\right)-\left(x_{n+1,1,k}-x_{n+1,0,k}\right)\left(y_{n+1,0,k}-y_{n,0,k}\right)\times$$

$$\left.\times\left(z_{n+1,0,k+1}-z_{n+1,0,k-1}\right)\right),\ k=\overline{1,l};$$

– у вершинах A, B, C, D, A_*, B_*, C_* та D_* відповідно $v_{0,0,0}=$

$$=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{0,1,0}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,0,1}-z_{0,0,0}\right)-\left(y_{0,0,1}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,1,0}-z_{0,0,0}\right)\right)+\right.\right.$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{0,0,1}-x_{0,0,0}\right)\left(z_{0,1,0}-z_{0,0,0}\right)-\left(x_{0,1,0}-x_{0,0,0}\right)\left(z_{0,0,1}-z_{0,0,0}\right)\right)+\kappa_{r,3}\times$$

$$\left.\left.\times\left(\left(x_{0,1,0}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{0,0,1}-y_{0,0,0}\right)-\left(x_{0,0,1}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{0,1,0}-y_{0,0,0}\right)\right)\right)^{2}\right)^{0.5}/\left(\left(x_{1,0,0}-\right.\right.$$

$$-x_{0,0,0}\Big)\left(y_{0,1,0}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,0,1}-z_{0,0,0}\right)+\left(x_{0,0,1}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{1,0,0}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,1,0}-\right.$$

$$\left.-z_{0,0,0}\right)+\left(x_{0,1,0}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{0,0,1}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{1,0,0}-z_{0,0,0}\right)-\left(x_{0,0,1}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{0,1,0}-\right.$$

$$\left.-y_{0,0,0}\right)\left(z_{1,0,0}-z_{0,0,0}\right)-\left(x_{1,0,0}-x_{0,0,0}\right)\left(y_{0,0,1}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,1,0}-z_{0,0,0}\right)-\left(x_{0,1,0}-\right.$$

$$\left.-x_{0,0,0}\right)\left(y_{1,0,0}-y_{0,0,0}\right)\left(z_{0,0,1}-z_{0,0,0}\right)\Big),\ v_{0,m+1,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\left(\kappa_{r,1}\cdot\left(\left(y_{0,m+1,0}-y_{0,m,0}\right)\times\right.\right.\right.$$

$$\times\left(z_{0,m+1,1}-z_{0,m+1,0}\right)-\left(y_{0,m+1,1}-y_{0,m+1,0}\right)\left(z_{0,m+1,0}-z_{0,m,0}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\left(\left(x_{0,m+1,1}-\right.\right.$$

$$\left.-x_{0,m+1,0}\right)\left(z_{0,m+1,0}-z_{0,m,0}\right)-\left(x_{0,m+1,0}-x_{0,m,0}\right)\left(z_{0,m+1,1}-z_{0,m+1,0}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\times$$

$$\times\left(\left(x_{0,m+1,0}-x_{0,m,0}\right)\left(y_{0,m+1,1}-y_{0,m+1,0}\right)-\left(x_{0,m+1,1}-x_{0,m+1,0}\right)\left(y_{0,m+1,0}-y_{0,m,0}\right)\right)\Big)^2\Big)^{0.5}/$$

$$/\Big(\left(x_{1,m+1,0}-x_{0,m+1,0}\right)\left(y_{0,m+1,0}-y_{0,m,0}\right)\left(z_{0,m+1,1}-z_{0,m+1,0}\right)+\left(x_{0,m+1,1}-x_{0,m+1,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{1,m+1,0}-y_{0,m+1,0}\right)\left(z_{0,m+1,0}-z_{0,m,0}\right)+\left(x_{0,m+1,0}-x_{0,m,0}\right)\left(y_{0,m+1,1}-y_{0,m+1,0}\right)\times$$

$$\times\left(z_{1,m+1,0}-z_{0,m+1,0}\right)-\left(x_{0,m+1,1}-x_{0,m+1,0}\right)\left(y_{0,m+1,0}-y_{0,m,0}\right)\left(z_{1,m+1,0}-z_{0,m+1,0}\right)-$$

$$-\left(x_{1,m+1,0}-x_{0,m+1,0}\right)\left(y_{0,m+1,1}-y_{0,m+1,0}\right)\left(z_{0,m+1,0}-z_{0,m,0}\right)-\left(x_{0,m+1,0}-x_{0,m,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{1,m+1,0}-y_{0,m+1,0}\right)\left(z_{0,m+1,1}-z_{0,m+1,0}\right)\Big),\ v_{n+1,m+1,0}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{n+1,m+1,0}-\right.$$

$$-y_{n+1,m,0}\Big)\left(z_{n+1,m+1,1}-z_{n+1,m+1,0}\right)-\left(y_{n+1,m+1,1}-y_{n+1,m+1,0}\right)\left(z_{n+1,m+1,0}-z_{n+1,m,0}\right)\Big)+$$

$$+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{n+1,m+1,1}-x_{n+1,m+1,0}\right)\left(z_{n+1,m+1,0}-z_{n+1,m,0}\right)-\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n+1,m,0}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,m+1,1}-z_{n+1,m+1,0}\right)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n+1,m,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,1}-y_{n+1,m+1,0}\right)-$$

$$-\left(x_{n+1,m+1,1}-x_{n+1,m+1,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,0}-y_{n+1,m,0}\right)\Big)\Big)^2\Big)^{0.5}/\Big(\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n,m+1,0}\right)\times$$

$$\times\left(y_{n+1,m+1,0}-y_{n+1,m,0}\right)\left(z_{n+1,m+1,1}-z_{n+1,m+1,0}\right)+\left(x_{n+1,m+1,1}-x_{n+1,m+1,0}\right)\Big(y_{n+1,m+1,0}-$$

$$-y_{n,m+1,0}\Big)\left(z_{n+1,m+1,0}-z_{n+1,m,0}\right)+\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n+1,m,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,1}-y_{n+1,m+1,0}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,m+1,0}-z_{n,m+1,0}\right)-\left(x_{n+1,m+1,1}-x_{n+1,m+1,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,0}-y_{n+1,m,0}\right)\Big(z_{n+1,m+1,0}-$$

$$-z_{n,m+1,0}\Big)-\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n,m+1,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,1}-y_{n+1,m+1,0}\right)\left(z_{n+1,m+1,0}-z_{n+1,m,0}\right)-$$

$$-\left(x_{n+1,m+1,0}-x_{n+1,m,0}\right)\left(y_{n+1,m+1,0}-y_{n,m+1,0}\right)\left(z_{n+1,m+1,1}-z_{n+1,m+1,0}\right)\Big),\ v_{n+1,0,0}=$$

$$=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\left(y_{n+1,1,0}-y_{n+1,0,0}\right)\left(z_{n+1,0,1}-z_{n+1,0,0}\right)-\left(y_{n+1,0,1}-y_{n+1,0,0}\right)\Big(z_{n+1,1,0}-\right.$$

$$-z_{n+1,0,0}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\left(x_{n+1,0,1}-x_{n+1,0,0}\right)\left(z_{n+1,1,0}-z_{n+1,0,0}\right)-\left(x_{n+1,1,0}-x_{n+1,0,0}\right)\times$$

$$\times\left(z_{n+1,0,1}-z_{n+1,0,0}\right)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\left(x_{n+1,1,0}-x_{n+1,0,0}\right)\left(y_{n+1,0,1}-y_{n+1,0,0}\right)-\Big(x_{n+1,0,1}-$$

$$-x_{n+1,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,1,0}-y_{n+1,0,0}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5}\Big/\Big(\Big(x_{n+1,0,0}-x_{n,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,1,0}-y_{n+1,0,0}\Big)\Big(z_{n+1,0,1}-$$

$$-z_{n+1,0,0}\Big)+\Big(x_{n+1,0,1}-x_{n+1,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,0,0}-y_{n,0,0}\Big)\Big(z_{n+1,1,0}-z_{n+1,0,0}\Big)+\Big(x_{n+1,1,0}-$$

$$-x_{n+1,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,0,1}-y_{n+1,0,0}\Big)\Big(z_{n+1,0,0}-z_{n,0,0}\Big)-\Big(x_{n+1,0,1}-x_{n+1,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,1,0}-y_{n+1,0,0}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{n+1,0,0}-z_{n,0,0}\Big)-\Big(x_{n+1,0,0}-x_{n,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,0,1}-y_{n+1,0,0}\Big)\Big(z_{n+1,1,0}-z_{n+1,0,0}\Big)-$$

$$-\Big(x_{n+1,1,0}-x_{n+1,0,0}\Big)\Big(y_{n+1,0,0}-y_{n,0,0}\Big)\Big(z_{n+1,0,1}-z_{n+1,0,0}\Big)\Big),\ v_{0,0,l+1}=\Delta\varphi\cdot\Bigg(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\times$$

$$\times\Big(\Big(y_{0,1,l+1}-y_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{0,0,l+1}-z_{0,0,l}\Big)-\Big(y_{0,0,l+1}-y_{0,0,l}\Big)\Big(z_{0,1,l+1}-z_{0,0,l+1}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\times$$

$$\times\Big(\Big(x_{0,0,l+1}-x_{0,0,l}\Big)\Big(z_{0,1,l+1}-z_{0,0,l+1}\Big)-\Big(x_{0,1,l+1}-x_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{0,0,l+1}-z_{0,0,l}\Big)\Big)+\kappa_{r,3}\times$$

$$\times\Big(\Big(x_{0,1,l+1}-x_{0,0,l+1}\Big)\Big(y_{0,0,l+1}-y_{0,0,l}\Big)-\Big(x_{0,0,l+1}-x_{0,0,l}\Big)\Big(y_{0,1,l+1}-y_{0,0,l+1}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5}\Big/$$

$$\Big/\Big(\Big(x_{1,0,l+1}-x_{0,0,l+1}\Big)\Big(y_{0,1,l+1}-y_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{0,0,l+1}-z_{0,0,l}\Big)+\Big(x_{0,0,l+1}-x_{0,0,l}\Big)\Big(y_{1,0,l+1}-$$

$$-y_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{0,1,l+1}-z_{0,0,l+1}\Big)+(x_{0,1,l+1}-x_{0,0,l+1})(y_{0,0,l+1}-y_{0,0,l})(z_{1,0,l+1}-z_{0,0,l+1})-$$

$$-\Big(x_{0,0,l+1}-x_{0,0,l}\Big)\Big(y_{0,1,l+1}-y_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{1,0,l+1}-z_{0,0,l+1}\Big)-\Big(x_{1,0,l+1}-x_{0,0,l+1}\Big)\Big(y_{0,0,l+1}-$$

$$-y_{0,0,l}\Big)\Big(z_{0,1,l+1}-z_{0,0,l+1}\Big)-\Big(x_{0,1,l+1}-x_{0,0,l+1}\Big)\Big(y_{1,0,l+1}-y_{0,0,l+1}\Big)\Big(z_{0,0,l+1}-z_{0,0,l}\Big)\Big),$$

$$v_{0,m+1,l+1}=\Delta\varphi\cdot\Bigg(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m,l+1}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m+1,l}\Big)-\Big(y_{0,m+1,l+1}-$$

$$-y_{0,m+1,l}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m,l+1}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m,l+1}\Big)-$$

$$-\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m,l+1}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m+1,l}\Big)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m,l+1}\Big)\Big(y_{0,m+1,l+1}-$$

$$-y_{0,m+1,l}\Big)-\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l}\Big)\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m,l+1}\Big)\Big)\Big)^2\Bigg)^{0.5}\Big/\Big(\Big(x_{1,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l+1}\Big)\times$$

$$\times\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m,l+1}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m+1,l}\Big)+\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l}\Big)\Big(y_{1,m+1,l+1}-$$

$$-y_{0,m+1,l+1}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m,l+1}\Big)+\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m,l+1}\Big)\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m+1,l}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{1,m+1,l+1}-z_{0,m+1,l+1}\Big)-\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l}\Big)\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m,l+1}\Big)\Big(z_{1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{0,m+1,l+1}\Big)-\Big(x_{1,m+1,l+1}-x_{0,m+1,l+1}\Big)\Big(y_{0,m+1,l+1}-y_{0,m+1,l}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m,l+1}\Big)-$$

$$-\Big(x_{0,m+1,l+1}-x_{0,m,l+1}\Big)\Big(y_{1,m+1,l+1}-y_{0,m+1,l+1}\Big)\Big(z_{0,m+1,l+1}-z_{0,m+1,l}\Big)\Big),\; v_{n+1,m+1,l+1}=$$

$$=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-z_{n+1,m+1,l}\Big)-\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-\right.$$

$$-y_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-z_{n+1,m,l+1}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n+1,m,l+1}\Big)-\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-z_{n+1,m+1,l}\Big)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-x_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m+1,l}\Big)-\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$\left.-y_{n+1,m,l+1}\Big)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/\Big(\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n,m+1,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n+1,m+1,l}\Big)+\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n,m+1,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n+1,m,l+1}\Big)+\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n,m+1,l+1}\Big)-\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n,m+1,l+1}\Big)-\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n,m+1,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n+1,m+1,l}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n+1,m,l+1}\Big)-\Big(x_{n+1,m+1,l+1}-x_{n+1,m,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,m+1,l+1}-y_{n,m+1,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,m+1,l+1}-$$

$$-z_{n+1,m+1,l}\Big)\Big),\; v_{n+1,0,l+1}=\Delta\varphi\cdot\left(\sum_{r=1}^{3}\Big(\kappa_{r,1}\cdot\Big(\Big(y_{n+1,1,l+1}-y_{n+1,0,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,0,l+1}-\right.$$

$$-z_{n+1,0,l}\Big)-\Big(y_{n+1,0,l+1}-y_{n+1,0,l}\Big)\Big(z_{n+1,1,l+1}-z_{n+1,0,l+1}\Big)\Big)+\kappa_{r,2}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n+1,0,l}\Big)\times$$

$$\times\Big(z_{n+1,1,l+1}-z_{n+1,0,l+1}\Big)-\Big(x_{n+1,1,l+1}-x_{n+1,0,l+1}\Big)\Big(z_{n+1,0,l+1}-z_{n+1,0,l}\Big)\Big)+\kappa_{r,3}\cdot\Big(\Big(x_{n+1,1,l+1}-$$

$$\left.-x_{n+1,0,l+1}\Big)\Big(y_{n+1,0,l+1}-y_{n+1,0,l}\Big)-\Big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n+1,0,l}\Big)\Big(y_{n+1,1,l+1}-y_{n+1,0,l+1}\Big)\Big)\Big)^{2}\right)^{0.5}/$$

$$/\Big(\big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n,0,l+1}\big)\big(y_{n+1,1,l+1}-y_{n+1,0,l+1}\big)\big(z_{n+1,0,l+1}-z_{n+1,0,l}\big)+\big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n+1,0,l}\big)\times$$

$$\times\big(y_{n+1,0,l+1}-y_{n,0,l+1}\big)\big(z_{n+1,1,l+1}-z_{n+1,0,l+1}\big)+\big(x_{n+1,1,l+1}-x_{n+1,0,l+1}\big)\big(y_{n+1,0,l+1}-$$

$$-y_{n+1,0,l}\big)\big(z_{n+1,0,l+1}-z_{n,0,l+1}\big)-\big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n+1,0,l}\big)\big(y_{n+1,1,l+1}-y_{n+1,0,l+1}\big)\big(z_{n+1,0,l+1}-$$

$$-z_{n,0,l+1}\big)-\big(x_{n+1,0,l+1}-x_{n,0,l+1}\big)\big(y_{n+1,0,l+1}-y_{n+1,0,l}\big)\big(z_{n+1,1,l+1}-z_{n+1,0,l+1}\big)-$$

$$-\big(x_{n+1,1,l+1}-x_{n+1,0,l+1}\big)\big(y_{n+1,0,l+1}-y_{n,0,l+1}\big)\big(z_{n+1,0,l+1}-z_{n+1,0,l}\big)\Big).$$

Висновки і зауваження. Отриманий алгоритм дозволяє розв'язати фільтраційну задачу для анізотропних пористих середовищ (побудувати гідродинамічну сітку, знайти фільтраційну витрату, поле швидкостей тощо) та на основі отриманого розв'язку досліджувати процеси масопереносу розчинних речовин у відповідних середовищах.

1. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104-143.
2. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення двоз'язних областей із розрізом на прямокутні паралелепіпеди / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15). – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 59-71.
3. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Числова реалізація просторових аналогів конформних відображень областей, обмежених двома замкненими еквіпотенціальними поверхнями / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16). – Рівне : РДГУ, 2010. – С. 84-92.
4. *Климюк Ю. Є.* Числова реалізація аналога методу конформних відображень побудови просторового фільтраційного поля для одного класу фільтрів із однорідною засипкою / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький, В. М. Сівак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 8 (17). – Рівне : РДГУ, 2011. – С. 63-75.
5. *Климюк Ю. Є., Пригорницький Д. О.* Просторові аналоги крайових задач на конформні відображення для одного класу кусково-однорідних областей / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний

вісник. Серія прикладна математика. Випуск 8 (17). – Рівне : РДГУ, 2011. – С. 51-62.

6. *Рауз. Х.* Механика жидкости / Х. Рауз. – М. : Стройиздат, 1967. – 390 с.

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне
E-mail: klimyuk@ukr.net
dmitry@prigornitsky.com

Надійшла 10.09.2012

Климюк Ю. Е., Пригорницкий Д. А. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ АНАЛОГОВ КВАЗИКОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ НА ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ // *Разработан алгоритм численного решения обратных краевых задач на нахождение пространственных аналогов квазиконформных отображений криволинейных параллелепипедов, ограниченных двумя эквипотенциальными поверхностями и четырьмя поверхностями течения, на соответствующие прямоугольные параллелепипеды.*

Klymyuk Yu. Ye., Prigornitsky D. A. NUMERICAL SOLUTION OF INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR FINDING SPATIAL ANALOG OF A QUASICONFORMAL MAPPINGS OF CURVILINEAR PARALLELEPIPEDS ONTO RECTANGULAR ONES // *Algorithm for the numerical solution of inverse boundary value problems for finding spatial analog of a quasiconformal mappings of curvilinear parallelepipeds, bounded by two equipotential surface and four surfaces of flow, onto corresponding rectangular parallelepipeds one is designed.*

Наукове видання

ВОЛИНСЬКИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ ВІСНИК

серія прикладна математика

Збірник наукових праць

Випуск 9 (18)

Відповідальний за випуск
Бомба А. Я.

Підписано до друку __.__.2012 р.
Папір офсет. Формат 60/84 1/16.
Ум. друк. арк. 11,7. Тираж 100. Зам. № _/_.

Редакційно-видавничий відділ
Рівненського державного гуманітарного університету
Україна, м. Рівне, 33028, вул. С. Бандери, 12