

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК
СЕРІЯ
ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА**

Збірник наукових праць

Випуск 4 (13)

Рівне - 2007

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

**"Волинский математический вестник. Серія прикладная математика".
The "Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series".**

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Недашківській М.О.
Бомба А.Я. (<i>відповідальний редактор</i>)	Новіков О.М.
Булавацький В.М.	Петрівський Б.П.
Бурак Я.Й.	Пономаренко Л.А.
Власюк А.П.	Пригорницький Д.О.
Войтович М.М.	Присяжнюк І.М.
Гарашенко Ф.Г.	Савула Я.Г.
Гарбарчук В.І.	Свідзинський А.В.
Джунь Й.В.	Скопецький В.В. (<i>головний редактор</i>)
Каштан С.С. (<i>секретар</i>)	Сяський А.О.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Турбал Ю.В.
Кратко М.І.	Чикрій А.О.
Кузьменко А.П.	Шваб'юк В.І.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 5 від 28.12.2007 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: 8(0362)260-444 . E-mail: abomba@ukr.net

Зміст

<i>Наші вітання Андрію Олексійовичу Сяському</i>	5
<i>Барановський С.В. Автоматизація розрахунку характеристик ідеальних та квазіідеальних полів у криволінійних чотирикутних областях довільної конфігурації обмежених лініями течії та еквіпотенціальними лініями</i>	7
<i>Бомба А.Я., Русий Д.Е. Розв'язування нелінійних крайових задач на побудову квазіконформних сіток методом скінченних елементів</i>	17
<i>Бомба А.Я., Фурсачик О.А. Обернені сингулярно збурені задачі типу “конвекція–дифузія”</i>	28
<i>Булавацький В.М. Математичне моделювання процесу консолідації насиченого сольовим розчином релаксаційно-стискуваного пористого середовища</i>	37
<i>Власов Н.М., Федик И.И. Водородная проницаемость металлов при наличии внутренних напряжений</i>	50
<i>Гаврилюк В.І. Чисельне розв'язання модельних крайових задач на квазіконформні відображення в областях з вільними межами та однорідними включеннями</i>	65
<i>Єлгондичев К.К. Періодичні розв'язки лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь з імпульсною дією</i>	76
<i>Климюк Ю.Є. Просторові нелінійні сингулярно збурені крайові задачі типу “конвекція-дифузія” із запізненням в анізотропних середовищах</i>	84
<i>Кравченко О.П. Аналіз коливного кола з нелінійним конденсатором</i>	100

Малачівський П.С. Рівномірне наближення нелінійним виразом із точним відтворенням значень функції та її похідної в зовнішніх точках	109
Сафоник А.П. Нелінійні сингулярно збудені математичні моделі процесів фільтрування	119
Присяжнюк І.П. Дослідження нелінійного сингулярно збуденого процесу трикомпонентної конвективної дифузії з урахуванням утворення речовини, що випадає в осад	129
Турбал Ю.В. Функції щільності деяких нелінійних перетворень випадкових векторів	140
Янчук П.С. Квазіспектральний спосіб побудови кусково-поліноміальних наближень для задачі Діріхле	148
Визначні математики, механіки, інформатики сучасності	
До 70-річчя члена-кореспондента НАН України Богдана Йосиповича Пташника	177
Бурак Ярослав Йосипович – видатний вчений, організатор науки, громадський діяч	180
До 85-річчя видатного математика, академіка НАН України Ляшка Івана Івановича	185
Про наукову та науково-організаційну діяльність академіка І.В. Сергієнка	188
З історії математики, механіки, інформатики	
Возняк Г.М., Возняк О.Г. Основні віхи життя та наукової діяльності Миколи Чайковського	195

УДК 519.63:532.5

Присяжнюк І.М.

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОГО ПРОЦЕСУ ТРИКОМПОНЕНТНОЇ КОНВЕКТИВНОЇ ДИФУЗІЇ З УРАХУВАННЯМ УТВОРЕННЯ РЕЧОВИНИ, ЩО ВИПАДАЄ В ОСАД

Побудовано асимптотичне наближення розв'язку нелінійної сингулярно збуреної крайової задачі трикомпонентної конвективної дифузії за умов малого масообміну в пористому пласті – двозв'язній області, обмеженій екіпотенціальними лініями. Наведено результати числових розрахунків.

Вступ. В роботах [1 – 4] йдеться про розробку та дослідження асимптотичних методів для розв'язування типових крайових та мішаних задач для сингулярно збурених параболічних та еліптичних рівнянь у прямокутних областях з урахуванням різного рівня гладкості початкової та граничних умов, а також їх узгодженості у кутових (ребрових) точках. Успішне застосування та розвиток ці методи знайшли у роботах [5 – 6], де модифіковано відповідні алгоритми стосовно розв'язання задач конвективної дифузії при фільтрації в чотирикутних криволінійних областях, а також у двозв'язних та багатозв'язних областях. Актуальною є проблема ефективного застосування методики переходу до області комплексного потенціалу і разом з нею асимптотичного методу до розв'язання систем рівнянь для сингулярно збурених задач типу “конвекція-дифузія-масообмін”. У цій роботі йдеться про побудову асимптотичного наближення розв'язків такого роду задач для процесів трикомпонентної конвективної дифузії з урахуванням малого масообміну та утворення речовини, що випадає в осад.

Постановка задачі. Розглянемо модельну задачу типу „конвекція–

дифузія–масообмін” для області $G = G_z \times (0, \infty)$, де G_z ($z = x + iy$) – двов’язна криволінійна область (пористий пласт), обмежена двома замкненими гладкими контурами $L_* = \{z : f_*(x, y) = 0\}$ – внутрішній та $L^* = \{z : f^*(x, y) = 0\}$ – зовнішній (рис. 1, а):

$$D_i \left(\frac{\partial^2 c_i(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_i(x, y, t)}{\partial y^2} \right) - v_x(x, y) \frac{\partial c_i(x, y, t)}{\partial x} - v_y(x, y) \frac{\partial c_i(x, y, t)}{\partial y} - k_i \cdot H_i(x, y, t) = \frac{\partial c_i(x, y, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N(x, y, t)}{\partial t} = \sum_{l=1}^3 k_l \cdot H_l(x, y, t), \quad (2)$$

$$c_i \Big|_{L_*} = c_{i*}(M, t), \quad c_i \Big|_{L^*} = c_i^*(M, t), \quad c_i(M, 0) = c_{i0}^0(M),$$

$$N(M, 0) = N_0^0(M), \quad (3)$$

$$(v_x, v_y) = \text{grad } \varphi(x, y), \quad \Delta \varphi = 0, \quad \varphi \Big|_{L_*} = \varphi_*, \quad \varphi \Big|_{L^*} = \varphi^*. \quad (4)$$

Тут $c_i(x, y, t)$ ($i = 1, 2, 3$) – відповідно концентрації трьох сортів розчинних речовин фільтраційної течії в точці (x, y) в момент часу t , $H_i(x, y, t)$ ($i = 1, 2, 3$) – концентрація речовини i -го сорту в точці (x, y) у момент часу t , яка випадає в осад в наслідок хімічної взаємодії речовин c_1 , c_2 та c_3 , $H_1(x, y, t) = c_2 \cdot c_3$, $H_2(x, y, t) = c_1 \cdot c_3$, $H_3(x, y, t) = c_1 \cdot c_2$, M – біжуча точка відповідної кривої, $D_i = a_i \cdot \varepsilon$, $k_i = k_i^* \cdot \varepsilon$, де k_i^* , a_i – задані додатні дійсні числа, ε ($\varepsilon > 0$) – малий параметр (характеризує переваги одних складових процесу над іншими), φ , v_x , v_y – відповідно потенціал та компоненти його швидкості (швидкості фільтрації в

пористому середовищі G_z), $\sqrt{v_x^2(x,y) + v_y^2(x,y)} > v_* \square \varepsilon$, $c_{i*}(M,t)$, $c_i^*(M,t)$, $c_{i0}^0(M,t)$ ($i=1,2,3$) – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області G , $N(x,y,t)$ – концентрація осаду в точці (x,y) у момент часу t .

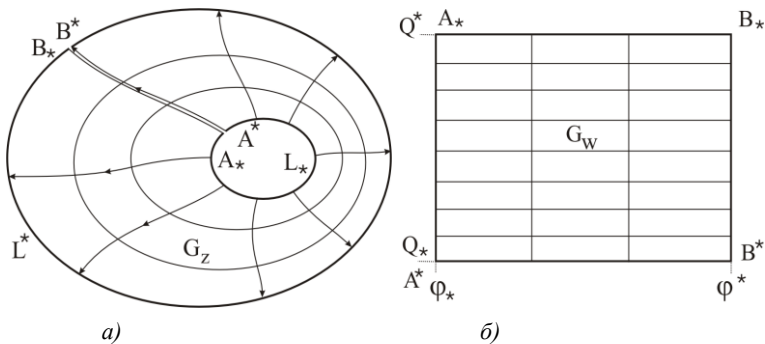


Рис. 1. Фізична двов'язна область G_z (а) та відповідна їй область комплексного потенціалу G_w (б)

Ця модель описує процес поширення частинок трьох сортів забруднюючої речовини у фільтраційному середовищі. Причому кожна з речовин втрачає (наприклад, під дією певної хімічної реакції) свої частинки при взаємодії з речовинами іншого сорту, внаслідок чого утворюється речовина $N(x,y,t)$, яка випадає в осад.

Вважаємо, що задача фільтрації (4) є розв'язаною. Зокрема, відомим є поле швидкості. Здійснивши заміну змінних $x = x(\varphi, \psi)$, $y = y(\varphi, \psi)$ у рівняннях (1), (2) та умовах (3), приходимо до відповідної задачі для області G_w (рис. 1, б):

$$\varepsilon \cdot a_i \cdot v^2(\varphi, \psi) \left(\frac{\partial^2 c_i(\varphi, \psi, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 c_i(\varphi, \psi, t)}{\partial \psi^2} \right) - v^2(\varphi, \psi) \frac{\partial c_i(\varphi, \psi, t)}{\partial \varphi} - \varepsilon \cdot k_i \cdot H_i(\varphi, \psi, t) = \frac{\partial c_i(\varphi, \psi, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial N(\varphi, \psi, t)}{\partial t} = \sum_{l=1}^3 k_l \cdot H_l(\varphi, \psi, t), \quad (6)$$

$$c_i(\varphi_*, \psi, t) = c_{i*}(\psi, t), \quad c_i(\varphi^*, \psi, t) = c_i^*(\psi, t), \quad c_i(\varphi, \psi, 0) = c_{i0}^0(\varphi, \psi),$$

$$N(\varphi, \psi, 0) = N_0^0(\varphi, \psi). \quad (7)$$

Асимптотика розв'язку. Розв'язок (c_1, c_2, c_3) задачі (5) - (7) знаходимо з точністю у вигляді асимптотичних рядів:

$$c_i(\varphi, \psi, t) = c_{i0}(\varphi, \psi, t) + \varepsilon c_{i1}(\varphi, \psi, t) + \sum_{l=0}^2 \varepsilon^l P_{il}(\xi, \psi, t) + R_2^i(\varphi, \psi, t, \varepsilon), \quad (8)$$

де R_2^i – залишкові члени, $c_{ij}(\varphi, \psi, t)$, $(j=0,1)$ – члени відповідних регулярних частин асимптотики, зокрема: c_{i0} – розв'язок відповідної виродженої задачі (конвективного переносу); c_{i1} – відповідні поправки, що враховують “вклад” дифузії всюди в даній області (за виключенням деякої її приграничної зони), $P_{iq}(\xi, \psi, t)$, $(q=\overline{0,2})$ – функції типу пограншару в околі $\varphi = \varphi^*$ (відповідні поправки на виході фільтраційного потоку із області G_z), $\xi = (\varphi^* - \varphi) \cdot \varepsilon^{-1}$ – відповідне регуляризуюче перетворення (змінна розтягу), $i=1,2,3$.

Після підстановки (8) в (5) та застосування процедури прирівнювання коефіцієнтів при однакових степенях ε , для знаходження функцій c_{ij} ($i=\overline{1,3}$, $j=\overline{0,1}$) приходимо до таких задач:

$$\begin{cases} v^2(\varphi, \psi) \cdot c_{ij\varphi}(\varphi, \psi, t) + c_{ijt}(\varphi, \psi, t) = g_{ij}(\varphi, \psi, t), \\ c_{ij}(\varphi, \psi, 0) = h_{ij}(\varphi, \psi), c_{ij}(\varphi_*, \psi, t) = b_{ij}(\psi, t), \end{cases} \quad (9)$$

$$g_{i0}(\varphi, \psi, t) = 0, \quad g_{i1}(\varphi, \psi, t) = a_i v^2(\varphi, \psi)(c_{i0\varphi\varphi} + c_{i0\psi\psi}) - k_i \prod_{m=1, m \neq i}^3 c_{m0},$$

$$h_{i0}(\varphi, \psi) = c_{i0}^0(\varphi, \psi), \quad h_{i1}(\varphi, \psi) = 0, \quad b_{i0}(\psi, t) = c_{i*}(\psi, t), \quad b_{i1}(\psi, t) = 0.$$

У результаті їх розв'язання маємо:

$$c_{i0}(\varphi, \psi, t) = \begin{cases} c_{i*}(\psi, t - f(\varphi, \psi)), & t \geq f(\varphi, \psi), \\ c_{i0}^0(f^{-1}(f(\varphi, \psi) - t, \psi), \psi, t), & t < f(\varphi, \psi), \end{cases}$$

$$c_{i1}(\varphi, \psi, t) = \begin{cases} \int_{\varphi}^{\varphi} v^{-2}(\tilde{\varphi}, \psi) \cdot g_{i1}(\tilde{\varphi}, \psi, f(\tilde{\varphi}, \psi) + t - f(\varphi, \psi)) d\tilde{\varphi}, & t \geq f(\varphi, \psi), \\ \int_0^t g_{i1}(f^{-1}(\tilde{t} + f(\varphi, \psi) - t, \psi), \psi, \tilde{t}) d\tilde{t}, & t < f(\varphi, \psi), \end{cases}$$

де $f(\varphi, \tilde{\psi}) = \int_{\varphi_*}^{\varphi} v^{-2}(s, \tilde{\psi}) ds$ – час проходження виділеної частинки вздовж лінії течії $\psi = \tilde{\psi}$ від еквіпотенціальної лінії $s = \varphi_*$ до еквіпотенціальної лінії $s = \varphi$, f^{-1} – функція, обернена до функції f стосовно змінної φ .

Функції $\Pi_i = \sum_{j=0}^2 \Pi_{ij} \varepsilon^j$ призначені для усунення неузгодженостей,

внесених побудованими регулярними частинами $c_i = \sum_{j=0}^1 c_{ij} \varepsilon^j$, в околі

ділянки $\varphi = \varphi^*$ (виходу фільтраційної течії). Ці функції знаходимо в результаті розв'язування наступних задач:

$$a_i \cdot v^2(\varphi^*, \psi) \Pi_{ij\xi\xi}(\xi, \psi, t) + v^2(\varphi^*, \psi) \Pi_{ij\xi}(\xi, \psi, t) = d_{ij}(\xi, \psi, t),$$

$$\Pi_{ij} \rightarrow 0, \quad \text{при } \xi \rightarrow \infty, \quad \Pi_{ij}(0, \psi, t) = q_{ij}(\psi, t), \quad i = \overline{1,3}, \quad j = \overline{0,2},$$

де $q_{i0}(\psi, t) = c_i^*(\psi, t) - c_{i0}(\varphi^*, \psi, t)$, $q_{i1}(\psi, t) = -c_{i1}(\varphi^*, \psi, t)$, $q_{i2}(\psi, t) = 0$,

$$d_{i0}(\xi, \psi, t) = 0, \quad d_{i1}(\xi, \psi, t) = \Pi_{i0t}(\xi, \psi, t), \quad d_{i2}(\xi, \psi, t) = \Pi_{i1t}(\xi, \psi, t) -$$

$$-v^2(\varphi^*, \psi) \Pi_{i0\psi\psi}(\xi, \psi, t) + k_i \prod_{m=1, m \neq i}^3 \Pi_{m0}(\xi, \psi, t) + v^{-1}(\varphi^*, \psi) v_\xi(\varphi^*, \psi) \times$$

$$\times \xi \Pi_{i0t}(\xi, \psi, t) + k_i \prod_{m=1, m \neq i}^3 \Pi_{m0}(\xi, \psi, t) + k_i \sum_{l=1, l \neq i}^3 (c_{l0} \Pi_{(3-l)0}).$$

Розв'язки записаних вище звичайних диференціальних рівнянь отримуємо у явному вигляді. Так зокрема, матимемо:

$$\Pi_{i0}(\xi, \psi, t) = \left(c_i^*(\psi, t) - c_{i0}(\varphi^*, \psi, t) \right) \cdot e^{\frac{-\xi}{a_i}},$$

$$\Pi_{i1}(\xi, \psi, t) = -c_{i1}(\varphi^*, \psi, t) \cdot e^{\frac{-\xi}{a_i}} - \frac{a_i \xi \Pi_{i0t}(\xi, \psi, t)}{v^2(\varphi^*, \psi)}.$$

Для оцінки залишкових членів маємо задачу:

$$\varepsilon a_i v^2(\varphi, \psi) \left(R_{2\varphi\varphi}^i(\varphi, \psi, t) + R_{2\psi\psi}^i(\varphi, \psi, t) \right) - v^2(\varphi, \psi) R_{2\varphi}^i(\varphi, \psi, t) -$$

$$- \varepsilon \cdot k_i \cdot \prod_{m=1, m \neq i}^3 R_{2t}^m(\varphi, \psi, t) = R_{2t}^i(\varphi, \psi, t) - b_i(\varphi, \psi, t, \varepsilon) \cdot \varepsilon^2,$$

$$R_2^i(\varphi_*, \psi, t, \varepsilon) = R_2^i(\varphi^*, \psi, t, \varepsilon) = R_2^i(\varphi, \psi, 0, \varepsilon) = 0 \quad (i = \overline{1,3}).$$

Тут $b_i(\varphi, \psi, t, \varepsilon)$ – відома функція, що є сумою добутків членів ряду (8), їх частинних похідних, а також коефіцієнтів при ε розкладу функції $v^2(\varphi^* - \varepsilon\xi, \psi)$ в ряд Тейлора в околі $\varphi = \varphi^*$.

Вимагаючи достатньої гладкості коефіцієнтів системи рівнянь

(1), та початкової і граничних умов (існування неперервних частинних похідних до четвертого порядку включно), а також узгодженості останніх вздовж ребер $L^* \times 0$, $L_* \times 0$ області $G = G_z \times [0, T]$, де $[0, T]$ – фіксований проміжок часу, на основі принципу максимуму для параболічних рівнянь приходимо до справедливості такого твердження: $R_2^i(\varphi, \psi, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^2)$ ($i = \overline{1, 3}$, $(\varphi, \psi, t) \in G$).

Знайшовши розв’язок (c_1, c_2, c_3) , легко знаходимо концентрацію осаду N в точці $(\varphi^*, \psi^*) \in G_w$ у момент часу $t = t^*$ за формулою:

$$N(\varphi^*, \psi^*, t^*) = \int_0^{t^*} \sum_{l=1}^3 (k_l \cdot H_l(\varphi^*, \psi^*, \tilde{t})) d\tilde{t}.$$

Числові розрахунки. Наведемо результати розрахунку розглянутого вище процесу типу “конвекція-дифузія-масообмін” на ідеальному плоскопаралельному фільтраційному фоні, породженому двома особливими точками $z_1 = 0$ та $z_2 = 4$ (відповідно витік та втік однакових інтенсивностей $Q_0 = 2\pi$), комплексний потенціал якого – $w = (Q_0 / 2\pi) \cdot \ln((z - z_1)/(z - z_2))$, при $\varphi_* = -2.7$, $\varphi^* = -1.5$, $AD = \{z : \psi(x, y) = 0\}$, $BC = \{z : \psi(x, y) = 2\pi\}$. На рис. 2 а), б) зображено рівномірну сітку області комплексного потенціалу G_w та відповідну динамічну сітку в G_z : $\varphi(x, y) = \overline{\varphi}_i^{df} = \varphi_* + ((\varphi^* - \varphi_*) \cdot i) / 10$, $\psi(x, y) = \overline{\psi}_j^{df} = (Q_* \cdot j) / 20$, $i = \overline{0, 10}$, $j = \overline{0, 20}$, величину швидкості фільтрації $v = \left((dz/dw) \overline{(dz/dw)} \right)^{-1/2}$ у вузлах (φ_i, ψ_j) , та лінії фронту конвективного переносу $f(\varphi, \psi) = t_k$, $k = \overline{1, 4}$ при $t_1 = 0.035$, $t_2 = 1.098$, $t_3 = 0.213$, $t_4 = 0.432$ (криві 1 – 4 відповідно).

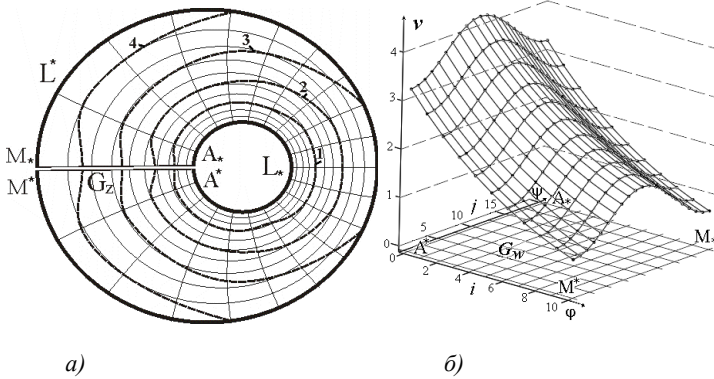
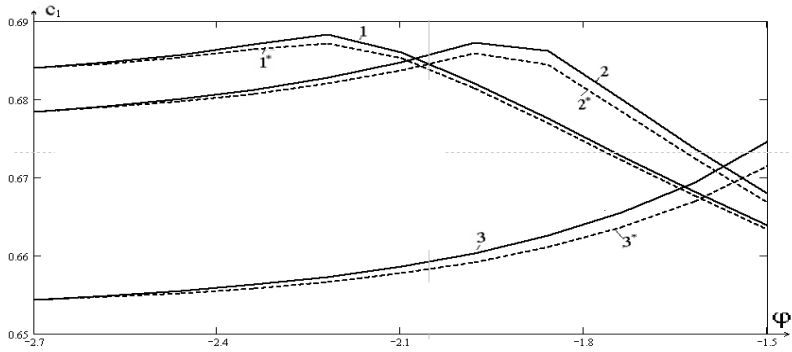


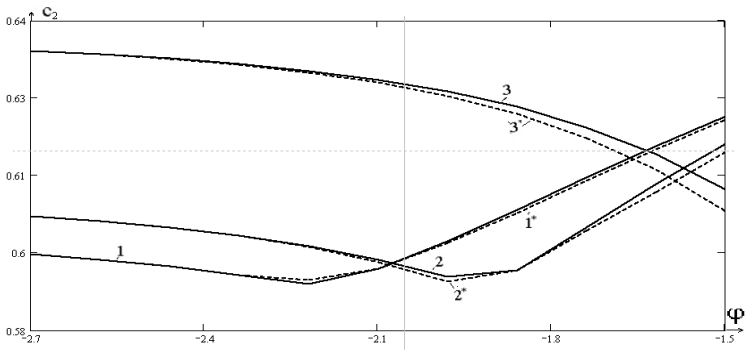
Рис. 2. Фізична область G_z (а) та поле швидкостей над відповідною їй областю комплексного потенціалу G_w (б)

Розподіли концентрацій $c_i(\varphi, \psi, t)$ ($i = \overline{1,3}$) розчинних речовин при $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = 4, c_{10}^0(\varphi, \psi) = 0.6 + (1/4) \cdot \sin(\psi) \times (3 + (\varphi + 2.7)^2)^{-1}, c_{20}^0(\varphi, \psi) = 0.7 + (1/3) \cdot \cos(\psi + \pi/2) \cdot (3 + (\varphi + 2.7)^2)^{-1}, c_{30}^0(\varphi, \psi) = 0.5 + \sin(\psi + \pi/6) \cdot (3 + (\varphi + 2.7)^2)^{-1}, c_{1*}(\psi, t) = 0.6 + (1/4) \times \sin(\psi) \cdot e^{-t} \cdot 3^{-1}, c_{2*}(\psi, t) = 0.7 + (1/3) \cdot \cos(\psi + \pi/2) \cdot e^{-t} \cdot 3^{-1}, c_{3*}(\psi, t) = 0.5 + \sin(\psi + \pi/6) \cdot e^{-t} \cdot 3^{-1}, c_1^*(\psi, t) = 0.6 + (1/4) \sin(\psi) \cdot e^{-2t} (3 + (-1.5 + 2.7)^2)^{-1}, c_2^*(\psi, t) = 0.7 + (1/3) \cos(\psi + \pi/2) \cdot e^{-2t} (3 + (-1.5 + 2.7)^2)^{-1}, c_3^*(\psi, t) = 0.5 + \sin(\psi + \pi/6) \cdot e^{-2t} (3 + (-1.5 + 2.7)^2)^{-1}$ зображено на рис. 3.

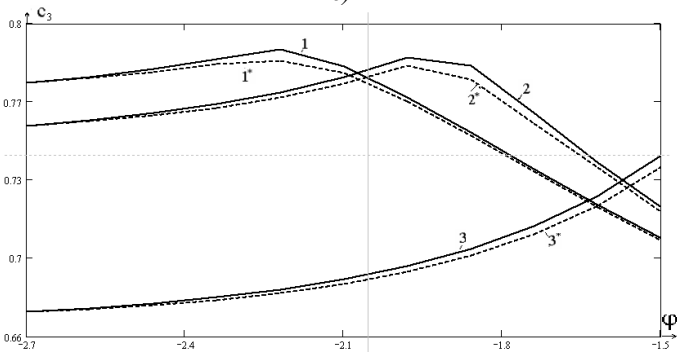
Так на рис. 3 а) зображено регулярні частини $c_{10}, c_{10} + \varepsilon c_{11}$, на рис. 3 б) та на рис. 3 в) – відповідно регулярні частини $c_{20}, c_{20} + \varepsilon c_{21}$ та $c_{20}, c_{20} + \varepsilon c_{21}$ (криві 1 – 3 та $1^* - 3^*$ відповідно в моменти часу $t_1 = 0.0537, t_2 = 0.1265, t_3 = 0.5236$ вздовж лінії течії $\psi = 1,57$) розв’язку поставленої задачі при $\varepsilon = 0.01$.



a)



б)



в)

Рис. 3. Вплив дифузійних поправок на розподіл концентрації забруднюючих речовин

Висновки і зауваження. Встановлено зв'язок між розподілом концентрації розчинних речовин та коефіцієнтами масообміну і дифузії. Це дає можливість передбачити вибір хімічно активних речовин (вибір коефіцієнта масообміну), що візьмуть участь у реакціях, з метою ефективного очищення стічних вод.

У **перспективі** – застосування розробленого підходу до моделювання процесів біологічного очищення стічних вод від забруднень.

1. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений.- М.: Высшая школа, 1980.- 208 с.
2. *Бомба А.Я.* Про асимптотичний метод розв'язання однієї задачі масопереносу при фільтрації в пористому середовищі // Укр. мат. журн., 1982.- Т.4, №4.- С. 493-496.
3. *Bobisud L.E.* Parabolic Equations with a Small Parameter and discontinuous Data // Journal of mathematical analysis and applications.- 1969.- Vol. 26.- P. 208-220.
4. *Вишик М.И., Люстерник Л.Я.* Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // Успехи математических наук, 1957.-12, вып. 5.- С. 3-122.
5. *Бомба А.Я., Скопецкий В.В., Присяжнюк И.М.* Решение задач типа “конвекция-фильтрация” в многосвязных областях // Компьютерная математика.- 2004.- №2.- С. 99-104.
6. *Присяжнюк И.М.* Асимптотичний метод розв'язування сингулярно збурених крайових задач типу “конвекція-дифузія” у многозв'язних областях // Волинський математичний вісник. Серія “Прикладна математика”.- 2003.- Вип. 1.- С. 118-128.

Рівненський державний гуманітарний університет

E-mail: igor_pri@mail.ru

Надійшла 01.08.2006

Присяжнюк И.М. ИСЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННОГО ПРОЦЕССА ТРИКОМПОНЕНТНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ ДИФфуЗИИ С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ ВЕЩЕСТВА, КОТОРОЕ ВЫПАДАЕТ В ОСАДОК // Построено асимптотическое приближение решения нелинейной сингулярно-возмущенной краевой задачи трикомпонентной конвективной диффузии при условии малого массообмена в пористом пласте –

двусвязной области, ограниченной эквипотенциальными линиями. Приведены результаты числовых расчетов.

Prysazhnjuk I.M. RESEARCH OF THE NONLINEAR SINGULAR- INDIGNANT PROCESS OF THREE COMPONENT CONVECTION DIFFUSION WITH THE ACCOUNT OF CREATION SUBSTANCES, WHICH IS PRECIPITATE IN DEPOSIT // *The asymptotic approximation of the decisions of nonlinear singular indignat boundary-value problem of three component convection diffusion under condition of small mass exchange in porous layer – two-coherent area, bounded by equipotential lines, is constructed. The results of numerical researches are given.*

Наукове видання

ВОЛИНСЬКИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ ВІСНИК

серія прикладна математика

Збірник наукових праць

Випуск 4 (13)

Відповідальний за випуск
Бомба А.Я.

Підписано до друку 28.12.2007 р.
Папір офсет. Формат 60/84 1/16.
Ум. друк. арк. 7,5. Тираж 100. Зам. № / .

Редакційно-видавничий відділ
Рівненського державного гуманітарного університету
Україна, м. Рівне, 33028, вул. С. Бандери, 12