

Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний
гуманітарний університет

Б.П. Дем'янюк

Молекулярна фізика

практикум

Рівне – 2003

ББК 22.36я 73
Д-32
УДК 539.19 (075.8)

Дем'янюк Б.П.

Молекулярна фізика. Практикум: Навчальний посібник.–
Рівне: РДГУ, 2003. – 224 с.

*Рекомендовано Науково-методичною радою РДГУ (протокол № 2
від 24. 09. 2002 р.)*

Рецензенти: *Колупаєв Борис Сергійович*, доктор хімічних
наук, професор;
Нікітчук Віктор Іванович, кандидат фізико-
математичних наук, доцент

У практикумі до кожної теми навчальної програми з молекулярної фізики та основ термодинаміки подані короткі теоретичні відомості, приклади розв'язування типових задач, контрольні питання і завдання для самостійної роботи. Описано 15 лабораторних робіт, які базуються на приладах і установках, що випускаються вітчизняною приладобудівною промисловістю.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих закладів освіти III-IV рівнів акредитації.

ISBN 11-002569-X

© Дем'янюк Б.П., 2003

Переднє слово

Утворення незалежної України привело до суттєвих змін у політичному, економічному, соціальному й духовному розвитку українського народу. Процеси демократизації нашого суспільства викликають відповідні зміни і в системі освіти та виховання підростаючого покоління. Реформування національної загально-освітньої та вищої школи здійснюється з урахуванням тих прогресивних тенденцій, які характерні більшості розвинутих країн світу, зокрема на основі принципу гуманізації освіти, що полягає у утвердженні людини як найвищої соціальної цінності, в розкритті здібностей та задоволенні освітніх потреб кожного індивіда. При цьому забезпечується гармонія стосунків людини, оточуючого середовища, суспільства і природи.

Сучасна фізика має фундаментальне значення для пізнання людиною оточуючого світу, його будови і властивостей. Вона є і буде науковою основою природознавства та техніки. Фундаментальні фізичні ідеї є не тільки рушіями науково-технічного прогресу, а й віхами в духовному житті людства. Сучасна фізика кардинально змінила сучасні виробничі технології, вона є чи не найголовнішою частиною наукової технології. Тому озброєння підростаючого покоління знаннями фізики не тільки сприятиме розвитку інтелекту нації, а й забезпечить соціально-економічний розвиток України як самостійної, незалежної і процвітаючої держави.

Концепція фізичної освіти в Україні передбачає зміну цільових установок сучасної школи, індивідуалізацію процесу навчання, диференціацію навчального процесу, впровадження у практику особистісно-орієнтованих технологій навчання та виховання, сприйняття учня чи студента як рівноправного учасника навчально-виховного процесу, комфортність навчально-виховної діяльності, психологічну безпеку того, хто навчається, суттєве підвищення мотивації учіння фізики.

Розділ загальної фізики “Молекулярна фізика. Основи термодинаміки” у Рівненському державному гуманітарному університеті подається для студентів безпосередньо за механікою. Таку послідовність викладу загальної фізики ми вважаємо більш доцільною, ніж ту, при якій молекулярна фізика подається за оптикою і передує розділу про будову атома і атомного ядра. У цьому розділі курсу загальної фізики студент вперше зустрічається з проблемою будови матерії. Саме молекулярна фізика повинна підготувати його до наступного, більш глибокого вивчення цієї проблеми в інших розділах. Крім цього, у курсі молекулярної фізики

формується ціла низка понять, необхідних для вивчення електричних та магнітних явищ.

До речі, вивчення молекулярної фізики безпосередньо за механікою дозволяє розглядати багато питань, використовуючи ідеї класичної механіки та набути знання студентів для здобуття нових знань.

Ми усвідомлюємо, що в молекулярній фізиці не можливо розкрити всі сторони молекулярних явищ, зокрема в конденсованому стані речовини, але при вивченні інших розділів та вмінні студентів старших курсів організувати самостійну роботу ця проблема вирішується.

У зв'язку з цим даний навчальний посібник за своєю структурою подібний до виданого в РДГУ посібника “Фізичні основи механіки. Практикум”. Розділ “Молекулярна фізика. Основи термодинаміки” курсу загальної фізики поділений на 8 тем, з яких можна сформувати декілька модулів програмного матеріалу.

До кожної теми цього розділу подаються теоретичні відомості, достатні для підготовки до практичних і лабораторних занять. При цьому зміст теоретичної підготовки конкретизується добром відповідних якісних задач та орієнтаційних і контрольних питань. Весь лабораторний практикум з молекулярної фізики базується на стандартних лабораторних установках, виготовлених на заводах навчального лабораторного обладнання України.

Цей посібник призначений студентам стаціонарної форми навчання спеціальності “Педагогіка і методика середньої освіти з фізики” і корисний студентам інших спеціальностей, які вивчають фізику, а також вчителям загальноосвітніх шкіл II-III ступеня.

У додатках посібника подані окремі фізичні сталі, значення певних фізичних величин.

Основні відомості про вимірювання та їх обробку, деякі математичні співвідношення, загальні правила техніки безпеки і протипожежної безпеки, питання організації самостійної та аудиторної роботи студентів подані в посібнику “Фізичні основи механіки”, тому при потребі в посібнику “Молекулярна фізика” зроблені відповідні посилання.

З метою спрямування і належної організації самостійної роботи студентів при модульній системі навчання і рейтинговій технології контролю знань, умінь та навичок, у посібнику подана навчальна програма розділу “Молекулярна фізика. Основи термодинаміки”, яка рекомендована комісією з фізичних наук Науково-методичної ради Міносвіти України (протокол №2 від 02.07.92 р.).

**1. Програма розділу “Молекулярна фізика.
Основи термодинаміки” курсу загальної фізики
для спеціальності
“Педагогіка і методика середньої освіти з фізики”**

Робоча програма розділу “Молекулярна фізика. Основи термодинаміки” є основним нормативним документом, який визначає обсяг і порядок вивчення теоретичного матеріалу, перелік лабораторних робіт та тематику практичних занять відповідно до діючих у РДГУ навчальних планів зазначеної спеціальності з урахуванням додаткових до неї спеціальностей та спеціалізацій. Окремі теми програми можуть бути винесені для самостійного вивчення студентами або розглядаються на практичних чи лабораторних заняттях.

Даний розділ вивчається у третьому семестрі в такому обсязі:

Види занять	Кількість годин	
	аудиторні заняття	самостійна робота студентів
лекції	48	48
практичні	36	48
лабораторні	34	38
всього	118	134

Разом: 252 годин.

Нижче подається навчальна програма вивчення теоретичного матеріалу з молекулярної фізики та основ термодинаміки.

1. Вступ.

Предмет і завдання молекулярної фізики. Короткий історичний огляд молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) і термодинаміки. Основні положення МКТ речовини та їх експериментальне обґрунтування. Термодинамічний і статистичний методи вивчення макроскопічних систем. Основні фізичні величини.

2. Основи молекулярно-кінетичної теорії.

Основні положення МКТ газів. Тиск газу. Температура. Вимірювання температур. Шкали температур. Ідеальний газ. Основне рівняння МКТ газів. Молекулярно-кінетичне тлумачення тиску і температури. Стала Больцмана. Рух і зіткнення молекул, броунівський рух. Флуктуації в ідеальному газі та їх прояв. Рівняння Клапейрона-Менделєєва. Газові закони. Закон Авогадро. Суміш ідеальних газів, закон Дальтона.

Вимірювання швидкостей молекул, дослід Штерна. Імовірність. Поняття про розподіл, функція розподілу. Розподіл

швидкостей молекул за Максвеллом. Барометрична формула. Розподіли Больцмана, Максвелла-Больцмана. Експериментальне визначення числа Авогадро.

Явища перенесення в газах. Середня довжина і середній час вільного пробігу молекул. Дифузія. Внутрішнє тертя. Теплопровідність.

3. Основи термодинаміки.

Завдання і методи теорії теплоти. Термодинамічна система. Рівноважні стани. Параметри стану. Внутрішня енергія. Робота і теплота як форми обміну енергією між системами. Квазістатичні процеси.

Перше начало (закон) термодинаміки. Застосування першого закону термодинаміки до аналізу ізопроцесів. Рівняння Майєра. Розподіл енергії молекул за ступенями вільності. Теплоємність ідеального газу. Адіабатний процес. Рівняння Пуассона. Політропний процес. Швидкість звуку в газі.

Оборотні й необоротні процеси. Колові процеси (цикли). Цикл Карно та його коефіцієнт корисної дії. Друге начало термодинаміки. Теорема Карно. Зведена теплота. Нерівність Клаузіуса. Статистичне тлумачення другого закону термодинаміки. Теорема Нернста. Недосяжність абсолютного нуля.

4. Реальні гази і рідини.

Реальні гази. Відхилення властивостей газів від ідеальності. Експериментальні ізотерми реального газу. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Порівняння ізотерм Ван-дер-Ваальса з експериментальними ізотермами. Критичний стан. Внутрішня енергія реального газу. Ефект Джоуля-Томсона.

Властивості рідкого стану. Поверхневий шар рідини. Поверхневий натяг. Змочування. Капілярні явища. Формула Лапласа. Тиск насиченої пари над меніском.

5. Тверді тіла.

Аморфні й кристалічні тіла. Дальній порядок у кристалах. Характеристики кристалів. Класифікація кристалів за типом зв'язків. Анізотропія кристалів. Рідкі кристали. Дефекти в кристалах. Механічні й теплові властивості кристалів. Теплове розширення. Теплоємність кристалів, закон Дюлонга і Пті. Поняття про квантову теорію теплоємності.

6. Рівновага фаз і фазові переходи.

Поняття фази та фазові переходи першого та другого роду. Рівновага рідини й газу. Рівняння Клапейрона-Клаузіуса. Сублімація, плавлення та кристалізація твердих тіл. Потрійна точка.

2. Рекомендована література

1. Дем'янюк Б.П., Колупаєв Б.С., Панасюк А.Л. Фізичні основи механіки. Практикум: Навч. посібник. – Рівне: РДГУ, 2001. – 355 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т. 1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. посібник. – К.: Техніка, 1999. – 536 с.
3. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. посібник. – 2-ге вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1993. – 431с.
4. Кікоїн І.К., Кікоїн А.К. Молекулярна фізика: Навч. посібник. – К.: Радянська шк., 1968. – 475 с.
5. Гершезон В.М. и др. Курс общей физики: Молекулярная физика: Учеб. пособие. – М.: Просвещение, 1982. – 207 с.
6. Яворський Б.М. та ін. Курс фізики. Т. 1: Навч. посібник. Пер. з рос. А.А. Карнаух. – К.: Вища шк., 1970. – 356 с.
7. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики. Ч.1: Навч. посібник. – 2-ге вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1981. – 408 с.
8. Савельєв И.В. Курс физики: Учеб. в 3-х т. Т.1.: Механика. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1989. – 352 с.
9. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособие. – М.: Высшая шк., 1989. – 608 с.

У посібнику посилання на рекомендовану літературу подаються із збереженням порядку нумерації згідно поданого списку, без зазначення назви посібника.

Наприклад, [3]: §§ 14.8, 14.9; 15.1 – 15.3. Це означає, що студент повинен опрацювати теоретичний матеріал, викладений у §§ 14.8, 14.9; 15.1 – 15.3. посібника Дущенко В.П., Кучерука І.М. „Загальна фізика: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка”, який у списку рекомендованої літератури розміщений під числом 3.

3. Ідеальний газ

Література: [1]: с. 9-12; [3]: §§13.1-13.4, 14.1, 14.6, 14.7; [7]: §61; [9]: §§8.1, 8.3, 8.4.

3.1. Основні теоретичні відомості

Молекулярна фізика вивчає залежність будови та фізичних властивостей тіл від характеру руху і взаємодії між частинками, з

яких складаються ці макроскопічні тіла. Цей розділ фізики будується на молекулярно-кінетичній теорії (МКТ) будови речовини.

Основними положеннями МКТ речовини є:

1. Всі макроскопічні тіла складаються з найдрібніших частинок – атомів, молекул, до складу яких входять елементарні частинки (електрони, протони і нейтрони). Будова речовини дискретна (переривчата).

2. Атоми і молекули речовини перебувають у безперервному хаотичному русі, який називають тепловим.

3. Між частинками будь-якої речовини існують сили взаємодії – притягання і відштовхування. Природа цих сил електромагнітна.

Визначені положення МКТ підтверджуються явищем дифузії, броунівським рухом, особливостями будови і властивостями газів, рідин, твердих тіл та іншими явищами.

Макроскопічні системи – гази, рідини, тверді тіла, плазма та ін. мають різні фізичні властивості, проте володіють однією спільною рисою, яка дозволяє їх вивчати з однієї точки зору, - вони складаються з величезної сукупності мікроскопічних об'єктів (молекул, атомів, іонів та електронів).

Найбільш простими тепловими властивостями володіє газ, який настільки розріджений, що взаємодія між його молекулами практично не відіграє ніякої ролі. Газ, в якому можна знехтувати взаємодією між молекулами і розмірами самих молекул (прийняти їх за матеріальні точки), називають ідеальним газом. Проте не слід вважати, що в ідеальному газі зовсім відсутні взаємодії між молекулами. При зближенні молекул газу, які приймають участь у тепловому русі, відбувається їх зіткнення, внаслідок чого змінюється величина вектора швидкості та його напрямок для кожної молекули. Проте зіткнення відбуваються порівняно рідко, тому більшу частину часу молекули газу рухаються як вільні частинки. У випадку ідеального газу зіткнення між молекулами (при зближенні на відстань $10^{-10} - 10^{-9}$ м) ототожнюють з пружними ударами сферичних кульок.

Основні положення МКТ речовини були сформульовані й узагальнені після проведення великої кількості експериментальних досліджень М.Ломоносовим, Л.Больцманом, Ф.Клаузіусом, Дж. Максвеллом, Л. Гей-Люсааком, А. Авогадро та ін. Як тепер відомо, усі тіла складаються з деякого невеликого числа простих речовин – хімічних елементів. Найменшою частинкою

кожного елемента, яка зберігає його хімічні властивості, є його атом. У природі існує 88 елементів. Понад 20 з них синтезовано в лабораторних умовах. Розміри атомів у порівнянні з протяжністю макросистем дуже малі – порядку 10^{-10} м.

Атоми різних елементів можуть з'єднуватися один з одним, утворюючи молекулу – найдрібнішу частинку речовини, яка зберігає її хімічні властивості. Сили взаємодії між атомами, які приводять до створення молекули, як і сили, що діють в самому атомі, мають як правило електричну природу.

Маса молекул і атомів надзвичайно мала. Тому ці маси зручно вимірювати не в кілограмах, а в спеціальних одиницях. У зв'язку з цим для характеристики мас атомів і молекул застосовуються величини, які отримали назву відносної атомної маси елемента (скорочено – атомна маса) та відносної молекулярної маси речовини (скорочено - молекулярна маса).

Атомною масою A_r хімічного елемента називається відношення маси атома цього елемента до $1/12$ маси атома ^{12}C (так позначається ізотоп вуглецю з масовим числом 12).

Молекулярною масою M_r речовини називається відношення маси молекули цієї речовини до $1/12$ маси атома ^{12}C . З означення видно, що атомна та молекулярна маси є безрозмірними величинами. Одиниця маси, яка дорівнює $1/12$ маси атома ^{12}C , називається атомною одиницею маси (а.о.м.). Позначимо цю одиницю, яка виражена у кілограмах, через $m_{од}$. Тоді маса атома, виражена у кілограмах, буде дорівнювати $A_r \cdot m_{од}$, а маса молекули – $M_r \cdot m_{од}$.

Кількість речовини, у якій міститься число частинок (атомів, молекул, іонів, електронів та ін.), яке дорівнює числу атомів у $0,012$ кг ізотопу вуглецю ^{12}C , називається молем. Застосовуються також кратні й дільні одиниці: кмоль, ммоль (мілімоль), мкмоль (мікромоль) та ін.

Число частинок, яке міститься у молі речовини, називається числом Авогадро. Дослідним шляхом встановлено, що число Авогадро дорівнює $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.

Таким чином, у молі міді міститься N_A атомів міді, у молі води - N_A молекул води, у молі електронів міститься N_A електронів і т.д.

Масу моля називають молярною масою M . Тоді молярна маса M дорівнює добутку N_A на масу молекули:

$$M = N_A \cdot M_r \cdot m_{од} . \quad (3.1)$$

У випадку вуглецю ^{12}C : $M = 0,012$ кг/моль, а маса атома дорівнює $12 m_{од}$. Підстановка цих значень у формулу (3.1) дає

$$0,012 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = N_A \cdot \text{моль}^{-1} \cdot 12 m_{од} \text{кг} .$$

Звідси отримаємо:

$$m_{од}(\text{кг}) = \frac{0,001 \text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{кг} . \quad (3.2)$$

Отже, маса будь-якого атома дорівнює:

$$m_{ат} = 1,66 \cdot 10^{-27} A_r \text{кг} ,$$

а маса будь-якої молекули:

$$m_{мол} = 1,66 \cdot 10^{-27} M_r \text{кг} .$$

З формули (3.2) випливає, що добуток $N_A \cdot m_{од} = 0,001 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Підстановка цього значення у формулу (3.1) дає:

$$M = 10^{-3} \cdot M_r \text{кг} , \text{ або } M = M_r \frac{\text{г}}{\text{моль}} .$$

Отже, маса моля, виражена в кілограмах, чисельно дорівнює відносній молекулярній масі.

Слід зазначити, що M_r – величина безрозмірна, а M має розмірність кг/моль або г/моль.

Оцінімо тепер розміри молекул. Будемо вважати, що у рідинах молекули розміщені досить близько одна до одної. Через це наближену оцінку об'єму однієї молекули можна отримати, розділивши об'єм моля будь-якої рідини, наприклад, води на число молекул у молі N_A . Моль (тобто 18 г води) займає об'єм $18 \text{ см}^3 = 18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$. Отже, на долю однієї молекули припадає об'єм

$$(18 \cdot 10^{-6}) / (6 \cdot 10^{23}) = 30 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3 .$$

Звідси випливає, що лінійні розміри молекул води приблизно рівні $\sqrt[3]{30 \cdot 10^{-30}} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Молекули інших речовин мають розміри такого ж порядку. Зокрема для більшості газів діаметри молекул і атомів складають $(1,9 \div 3,7) \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Середню відстань \bar{l} між молекулами можна визначити із співвідношення $\bar{l} = \sqrt[3]{\frac{V}{N}}$, де $\frac{V}{N}$ – об'єм однієї молекули.

Стан деякої маси m газоподібної речовини характеризують залежними однієї від іншої фізичними величинами, які називають параметрами стану. До них відносять об'єм V , тиск p і температуру T .

Об'єм газу V завжди співпадає з об'ємом посудини, у якій знаходиться газ. Тиск газу на стінку посудини визначається відношенням усередненої сили, з якою молекули газу діють нормально на стінку, до її площі:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (3.3)$$

Одиниця тиску – паскаль ($1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$).

У метеорології тиск вимірюють у міліметрах ртутного стовпчика:

$$1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па.}$$

Температура газу є мірою його нагрітості, або інтенсивності теплового руху молекул.

У теперішній час для вимірювання температури використовують дві температурні шкали: термодинамічну, яка проградуйована в кельвінах (К), і міжнародну практичну, яка проградуйована в градусах Цельсія ($^{\circ}\text{C}$). Термодинамічна температура (T) і температура по шкалі Цельсія (t) взаємопов'язані співвідношенням

$$T(\text{К}) = 273,16 \text{ }^{\circ}\text{C} + t \text{ }^{\circ}\text{C}. \quad (3.4)$$

Зазначені параметри V , p , T речовини можуть бути виміряні лише тоді, коли речовина перебуває у стані термодинамічної рівноваги. Між параметрами V , p , T існує однозначне співвідношення, яке в загальному вигляді являє собою рівняння стану. Із допомогою такого рівняння завжди за двома параметрами можна визначити третій.

Рівняння стану ідеального газу є рівняння Клапейрона-Менделєєва, яке для довільної кількості газу має вигляд:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (3.5)$$

де m – маса газу, M – його молярна маса, R – універсальна газова стала, $\nu = \frac{m}{M}$ – число молів речовини, T – термодинамічна температура.

При зміні параметрів газу він переходить із одного стану в інший. Такий перехід називають термодинамічним процесом. У природі не існує процесів, які б характеризувалися зміною лише

одного параметру. Проте у газі можуть відбуватися процеси, при яких не зазнає змін лише один параметр. Їх називають ізопроцесами.

Процес, який відбувається у газі при сталій температурі, називають ізотермічним (“іzos” – рівний; “термос” - теплий). Він описується законом Бойля-Маріотта: тиск газу даної маси ($m = const$) при постійній температурі змінюється обернено пропорційно його об’єму, або добуток тиску газу на його об’єм для даної маси газу є величина стала:

$$pV = const. \quad (3.6)$$

Процес, що відбувається у газі при сталому тиску, називають ізобарним (“барос” – важкий). Залежність об’єму газу від його температури виражається законом Л.Гей-Люсаака:

$$\frac{V}{T} = const. \quad (3.7)$$

При незмінному об’ємі газу в ньому може відбуватися ізохорний процес (“хорема” – місткість). При цьому процесі тиск даної маси газу зростає лінійно із підвищенням температури (закон Шарля):

$$\frac{P}{T} = const. \quad (3.8)$$

При зміні трьох параметрів газу його кінцевий стан описується рівнянням (3.5).

Закони (3.5) – (3.8) стосуються тільки ідеальних газів, тому мають наближений характер. Поблизу абсолютного нуля закони (3.6) – (3.8) не виконуються, бо при цій температурі більшість речовин перебувають у конденсованому стані. Газові закони виконуються із достатньою точністю для газів при невеликих тисках (близьких до атмосферного) і середніх температурах (кімнатних).

При розв’язку фізичних задач корисно пам’ятати такі фізичні сталі величини:

стала (число) Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
молярна універсальна газова стала	$R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$
стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
молярний об’єм ідеального газу при нормальних умовах	$V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$

У суміші газів тиск рівний сумі парціальних тисків кожного компонента (закон Дальтона):

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (3.9)$$

де p – тиск суміші, p_i – тиск (парціальний) i -го компонента суміші, n – число компонентів.

Молярну масу суміші газів знаходять із співвідношення

$$M_c = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{v_1 + v_2 + \dots + v_n}, \quad (3.10)$$

де M_c – молярна маса суміші, m_i – маса i -го компонента, $v_i = \frac{m_i}{M_i}$ – число молів i -го компонента у суміші, n – число

компонентів у суміші.

Масову частку i -го компонента ω_i у суміші визначають як відношення його маси до маси суміші:

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} = \frac{m_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}. \quad (3.11)$$

3.2. Методичні поради і вказівки до розв'язування задач

Більшість задач даної теми розв'язуються, застосовуючи рівняння стану (3.5) і його наслідків (3.6) – (3.10). При цьому розв'язування будь-якої задачі зводиться до визначення однієї з величин, що входять до рівняння (3.5), або величини, яка зв'язана з параметрами V , p , T заздалегідь відомими співвідношеннями.

При фіксованому стані газу, який задано умовою задачі, невідома величина визначається шляхом обчислень за формулами (3.5) – (3.10).

Якщо при аналізі задачі виявиться, що число невідомих параметрів більше одного, і в умові розглядається кілька фіксованих станів, то для розв'язання задачі слід записати рівняння (3.5) для кожного стану зокрема. Якщо число рівнянь буде дорівнювати числу невідомих величин, то з цієї системи рівнянь можна виділити всі невідомі параметри. При цьому масу слід визначати так, щоб один із параметрів V , p чи T (або сама маса) залишався сталим при переході газу із одного рівноважного стану в інший. В інших випадках доцільно вважати сталими або об'єм, або тиск. Фіксація одного з параметрів сталим дає змогу виключити його із системи рівнянь при її розв'язуванні.

Розв'язуючи задачі, що стосуються суміші газів, слід пам'ятати закон Дальтона (3.9). Він дає можливість розглядати

поведінку кожного з газів незалежно від інших, а отже, і скласти для кожного з компонентів своє рівняння стану.

Якщо в результаті розв'язування системи рівнянь отримується декілька значень шуканої величини, то вибираються ті її значення, які відповідають фізичному змісту задачі. Якщо в умові задачі задано фіксований стан (або стани) ідеального газу, а необхідно відшукати зміну якої-небудь величини при переході з одного стану в інший, то слід використати диференціальну форму запису рівняння [3.5], вважаючи один з параметрів сталим і відшукуючи зв'язок між малими змінами інших. Наприклад, при $p = \text{const}$ рівняння (3.5) можна подати у вигляді

$$pdV = \frac{m}{M} R dT,$$

і звідси відшукати характер зміни об'єму dV із зміною температури dT . При цьому слід пам'ятати, що в отриманому диференціальному рівнянні треба розділити змінні, і для знаходження шуканої величини провести інтегрування з урахуванням змісту задачі.

3.3. Орієнтаційні питання

1. Які основні підходи використовуються для означення моделі ідеального газу? Які реальні об'єкти добре описуються цією моделлю?
2. Який молекулярний механізм тиску ідеального газу на стінки посудини? Чи залежить тиск газу від енергії молекул, їх концентрації?
3. Чому молекули ідеального газу рівномірно розподіляються по об'єму посудини?
4. У якому стані ідеального газу визначаються його параметри? Як встановити, що даний стан газу є рівноважним?
5. Як експериментально можна здійснити ізотермічний, ізохорний та ізобарний процеси?
6. Як з рівняння стану ідеального газу отримати газові закони? Поясніть фізичний зміст цих залежностей, відобразіть їх у відповідних координатах графічно.
7. Ідеальний газ знаходиться у мідній кулі, повітряній кулі, у термосі. Які параметри стану ідеального газу в наведених прикладах є внутрішніми, а які зовнішніми?

8. Маса ідеального газу m , його молярна маса M . Записати рівняння стану, використовуючи параметри p , V , T і число молів ν , число частинок у газі N , концентрацію молекул n , густину газу ρ .

3.4. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. У закритій посудині міститься 0,5 г кисню. Яка маса молекули кисню? Яке число молекул міститься у посудині?

$m_0, N - ?$	Аналіз і розв'язання
$m = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$ $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$ $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	<p>Як відомо, молекула кисню складається із двох атомів. У таблиці Менделєєва кисень знаходиться під номером 8. Бачимо, що його атомна маса</p>

становить 16.

Отже, молярна маса кисню визначиться як

$$M = 2 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Масу однієї молекули кисню m_0 знайдемо, розділивши молярну масу на число Авогадро (число молекул в 1 молі газу):

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{6,023 \cdot 10^{23}} \approx 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Число молекул визначимо, якщо число молів перемножимо на число Авогадро:

$$N = \nu \cdot N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 9,46 \cdot 10^{23}$$

Таким чином, маса однієї молекули кисню становить $5,3 \cdot 10^{-26}$ кг, а число молекул у 0,5 г кисню становить $9,46 \cdot 10^{23}$. Знаючи число молекул, можна визначити і число атомів: $N_A = 2 \cdot 9,46 \cdot 10^{23} = 1,892 \cdot 10^{24}$ (атомів).

Задача 2. На стінку площею S налітає потік молекул, що рухаються до стінки із швидкістю v . Число молекул в одиниці об'єму n_0 , маса кожної – m_0 . Визначити тиск і силу тиску, які створюються потоком молекул. Удари молекул об стінку вважати абсолютно пружними.

Розглянути два випадки:

а) стінка нерухома і розташована нормально до вектора швидкості молекул \vec{v} ;

б) стінка рухається назустріч молекулам із швидкістю u .

Аналіз і розв'язання

$p_1, p_2, F_1, F_2 - ?$
S, v, n_0, m_0, u

Якщо вважати газ ідеальним, то за законами класичної механіки зміна імпульсу окремої молекули при її пружному ударі об стінку посудини визначиться як $m_0v - (-m_0v) =$

$2m_0v$, де в дужках подано імпульс молекули після відбиття від стінки ("—" означає, що вектор швидкості змінив напрямок на протилежний).

За час Δt у стінку ударять усі молекули, які знаходилися у паралелепіпеді з основою S і довжиною $l = v\Delta t$. Якщо об'єм цього паралелепіпеда $V = S \cdot v\Delta t$, а концентрація молекул у ньому n_0 , то загальне число молекул, які рухаються до стінки, буде: $N = n_0 \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$.

За час Δt зміна імпульсу цієї кількості молекул при відбиванні від стінки визначиться як $2m_0 \cdot v \cdot n_0 \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$, тобто $2m_0 \cdot n_0 \cdot S \cdot v^2 \cdot \Delta t$. За II законом Ньютона ця зміна імпульсу буде рівною імпульсу сили, що діє з боку стінки на молекули: $2m_0 \cdot n_0 \cdot S \cdot v^2 \cdot \Delta t = F\Delta t$. За III законом Ньютона з такою ж силою молекули будуть діяти на стінку. Отже, шукана сила рівна: $F_1 = 2m_0 \cdot n_0 \cdot S \cdot v^2$. Це і буде сила тиску молекул на стінку посудини. Тиск молекул знайдемо як

$$p_1 = \frac{F_1}{S} = 2m_0 n_0 v^2.$$

Якщо стінка рухається, то швидкість молекул потрібно розглянути у системі відліку, пов'язаній із стінкою. Тоді задача зводиться до попередньої з тією лише відмінністю, що молекули рухаються до стінки із швидкістю $v + u$ і з такою ж швидкістю (але в протилежному напрямку) відбиваються від неї. Тоді

$$F_2 = 2m_0 \cdot n_0 \cdot S \cdot (u + v)^2 \quad \text{і} \quad p_2 = 2m_0 \cdot n_0 \cdot (u + v)^2.$$

Задача 3. Пластинку покривають золотом у вакуумі шляхом напилювання. Атоми золота, що потрапляють на пластинку, мають однакову енергію $E_k = 4 \cdot 10^{-20}$ Дж і створюють тиск $p = 0,15$ Н/м². За який час товщина покриття зростає до $8 \cdot 10^{-6}$ м?

Аналіз і розв'язання

$\Delta t - ?$
$A = 197 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$\rho = 19300$ кг/м ³
$E_k = 4 \cdot 10^{-20}$ Дж
$p = 0,15$ Н/м ²
$\Delta h = 8 \cdot 10^{-6}$ м

Запишемо вираз для маси золота, яке осідає на пластинці за час Δt . Очевидно, за цей час на пластинці осядуть усі ті атоми золота, що будуть в об'ємі стовпчика з основою, яка

дорівнює площі пластинки S , і висотою $v\Delta t$, тобто $n_0 v m_0 S \Delta t$,

де n_0 – число атомів у одиниці об'єму їх потоку, v – швидкість атомів і m_0 – їх маса. З іншого боку, маса золота, що осідає за час Δt на пластинці, дорівнює $\Delta h \rho$, тоді $n_0 v m_0 S \Delta t = \Delta h \rho$, звідки

$$\Delta t = \frac{\Delta h \rho}{n_0 v m_0}.$$

Отже, для розв'язування задачі необхідно виразити число атомів n_0 , їх швидкість v і масу m_0 через задані в умові дані й підставити у формулу для Δt . Число атомів у одиниці об'єму потоку n_0 визначимо через тиск, який чинять атоми, вдаряючись у пластинку. Для цього скористаємось розв'язком задачі 2, враховуючи, що удар атомів золота є абсолютно непружним, і кожен атом при ударі передає пластинці імпульс $v m_0$.

$$\text{Тоді } p = n_0 m_0 v^2 = 2n_0 \frac{m_0 v^2}{2} = 2n_0 E_k, \quad \text{звідки } n_0 = \frac{p}{2E_k}.$$

Швидкість атома v можна визначити з формули кінетичної енергії

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{2}, \quad \text{звідки } v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_0}}.$$

Маса атома $m_0 = \frac{A}{N_A}$, де N_A – число Авогадро.

$$\text{Тоді } \Delta t = \frac{\Delta h \rho}{p} \sqrt{\frac{2E_k N_A}{A}} = 508 (c).$$

Задача 4. Визначити густину суміші 4 г водню та 32 г кисню при тиску 700 мм рт. ст. і температурі 7°C, вважаючи ці гази ідеальними.

ρ - ?	Аналіз і розв'язання
$m_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг	Водень і кисень складаються із молекул, які мають по два атоми. Тому їх молярні маси відповідно рівні $M_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль і $M_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
$m_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг	
$p = 0,933 \cdot 10^5$ Па	
$T = 280$ К	

Маса суміші цих газів $m = m_1 + m_2$. Тоді густина суміші $\rho = \frac{m}{V}$, де V – об'єм, який займає суміш газів. Цей об'єм можна визначити з рівняння Клапейрона-Менделєєва, записавши його для кожного з газів окремо:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT; \quad p_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT.$$

Тоді за законом Дальтона тиск суміші

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

Визначивши з цього співвідношення об'єм V суміші, отримаємо:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}}.$$

Підставивши дані, отримаємо:

$$\rho = \frac{(0,004 + 0,032)}{\left(\frac{0,004}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,032}{32 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 280}{0,933 \cdot 10^5}} = 0,5 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right).$$

Задача 5. Визначити масу повітря, яке міститься між віконними рамами при нормальному атмосферному тиску, якщо температура лінійно змінюється від $t_1 = -10^\circ \text{C}$ біля зовнішнього скла до $t_2 = 20^\circ \text{C}$ біля внутрішнього. Вважати, що конвекційних потоків у просторі немає. Відстань між рамами $l = 0,25 \text{ м}$, а площа рами $S = 2 \text{ м}^2$.

$m' - ?$
$T_1 = 263 \text{ К}$
$T_2 = 293 \text{ К}$
$l = 0,25 \text{ м}$
$S = 2 \text{ м}^2$
$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$

Аналіз і розв'язання

Розділимо об'єм повітря між рамами на нескінченно тонкі шари, які паралельні шибкам. Температуру в будь-якому з шарів можна виразити як (рис. 1) $T = T_1 + \alpha x$, (1)

де x – відстань даного шару від зовнішнього скла, α – коефіцієнт пропорційності. Із крайових умов ($T = T_2$ при $x = l$) знаходимо, що $\alpha = \frac{T_2 - T_1}{l}$.

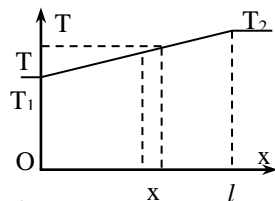
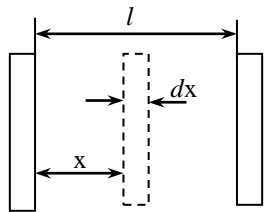


Рис. 1

Оскільки тиск p в усіх шарах однаковий, то зміна густини ρ від шару до шару відбувається лише через зміну температури. Згідно

рівняння Клапейрона-Менделєєва маємо:

$$pV = \frac{m}{M}RT \quad \text{або} \quad p = \rho \frac{RT}{M}, \quad (2)$$

де R – універсальна газова стала, T і ρ – абсолютна температура і густина газу в даному шарі, M – молярна маса газу. Оскільки в рівнянні (2) p , M , R – величини постійні, то $\rho_1 T_1 = \rho T$, де ρ і T – параметри для довільного шару.

Використовуючи співвідношення (1), отримаємо:

$$\rho = \frac{S_1 T_1}{T_1 + \alpha x}. \quad (3)$$

Рівняння Клапейрона-Менделєєва для елементарного шару запишеться

$$p\alpha V = \frac{dm}{M}RT, \quad (4)$$

де $dV = Sdx$.

З (1) та (4) отримаємо:

$$dm = \frac{MpS}{R} \cdot \frac{dx}{T_1 + dx}.$$

Проводячи інтегрування і враховуючи, що $\alpha = \frac{T_2 - T_1}{l}$,

отримаємо для повної маси повітря m' :

$$m' = \int_0^m dm = \frac{MpS}{R} \int_0^l \frac{dx}{T_1 + dx} = \frac{MpSl}{R(T_2 - T_1)} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Підставляючи в останній вираз дані з умови задачі, отримаємо шукане значення:

$$m' = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 0,25}{8,31 \cdot 30} \ln \frac{293}{263} = 0,636 \text{ (кг)}.$$

Задача 6. Циліндрична піпетка довжиною 20 см наполовину занурена у ртуть. Піпетку закривають зверху пальцем і виймають із ртуті. Частина ртуті витікає. Яка довжина стовпчика ртуті залишається у піпетці? Атмосферний тиск нормальний.

$x - ?$	Аналіз і розв'язання
$l = 0,2 \text{ м}$ $p_1 = 760 \text{ мм рт.ст.} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$	У даній задачі тиск вимірювали висотою ртутного стовпчика. Тоді тиск $p_1 = H$. У закритій пальцем піпетці повітря розширюється при незмінній температурі

(ізотермічно) від об'єму $V_1 = \frac{l}{2}S$ до об'єму $V_2 = (l-x)S$, де x – висота стовпчика ртуті, що залишається у піпетці, S – переріз піпетки. Тиск повітря у піпетці при цьому буде $P_2 = H - x$. За законом Бойля-Маріотта можна записати рівність $\frac{1}{2}lSH = (l-x)S(H-x)$. Після перетворень отримаємо квадратне рівняння відносно x :

$$x^2 - x(l+H) + \frac{Hl}{2} = 0.$$

Фізичний зміст має лише корінь $x = \frac{(l+H) - \sqrt{l^2 - H^2}}{2}$ даного рівняння. Після підстановки числових значень отримаємо:

$$x = \frac{0,2 + 0,76 - \sqrt{(0,2)^2 + (0,76)^2}}{2} = 0,09 \text{ (м)}.$$

Задача 7. Скляну колбу з повітрям зважують при 15°C . Колба може закриватися краном. При відкритому крані колбу нагрівають до 80°C і закривають кран. Після цього колбу знову зважують. Виявляється, що маса її зменшилась на $0,25$ г. Визначити об'єм колби, якщо її розширенням можна знехтувати. Густина повітря при 0°C $\rho_0 = 1,293 \text{ кг/м}^3$.

$V - ?$ $T_1 = 288 \text{ К}$ $T_2 = 353 \text{ К}$ $\Delta m = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$ $\rho_0 = 1,293 \text{ кг/м}^3$	<p>Аналіз і розв'язання</p> <p>При температурі $T_0 = 273 \text{ К}$ повітря масою m займає об'єм $V_0 = \frac{m}{\rho_0}$, при температурі T_1 – об'єм $V = \frac{m}{\rho_1}$. Тоді $\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{V_0}{V}$, де ρ_1 – густина повітря при температурі T_1. Із закону Гей-Люсаака для процесу нагрівання при постійному тиску повітря маємо $\frac{V_0}{V} = \frac{T_0}{T_1}$.</p>
---	---

Підставивши в попередню формулу значення $\frac{V_0}{V}$, отримаємо, що $\rho_1 = \rho_0 \frac{T_0}{T_1}$. Аналогічно для густини повітря при температурі T_2

можна записати:

$$\rho_2 = \rho_0 \frac{T_0}{T_2}.$$

З умови задачі випливає, що $m = \rho_1 V$ і $m - \Delta m = \rho_2 V$.
Тоді $\rho_2 V = \rho_1 V - \Delta m$ і

$$V = \frac{\Delta m}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{\Delta m}{\rho_0 \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2} \right)} = \frac{\Delta m T_1 T_2}{\rho_0 T_0 (T_2 - T_1)} \approx 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Задача 8. Користуючись рівнянням Клапейрона-Менделєєва і враховуючи, що атмосферний тиск змінюється з висотою по закону $dp = -\rho g dH$, вивести формулу зміни тиску з висотою, ураховуючи зниження температури (температурний градієнт $\frac{dT}{dH} = -\alpha$).

$p(H) - ?$
$\rho, g, H, \alpha, M,$
R, T_0

Аналіз і розв'язання

Закон зміни температури:

$$dT = -\alpha dH.$$

Проінтегрувавши, отримаємо:

$$T = -\alpha H + C_1. \text{ При } H = 0, T = T_0, \text{ отже } T = T_0 - \alpha H.$$

Із рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = \frac{m}{M} RT$ визначимо ρ :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}.$$

$$\text{Тоді } dp = -\rho g dH = -\frac{pM}{RT} g dH = -\frac{pMg dH}{R(T_0 - \alpha H)}.$$

Розділивши змінні, отримаємо:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg dH}{R(T_0 - \alpha H)}.$$

Проінтегрувавши, маємо:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{R} \int_0^H \frac{dH}{T_0 - \alpha H}, \text{ або}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{Mg}{\alpha R} \ln \frac{\frac{T_0}{\alpha} - H}{\frac{T_0}{\alpha}} = \frac{Mg}{\alpha R} \ln \left(1 - \frac{\alpha H}{T_0} \right).$$

$$p = p_0 \exp \left[\frac{Mg}{\alpha R} \ln \left(1 - \frac{\alpha H}{T_0} \right) \right].$$

3.5. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. Балон ємністю 20 л наповнений стиснутим повітрям. При температурі 20°C манометр показує тиск $1,2 \cdot 10^7$ Па. Який об'єм води можливо витіснити із цистерни підводного човна повітрям з цього балона, якщо витіснення відбувається на глибині 30 м при температурі 5°C? Вважати, що тиск стовпа води висотою 10 м рівний 10^5 Па.

Задача 2. У балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском 10 бар і при температурі 27°C. Після того як з балона було взято 10 г гелію, температура у балоні знизилася до 17°C. Знайти тиск гелію, що залишився у балоні.

Задача 3. Знайти густину насиченої водяної пари у повітрі при температурі 27°C, якщо тиск насиченої пари при цій температурі $p = 26,7$ мм рт. ст.

Задача 4. Знайти молярну масу суміші 25 г кисню і 75 г азоту.

Задача 5. Вважаючи, що повітря складається із 80% азоту і 20% кисню, знайти парціальний тиск цих газів при тиску повітря 1000 ГПа.

Задача 6. Відобразити на діаграмах (p, V), (V, T), (p, T) процеси: ізохорний, ізобарний та ізотермічний.

Задача 7. На діаграмі зображена сім'я ізотерм (ізобар, ізохор). Якій різниці у параметрах газу відповідають різні криві(прямі) сім'ї?

3.6. Лабораторна робота №1.

Визначення молярної газової сталої

Мета роботи: експериментально визначити сталу R .

Завдання УДРС: обчислити середню квадратичну швидкість молекул повітря при кімнатній температурі.

Прилади і матеріали: типова лабораторна установка ФПТ1-12.

Будова і принцип роботи приладу ФПТ1-12

Прилад ФПТ1-12 – це настільна конструкція, яка складається з таких основних елементів (рис. 2): основи 1, вимірювального блоку 2, вакуумного насоса 3 та колби 4.

Вимірювальний блок 2 має вакуумметр 5 і з'єднаний за допомогою вакуумної трубки з колбою 4 через вакуумний кран 6. Через штуцер 7 до вимірювального блоку приєднано за допомогою вакуумної трубки вакуумний насос 3.

Для експериментального визначення R використовують рівняння Клапейрона-Менделєєва, яке описує стан ідеального газу (повітря у колбі).

Розглядаючи газ при незмінній температурі та сталому об'ємі, але при різних тисках p_1 і p_2 , отримуємо рівняння:

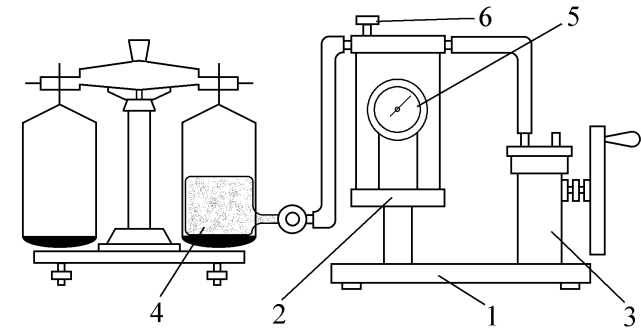


Рис. 2

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT \quad \text{і} \quad p_2 V = \frac{m_2}{M} RT .$$

Із цих рівнянь отримуємо, що

$$R = \frac{M(p_1 - p_2)V}{(m_1 - m_2)T} . \quad (1)$$

Масу повітря у колбі знаходимо шляхом її зважування на важільних терезах.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити будову і принцип дії установки ФПТ1-12.
2. Зважити колбу 4 і визначити початкову масу m_1 повітря, яке займає об'єм V при тиску p_1 .
3. Відкрити кран 6 і, повертаючи маховичок насоса за годинниковою стрілкою, викачати повітря з колби до заданого тиску p_2 , який визначають за показами вакуумметра.
4. За термометром визначити температуру оточуючого повітря.
5. Визначити масу повітря m_2 , викачаного з колби.
6. За формулою (1) визначити універсальну газову сталу R .
7. Дослід повторити для різних значень тиску p_2 з наступним визначенням R для кожного досліді.

8. За отриманими даними визначити середнє значення \bar{R} і порівняти його з табличним значенням, оцінивши похибки вимірювань.

9. Записати остаточний результат і зробити відповідні висновки з проведеного експерименту.

3.7. Контрольні питання

1. Який газ називають ідеальним?
2. Вивести рівняння Клапейрона-Менделєєва.
3. Чому в якості досліджуваного газу вибрано повітря?
4. Який фізичний зміст універсальної газової сталої?
5. Наведіть закони, у яких фігурує стала R .
6. Що таке ізопроцеси і яким законам вони підкоряються?
7. Які межі застосування газових законів? рівняння стану ідеального газу?
8. Який фізичний зміст тиску і температури?
9. Чому молекули ідеального газу рухаються хаотично?
10. Дайте поняття внутрішніх і зовнішніх параметрів газу; екстенсивних та інтенсивних параметрів системи.

4. Молекулярно-кінетична теорія газів

Література: [1]: с. 9-13, с. 339-344; [3]: §§14.1-14.5; [6]: §11.1; [7]: §§62, 63; [9]: §10.2.

4.1. Короткі теоретичні відомості

Відомо, що речовина може перебувати у трьох агрегатних станах – газоподібному, рідкому і твердому.

У газі молекули знаходяться порівняно далеко одна від другої: на відстанях, що перевищують їх власні розміри. Тому взаємодія між молекулами газу відіграє другорядну роль; більшу частину часу молекули рухаються як вільні і лише при зближенні зазнають зіткнення між собою.

У рідинах молекули зближені до відстаней, які співмірні з їх власними розмірами, тому зазнають постійної взаємодії і їх тепловий рух ускладнюється. У звичайних умовах рідини і газу помітно відрізняються своєю густиною та інтенсивністю взаємодії молекул. Проте принципової відмінності між цими станами немає (при випаровуванні рідини чи конденсації пари ми не можемо зафіксувати момент, коли при такому неперервному переході закінчився один

стан і почався інший). Загальною властивістю газів, рідин і аморфних тіл є хаотичний розподіл молекул у них.

Тепловий рух у твердих тілах являє собою малі коливання атомів відносно певних положень рівноваги. Хоч тепловий рух у твердих тілах більш “упорядкований”, ніж у рідинах і газах (атоми від вузлів ґратки не віддаляються на значні відстані), проте і він хаотичний у розумінні, що амплітуди і фази різних атомів різні і не пов’язані між собою.

Для розрахунку макроскопічних параметрів речовини на основі уявлень про молекули та їх рух необхідно вибрати відповідну модель системи. Найпростішою у молекулярній фізиці є модель – ідеальний газ. Хоч тепер відомо, що атоми і молекули мають складну будову, проте правильний вибір моделі ідеального газу (абстрагування до нього реальних газів, рідин і твердих тіл при певних припущеннях) дав можливість розвиватися молекулярно-кінетичній теорії, зокрема встановленню зв’язку параметрів стану газу з характеристиками руху молекул.

Теорія ідеального газу може розглядатися на двох рівнях. Якщо газ розглянути як суцільне середовище без врахування його будови, то стан такої системи описується дослідними газовими законами та рівнянням Клапейрона-Менделєєва. Якщо ж газ уявити як систему, що складається з величезної, але скінченної кількості (ансамблю) молекул, то його поведінку можна оцінити, використовуючи статистичні закономірності. Вивчення ідеального газу як ансамблю молекул здійснюється на основі молекулярно-кінетичної теорії газів, основні постулати якої наступні:

1. Однорідний газ складається із недеформованих, сферичних молекул, що мають однакову масу, і розмірами яких можна знехтувати. Молекули не притягаються і не відштовхуються.

2. У будь-якому елементарному об’ємі міститься велика кількість молекул. Тому такий газ завжди можна розглядати як статистичну систему, для якої характерні певні найбільш імовірні розподіли молекул за енергіями, координатами, швидкостями, імпульсами і т. ін.

3. Зіткнення молекул між собою та стінками посудини відбуваються за законами пружних ударів. Інтервали між зіткненнями значно перевищують час самих зіткнень.

4. Між зіткненнями молекули рухаються прямолінійно і рівномірно.

5. При відсутності зовнішніх сил молекули газу рівномірно розподіляються в усьому об'ємі.

6. Напрямки векторів швидкостей молекул газу у рівноважному стані розподілені хаотично, тобто всі напрямки руху молекул рівноймовірні.

Таким чином, газ (слово “газ” походить від слова “хаос”) – це система великої кількості частинок, які рухаються хаотично. Тому тепловий рух відрізняється від механічного масовістю об'єктів і хаотичністю їхнього руху. При цьому швидкості газових молекул внаслідок такого руху відрізняються і за величиною, і за напрямком. Швидкість конкретної молекули в даний момент часу є величина випадкова. Проте для ідеального газу на основі статистичних закономірностей у рівноважному стані можна встановити деякі середні чи найбільш імовірні значення швидкостей сукупності молекул. У молекулярно-кінетичній теорії газів розрізняють середню арифметичну ($\langle v \rangle$), середню квадратичну ($\langle v_{\text{кв.}} \rangle$) та найбільш імовірну (v_i) швидкості газових молекул.

Середня арифметична швидкість визначається як

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i, \quad (4.1)$$

де v_i – швидкість i -тої молекули; n – число молекул.

Середня квадратична швидкість (теплова) визначається з рівняння

$$\langle v_{\text{кв.}} \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n}}, \quad (4.2)$$

де v_i^2 – квадрат швидкості i -тої молекули, n – число молекул.

Зазначені швидкості газових молекул можна визначити з рівнянь:

$$\begin{aligned} \langle v \rangle &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \\ \langle v_{\text{кв.}} \rangle &= \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \\ v_i &= \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

де k – стала Больцмана, R – універсальна газова стала, m_0 – маса молекули газу, M – молярна маса газу, T – температура газу.

Як бачимо, між швидкостями молекул газу існує співвідношення

$$\begin{aligned} \langle v_{\text{кв}} \rangle : \langle v \rangle : v_i &= 1,2 : 1,1 : 1, \text{ або} \\ \langle v \rangle &= 0,92 \langle v_{\text{кв}} \rangle \quad \text{і} \quad v_i = 0,82 \langle v_{\text{кв}} \rangle. \end{aligned}$$

Як видно з (4.3), теплова швидкість $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ пропорційна \sqrt{T} і обернено пропорційна $\sqrt{m_0}$. Ця обставина визначає, що тепловий рух – досить інтенсивний для молекул, помітний для малих частинок (броунівських), і зовсім непомітний для важких тіл.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів зв'язує параметри газу з такими характеристиками молекул, як їх концентрація, швидкість і маса:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}, \quad (4.4)$$

де p – тиск газу, n_0 – число молекул одиниці об'єму, m_0 – маса молекули газу, $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – середня квадратична швидкість газових молекул.

Таким чином, тиск газу чисельно дорівнює двом третім величини середньої кінетичної енергії поступального руху молекул одиниці об'єму газу.

Якщо врахувати, що $n_0 = \frac{N}{V}$, дістанемо основне рівняння кінетичної теорії газів у дещо іншому вигляді:

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}, \quad (4.5)$$

де V – об'єм, який займає газ; N – число молекул у цьому об'ємі.

У рівнянні (4.5) пов'язані два параметри газу p і V з кількістю молекул N та їх характеристиками m_0 і $\langle v_{\text{кв}} \rangle$. З (4.5) випливає, що добуток числових значень тиску ідеального газу і його об'єму дорівнює двом третинам величини середньої кінетичної енергії поступального руху всіх його молекул:

$$pV = \frac{2}{3} \langle E_k \rangle. \quad (4.6)$$

Порівняємо рівняння (4.5) з виразом рівняння Клапейрона-Менделєєва (для 1 моля) $pV = RT$. Як бачимо,

$$T = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_A}{R} \cdot \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}, \quad (4.7)$$

а отже, температура газу є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху його молекул. Із виразу (4.7) визначимо середню кінетичну енергію молекул, а саме:

$$\frac{m_0 \langle v_{кс} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T.$$

Енергію молекул визначають через сталу Больцмана, яку знаходять за формулою

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \quad (4.8)$$

Тому формула для обчислення середньої кінетичної енергії поступального руху молекул газу має такий вигляд:

$$\langle E_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{кс} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (4.9)$$

Як видно з (4.9), множник k – стала Больцмана – виражає співвідношення між одиницями енергії та температури. Стала Больцмана визначає зміну енергії молекули з підвищенням температури на один кельвін.

Замінивши у рівнянні (4.4) середню кінетичну енергію молекул згідно формули (4.9), отримаємо вираз тиску через концентрацію молекул і температуру, а саме:

$$p = n_0 kT. \quad (4.10)$$

Враховуючи, що $n_0 = \frac{N}{V}$, з (4.10) отримуємо рівняння стану ідеального газу:

$$pV = NkT. \quad (4.11)$$

Це рівняння має універсальний характер – у нього не входять ніякі величини, які б залежали від природи газу. Ця обставина є наслідком нехтування взаємодією між молекулами, яка позбавляє газ його “індивідуальності”.

Якщо маємо два однакових об’єми двох різних газів при однакових тисках і температурах, то можна записати для кожного з цих газів рівняння (4.11):

$$pV = N_1 kT; \quad pV = N_2 kT,$$

де N_1 і N_2 – число молекул у кожному з об’ємів. Із цих двох рівнянь відповідно випливає, що $N_1 = N_2$, що і є виразом закону Авогадро, згідно з яким при однакових температурах і тисках у рівних об’ємах будь-якого газу міститься однакова кількість молекул.

Зокрема в кубічному сантиметрі будь-якого газу при нормальних умовах міститься

$$L = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Число $L = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ називають числом Лошмідта.

4.2. Орієнтаційні питання

1. Які моделі використовуються у молекулярній фізиці для спрощення вивчення властивостей систем?
2. Чим зумовлена хаотичність руху газових молекул?
3. На яких рівнях може розглядатися теорія ідеального газу? Яка різниця у цих підходах?
4. Молекулярний пучок являє собою сукупність великої кількості молекул, що не взаємодіють між собою і рухаються в однаковому напрямку з однаковими за величиною швидкостями. Чи можна такий пучок вважати статистичною системою?
5. У яких випадках у фізиці доцільно використовувати статистичний підхід?
6. Які статистичні величини використовуються у молекулярній фізиці?
7. У чому полягає статистичне тлумачення температури і тиску ідеального газу?
8. Що виражає основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів?
9. Енергія однієї молекули ідеального газу $\langle E_0 \rangle = \frac{3}{2} kT$. При $T = 0$ $\langle E_0 \rangle$, а отже, і $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 0$. Чи означає це, що при абсолютному нулю припиняється рух взагалі?
10. Чи відрізняються середні кінетичні енергії молекул різних газів, які знаходяться при однакових температурах?
11. Від яких факторів залежить величина теплової швидкості газових молекул?

4.3. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. Знайти середню квадратичну швидкість, середню кінетичну енергію теплового руху і середню повну кінетичну енергію молекул гелію та азоту при температурі 27°C . Знайти повну енергію всіх молекул гелію і азоту, якщо маса кожного газу рівна 100 г.

Аналіз і розв'язання

Середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули будь-якого газу однозначно визначається температурою газу:

$$\langle E_0 \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (1)$$

Середня квадратична швидкість молекул газу залежить не тільки від температури, але й від маси самої молекули:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (2)$$

Середня повна енергія молекули визначається не тільки температурою газу, але й числом ступенів вільності i молекул газу:

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT. \quad (3)$$

Повна кінетична енергія всіх молекул (внутрішня енергія ідеального газу) визначається як добуток $\langle E \rangle$ на число N усіх молекул газу:

$$E = \langle E \rangle N = \frac{m}{M} \langle E \rangle N_A, \quad (4)$$

де $\frac{m}{M}$ – число молів газу, N_A – число Авогадро.

Згідно рівності (1) середня кінетична енергія поступального руху молекули гелію та азоту однакова й рівна

$$\langle E_{01} \rangle = \langle E_{02} \rangle = \frac{3}{2} kT = 1,5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)}.$$

Середню квадратичну швидкість молекул кожного із газів

знайдемо з виразу $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$:

$$\langle v_{\text{кв1}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 300}{4}} = 1,37 \cdot 10^3 \text{ (м/с)},$$

$$\langle v_{\text{кв2}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 300}{28}} = 0,52 \cdot 10^3 \text{ (м/с)}.$$

Повна середня кінетична енергія кожної молекули визначиться із (3):

$$\text{гелій} : \langle E_1 \rangle = \frac{3}{2} kT = 1,5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)},$$

$$\text{азот} : \langle E_2 \rangle = \frac{5}{2} kT = 2,5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 10,4 \cdot 10^{-21} \text{ (Дж)}.$$

Повна енергія всіх молекул згідно (4) рівна:

$$\begin{aligned} \text{гелію} : E_1 &= \frac{m_1}{M_1} \langle E_1 \rangle N_A = \frac{0,1}{4 \cdot 10^{-3}} 6,2 \cdot 10^{-21} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = \\ &= 9,35 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{азоту} : E_2 &= \frac{m_2}{M_2} \langle E_2 \rangle N_A = \frac{0,1}{28 \cdot 10^{-3}} 10,4 \cdot 10^{-21} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = \\ &= 2,23 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}. \end{aligned}$$

Задача 2. Посудина, у якій знаходиться деякий газ, рухається поступально із швидкістю u . На скільки збільшиться середня квадратична швидкість теплового руху молекул газу при зупинці посудини? Розглянути випадки для одноатомного і двоатомного газу. Масою стінок, їх теплоємністю і теплопровідністю знехтувати.

Аналіз і розв'язання

$\frac{\Delta \langle v_{\text{кв}} \rangle_1^2, \Delta \langle v_{\text{кв}} \rangle_2^2 - ?}{\begin{matrix} i_1 = 3 \\ i_2 = 5 \\ u \end{matrix}}$	<p>При русі посудини з газом усі його молекули приймають одночасно участь у двох рухах – тепловому (хаотичному) і напрямленому зі швидкістю u. При гальмуванні посудини молекули газу за інерцією деякий час будуть зберігати свою спрямовану швидкість, але через зіткнення між собою і стінками посудини зрештою припинять напрямлений рух. Газ перейде у рівноважний стан ($\vec{u} = 0$), і його хаотичний рух буде характеризуватися середньою квадратичною швидкістю $\langle v_{\text{кв}} \rangle_2$. Для того, щоб з'ясувати на скільки це значення більше того, яке молекули мали до зупинки посудини ($\langle v_{\text{кв}} \rangle_1$), треба визначити приріст повної середньої кінетичної енергії $\Delta \langle E \rangle$ хаотичного руху однієї молекули в результаті зупинки посудини. Якщо врахувати, що при поступальному русі посудини швидкість i-тої молекули газу виразиться як $\vec{c}_i = \vec{v}_i + \vec{u}$, то середню кінетичну енергію молекули під час руху посудини знайдемо як</p>
--	---

$$\langle E_0 \rangle_1 = \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle_1^2}{2} + \frac{m_0 u^2}{2},$$

а повну кінетичну енергію молекули визначимо як

$$\langle E \rangle_1 = \langle E_0 \rangle'_1 + \frac{m_0 u^2}{2}, \text{ де } \langle E_0 \rangle'_1 = \frac{i}{2} k T_1.$$

Після зупинки посудини ($u = 0$)

$$\langle E \rangle_2 = \frac{i}{2} k T_2.$$

Виходячи з умови задачі, маємо, що газ у посудині не здійснював обміну енергією з оточуючим середовищем ($T_1 = T_2$), тому

$$\langle E \rangle_1 = \langle E \rangle_2, \text{ а отже, } \Delta \langle E \rangle = \frac{m_0 u^2}{2}.$$

$$\text{Як відомо, } \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} k T, \text{ звідки } \langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{3kT}{m_0}.$$

З іншого боку повна кінетична енергія однієї молекули

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} k T.$$

З останніх двох рівнянь маємо, що

$$\langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{6 \langle E \rangle}{i m_0}.$$

Приріст середньої квадратичної швидкості молекул газу складає:

$$\Delta \langle v_{кв} \rangle^2 = \langle v_{кв} \rangle_2^2 - \langle v_{кв} \rangle_1^2 = \Delta \langle E \rangle \cdot \frac{6}{i m_0} = \frac{m_0 u^2}{2} \cdot \frac{6}{i m_0} = \frac{3u^2}{i}.$$

Для одноатомного газу ($i = 3$) маємо, що $\Delta \langle v_{кв} \rangle^2 = u^2$, для двоатомного газу ($i = 5$) – $\Delta \langle v_{кв} \rangle^2 = 0,6u^2$.

Задача 3. У посудині ємністю 3,5 л знаходиться суміш із $2 \cdot 10^{15}$ молекул кисню, $5 \cdot 10^{15}$ молекул азоту і $6,6 \cdot 10^{-7}$ г аргону. Яка температура суміші, якщо тиск у посудині $1,74 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст.?

Аналіз і розв'язання

У посудині кожний газ чинить на стінку парціальний тиск, який можна визначити з рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів: $p = n_0 k T$.

За законом Дальтона тиск суміші визначиться як

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{N_1}{V} k T + \frac{N_2}{V} k T + \frac{N_3}{V} k T.$$

Для аргону N_3 знайдемо як $\frac{m_3}{M_3} N_A$,

$T - ?$
$V = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
$N_1 = 2 \cdot 10^{15}$
$N_2 = 5 \cdot 10^{15}$
$m_3 = 6,6 \cdot 10^{-10} \text{ кг}$
$p = 2,314 \cdot 10^{-2} \text{ Па}$
$M_3 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

тоді
$$p = \frac{kT}{V} \left(N_1 + N_2 + \frac{m_3}{M_3} N_A \right).$$

З останньої рівності температуру суміші газів визначимо як

$$T = \frac{pV}{k \left(N_1 + N_2 + \frac{m_3}{M_3} N_A \right)}.$$

Після підстановки числових значень величин, отримаємо:
 $T = 346 \text{ К}.$

Задача 4. Знайти густину газу, якщо середня квадратична швидкість його молекул 1800 м/с , тиск $2 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

Аналіз і розв'язання

Густину речовини можна визначити із співвідношення $\rho = \frac{m}{V}$, де m – маса газу, яку

можна подати як $m = m_0 N$. Таким чином,

$$\rho = \frac{m_0 N}{V} = m_0 n_0,$$

де m_0 – маса молекули газу, n_0 – концентрація молекул. Масу молекули m_0 та їх концентрацію n_0 можна визначити з основного

рівняння молекулярно-кінетичної енергії газів $p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2}$:

$$n_0 m_0 = \frac{3p}{\langle v_{кв} \rangle^2}.$$

Отже, $\rho = \frac{3p}{\langle v_{кв} \rangle^2}$. Після підстановки числових значень величин

в останню формулу отримаємо:

$$\rho = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^4}{1800^2} = 0,021 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right).$$

Задача 5. При якій температурі середня кінетична енергія теплового руху атомів гелію буде достатньою для того, щоб вони подолали притягання до Землі й покинули земну атмосферу? Розв'язати подібну задачу для Місяця.

Аналіз і розв'язання

$T_3, T_M - ?$	Молекули газу покинуть планету тоді, коли їх швидкість стане рівною швидкості $v_{кр} = \sqrt{2gR}$, при якій вони віддаляються від планети по гіперболічних траєкторіях.
$M_3 = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	
$R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$	
$M_M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$	
$R_M = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$	
$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$	

Для Землі маємо $v_{кр1} = \sqrt{2g_1 R_3} = 12 \cdot 10^3 \text{ (м/с)}$. Оскільки середня кінетична енергія однієї молекули гелію ($i = 3$) визначається як $\langle E_{01} \rangle = \frac{3}{2} kT_3 = \frac{m_0 v_{кр1}^2}{2}$, то $T_3 = \frac{m_0 v_{кр1}^2}{3k} \cdot \frac{N_A}{N_A} = \frac{M v_{кр1}^2}{3R} = 23000 \text{ (К)}$.

Щоб визначити $v_{кр2}$ Місяця, запишемо вирази для сили тяжіння Місяця і сили гравітаційного притягання до Місяця будь-якого тіла, що знаходиться на поверхні Місяця, і порівняємо їх:

$$m_0 g_2 = \gamma \frac{m_0 M_M}{R_M^2}, \text{ тоді } g_2 = \frac{\gamma M_M}{R_M^2}, \text{ а отже,}$$

$$v_{кр2} = \sqrt{2g_2 R_M} = \sqrt{2 \frac{\gamma M_M}{R_M^2} \cdot R_M} = \sqrt{\frac{2\gamma M_M}{R_M}} = 2300 \text{ (м/с)}.$$

$$\text{Відповідно, } T_M = \frac{M v_{кр2}^2}{3R} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot (2,3)^2 \cdot 10^5}{3 \cdot 8,31} = 840 \text{ (К)}.$$

4.4. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. У двох посудинах при однаковому тиску знаходиться кисень і водень. Концентрації обох газів однакові. У котрого із цих газів вища температура?

Задача 2. Як зміниться кінетична енергія теплового руху молекул ідеального газу при збільшенні температури у три рази?

Задача 3. Знайти кінетичну енергію обертального руху однієї молекули азоту при температурі 27°C , а також кінетичну енергію обертального руху усіх молекул, які містяться у 7 г азоту.

Задача 4. Скільки молекул газу знаходиться у балоні ємністю $V = 20$ л при температурі 27°C і тиску 50 атм ?

Задача 5. Знайти температуру газу, якщо середня кінетична енергія поступального руху його молекул складає $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 6. Теплота дисоціації водню $Q = 4,19 \cdot 10^8$ Дж/кмоль. При якій температурі T середня кінетична енергія поступального руху молекул достатня для їх розщеплення на атоми?

Задача 7. До якої максимальної температури може нагріватися через тертя у повітрі поверхня літака, який летить із швидкістю звуку? Вважати, що повітря складається із жорстких молекул азоту. Температура оточуючого повітря рівна -10°C .

4.5. Лабораторна робота №2. Визначення сталої Больцмана

Мета роботи: експериментально визначити сталу k .

Прилади і матеріали: лабораторна установка, ефір, термометр.

Опис приладу та методики проведення досліджень

Прилад для визначення сталої Больцмана k (рис. 3) складається зі скляного товстостінного балона 1, який з'єднаний через відвідну трубку 3 з рідинним манометром 4. Балон закупорено корком 2, у якому вмонтовано медичний шприц із голкою 5. За допомогою шприца у балон через голку вприскується ефір. Унаслідок такого вприскування тиск повітря у балоні збільшується на значення парціального тиску Δp газоподібного ефіру, який визначають за показами манометра.

Величину Δp можна визначити з рівняння стану ідеального газу (ефіру) $\Delta p V = \frac{\Delta m}{M} RT$, звідки

$$\Delta p = \frac{\Delta m}{MV} RT = \frac{\Delta m}{M} \cdot \frac{k N_A T}{V} = k n_0 T,$$

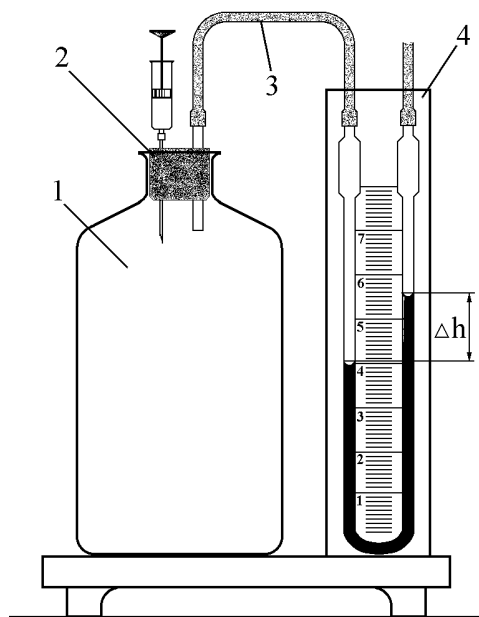


Рис. 3

де $\frac{\Delta m}{M}$ – число молів уведеного в балон ефіру; V – заданий робочий об'єм балона; n_0 – число молекул ефіру в одиниці об'єму балона; T – температура газової суміші у балоні.

Парціальний тиск пари ефіру в балоні зрівноважується різницею рівнів Δh стовпчиків рідини у манометрі.

$$\Delta p = \rho g \Delta h,$$

де ρ – густина манометричної рідини (задається наперед).

Концентрацію молекул ефіру в балоні можна визначити як

$$n_0 = \frac{\Delta m}{m_0 V},$$

де m_0 – маса молекули ефіру, а $\frac{\Delta m}{m_0}$ – число молекул ефіру в

балоні. Разом з тим $\Delta m = \rho_e V_e$,

де ρ_e – густина ефіру (714 кг/м^3); V_e – об'єм уведеного ефіру (за шкалою шприца). Тепер

$$n_0 = \frac{\rho_e V_e N_A}{M V},$$

де M – молярна маса ефіру ($M = 76 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$).

Остаточно маємо, що $k = \frac{\Delta p}{n_0 T} = \frac{\rho g \Delta h M V}{\rho_e V_e N_A T}$.

Позначивши величину $\frac{\rho g M V}{\rho_e N_A} = B$, (1)

де B – сталий в умовах досліду коефіцієнт, остаточно отримуємо розрахункову робочу формулу для обчислення сталої

Больцмана: $k = B \frac{\Delta h}{V_e T}$. (2)

Порядок виконання роботи

1. Виміряти за допомогою термометра кімнатну температуру і визначити її за термодинамічною шкалою.
2. За довідниковими даними та об'ємом балона визначити коефіцієнт B (або отримати його значення у викладача) за формулою (1).
3. Витягнути з насадки медичної голки шприц і заправити його ефіром, зафіксувавши при цьому його об'єм.
4. Вставити шприц з ефіром у насадку голки і за допомогою поршня вприснути весь ефір у балон.
5. Після встановлення незмінної різниці рівнів у манометричних трубках зафіксувати Δh .
6. Дослід повторити не менше трьох разів, кожний раз визначити V_0 і Δh .
7. Дані експерименту занести у довільно складену таблицю, за формулою (2) обчислити сталу Больцмана.
8. Обчислити абсолютну і відносну похибки вимірювань та проаналізувати остаточний результат дослідження.

4.6. Контрольні питання

1. Чим відрізняються між собою молекули різних речовин?
2. Що визначає число Авогадро N_A ?
3. Який характер руху молекул у газах?
4. Який фізичний зміст універсальної газової сталої?
5. Який характер руху молекул у рідинах? твердих тілах?
6. Що таке тиск газу з точки зору його молекулярної будови?
7. Який імпульс (у загальному випадку) передає молекула стінці посудини?
8. Які основні положення молекулярно-кінетичної теорії газів?
9. Виведіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.
10. Який фізичний зміст сталої Больцмана?
11. Як визначити середню енергію поступального руху, повну середню енергію теплового руху молекули ідеального газу, енергію теплового руху всіх молекул, що містяться у посудині?
12. Як можна визначити сталу Больцмана експериментально?

5. Статистика ідеального газу

Література: [2]: §§ 14.9 – 14.11; [3]: §§ 14.8 – 14.10; [5]: §§ 2.3 – 2.6; [6]: §§ 11.2, 11.3; [9]: §§ 10.3 – 10.5; [10]: §§ 92 – 94.

5.1. Короткі теоретичні відомості

При вивченні газів використовується основна фізична модель – модель ідеального газу як великої, але скінченої сукупності невзаємодіючих частинок, які приймають участь у хаотичному тепловому русі. До такого ансамблю частинок застосовують статистичний метод вивчення, який базується на математичній теорії ймовірностей, на поняттях про середні, середньоквадратичні та найбільш ймовірні величини, що характеризують поведінку частинок (молекул) в ансамблі. Теорія, яка базується на статистичному методі дослідження фізичних властивостей газів, називається кінетичною теорією газів. Вона є частиною класичної статистичної фізики і ґрунтується на таких її загальних положеннях:

- в ансамблі молекул (або інших частинок) виконуються закони збереження імпульсу, моменту імпульсу, енергії та числа частинок (для закритих систем частинок, які не зазнають хімічних та інших перетворень);
- усі молекули в ансамблі (системі) є „міченими”, тобто передбачається їх розрізнити, навіть якщо вони однакові (молекули однієї і тієї ж речовини);
- усі фізичні процеси в ідеальному газі протікають у просторі й часі неперервно;
- кожна молекула ідеального газу може мати довільні значення координат і компонент швидкості незалежно від інших молекул.

Якщо газ перебуває у рівноважному стані, то при відсутності зовнішніх впливів на таку систему в об'ємі газу не відчувається макроскопічних перетворень: параметри p , V , T системи залишаються незмінними. Проте в газі відбуваються певні мікропроцеси: неперервні зіткнення молекул між собою приводять до зміни величини і напрямку швидкості кожної молекули незалежно від інших. Тому неможливо визначити число молекул, які володіють конкретно заданою швидкістю і напрямком їх руху. Тобто, макрохарактеристики – об'єм, тиск і температура – не повністю

визначають стан газу як статистичної системи. Необхідне додаткове деталізування – перехід до опису статистичних розподілів.

У 1860 році Максвелл вивів закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями поступального руху. Цей закон дає змогу знайти число молекул dN із загальної кількості N молекул газу при даній температурі, швидкості яких лежать в заданому інтервалі від v до $v + dv$. При цьому вважалося, що в газі немає молекул, які мають однакову швидкість, а кількість молекул dN пропорційна загальному числу молекул та ширині інтервалу dv і залежить від швидкості v .

Відповідно до закону Максвелла,

$$dN = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot v^2 \cdot dv, \quad (5.1)$$

$$\text{або} \quad \frac{dN}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot v^2, \quad (5.2)$$

де $f(v, T) = \frac{dN}{Ndv}$ – функція розподілу молекул за швидкостями

(показує відносне число молекул, швидкості яких лежать в інтервалі швидкостей dv); m_0 – маса молекули; k – стала Больцмана; T – температура газу.

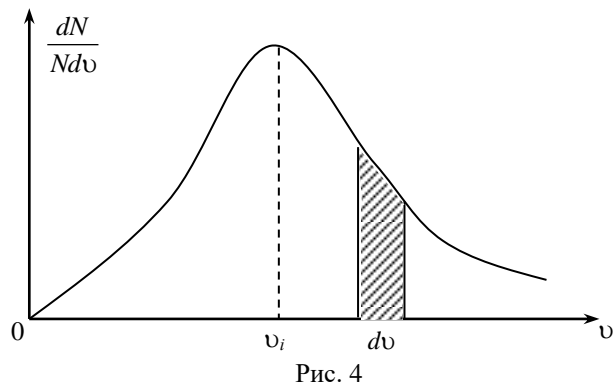
Графічно цю функцію подано на рис.4. Заштрихована площа $f(v)dv$ рівна $\frac{dN}{N}$, тобто відносній кількості молекул газу, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + dv$. Максимум кривої розподілу відповідає найбільш імовірній швидкості v_i , яку можна знайти, дослідивши на максимум функцію $f(v)$. Вззявши похідну від

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot v^2$$

по швидкості та прирівнюючи її до нуля, отримаємо

$$\frac{df}{dv} = \text{const} \frac{d}{dv} \left(e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2 \right) = 0, \quad e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \left(2v_i - \frac{m_0 v_i}{kT} v_i^2 \right) = 0,$$

$$\text{звідси} \quad v_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (5.3)$$



Вигляд функції $f(v)$ залежить від маси молекул газу (його природи) і температури T . Тиск і об'єм газу на розподіл молекул за швидкостями не впливають.

Із формул (5.2), (5.3) випливає, що

$$dN = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \frac{v^2}{v_i^3} e^{-\frac{v^2}{v_i^2}} dv = Nf(v)dv. \quad (5.4)$$

Вираз закону Максвела (5.4) спрощується, якщо ввести відносну швидкість $U = \frac{v}{v_i}$, яка рівна відношенню швидкості v до найбільш імовірної швидкості молекул:

$$\frac{dN}{NdU} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-U^2} \cdot U^2 = f(U, T). \quad (5.5)$$

Для скінчених приростів формула (5.5) запишеться:

$$\frac{\Delta N}{N\Delta U} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-U^2} \cdot U^2, \quad (5.6)$$

$$\text{або } \Delta n = n_0 \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-U^2} \cdot U^2 \cdot \Delta U, \quad (5.7)$$

де n_0 – число молекул в одиниці об'єму.

Молекули ідеального газу володіють кінетичною енергією $E = \frac{m_0 v^2}{2}$, звідси маємо, що $v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}$ і $dv = (2m_0)^{-\frac{1}{2}} dE$. Використовуючи розподіл (5.2) молекул за швидкостями і перейшовши від змінної v до змінної E , отримуємо розподіл молекул за енергіями:

$$\frac{dN}{NdE} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{E}{kT}} \cdot E^{\frac{1}{2}}. \quad (5.8)$$

Середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу $\langle E_0 \rangle$ визначається інтегралами:

$$\langle E_0 \rangle = \int_0^{\infty} E f(E) dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} E^2 e^{-\frac{E}{kT}} dE = \frac{3}{2} kT.$$

Розподіл молекул за імпульсами (число молекул, імпульси яких розміщені в інтервалі від p до $p + dp$) має вигляд:

$$f(p, T) = \frac{dN}{N dp} = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi k T m_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{p^2}{2m_0 k T}} \cdot p^2. \quad (5.9)$$

Розглядаючи закон розподілу Максвелла, вважали, що молекули ідеального газу рівномірно розподілялися у всьому об'ємі посудини, якщо цей об'єм невеликий.

Для значних об'ємів рівномірність розподілу молекул порушується через дію на систему сили тяжіння. Це приводить до виникнення неоднорідностей густини, а отже, і концентрації молекул у різних частинах об'єму. Зокрема в атмосфері Землі внаслідок дії на її молекули сили притягання до Землі та їх хаотичного руху спостерігається зменшення з висотою концентрації молекул і тиску газу:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{M g h}{RT}}, \quad (5.10)$$

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = p_0 e^{-\frac{M g h}{RT}}, \quad (5.11)$$

де n_0, p_0 – концентрація і тиск газу на Землі ($h = 0$);

n, p – концентрація і тиск газу на висоті h ;

m_0 – маса однієї молекули газу,

k, R – стала Больцмана і універсальна газова стала;

g – пришвидшення сили тяжіння.

Вираз (5.11) називають барометричною формулою. Вона показує залежність тиску газу від висоти над поверхнею Землі.

Знаючи p і p_0 (за показами барометра), можна, користуючись формулою (5.11), визначити висоту h :

$$h = \frac{RT}{gM} \ln \frac{p_0}{p}. \quad (5.12)$$

Якщо врахувати, що $m_0 g h = U$ – потенціальна енергія молекули в однорідному полі земного тяжіння поблизу поверхні Землі (при умові, що на рівні $h = 0$ потенціальна енергія молекули $U = 0$), то формулу (5.10) можна подати у вигляді:

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{RT}}. \quad (5.13)$$

Формула (5.13) є математичним виразом досить загального і важливого закону – закону Больцмана для будь-яких частинок у зовнішньому потенціальному полі (будь-якої фізичної природи). Він виражає умову рівноваги між тепловим рухом, який намагається максимально розсіяти частинки, і дією зовнішніх сил – сил тяжіння, які намагаються максимально ущільнити частинки поблизу земної поверхні.

Якщо до розподілу Максвелла (5.1), вираженого через концентрацію молекул, підставити значення n з (5.3), то отримаємо формулу розподілу Максвелла-Больцмана, згідно з якою можна визначити число молекул ідеального газу, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v + dv$ і мають потенціал $\varphi = gh$ у полі зовнішніх сил:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n_0 \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0\varphi}{kT}} \cdot e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}} \cdot v^2 dv. \quad (5.14)$$

У (5.14) є два незалежних множники: больцманівський $e^{-\frac{m_0\varphi}{kT}}$ та максвеллівський $e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}$. Це свідчить про те, що розподіл Больцмана не залежить від розподілу швидкостей, а розподіл Максвелла – від потенціалу молекул у полі зовнішніх сил.

5.2. Методичні вказівки і поради до розв'язування задач

Задачі з курсу загальної фізики, що стосуються статистики ідеального газу, зорієнтовані на застосування або тільки закону розподілу молекул за швидкостями у вигляді (5.1-5.7), або тільки розподілу Больцмана (5.10, 5.13), чи барометричної формули (5.11).

У задачах першого типу при певних умовах необхідно знайти:

- а) функцію розподілу, або відносне число молекул із певною швидкістю;
- б) середнє значення (у розрахунку на одну молекулу) певної фізичної величини, яка є відомою функцією швидкості, наприклад: середньої швидкості, середньої кінетичної енергії, середнього імпульсу і т. ін.;
- в) сумарне значення якої-небудь функції швидкості для ансамблю молекул, число яких обмежене самими границями зміни швидкості (наприклад, тиску).

Розв'язування задач групи а) нескладне і полягає в застосуванні розподілу Максвелла у вигляді (5.2), (5.6) та (5.7).

Задачі б) розв'язуються загальним методом відшукування середньої величини за допомогою відомої функції розподілу.

Для групи задач в) іноді потрібно обчислити сумарне значення ψ_{Σ} заданої функції швидкості $\psi(v)$ для певної сукупності молекул. У цьому випадку, якщо кожній молекулі з числа $\phi[dn(v)]$ молекул цієї сукупності відповідає певне значення величини $\psi(v)$, сумарне значення ψ_{Σ} виразиться як

$$\psi_{\Sigma} = \int_v \psi(v)[dn(v)].$$

У задачах другого типу розглядається залежність певної фізичної величини (густини, тиску і т. ін.) від координат місця знаходження. Їх розв'язування проводять на підставі розподілу Больцмана. При цьому слід пам'ятати, що при перебуванні газу в силовому полі його характерні величини залежать не тільки від числа молекул в одиниці об'єму, а й від координат того місця об'єму, де вони вимірюються. Їх обчислення, яке ґрунтується на застосуванні формули (5.13), яку в загальному випадку можна подати як

$$n(u) = n(x, y, z) = Ce^{-\frac{u(x,y,z)}{kT}}, \quad (5.15)$$

(де C – стала, яка за фізичним змістом дорівнює концентрації молекул у тому місці, де $u = 0$), зводиться до визначення конкретного виду залежності $n(x, y, z)$. Розв'язуючи задачі цього типу, слід правильно записати потенціальну енергію як функцію координат для відповідного силового поля і вірно обчислити сталу C у рівнянні (5.15). Першу вимогу легко виконати, якщо пригадати, що в силовому полі консервативних сил $du = -dA$, де dA – елементарна робота консервативної сили. Щодо сталої C , то вона обчислюється з умови нормування, яка полягає в тому, що інтеграл по всьому об'єму газу

$$\int_V n(u)dV = \int_V Ce^{-\frac{u(x,y,z)}{kT}} dx dy dz = n_V,$$

де n_V – повне число молекул в усьому об'ємі V .

При підготовці до практичних занять з цієї теми бажано підготувати відповіді на такі орієнтаційні питання:

1. У посудині знаходиться ідеальний газ у стані рівноваги при температурі T . Впливом зовнішніх силових полів можна знехтувати. Як знайти імовірність виявити молекулу в заданих інтервалах значень усіх складових швидкості?

2. У посудині знаходиться ідеальний газ. Нехай у деякий момент часу ми визначили значення швидкості всіх молекул. Чи можна за цими даними стверджувати, що газ знаходиться у стані рівноваги?

3. Чи справедливий розподіл Максвелла для окремої молекули, яка знаходиться у вільному космосі; для пилінки, завислої у кімнаті; для броунівської частинки, густина якої рівна густині води?

4. Чи справедливий розподіл Больцмана для броунівської частинки, густина якої дещо більша чи менша, ніж густина води?

5.3. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. Температура окису азоту (NO) $T = 300$ К. Знайти частину молекул, швидкість яких лежить в інтервалі від $v_1 = 820$ м/с до $v_2 = 830$ м/с.

Аналіз і розв'язання

Окис азоту знаходиться у рівноважному стані при $T = 300$ К, і тому, згідно Максвелла, відносне число молекул, швидкість яких

обмежена інтервалом від v до $v + dv$,

$$\frac{dN}{N} = f(v, T) dv,$$

де $f(v, T)$ – функція Максвелла; dv – досить малий діапазон швидкостей, у межах якого $f(v, T) = const$. В умові задачі цей інтервал складає $v_2 - v_1 = 10$ м/с. Шукана частка молекул може бути знайдена наближено за формулою

$$\frac{\Delta N}{N} = f(v_1, T) \Delta v. \quad (1)$$

Таке наближення пов'язане з тим, що заштрихована площа (рис. 5) прирівнюється до площі прямокутника з основою Δv і висотою $f(v_1, T)$. Отже, слід спочатку знайти функцію Максвелла при $v = v_1$ і $v = v_2$ і встановити, яку похибку дає використання рівності (1).

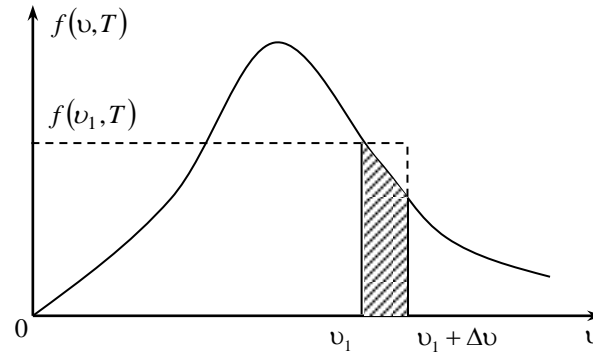


Рис. 5

Функція
Максвелла для
нашого випадку
має вигляд

$$f(v, T) = \frac{4}{\sqrt{\pi} v_i} e^{-u^2} u^2,$$

де $u = \frac{v}{v_i}$.

Для проведення розрахунків раціонально спочатку визначити v_i з рівності $v_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$:

$$v_i = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,81 \cdot 300}{30 \cdot 10^{-3}}} = 410 \text{ (м/с)}.$$

Тоді

$$f(v_1, T) = \frac{4}{v_i \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v_1}{v_i}\right)^2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_i}\right)^2 = \frac{4}{410 \cdot \sqrt{3,14}} e^{-4} \cdot 2^2 =$$

$$= 4,03 \cdot 10^{-4} \text{ (с/м)}.$$

Відповідно

$$f(v_2, T) = \frac{4}{v_i \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v_2}{v_i}\right)^2} \cdot \left(\frac{v_2}{v_i}\right)^2 = \frac{4}{410 \cdot \sqrt{3,14}} e^{-(2,025)^2} \cdot (2,025)^2 =$$

$$= 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ (с/м)}.$$

При використанні виразу (1) відносна похибка складає

$$\varepsilon_f = \frac{f(v_1, T) - f(v_2, T)}{f(v_1, T)} = 0,07 = 7\%,$$

що дозволяє використати для обчислень $\frac{\Delta N}{N}$ рівність (1):

$$\frac{\Delta N}{N} = f(v_1, T) \Delta v = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10 = 4 \cdot 10^{-3} = 0,4\%.$$

Задача 2. Кисень нагрівають від температури $T_1 = 240$ К до $T_2 = 480$ К. Розрахувати для кожної з температур значення функції Максвелла при швидкостях: а) $v = v_i$; б) $v = v_i + 200$ м/с; в) $v = v_i - 200$ м/с; г) $v = 2v_i$. За отриманими значеннями побудувати графіки функції

$$\begin{array}{l} f(v_1, v_2, v_3, v_4, T_1), \\ f(v_1, v_2, v_3, v_4, T_2), \\ \underline{f(v, T_1), f(v, T_2), K_1, K_2 - ?} \\ T_1 = 240 \text{ К} \\ T_2 = 480 \text{ К} \\ v_1 = v_i \\ v_2 = v_i + 200 \text{ м/с} \\ v_3 = v_i - 200 \text{ м/с} \\ v_4 = 2v_i \\ \Delta v' = \Delta v'' = 100 \text{ м/с} \\ R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)} \\ M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \end{array}$$

$f(v, T)$ для кожної з температур. Визначити, у скільки разів зміниться при збільшенні температури частка молекул, швидкість яких знаходиться в інтервалі: 1) від 100 до 200 м/с; 2) від 700 до 800 м/с.

Аналіз і розв'язання

Оскільки початковий і кінцевий стани кисню є рівноважними, то в кожному із цих станів молекули розділяються за швидкостями згідно закону Максвелла:

$$\frac{dN}{N} = f(v, T) dv, \text{ де}$$

$$f(v, T) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_i^2} e^{-\frac{v^2}{v_i^2}}, \quad (1)$$

$$\text{а} \quad v_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (2)$$

Таким чином, значення функцій розрахуємо за формулою (1) при заданих швидкостях і температурах T_1 та T_2 . Графіки побудуємо за отриманими значеннями $f(v, T)$ як точками. Відносне число $\frac{dN}{N}$, швидкості яких лежать у діапазоні від v_1 до $v_2 = v_1 + \Delta v$, у загальному випадку можна розрахувати за формулою

$$\frac{dN}{N} = \int_{v_1}^{v_2} f(v, T) dv. \quad (3)$$

Якщо інтервал Δv досить малий ($f(v_1, T) \approx f(v_2, T)$), то частку молекул можна визначити наближено за формулою

$$\frac{\Delta N}{N} = f(v, T) \Delta v. \quad (4)$$

В умові задачі інтервал швидкостей $\Delta v = 100$ м/с досить великий і тому використати формулу (4) неможливо. Разом з цим розрахунок за формулою (3) складний і записаний інтеграл в явному

вигляді не береться. У випадку потрібно користуватися чисельними методами інтегрування, або наближено визначити значення $\frac{\Delta N}{N}$ за площею, що обмежена графіком функції Максвелла, віссю абсцис (швидкостей) і ординатами $f(v, T_1)$, $f(v, T_2)$.

Розв'язок задачі почнемо з обчислення за формулою (2) найбільш ймовірної швидкості для кожної із заданих температур:

$$v_{i1} = \sqrt{\frac{2RT_1}{M}} = 350 \text{ (м/с)}, \quad v_{i2} = \sqrt{\frac{2RT_2}{M}} = 500 \text{ (м/с)}.$$

Використовуючи вираз (1), визначаємо функції Максвелла:

а) $f(v_1, T_1) = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ с/м}; f(v_1, T_2) = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ с/м},$

якщо $v_1 = v_i$;

б) $f(v_2, T_1) = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ с/м}; f(v_2, T_2) = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с/м},$

якщо $v_2 = v_i + 200 \text{ м/с};$

в) $f(v_3, T_1) = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ с/м}; f(v_3, T_2) = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ с/м},$

якщо $v_3 = v_i - 200 \text{ м/с};$

г) $f(v_4, T_1) = 0,47 \cdot 10^{-3} \text{ с/м}; f(v_4, T_2) = 0,33 \cdot 10^{-3} \text{ с/м},$

якщо $v_4 = 2v_i.$

Графіки $f(v, T_1)$ і $f(v, T_2)$ будемо за отриманими значеннями з урахуванням того, що при $v = 0$ і $v \rightarrow \infty$ $f(v, T) = 0$ (рис. 6). Як видно з графіків, у заданих діапазонах швидкостей функція Максвелла досить

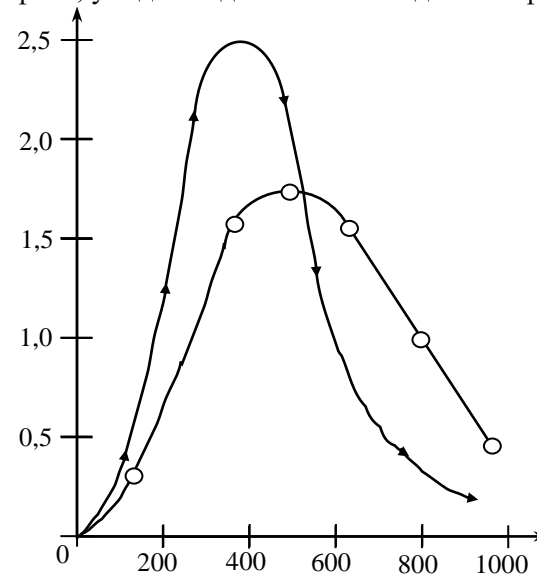


Рис. 6

різко змінюється, що і не дозволяє використати наближену формулу (3).

Підрахунок площ, обмежених функцією $f(v, T)$ та віссю швидкостей, показує, що: у діапазоні швидкостей від 100 до 200 м/с

$$K_1 = \frac{\Delta N_1 \cdot N_2}{N_1 \cdot \Delta N_2} = 3;$$

у діапазоні від 700 до 800 м/с

$$K_2 = \frac{\Delta N_1 \cdot N_2}{N_1 \cdot \Delta N_2} = 0,33.$$

При підвищенні температури від $T_1 = 240$ К до $T_2 = 480$ К частка молекул, швидкість яких лежить у діапазоні від 100 до 200 м/с, зменшилася приблизно в 3 рази, а частка молекул, швидкість яких знаходиться у діапазоні від 700 до 800 м/с, збільшилась у 3 рази.

Задача 3. Знайти число молекул водню в 1 см³ при нормальних умовах. Значення швидкостей молекул лежить в інтервалі від 399 до 401 м/с.

$\Delta n - ?$
$V = 10^{-6} \text{ м}^3$
$p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$T_0 = 273 \text{ К}$
$n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
$v_1 = 399 \text{ м/с}$
$v_2 = 401 \text{ м/с}$
$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$

Аналіз і розв'язання

В умові задачі інтервал швидкостей $\Delta v = 2$ м/с є досить малим, тому можна вважати, що функції розподілу молекул за швидкостями $f(v_1, T)$ і $f(v_2, T)$ є приблизно однаковими. Тому для розрахунку Δn скористаємося формулою розподілу Максвелла у вигляді

$$\Delta n = f(v, T) n_0 dv.$$

Останній вираз подамо через відносну швидкість u :

$$\Delta n = f(u, T) n_0 du.$$

Із врахуванням виразу для функції $f(u, T)$, розподіл Максвелла запишемо у вигляді

$$\Delta n = n_0 \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} \cdot u^2 \cdot \Delta u, \quad (1)$$

який зручний для проведення розрахунків.

Оскільки при нормальних умовах число молекул в 1 м³ будь-якого газу рівне числу Лошмідта, то загальна кількість молекул $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Число молекул Δn , які мають швидкість у діапазоні від 399 до 401 м/с, знайдемо за формулою (1), поклавши, що $u = \frac{v}{v_{im}}$,

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad \Delta v = v_2 - v_1, \quad \Delta u = \frac{\Delta v}{v_i} \quad \text{і} \quad v_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Після обчислення

зазначених величин маємо: $v = 400$ м/с, $\Delta v = 2$ м/с, $v_i = 1496$ м/с, $u = 0,27$, $\Delta u = 13 \cdot 10^{-4}$.

Підставивши ці значення у формулу (1), визначимо Δn :

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{3,14}} \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \cdot e^{-(0,27)^2} \cdot (0,27)^2 \cdot 13 \cdot 10^{-4} = 4,85 \cdot 10^{15}.$$

Задача 4. При якому значенні швидкості перетинаються криві розподілу Максвелла для температур T_1 і $T_2 = 1,5T_1$?

Аналіз і розв'язання
 $\frac{v - ?}{T_1, T_2 = 1,5 T_1}$ | Для одного і того ж числа молекул n при різних температурах функції розподілу на діаграмі (f, v) будуть зсунуті одна відносно іншої вправо (з підвищенням температури зростає найбільш імовірна швидкість молекул) (рис. 7). Для точки перетину графіків функції Максвелла будуть однаковими: $f(v, T_1) = f(v, T_2)$, тобто $\frac{\Delta n_1}{n \Delta v} = \frac{\Delta n_2}{n \Delta v}$. Визначивши із розподілу молекул за швидкостями зазначені функції Максвелла, отримуємо рівність $\frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_1^2} u_1^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_2^2} u_2^2$, де $u_1 = \frac{v}{v_{i1}}$, $u_2 = \frac{v}{v_{i2}}$,

$$v_{i1} = \sqrt{\frac{2RT_1}{M}}, \quad v_{i2} = \sqrt{\frac{2RT_2}{M}}.$$

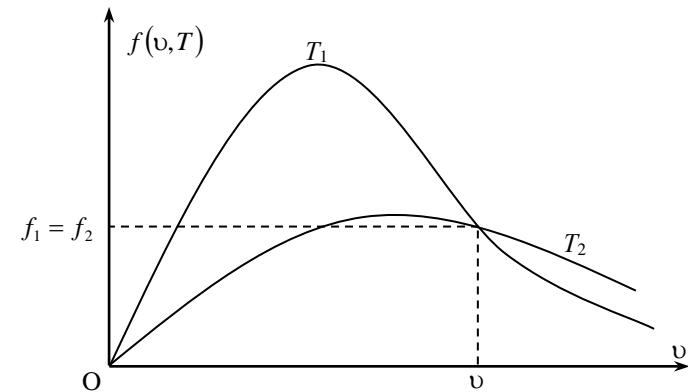


Рис. 7

Після перетворень отримаємо:

$$\frac{u_1^2}{u_2^2} = e^{u_1^2 - u_2^2}; \quad 2 \ln \frac{u_1}{u_2} = u_1^2 - u_2^2; \quad 2 \ln \frac{T_2}{T_1} = v^2 \left(\frac{v_{i2}^2 - v_{i1}^2}{v_{i1}^2 v_{i2}^2} \right).$$

З останнього виразу маємо:

$$v = \sqrt{\frac{2v_{i1}^2 v_{i2}^2 \ln \frac{T_2}{T_1}}{v_{i2}^2 - v_{i1}^2}}.$$

Знайдемо співвідношення між швидкостями v_{i1} і v_{i2} :

$$\frac{v_{i1}}{v_{i2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{0,66} \approx 0,81.$$

Отже, $v_{i2} = 1,23 v_{i1}$. Підставимо значення v_{i2} у вираз для шуканої швидкості v . Тоді остаточно отримаємо:

$$v = \sqrt{\frac{3v_{i1}^2 \ln \frac{T_2}{T_1}}{0,5}} = v_{i1} \sqrt{6 \ln 1,5} \approx 2,4v_{i1}.$$

Задача 5. Яка частина молекул газу має кінетичну енергію поступального руху, що відрізняється від середньої кінетичної енергії поступального руху не більше як на 1%?

Аналіз і розв'язання

Середньою кінетичною енергією поступального руху володіє кожна молекула, що рухається із середньою квадратичною швидкістю:

$\frac{\Delta n}{n} - ?$ $\langle E_0 \rangle - E_0 = \Delta E$ $\frac{\Delta E}{\langle E_0 \rangle} = 0,02$	$\langle E_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2}.$ <p>За умовою задачі кінетична енергія поступального руху молекул відрізняється від енергії $\langle E_0 \rangle$ не більше як на 1 %, тобто інтервал ΔE буде складати $0,02 \langle E_0 \rangle$:</p>
---	--

$$\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} - 0,02 \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = 0,98 \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2}.$$

Звідси маємо, що $v = \langle v_{кв} \rangle \sqrt{0,98}$.

Запишемо розподіл Максвелла у вигляді:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \Delta u. \quad (1)$$

Щоб знайти $\frac{\Delta n}{n}$, визначимо u та Δu :

$$u = \frac{v}{v_i} = \frac{\langle v_{кв} \rangle}{v_i} \sqrt{0,98} = 0,99 \frac{\langle v_{кв} \rangle}{v_i}; \quad \langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \quad u = 1,22 \cdot 0,99 = 1,21;$$

$$\Delta u = \frac{\Delta v}{v_i} = \frac{\langle v_{кв} \rangle - v}{v_i} = \frac{\langle v_{кв} \rangle}{v_i} (1 - \sqrt{0,98}) = 0,01 \cdot 1,22 = 0,012.$$

Підставимо значення u та Δu у вираз (1) і отримаємо значення $\frac{\Delta n}{n}$:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{4}{1,77} \cdot 1,47 e^{-1,47} \cdot 1,22 \cdot 10^{-2} = 0,0093 = 0,93\%.$$

Задача 6. Пилінка масою $m = 10^{-18}$ г зависла у повітрі. Визначити товщину шару повітря, у межах якого концентрація пилинок відрізняється не більше як на 1%. Температура повітря в усьому об'ємі однакова і рівна 300 К.

$\Delta k - ?$
$T = 300 \text{ К}$
$M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
$\frac{\Delta n}{n} = 0,01$
$m = 10^{-24} \text{ кг}$
$g = 9,8 \text{ м/с}^2$

Аналіз і розв'язання

Оскільки температура газу в усьому об'ємі однакова, то повітря знаходиться у рівноважному стані, і концентрація пилинок залежить тільки від координати h вертикальної осі системи координат. Тобто пилінки в повітрі будуть розподілятися за законом Больцмана $n = n_0 e^{-\frac{u}{kT}}$, де u – потенціальна енергія у даній точці однорідного поля тяжіння. Для пилінки масою m : $u = mgh$. Можна записати, що

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \quad (1)$$

За умовою задачі зміна концентрації пилинок з висотою складає всього 0,01 від загального їх числа, тобто $\Delta n = 0,01n$. Це дає підстави замінити зміну концентрації Δn на диференціал dn . Диференціюючи вираз (1) по h , отримаємо:

$$dn = -n_0 \frac{mg}{kT} e^{-\frac{mgh}{kT}} dh.$$

Оскільки $n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n$, то $dn = -\frac{mg}{kT} n dh$. Звідси знаходимо зміну

$$\text{координати: } dh = -\frac{kT}{mg} \frac{dn}{n}.$$

Знак мінус показує, що при додатних змінах координати ($dh > 0$) відносна концентрація зменшується ($\frac{dn}{n} < 0$).

Замінімо диференціали dh і dn скінченими приростами Δh і Δn (без врахування мінуса):

$$\Delta h = \frac{kT}{mg} \frac{\Delta n}{n}.$$

Після підстановки в цю формулу значень величин за умовою задачі отримаємо:

$$\Delta h = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 30}{10^{-24} \cdot 9,8} \cdot 0,01 = 4,23 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Отже, з висотою концентрація пилинок змінюється досить швидко.

$h, n_h - ?$	<u>Задача 7.</u> На якій висоті над рівнем моря атмосферний тиск дорівнює $78 \cdot 10^3$ Па, якщо температура повітря 290K і не змінюється з висотою, а тиск на рівні моря нормальний? Знайти концентрацію молекул на цій висоті.
$T = 290 \text{ K}$	
$p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$	
$p = 78 \cdot 10^3 \text{ Па}$	
$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$	
$R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	
$g = 9,8 \text{ м/с}^2$	

Аналіз і розв'язання

Оскільки повітря на шуканій висоті перебуває у рівноважному стані ($T = \text{const}$), то для знаходження цієї висоти скористаємося барометричною формулою

$$p_1 = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

звідки отримаємо вираз для h (6.12):

$$h = \frac{RT}{gM} \ln \frac{p_0}{p}. \quad (1)$$

Підставляючи числові значення величин у (1), отримаємо:

$$h = \frac{8,31 \cdot 290}{9,8 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{1,013 \cdot 10^5}{0,78 \cdot 10^5} = 2,165 \cdot 10^3 \text{ (м)}.$$

Для визначення n_h скористаємося формулою (5.10):

$$n_h = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \text{ де } n_0 = \frac{P_0}{kT}.$$

Підставимо значення величин і знайдемо n_h :

$$n_h = \frac{P_0}{kT} e^{-\frac{Mgh}{RT}} = \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290} \cdot e^{-\frac{2910^{-3} \cdot 9,82 \cdot 1,6510^3}{8,31290}} \approx \\ \approx 1,98 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

Простіше n_h визначається з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів:

$$n_h = \frac{P}{kT} = \frac{78 \cdot 10^{-3}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290} \approx 1,98 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

5.4. Завдання для самостійної роботи, контрольні питання

Задача 1. Яка частина молекул азоту при температурі 7°C володіє швидкостями в інтервалі від 500 до 510 м/с?

Задача 2. Знайти відношення числа молекул водню, які володіють швидкостями в інтервалі від 2,0 до 2,010 км/с, до числа молекул, які володіють швидкостями від 1,0 до 1,01 км/с, якщо температура водню 0°C.

Задача 3. Який відсоток молекул володіє швидкостями, які відрізняються від найбільш імовірної не більше як на 0,4%?

Задача 4. Знайти висоту гори, якщо тиск на її вершині рівний половині тиску на рівні моря. Температуру вважати всюди однаковою і рівною 0°C.

Задача 5. Показати, що число молекул, швидкості яких розміщені в межах між найбільш імовірною швидкістю і швидкістю, яка відрізняється від неї на певну малу величину (наприклад, на 1 м/с), обернено пропорційне \sqrt{T} .

Задача 6. Біля поверхні Землі молекул водню майже в $1,0 \cdot 10^6$ разів менше, ніж молекул азоту. На якій висоті число молекул водню буде рівне числу молекул азоту? Середню температуру атмосфери вважати рівною 0°C.

Задача 7. Для якого стану ідеального газу справджується розподіл Максвелла?

Задача 8. Виведіть закон розподілу молекул за швидкостями і відобразіть його графічно для різних температур.

Задача 9. Що означає, що крива розподілу проходить через початок координат?

Задача 10. Чи перетинає ця крива вісь швидкостей справа? Чому?

Задача 11. Якого порядку швидкості молекул більшості газів при нормальних умовах?

Задача 12. Як змінюється найбільш ймовірна швидкість із температурою?

Задача 13. Чому крива розподілу Максвелла при підвищенні температури газу зміщується вправо і стає пологішою?

Задача 14. При яких умовах справджується закон Больцмана?

Задача 15. Вивести барометричну формулу.

Задача 16. Що виражає величина u у формулі $n = n_0 e^{-\frac{u}{RT}}$ у випадку розподілу молекул у полі земного тяжіння?

6. Молекулярні рухи і явища переносу

Література: [2]: §§ 15.1-15.5; [3]: §§ 15.1-15.4; [4]: §§ 1-9; [9]: §§ 10.6-10.9; [10]: §§95-98.

6.1. Теоретичні відомості

Число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул

Середні швидкості молекул газу досить великі – від сотень до тисячі метрів за секунду. Проте молекули газу, здійснюючи хаотичний рух, зазнають величезну кількість зіткнень впродовж 1 с, і тому відстані, які вони проходять із деякого початкового положення у кінцеве, значно переважають величину їх переміщення. Шлях, який молекула проходить між зіткненнями, називають середньою

довжиною вільного пробігу $\langle l \rangle$. Її визначають як відношення шляху, пройденого молекулою за час 1 с, до числа зіткнень, які відбулися за цей час:

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}, \quad (6.1)$$

де $\langle z \rangle = 2\pi\sqrt{2}d^2n_0\langle v \rangle$. (6.2)

Середнє число зіткнень молекул за 1 с $\langle z \rangle$ залежить від ефективного діаметру d молекул, концентрації молекул n_0 і середньої арифметичної швидкості $\langle v \rangle$ молекул. З урахуванням (6.2) вираз (6.1)

можна подати у вигляді $\langle l \rangle = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}d^2n_0}$.

Із виразу (6.1) випливає, що $\langle l \rangle$ не залежить від температури газу, оскільки з підвищенням температури зростає швидкість $\langle v \rangle$ і число зіткнень $\langle z \rangle$.

Загальне число попарних зіткнень між молекулами газу за 1 с визначається як

$$z = \frac{1}{2}\langle z \rangle n_0. \quad (6.3)$$

Стан газу, при якому середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул співмірна з розмірами l посудини, у якій знаходиться газ, називають вакуумом. Розрізняють такі ступені вакууму:

- надвисокий, коли $\langle l \rangle \gg l$, а тиск рівний $133 \cdot 10^{-8}$ Па і менше;
- високий, коли $\langle l \rangle > l$, а тиск складає $133 \cdot 10^{-3}$ Па;
- середній, коли $\langle l \rangle \leq l$, а тиск рівний $(1 \div 133) \cdot 10^{-3}$ Па;
- низький, коли $\langle l \rangle < l$, а тиск складає $(133 \div 1,01) \cdot 10^5$ Па.

Явища переносу в газах

Хаотичний тепловий рух молекул, безперервні зіткнення між ними приводять до того, що молекули досить повільно переміщуються з однієї точки простору в іншу. У результаті зіткнень змінюється величина і напрям вектора швидкості молекул, що приводить до передавання імпульсу, енергії та маси. Із цієї причини в елементарних об'ємах газу самовільно виникають флуктуації густини (концентрації), температури і тиску газу, які миттєво зникають. Якщо

такі неоднорідності викликані зовнішніми впливами і мають постійний характер, то хаотичний рух молекул намагається їх ліквідувати. При цьому в газах виникають особливі фізичні процеси – явища перенесення.

До таких явищ відносяться: внутрішнє тертя, або в'язкість (обумовлене перенесенням імпульсу), теплопровідність (обумовлена перенесенням енергії) і дифузія (обумовлена перенесенням маси речовини).

Явища перенесення виникають при порушенні рівноваги в системі, носять необертальний характер і намагаються привести систему в рівноважний стан. Вони викликані неоднаковими значеннями певної величини у просторі. Явище дифузії виникає тоді, коли в середовищі наявні неоднорідності густини, або концентрації частинок: у такій системі відбувається вирівнювання концентрації у результаті зіткнень між молекулами. Великою, що при цьому переноситься, є маса речовини. Перенесення маси речовини підпорядковується першому закону Фіка:

$$dM = -D \frac{d\rho}{dx} ds dt, \quad (6.4)$$

де dM – маса речовини, що переноситься за час dt через елементарну площинку ds у напрямку нормалі до вибраної площинки у сторону зменшення густини ρ ; $\frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини – зміна густини на одиницю довжини вздовж нормалі. Знак мінус означає, що маса переноситься у бік зменшення густини; D – коефіцієнт дифузії (дифузія):

$$D = - \frac{dM}{\frac{d\rho}{dx} ds dt}. \quad (6.5)$$

Коефіцієнтом дифузії D називають фізичну величину, чисельно рівну масі речовини, що переноситься через одиницю площі за одиницю часу при градієнті густини, рівному одиниці, у напрямку нормалі до вибраної площинки ds . Хоча коефіцієнт дифузії вважають константою, проте він залежить від концентрації та температури.

Дифузія, яка відбувається при постійному градієнті $\frac{d\rho}{dx} = const$, називається стаціонарною дифузією. Якщо градієнт є змінною величиною, то дифузія називається нестаціонарною, що на

практиці зустрічається частіше. У цьому випадку зміна концентрації частинок

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}, \quad (6.6)$$

де τ_0 – стала часу; τ – час протікання дифузії; Δn , Δn_0 – кінцева і початкова різниці концентрацій.

Дифузія, результатом якої є розділення газової суміші, називається термічною дифузією (термодифузією). Барична дифузія виникає у газовій суміші під впливом різниці тисків.

У явищах переносу визначальну роль відіграють зіткнення молекул у процесі їх хаотичного руху, унаслідок чого всі явища переносу протікають зі швидкостями, значно меншими швидкостям їх теплового руху. Установимо зв'язок між коефіцієнтом дифузії D і характеристиками руху газових молекул. Для цього розглянемо явище самодифузії, що відбувається у хімічно чистому газі внаслідок неоднорідностей густини газу в різних областях об'єму. Нехай у середовищі газу концентрація змінюється уздовж осі Ox за законом $n = n(x)$ (рис.8). Виділимо в середовищі газу поверхню площею S , яка перпендикулярна до осі Ox . Унаслідок різної концентрації число молекул газу, що проходять у процесі хаотичного руху через поверхню S за одну секунду в прямому (N') і зворотньому (N'') напрямках, буде різним. Відповідно маса газу, що переноситься через поверхню за секунду, виразиться як

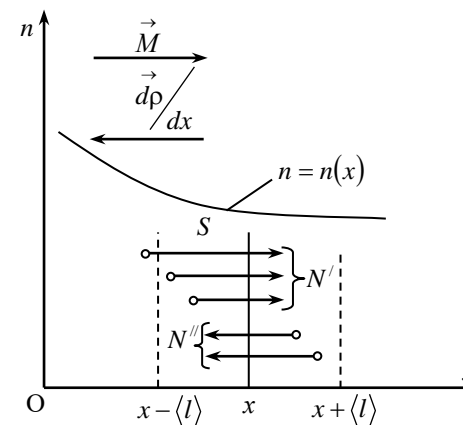


Рис. 8

$$M = m_0(N' - N''). \quad (6.7)$$

Унаслідок хаотичного руху молекули газу можуть рухатися уздовж осей Ox , Oy і Oz зі швидкістю $\langle v \rangle$.

Уздовж однієї осі половина молекул рухається у прямому напрямку, а друга частина – у зворотньому. Тому число молекул, що проходять через поверхню S за одну секунду як справа наліво, так і зліва направо,

буде визначатися зі спів-відношення

$$N = n_0 \langle v \rangle S \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} n_0 \langle v \rangle S, \quad (6.8)$$

де n_0 – число молекул в одиниці об'єму.

Підставимо (6.8) у (6.7). Тоді, враховуючи індекси, отримаємо:

$$M = \frac{1}{6} \langle v \rangle S m_0 (n'_{0x-(l)} - n''_{0x+(l)}). \quad (6.9)$$

Оскільки $n_0 m_0 = \rho$, то вираз (6.9) можна переписати у вигляді:

$$M = \frac{1}{6} \langle v \rangle S (\rho_{x-(l)} - \rho_{x+(l)}).$$

Виразимо різницю густин газу через градієнт:

$$\rho_{x-(l)} - \rho_{x+(l)} = -2 \langle l \rangle \frac{d\rho}{dx} \quad (6.10)$$

Тоді з урахуванням (6.10) рівняння дифузії набуває вигляду:

$$M = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{d\rho}{dx} S. \quad (6.11)$$

Порівнюючи рівняння (6.11) з рівнянням (6.4), можна записати формулу для розрахунку коефіцієнта дифузії:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (6.12)$$

де $\langle v \rangle$ - середня арифметична швидкість теплового руху молекул газу; $\langle l \rangle$ - середня довжина вільного пробігу молекул.

Теплопровідність

При наявності у газі неоднорідностей температури завдяки хаотичному рухові молекул здійснюється сумарне перенесення енергії у напрямку більш холодних частин газу, унаслідок чого відбувається вирівнювання температур. Цей процес називають теплопровідністю.

Нехай зміна температури відбувається уздовж осі Ox і перенесення енергії у формі тепла відбувається через площинку ΔS , яка перпендикулярна до осі. Розглянемо паралельні площинці шари газу, які знаходяться поблизу її зліва і справа на рівній відстані. Нехай відстань між цими шарами Δx , а їх температури, відповідно, T_1 і T_2 ($T_1 > T_2$). У цьому випадку градієнт температури рівний $\frac{\Delta T}{\Delta x}$. На

основі дослідних даних Ш.Фур'є установив, що енергія, яка переноситься унаслідок теплопровідності через площинку ΔS за проміжок часу Δt , визначається за формулою:

$$\Delta Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \quad (6.13)$$

де λ - коефіцієнт теплопровідності (теплопровідність).

Знак мінус у (6.13) указує на те, що тепловий потік напрямлений у бік зменшення температури. Рівняння (6.13) називається рівнянням теплопровідності, або законом Фур'є. У диференціальній формі закон Фур'є записується у вигляді

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt. \quad (6.14)$$

Якщо ввести поняття густини теплового потоку j_E як величини, що визначається енергією, яка переноситься у формі теплоти за одиницю часу через одиничну площинку, яка нормальна осі Ox , то закон Фур'є прийме вигляд

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}. \quad (6.15)$$

Теплопровідність λ чисельно рівна густині теплового потоку при градієнті температури, рівному одиниці. Якщо перенесення енергії здійснюється уздовж осей Ox , Oy , Oz , то рівняння Фур'є для трьохмірної теплопровідності набуває вигляду

$$\vec{j}_E = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}. \quad (6.16)$$

Теплопровідність λ пов'язана з характеристиками газових молекул співвідношенням

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (6.17)$$

де c_V – питома теплоємність газу при сталому об'ємі;

ρ – густина газу; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість;

$\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул.

На відміну від газів та рідин, у твердих тілах не можлива конвекція, тому теплоперенос у них здійснюється тільки теплопровідністю. Теплота у твердих тілах передається коливаннями кристалічної ґратки. Частинки, що знаходяться у вузлах ґратки, приймаючи участь у тепловому русі, коливаються відносно положень рівноваги. Амплітуда цих коливань для більшості кристалів не перевищує 10^{-11} м, що складає 5-7% рівноважної відстані між сусідніми частинками. Якщо при заданій температурі T один із вузлів

кристалічної ґратки, який зв'язаний із сусідніми вузлами, коливається з амплітудою A , то він буде діяти на них, викликаючи збільшення амплітуди коливань сусідніх частинок у цих вузлах. Коливання, таким чином, передаються від частинки до частинки і поширюються у вигляді хвиль. При цьому енергія теплових коливань передається від одного вузла ґратки до іншого завдяки хвильовому процесу, який є системою поздовжніх і поперечних синусоїдальних хвиль. Повне число незалежних хвиль у кристалі рівне потрібному числу вузлів кристалічної ґратки. Ці поздовжні та поперечні хвилі, досягаючи поверхні кристала, відбиваються від неї і, накладаючись на зустрічні хвилі, утворюють складну систему стоячих хвиль. Подібно тому як у струні, що закріплена на кінцях, можуть виникати стоячі хвилі певних довжин (на довжині струни повинно відкладатися ціле число півхвиль), у кристалі також встановлюється серія дискретних стоячих хвиль, пов'язаних із розмірами кристала і з його пружними властивостями.

Механізм цих теплових пружних хвиль у кристалі аналогічний механізму звукових, тому їх часто називають акустичними хвилями. Діапазон частот теплових хвиль дуже широкий – від звукових частот ($10^2 - 10^3$) Гц до 10^{13} Гц. Швидкість поширення теплових хвиль співпадає зі швидкістю поширення звуку. Енергія розподіляється між всіма видами хвиль, але більша її частина припадає на короткі хвилі. У молекулярних кристалах картина теплових коливань ще складніша: крім поступально-коливального руху молекули необхідно враховувати її крутильні коливання і коливання атомів усередині молекули.

Як і енергія електромагнітних хвиль, енергія теплових акустичних хвиль квантована. Квант звукової енергії називають фононом. Енергія фонона виражається добутком сталої Планка на частоту:

$$E = h\nu .$$

Фонон відноситься до категорії квазічастинок. Основна відмінність квазічастинок від звичайних частинок (електронів, протонів, нейтронів) полягає у тому, що квазічастинки не можуть існувати у вакуумі, де відсутнє пружне середовище.

Фонони, поширюючись у кристалі, розсіюються при зіткненнях один з один і з дефектами ґратки. У діелектриках фонони є головними носіями тепла. У металах у перенесенні тепла беруть участь, крім вузлів кристалічної ґратки, вільні електрони, які

одночасно є і носіями електричного заряду, забезпечуючи високу теплопровідність металів.

У чистих металах основними носіями тепла є валентні електрони. При високих температурах фонана теплопровідність складає 1-2% від електронної провідності. У стані надпровідності, коли електрони без опору переносять електричний заряд, теплопровідність надпровідника чисто граткова, оскільки електрони не беруть участі у переносі тепла.

Якщо на кінцях твердого тіла підтримується різна температура, то у ньому виникає неперервний тепловий потік. Кожний вузол коливається з меншою амплітудою, ніж сусідній з ним з боку менш нагрітого кінця.

Кількісно тепловий потік dQ через поперечний переріз стержня S за час dt при градієнті температур $\frac{dT}{dx}$ можна розрахувати за формулою Фур'є (6.14):

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} S dt ,$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності, який чисельно рівний кількості тепла, яке пройшло через одиничну площинку за одиницю часу при градієнті температур, рівному одиниці (площа S перпендикулярна осі Ox).

Коефіцієнт λ залежить від температури – із пониженням температури коефіцієнт теплопровідності зростає. Такий характер залежності $\lambda = f(T)$ передбачається квантовою теорією теплопровідності. При невеликих інтервалах температур λ можна вважати незмінним.

Теплопровідності кристалічних і аморфних тіл значно відрізняються між собою. Це пов'язано з відсутністю в аморфних тілах трансляційної симетрії (“дальнього порядку”). Для аморфних тіл максимум на кривих $\lambda(T)$ не спостерігається, для них характерне збільшення λ при підвищенні T . Значення λ описується формулою Дебая:

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \langle v_\phi \rangle \langle l_\phi \rangle , \quad (6.18)$$

де $\langle v_\phi \rangle$ – середня швидкість поширення фононів, $\langle l_\phi \rangle$ – середня довжина вільного пробігу фононів ($l_\phi \approx$ середній відстані між

структурними частинами аморфного тіла), C_V – питома теплоємність при сталому об'ємі.

Внутрішнє тертя

Якщо у газі окремі шари рухаються напрямлено з різними швидкостями, то внаслідок теплового руху молекули більш швидких шарів, потрапляючи у повільніші шари, переносять до них певний імпульс і викликають дію імпульсу сил, які прискорюють повільніший шар. Зворотню дію чинять молекули повільного шару, які перейшли у швидший шар, – у цьому шарі виникають гальмівні сили. Сумарний ефект при цьому – вирівнювання швидкостей напрямленого руху шарів газу. Це явище називають внутрішнім тертям, або в'язкістю. Із макроскопічної точки зору внутрішнє тертя у рідинах і газах описується законом Ньютона:

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S, \quad (6.19)$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість); $\frac{dv}{dx}$ – градієнт швидкості (зміна швидкості з відстанню уздовж внутрішньої нормалі між сусідніми шарами); S – площа дотику шарів. Із (6.19) випливає, що динамічна в'язкість чисельно рівна силі, яка діє на одиницю площі при градієнті швидкості, рівному одиниці. Знак мінус у (6.19) показує, що імпульс переноситься у напрямку зменшення швидкості напрямленого руху шарів.

Динамічну в'язкість η можна обчислити за формулою

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle l \rangle \langle v \rangle, \quad (6.20)$$

де ρ – густина газу; $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул.

Якщо у (6.20) підставити вираз $\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0}$, то отримуємо, що

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \frac{\langle v \rangle}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0} = \frac{1}{3} \frac{m \langle v \rangle}{\pi \sqrt{2} d^2}. \quad (6.21)$$

Як видно з (6.21), коефіцієнт внутрішнього тертя η для газів не залежить від числа молекул в одиниці об'єму, тобто він не залежить від тиску і густини газу. Проте цей висновок не справджується для досить розріджених газів (при $\langle l \rangle < l$). У цьому

випадку молекули рухаються від однієї стінки посудини до іншої, не зазнаючи зіткнень, довжина вільного пробігу молекул є сталою величиною і формула (6.21) стає непридатною для використання.

6.2. Методичні поради до розв'язування задач

При розв'язуванні задач із цієї теми найчастіше потрібно визначити: кількість відповідної фізичної величини, що переноситься з одного місця об'єму газу до другого при певних умовах; або час перенесення, зокрема час витікання газу з посудини за певних умов; або силу внутрішнього тертя. Інколи питання задачі можуть бути сформульовані інакше, ніж зазначено вище, проте, щоб відповісти на них, завжди треба визначити одну з вищезгаданих величин.

У задачах, де розглядаються явища перенесення, можливі при розв'язуванні такі граничні випадки:

а) тиск газу настільки великий, що довжина вільного пробігу молекул менша за розміри посудини, заповненої газом. Число зіткнення настільки велике, що параметри руху відразу усереднюються, тому в процесі розв'язку задачі враховувати молекулярну структуру газу не треба. Розв'язок задачі зводиться до інтегрування відповідного рівняння переносу. Основна трудність тут полягає у вираженні диференціалів, що входять до рівнянь переносу, через мінімальну кількість змінних, які б при інтегруванні розділялися;

б) якщо кількість величини, яка переноситься за одиницю часу крізь обрану площадку в будь-якій частині об'єму газу, лишається сталою (стаціонарний перенос), то в рівняннях переносу ліва частина залишається незмінною при інтегруванні, а загальне число змінних зменшується. Розв'язування задачі зводиться до відшукування функції розподілу (переносної швидкості, густини чи температури) залежно від координати, уздовж якої відбувається перенесення;

в) тиск газу малий настільки, що молекули не стикаються між собою, а тільки зі стінками посудини, яка містить газ. Кожна молекула переносить ту кількість руху чи енергії, які вона здобуває у відповідному елементарному акті зіткнення зі стінкою. При цьому не існує макроскопічного розподілу густини, переносної швидкості або температури. Звичайні рівняння переносу при таких умовах застосувати до розв'язку задачі не можливо. Загальний метод розв'язування таких задач полягає спочатку в детальному розгляді

механізму явища і оцінці відповідного ефекту, який зумовлюється дією кожної окремої молекули, а потім підраховують сумарну дію всіх молекул газу, які беруть участь в явищі переносу. У таких підрахунках особливе значення має співвідношення $z = \frac{n\langle v \rangle}{4}$, де z – число ударів молекул, що припадає за 1 с на 1 м² площини стінки; n – концентрація молекул. Воно визначає, таким чином, число молекул, які щосекундно пролітають крізь одиничну площинку в газі (у розріджених газах це число буде однаковим при пролітанні молекул зліва направо і навпаки);

г) при витіканні газу з посудини молекулярна структура газу враховується лише при достатньому розрідженні. Критерієм розрідження слід вважати відношення діаметра отвору, через який витікає газ, до довжини вільного пробігу молекули. При тисках, рівних атмосферному, розв'язування задачі спирається на молекулярний механізм витікання газу, якщо діаметр отвору сумірний із середньою довжиною вільного пробігу молекул. Метод розв'язування полягає у складанні рівняння сумарного балансу молекул, які щосекундно влітають в об'єм і вилітають з нього (їх кількість приймається рівною).

Із метою підготовки до розв'язування задач цієї теми корисно дати відповіді на такі орієнтаційні питання:

1. Визначити імпульс сили, яка діє на молекулу при пружному ударі в нерухому стінку: а) при нормальному падінні; б) при падінні молекули під кутом до стінки.
2. До яких процесів слід відносити явища переносу в газах?
3. Які властивості рівноважного стану?
4. Яким чином можна порушити рівноважний розподіл?
5. Який молекулярний механізм відновлення рівноваги?
6. Чи не протирічають часті зіткнення між молекулами постулатам моделі ідеального газу?
7. Як залежить число зіткнень і довжина вільного пробігу молекул від параметрів стану газу?
8. Чим відрізняються умови протікання стаціонарних і нестаціонарних процесів переносу?
9. Запишіть феноменологічні рівняння для стаціонарних потоків перенесення. Охарактеризуйте фізичний зміст кінетичних коефіцієнтів переносу.

10. Подайте (через молекулярний розгляд) величини коефіцієнтів дифузії, в'язкості й теплопровідності. На яких наближеннях ґрунтується цей розгляд?

6.3. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Показати, у скільки разів зміниться число ударів, яких зазнає 1 см² стінки посудини за 1 с при подвоєнні об'єму двохатомного ідеального газу у випадках ізобарного та ізотермічного процесів.

$$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)_p, \left(\frac{z_2}{z_1}\right)_T - ?$$

$$i = 5$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$S = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\Delta t = 1 \text{ с}$$

Аналіз і розв'язання

Число ударів, яких зазнає 1 см² стінки за 1 с, прямо пропорційне концентрації молекул та їх середній швидкості $\langle v \rangle$.

Концентрація молекул обернено пропорційна об'єму газу; швидкість прямо пропорційна кореневі квадратному з температури.

Отже, відношення числа ударів, яких зазнає стінка після розширення, до початкового числа ударів

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{n_2 \langle v \rangle_2}{n_1 \langle v \rangle_1} = \frac{V_1}{V_2} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}},$$

де V_1 , V_2 і T_1 , T_2 – об'єм газу і термодинамічна температура у першому і другому станах. Для всіх випадків $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} = 0,5$.

При $p = \text{const}$ об'єм газу прямо пропорційний термодинамічній температурі, отже,

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

і шукане відношення числа ударів

$$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)_p = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7.$$

Як бачимо, число ударів, яких зазнає стінка, зменшується менше ніж удвоє внаслідок збільшення швидкості молекул.

При ізотермічному процесі $\frac{T_2}{T_1} = 1$, а отже,

$$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)_T = \frac{V_1}{V_2} = 0,5.$$

Число ударів зменшується удвоє.

Задача 2. Для кисню при нормальних умовах середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули $0,67 \cdot 10^{-7}$ м. Як зміниться $\langle l \rangle$ при збільшенні температури газу вдвоє, якщо процес нагрівання здійснюється: а) ізохорно; б) ізобарно?

Аналіз і розв'язання

Середня довжина вільного пробігу молекул кисню при нормальних умовах виражається формулою

$$\langle l \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0} = \frac{kT_0}{\sqrt{2}\pi d^2 p_0};$$

при змінних умовах –

$$\langle l \rangle = \frac{kT_1}{\sqrt{2}\pi d^2 p_1}, \quad \text{звідки} \quad \frac{\langle l \rangle}{\langle l \rangle_0} = \frac{T_1 p_0}{T_0 p_1}, \quad \text{або}$$

$$\langle l \rangle = \langle l \rangle_0 \frac{T_1 p_0}{T_0 p_1}.$$

Якщо процес ізобарний ($p = const$), то $p_0 = p_1$

$$\langle l \rangle = \langle l \rangle_0 \frac{T_1}{T_2} = 2\langle l \rangle_0,$$

$$\langle l \rangle = 2\langle l \rangle_0 = 1,26 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \frac{\langle l \rangle}{\langle l \rangle_0} = 2.$$

При ізохорному процесі ($V = const$)

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} \text{ і } p_0 T_1 = p_1 T_0,$$

отже, $\left(\frac{\langle l \rangle}{\langle l \rangle_0}\right)_V = \frac{T_1 p_0}{T_0 p_1} = 1$, або $\langle l \rangle = \langle l \rangle_0 = 0,63 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 3. Як зміниться середня квадратична швидкість молекул, середня довжина вільного пробігу і число зіткнень молекули за секунду в залежності від абсолютної температури: а) при ізохорному процесі; б) при ізобарному?

Аналіз і розв'язання

$\langle v_{\text{кв}} \rangle_p, \langle l \rangle_p, \langle z \rangle_p,$ $\langle v_{\text{кв}} \rangle_V, \langle l \rangle_V, \langle z \rangle_V - ?$
R, M, d, n_0, m

Розв'язок задачі будемо шукати в загальному вигляді. Величину середньої квадратичної швидкості знайдемо за формулою

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3R}{M}} \cdot \sqrt{T} = A\sqrt{T}, \text{ де}$$

$$A = \sqrt{\frac{3R}{M}} = const.$$

Середню довжину вільного пробігу молекули знайдемо із формули

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} = \frac{kTV_2 M}{\sqrt{2}\pi d^2 RTm}$$

$$= \frac{kMV_2}{\sqrt{2}\pi d^2 mR} = CV, \text{ де } C = \frac{kM}{R\sqrt{2}\pi d^2 m}.$$

Число зіткнень молекули, яких вона зазнає щосекунди, визначимо зі співвідношення

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 \langle v \rangle n_0 = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \pi d^2 \frac{p}{kT} =$$

$$= \sqrt{2}\pi d^2 \frac{m}{M} \frac{RT}{VkT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{C\sqrt{T}}{V},$$

$$\text{де } C = \sqrt{2}\pi d^2 \frac{m}{M} \frac{R}{k} \sqrt{\frac{8R}{\pi M}};$$

а) при ізохорному процесі ($V = const$).

$\langle v_{кв} \rangle_V = A\sqrt{T}$, тобто середня квадратична швидкість зростає

прямо пропорційно \sqrt{T} .

$\langle l \rangle = CV = const$. Середня довжина вільного пробігу молекул

при ізохорному нагріванні газу не змінюється.

$\langle z \rangle = \frac{C\sqrt{T}}{V} = C\sqrt{T}$, тобто число зіткнень молекули за 1 с при

ізохорному нагріванні газу зростає прямо пропорційно \sqrt{T} ;

б) при ізобарному процесі $p = const$.

$$\langle v_{кв} \rangle_p = A\sqrt{T}.$$

$$\langle l \rangle_p = CV = CT \text{ (при } p = const \text{ } V \sim T).$$

$$\langle z \rangle_p = \frac{C\sqrt{T}}{V} = \frac{C}{\sqrt{T}} \quad (\text{при } p = \text{const } V \sim T).$$

Задача 4. У балон, заповнений азотом, умовно вміщена площинка площею 1 см². Знайти число молекул, які стикаються щосекунди з поверхнею площинки, якщо температура азоту 27⁰С, а тиск 10⁻⁴ мм рт.ст.

$z - ?$
$S = 10^{-4} \text{ м}^2$
$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$T = 300 \text{ К}$
$p = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ Па}$
$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Аналіз і розв'язання

Число молекул, які вдаряються у площинку, що вміщена в газ, за одиницю часу, рівне

$$z = \frac{n\langle v \rangle}{4}, \quad \text{де } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad \text{а } n_0 = \frac{p}{kT}.$$

Тому в загальному вигляді

$$z = \frac{p}{4kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = p \sqrt{\frac{N_A}{2\pi MkT}}.$$

Після підстановки даних з умови задачі, маємо:

$$z = 1,33 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} = 4 \cdot 10^{20} \text{ (м}^{-2}\text{)}.$$

Задача 5. Літак летить зі швидкістю 1200 км/год. Врахувавши, що шар повітря, який захоплюється крилом літака внаслідок в'язкості, має товщину 4 см, знайти силу, яка діє на кожний квадратний метр поверхні крила літака. Уважати температуру повітря – 10⁰С.

Аналіз і розв'язання

Процеси, які відбуваються у повітрі при русі в ньому літака, такі ж, як і при обдуванні нерухомого літака повітрям. Будемо вважати повітря нерухомим. Тоді на поверхні літака, у шарі товщиною 4·10⁻²м, швидкість прямолинійного руху змінюється від 0 до 333 м/с, що і є причиною появи сили в'язкості. Її величина

$f_x - ?$
$\Delta h = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$v = 333 \text{ м/с}$
$T = 263 \text{ К}$
$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$d = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

$$F_x = -\eta \frac{du}{dh} \Delta S, \quad \text{звідси знайдемо силу } f_x = \frac{F_x}{\Delta S}, \quad \text{що діє на кожний}$$

квадратний метр поверхні крила літака. З іншого боку, $f_x = -\eta \frac{du_x}{dh}$.

Гradient швидкості $\frac{du_x}{dh}$ знайдемо з рис. 9:

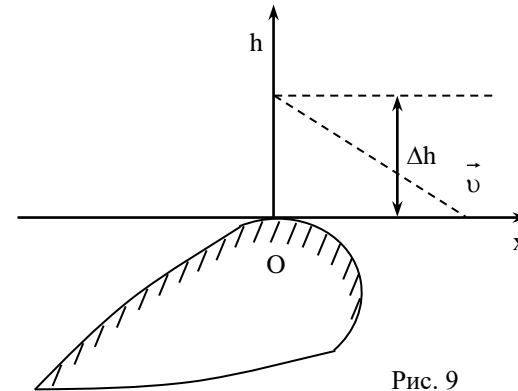


Рис. 9

$$\frac{du_x}{dh} \approx \frac{\Delta u_x}{\Delta h} \approx \frac{v}{\Delta h}.$$

Оскільки $\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \rho$

де $\rho = \frac{nM}{N_A}$;

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\pi d^2 n};$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

то остаточно отримаємо для f_x вираз:

$$f_x = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{RTM}v}{\sqrt{\pi^3 d^2 N_A \Delta h}} \approx 0,146 \text{ (Н/м}^2\text{)}.$$

Задача 6. Стальний стержень довжиною 40 см і площею поперечного перерізу 6 см² нагрівається так, що з одного кінця його температура підтримується 350⁰С, а з другого кінця – 0⁰С (знаходиться у льоді). Знайти масу льоду, який розтане за 6 хв, якщо передача тепла здійснюється лише уздовж стержня.

Аналіз і розв'язання

$m - ?$
$l = 0,4 \text{ м}$
$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$T_1 = 623 \text{ К}$
$T_2 = 273 \text{ К}$
$\tau = 360 \text{ с}$
$\lambda = 67,2 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
$L = 333 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$

Кількість теплоти, яка передається через будь-який переріз стержня від нагрітого кінця до холодного за час τ , визначиться як

$$Q_1 = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l} S \tau.$$

Нагрівання холодного кінця приведе до плавлення льоду. На плавлення льоду

масою m витрачається енергія

$$Q_2 = Lm.$$

За законом збереження енергії $Q_1 = Q_2$, тоді для m отримуємо

$$\text{вираз } m = \frac{\lambda \Delta T S \tau}{L \Delta l}.$$

Після підстановки даних із умови задачі, знайдемо, що

$$m = \frac{67,2 \cdot 350 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 360}{333 \cdot 10^3 \cdot 0,4} = 0,036 \text{ (г)}.$$

Задача 7. Є дві пластини площею 10^{-2} м^2 , кожна з яких вміщена в азот на відстані $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ одна від другої. Температура однієї пластини 0°C , іншої – 100°C , причому ці температури підтримуються сталими. Кількість теплоти, яка перейшла від другої пластини до першої за 1 год, рівна $2,37 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Знайти ефективний діаметр молекул азоту, вважаючи, що розсіювання тепла в оточуючий простір не відбувається.

Аналіз і розв'язання

Напишемо рівняння теплопро-

відності азоту: $Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S \tau,$

де $\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V.$ Знайдемо λ з

першого рівняння і підставимо у друге.

Отримаємо:

$$\frac{Q \Delta x}{\Delta T S \tau} = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V.$$

$d - ?$
$T_1 = 273 \text{ К}$
$T_2 = 373 \text{ К}$
$Q = 2,37 \cdot 10^4 \text{ Дж}$
$\tau = 3600 \text{ с}$
$S = 10^{-2} \text{ м}^2$
$\Delta x = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$i = 5$

Ураховуючи, що $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, p = \frac{nM}{N_A},$

$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{5R}{2M},$ після підстановки і скорочення отримаємо:

$$\frac{Q \Delta x}{(T_2 - T_1) S \tau} = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{R^3 T}{\pi^3 M}} \cdot \frac{1}{d^2 N_A}, \quad \text{звідки}$$

$$d^2 = \frac{5 \sqrt{R^3 T} (T_2 - T_1) S \tau}{3 Q \Delta x N_A \sqrt{\pi^3 M}}.$$

Якщо припустити, що температура газу рівна середньому арифметичному значенню T_1 і T_2 , тобто $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 323$ К, то

$$d = \sqrt{\frac{5 \sqrt{R^3 \left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)} (T_2 - T_1) S \tau}{3 Q \Delta x N_A \sqrt{\pi^3 M}}} \approx \sqrt{9,2 \cdot 10^{-20}} \approx 3,02 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}.$$

Задача 8. Знайти масу азоту, яка пройшла внаслідок дифузії через площинку $\Delta S = 100 \text{ см}^2$ за час $\Delta t = 10$ с, якщо градієнт густини в напрямку нормалі до площинки складає $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = -1,26 \text{ кг/м}^4$. Температура азоту $T = 300$ К, середня довжина вільного пробігу молекул азоту $\langle l \rangle = 10^{-5}$ см.

Аналіз і розв'язання

$\Delta S = 10^{-2} \text{ м}^2$ $\Delta t = 10 \text{ с}$ $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = -1,26 \text{ кг/м}^4$ $T = 300 \text{ К}$ $\langle l \rangle = 10^{-7} \text{ м}$ $M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	За законом Фіка маємо, що $dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS d\tau$. Перейдемо до скінчених приростів величин і врахуємо, що $D = \frac{1}{3} \langle l \rangle \langle v \rangle$, а $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$. Тоді отримаємо, що $\Delta m = \frac{1}{3} \langle l \rangle \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t$, де M – молярна маса азоту. Після підстановки в останній вираз числових значень величин отримаємо:
---	--

$$\Delta m = \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} \cdot 1,26 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ (кг)}.$$

Задача 9. Знайти коефіцієнт внутрішнього тертя азоту і його теплопровідність при нормальних умовах, якщо коефіцієнт дифузії азоту при цих умовах $D = 1,42 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Аналіз і розв'язання

$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $D = 1,42 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ $i = 5$ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ $R = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$ $T_0 = 273 \text{ К}$ $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$	Макроскопічні характеристики будь-якого газу, який наближається до
--	--

ідеального, пов'язані з характеристиками молекул співвідношеннями

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \rho = D \rho,$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \rho c_V = \eta c_V,$$

де $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул, $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул, c_V – питома теплоємність газу, ρ – густина газу при зазначених умовах.

Густину азоту при нормальних умовах визначимо з формули

$$\rho = \frac{n_0 M}{N_A},$$

де $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$, а питому теплоємність зі співвідношення

$$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{5R}{2M}.$$

Тоді
$$\eta = D \frac{n_0 M}{N_A} = \frac{1,42 \cdot 10^{-5} \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \approx 1,8 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} \right).$$

Теплопровідність вирахуємо за формулою

$$\lambda = \eta c_V = \eta \frac{5R}{2M} = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{5 \cdot 8,31}{2 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right).$$

6.4. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. Обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря при температурі 17°C і нормальному тиску.

Задача 2. Визначити середнє число зіткнень молекули кисню за 1 с і середнє число зіткнень між молекулами за 1 с в 1 см^3 при температурі 17°C і тиску 5 мм рт.ст.

Задача 3. Яке співвідношення між середньою міжмолекулярною віддаллю і середнім вільним пробігом молекул в азоті при нормальних умовах?

Задача 4. Визначити середню довжину та тривалість вільного пробігу молекул кисню при тиску $p = 200 \text{ Па}$ та температурі $t = 27^\circ\text{C}$.

Задача 5. Знаючи, що в'язкість водню при нормальних умовах $8,6 \cdot 10^{-5}$ пуаз, визначити середню довжину вільного пробігу його молекул та їх ефективний діаметр.

Задача 6. На який кут повернеться диск, підвішений на пружній нитці, якщо під ним на відстані 1 см обертається такий же

диск і робить 10 обертів за секунду? Радіус дисків $R = 10$ см, момент закручення нитки $M = \varphi$, де $k = 2 \cdot 10^{-4}$ (Н·м)/рад. Коефіцієнт в'язкості газу $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ (Н·с)/м².

Задача 7. Знайти кількість теплоти, яка передається повітрю за 1 год кожним квадратним метром грубки, якщо коефіцієнт теплопередачі при переході теплоти від заліза до повітря 2,54 Вт/(м·К). Температура поверхні грубки 160⁰С, а повітря 10⁰С.

Задача 8. Коефіцієнт дифузії кисню при нормальних умовах рівний 14,1 мм²/с. Визначити, яким буде коефіцієнт дифузії при температурі 50⁰С, якщо нагрівання газу відбувається при сталому об'ємі.

Задача 9. Знайти коефіцієнт дифузії та динамічну в'язкість азоту при тиску 0,1 МПа і температурі 7⁰С.

Задача 10. Коли більша довжина вільного пробігу в атмосферному повітрі: літом чи зимою (атмосферний тиск вважати сталим)?

Задача 11. Як змінюється число зіткнень і довжина вільного пробігу при нагріванні газу в закритій посудині? При ізотермічному стиску?

Задача 12. Порівняйте залежності від температури коефіцієнтів в'язкості та дифузії:

а) в ізохорному процесі;

б) в ізобарному процесі.

Задача 13. Чому коефіцієнт в'язкості не залежить від тиску, а коефіцієнт дифузії залежить?

Задача 14. Як змінюється молекулярний механізм явищ перенесення при переході до технічного вакууму?

Задача 15. Чи знаходиться у стані вакууму міжзірковий газ, якщо його концентрація рівна 1 см⁻³?

Задача 16. Чи може пролетіти молекула без зіткнень шлях, який у 100 разів більший за середню довжину вільного пробігу?

Задача 17. Яка фізична величина переноситься при дифузії? внутрішньому терті? теплопровідності?

Задача 18. Що розуміють під в'язкістю?

Задача 19. Який механізм дифузії, внутрішнього тертя і теплопровідності?

Задача 20. Якими законами описуються дифузія, в'язкість і теплопровідність? Запишіть їх у математичній формі.

Задача 21. Який фізичний зміст коефіцієнтів переносу?

Задача 22. Як пов'язані коефіцієнти переносу із характеристиками молекул газу? Виведіть ці співвідношення.

6.5. Лабораторна робота №3.

Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя та середньої довжини вільного пробігу молекул повітря

Мета роботи: визначити коефіцієнт внутрішнього тертя повітря методом витікання через капіляр.

Прилади і матеріали: установка ФПТІ-І для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя та середньої довжини вільного пробігу молекул повітря.

Теорія методу: для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя (в'язкості) повітря у даній роботі використовується метод, який базується на рівнянні Ньютона:

$$F = \eta \frac{df}{dx} S, \quad (1)$$

де η - коефіцієнт в'язкості; S – величина поверхні, по якій діє сила внутрішнього тертя F ; $\frac{df}{dx}$ – градієнт швидкості, тобто величина, яка характеризує зміну швидкості на одиницю довжини у напрямку x .

Пуазейль на основі формули (1) провів розрахунки об'єму V в'язкої нестисливої рідини, яка протікає за час t через циліндричну трубу постійного перерізу. Отримана Пуазейлем формула придатна і для визначення об'єму газу, який витікає з труби, якщо стисливістю газу можна знехтувати. Це можливо при малих перепадах тиску на кінцях труби і ламінарної течії газу при постійній температурі. Ламінарною називають таку течію, при якій різні шари рідини (газу) переміщуються паралельно один одному з постійною в часі, але різною для різних точок простору, швидкістю.

Розглянемо стаціонарний потік рідини в горизонтальній трубі постійного перерізу, радіус якої R_0 і довжина l . Виділимо у трубі циліндричний об'єм рідини радіусом r і довжиною l (рис. 10). На основі циліндра діють сили тиску \vec{F}_1 і \vec{F}_2 , рівнодійна яких збігається із напрямом течії і записується у вигляді:

$$F = (p_1 - p_2)\pi r^2. \quad (2)$$

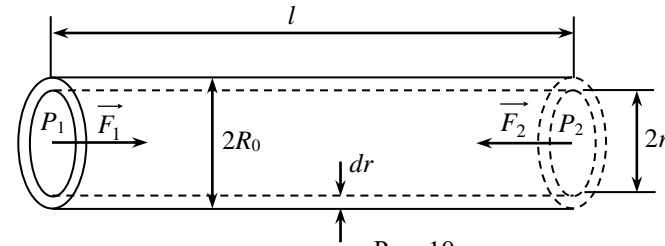


Рис. 10

На бічну поверхню діє сила тертя, яка на основі (1) дорівнює

$$F_m = \eta S \frac{dv}{dx} = \eta 2\pi r l \frac{dv}{dx}, \quad (3)$$

де $S = 2\pi r l$ – площа бічної поверхні циліндра.
Для стаціонарного потоку $F = F_m$, тобто

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = 2\pi r \eta l \frac{dv}{dx}. \quad (4)$$

Швидкість шару, який прилипає до стінок труби, буде рівна нулю. По мірі віддалення (рис. 11) від стінки швидкість окремих шарів рідини збільшується, що рівнозначно зменшенню швидкості від осі труби. Оскільки

$$\frac{dv}{dx} < 0, \quad \text{то рівняння (4)}$$

можна переписати так:

$$(p_1 - p_2) = -2\eta l \frac{dv}{dr}. \quad (5)$$

Звідки маємо:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr. \quad (6)$$

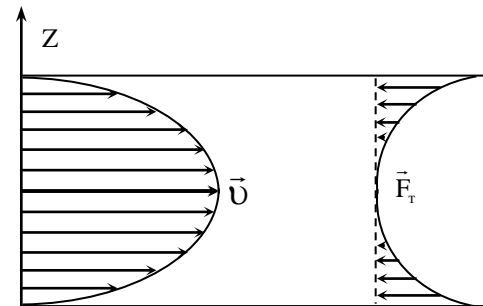


Рис. 11

Після інтегрування

виразу (6) маємо:

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C \quad (7)$$

Сталу інтегрування C у рівнянні (7) можна визначити із граничних умов: коли $r = R_0$, то $v = 0$.

Таким чином, $C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2$. Остаточний вираз (7) набирає вигляду

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R_0^2 - r^2). \quad (8)$$

З аналізу (8) випливає, що максимальну швидкість має рідина на осі труби (мінімальна сила в'язкості), тобто

$$v_0 = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R_0^2. \quad (9)$$

Із виразів (8,9) отримуємо, що

$$v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right). \quad (10)$$

Отже, при віддаленні від осі труби швидкість v змінюється за параболічним законом.

Визначимо тепер об'єм рідини V , яка витікає за час t . Із циліндричного шару радіусом r і товщиною dr за час t витікає об'єм

$$dV = vt2\pi r dr, \quad (11)$$

де v – швидкість рідини в даному шарі; $2\pi r dr$ – площа основи цього шару. Із врахуванням (8) маємо:

$$dV = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \pi t (R_0^2 r - r^3) dr. \quad (12)$$

Проінтегрувавши вираз (12) у межах від 0 до R_0 , отримаємо об'єм рідини, яка витікає за час t через весь поперечний переріз труби:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi t}{2\eta l} (p_1 - p_2) \int_0^{R_0} (R_0^2 r - r^3) dr = \\ &= \frac{\pi t}{2\eta l} (p_1 - p_2) \left(\frac{R_0^4}{2} - \frac{R_0^4}{4} \right) = \frac{\pi R_0^4}{8\eta l} (p_1 - p_2) t. \end{aligned}$$

Вираз

$$V = \frac{\pi R_0^4}{8\eta l} t (p_1 - p_2) \quad (13)$$

називають формулою Пуазейля. Із цієї формули можна обчислити об'ємну витрату рідини за одиницю часу:

$$V = \frac{\pi R_0^4}{8\eta l} (p_1 - p_2). \quad (14)$$

Формула (14) справедлива тільки для ламінарних потоків рідин. Оскільки газ є стисливим середовищем, то для нього формула Пуазейля неприйнятна. Однак для таких малих тисків, які мають

місце в даній роботі, похибка, яку ми допускаємо при розрахунках по формулі Пуазейля, становить менше 1%.

Таким чином, розрахунок коефіцієнта внутрішнього тертя у даній роботі проводиться за формулою

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 (p_1 - p_2) l}{8 l V} \quad \text{або} \quad \eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta p}{8 l Q}, \quad (15)$$

де $Q = \frac{V}{t}$ – об'ємна витрата повітря.

Коефіцієнт η зв'язаний із середньою довжиною $\langle l \rangle$ вільного пробігу молекул співвідношенням

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle u \rangle \langle l \rangle, \quad (16)$$

де ρ – густина газу при даній температурі, $\langle u \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул. Як відомо,

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (17)$$

$$\rho = \frac{Mp}{RT}, \quad (18)$$

де M – молярна маса газу (для повітря $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль),
 p – тиск газу, R – універсальна газова стала ($R = 8,31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К)).
 Із врахуванням (14), (15), (16) маємо:

$$\langle l \rangle = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}}. \quad (19)$$

Опис приладу

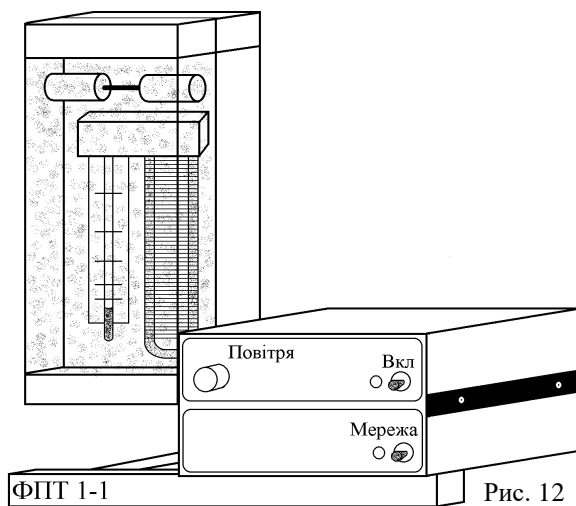
Схему типової лабораторної установки наведено на рис. 12. Повітря у капіляр 2 нагнітається мікрокомпресором, який умонтований у блок управління. Величина об'ємної витрати повітря встановлюється через регулятор 5 і вимірюється реометром 1. Слід зазначити, що в усьому діапазоні змін об'ємної витрати швидкість руху повітря у капілярі порівняно невелика (до 40 м/с), тому ламінарний характер течії не порушується. Для визначення різниці тисків повітря на кінцях капіляра передбачений U – подібний манометр 4, коліна якого з'єднані з камерами регулювання тиску 3.

Геометричні розміри капіляра – діаметр d і довжина l – задані на передній панелі установки.

Порядок виконання роботи

1. Подати в установку через тумблер “Мережа” напругу живлення.
2. За допомогою регулятора витрати 5 встановити за показами реометра вибране значення об’ємної витрати повітря Q .
3. Заміряти різницю тисків Δp у колінах манометра. Значення Q і Δp занести в звітну таблицю.

№	Q , $м^3/с$	Δp , $Па$	T , $К$	ρ_0 , $Па$	η , $\frac{кг}{м \cdot с}$	$\langle u \rangle$, $м/с$	$\langle l \rangle$, $м$	$\langle z \rangle$, $с^{-1}$	n , $м^{-3}$	d , $м$



4. Повторити вимірювання по пунктах 2,3 для 3-5 значень об’ємної витрати.

5. Для кожного режиму визначити коефіцієнт внутрішнього тертя за формулою (15). Знайти середнє значення коефіцієнта η .

6. Обчислити середню арифметичну швидкість $\langle u \rangle$ руху молекул, їх середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$, середнє число зіткнень за секунду $\langle z \rangle$, концентрацію молекул n і їх ефективний діаметр d . Формули для розрахунку цих величин добрати самостійно.

7. При обчисленнях величин керуватися такими рекомендаціями:
 - а) різницю тисків $\Delta p = p_1 - p_2$ визначити за різницею рівнів манометра $\Delta p = \rho_1 g (h_1 - h_2) = \rho_1 g \Delta h$, де ρ_1 – густина рідини (води) манометра; g – пришвидшення сили тяжіння, Δh – різниця рівнів у колінах манометра;

б) середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ розрахувати за формулою (19);

в) похибку $\frac{\Delta \bar{\eta}}{\bar{\eta}}$ обчислити за формулою

$$\frac{\Delta \bar{\eta}}{\bar{\eta}} = \frac{\Delta \bar{\pi}}{\bar{\pi}} + 4 \frac{\Delta \bar{R}_0}{\bar{R}_0} + \frac{\Delta \bar{\rho}_1}{\bar{\rho}_1} + \frac{\Delta \bar{g}}{\bar{g}} + \frac{\Delta \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_2}{\bar{h}_1 - \bar{h}_2} + \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{t}} + \frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}} + \frac{\Delta \bar{V}}{\bar{V}}.$$

8. Записати остаточний результат і зробити відповідні висновки із проведеного експерименту.

Контрольні питання

1. Поясніть молекулярно-кінетичний механізм в'язкості.
2. Який фізичний зміст коефіцієнта внутрішнього тертя і яка його розмірність?
3. Вивести формулу Пуазейля.
4. Що називають довжиною вільного пробігу молекул?
5. Дати поняття рідин і газів як суцільних середовищ. Які відмінності та що є спільного між ними?

6.6. Лабораторна робота №4.

Визначення коефіцієнта теплопровідності твердих тіл

Мета роботи: визначити коефіцієнт теплопровідності твердих тіл і познайомитись зі стандартним λ -калориметром ИТ- λ -400.

Прилади та матеріали: калориметр ИТ- λ -400, досліджувані зразки відповідної форми і розмірів, терези АДВ-200, мікрометр.

Опис установки ИТ- λ -400 і методу вимірювання коефіцієнта теплопровідності

Вимірювання коефіцієнта λ приладом ИТ- λ -400 засноване на методі динамічного калориметра. Теплова схема методу показана на рис. 13. Досліджуваний зразок 4, контактна пластина 3 і стержень 5 монотонно розігріваються тепловим потоком, який поширюється від основи 1. Бокові поверхні стержня 5, зразка 4, пластин 3,2 адіабатно

ізолювано. Стержень і контактна пластина 3 виготовлена з міді, яка

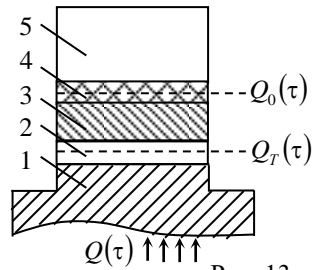


Рис. 13

має високу теплопровідність, тому перепади температур на них незначні. Тепловий потік $Q_T(\tau)$, який проходить через середній переріз пластини 2, частково поглинається нею і далі йде на нагрівання пластини 3, зразка 4 та стержня 5. Розміри системи вибрані таким чином, щоб потоки, які поглинаються зразком і пластиною, були

принаймні у 5-10 разів менші тих, що поглинаються стержнем. У цьому випадку температурне поле зразка 4 і пластини 2 близьке до лінійного, стаціонарного, усі деталі системи розігріваються із близькими швидкостями, а для теплових потоків $Q_0(\tau)$ і $Q_T(\tau)$ для довільного рівня температури справедливі формули:

$$Q_0(\tau) = \frac{\Delta T_0 S}{R} = \left(\frac{1}{2} c_0 + c_c \right) v, \quad (1)$$

$$Q_T(\tau) = k \Delta T_T = \left(\frac{1}{2} c_T + c_n + c_0 + c_c \right) v, \quad (2)$$

де ΔT_0 , ΔT_T – перепади температур на зразку 4 і пластині 2, К; R – тепловий опір між стержнем і контактною пластиною, $\text{м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт}$; v – швидкість нагрівання вимірної кювети, К/с; k – коефіцієнт пропорційності, який характеризує ефективну теплопровідність пластини 2, $\text{Вт} / \text{К}$; c_0 , c_c , c_T , c_n – повні теплоємності зразка, стержня, пластини 2, контактної пластини 3, Дж/К.

Тепловий опір між стержнем і контактною пластиною визначається за формулою:

$$R = R_0 + R_k, \quad (3)$$

де R_0 – тепловий опір зразка, $\text{м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт}$; R_k – поправка, яка враховує тепловий опір контакту, неідентичність і тепловий опір монтажу термопар, $\text{м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт}$.

Тепловий опір зразка визначається за формулою:

$$R_0 = \frac{h}{\lambda}, \quad (4)$$

де h – висота зразка, м; λ – коефіцієнт теплопровідності зразка, $\text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$.

На основі формул (1-4) отримуються робочі розрахункові формули для теплового опору зразка та його теплопровідності:

$$R_0 = \frac{\Delta T_0 S (1 + \sigma_c)}{\Delta T_T k_T} - R_T \quad (5)$$

$$i \quad \lambda = \frac{h}{R_0}, \quad (6)$$

$$\text{де} \quad \sigma_c = \frac{c_0}{2(c_0 + c_c)}; \quad c_0 = c_0(t)m_0; \quad c_c = c_{,m}(t)m_c;$$

$c_0(t)$ – орієнтовне значення питомої теплоємності зразка, Дж/(кг·К); m_0 – маса зразка, кг; $c_{,m}(t)$ – питома теплоємність міді, Дж/(кг·К); m_c – маса стержня, кг; $k_T = k \frac{c_c}{\frac{1}{2}c_T + c_n + c_c}$.

$$k_T = k \frac{c_c}{\frac{1}{2}c_T + c_n + c_c}$$

Обчислене значення теплопровідності зразка слід відносити до середньої температури зразка, яка визначається за формулою:

$$\langle t \rangle = t_c + 0,5A_T \Delta T_0, \quad (7)$$

де $\langle t \rangle$ – середня температура зразка, °С; t_c – температура, при якій проводилось вимірювання теплопровідності, °С; A_T – чутливість термопари хромель-алюмель, К/мВ; ΔT_0 – перепад температури на зразку, мВ.

Визначення k_T і R_T проводиться при градуюванні установки з сталонними зразками із кварцу та міді.

Порядок виконання роботи

1. Під керівництвом лаборанта ознайомитись із установкою ИТ-λ-400 (вмикання установки в електромережу, керування її режимами, установлення зразка у вимірну кювету, порядок проведення досліду).
2. Підготовувати зразок до вимірювань: зняти шерсткість його поверхонь шліфувальним порошком (шкуркою) і перевірити паралельність поверхонь на контрольній плиті.
3. Зважити зразок на аналітичних терезах, виміряти його діаметр і висоту за допомогою мікрометра.
4. Для покращення теплового контакту зразка з контактною пластиною і стержнем покрити його тонким шаром силіконового масла.
5. Відкрити кришку вимірного блоку і вставити у вимірну кювету досліджуваній зразок. Закрити вимірний блок.
6. Подати живлення на установку і провести необхідні дослідження.
7. Результати досліджень і вимірювань занести у звітну таблицю.

t,	ΔT ₀ ,	ΔT _T ,	K _T ,	R _c ·10 ⁴ ,	R ₀ ·10 ⁴ ,	C _c ,	σ _c	A _T ,	⟨t̄⟩,	λ,
----	-------------------	-------------------	------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	------------------	----------------	------------------	-------	----

С°	мВ	μкВ	Вт/К	м ² ·К·Вт ⁻¹	м ² ·К·Вт ⁻¹	Дж/К		к/мВ	С°	$\frac{Вт}{(м·К)}$
25										
50										
75										
100										
125										
150										
175										
200										
h =		d =			S =			m =		

8. Провести обчислення R_0 , $\langle t \rangle$, λ .
9. Побудувати графік $\lambda = f(t)$ і у висновку пояснити його характер.
10. Оцінити похибки проведених вимірювань.

Контрольні питання

1. Пояснити механізм теплопровідності в діелектриках і металах.
2. Який фізичний зміст коефіцієнта теплопровідності? У яких одиницях він вимірюється?
3. Що називають градієнтом температур? Яким рівнянням описується теплопередача?
4. Що таке фонон?

6.7. Лабораторна робота №5.

Вимірювання коефіцієнта теплопровідності повітря

Мета роботи: ознайомитися із методикою вимірювання коефіцієнта теплопровідності газів, визначити його величину для повітря і вивчити теплопровідність як одне з явищ переносу в газах.

Прилади і матеріали: типова установка ФТП 1-3.

Теорія методу: коефіцієнт теплопровідності повітря у даній роботі визначається методом розігрітої нитки. Повітрям заповнюється простір між двома коаксіальними циліндрами, одним з яких (внутрішнім) є тонка дротина, котра одночасно є нагрівником і термометром опору. При нагріванні дротини електричним струмом у кільцевому шарі повітря виникає радіальний потік теплоти, направлений від

дротини до стінки зовнішнього циліндра, яка має постійну температуру, нижчу за температуру дротини.

Нехтуючи поширенням тепла у повітрі, тепловим випромінюванням і конвекцією, можна з достатньою точністю вважати, що передача тепла від нагрівника до зовнішнього циліндра буде здійснюватися завдяки теплопровідності повітря.

Кількість теплоти, яка переноситься щосекунди через циліндричний шар газу, можна визначити за законом Фур'є, використавши його до задачі з осьовою симетрією. Розглянемо два довгі коаксіальні циліндри, простір між якими заповнено газом, коефіцієнт теплопровідності λ якого необхідно виміряти (рис. 14). У якості внутрішнього циліндра взято натягнуту металеву нитку.

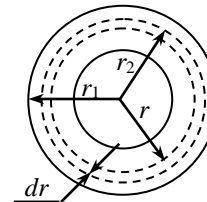


Рис. 14

Температури поверхонь і радіуси зовнішнього та внутрішнього циліндрів, відповідно, будуть T_1, r_1 і T_2, r_2 . При атмосферному тиску температура пристінного шару газу рівна температурі стінки. Отже, температура шару газу біля нитки відповідає T_2 , а біля циліндра – T_1 .

Виділимо у середовищі газу кільцевий шар радіусом r , товщиною dr і довжиною l . Тоді за законом Фур'є тепловий потік Q можна виразити так:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S = -\lambda \frac{dT}{dx} 2\pi r l. \quad (1)$$

Це рівняння можна розв'язати методом розділу змінних:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda l}{Q} dT, \quad (dx = dr). \quad (2)$$

Після інтегрування рівняння (2) отримуємо:

$$\int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda l}{Q} \int_{T_2}^{T_1} dT; \\ \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{2\pi\lambda l}{Q} (T_2 - T_1) = \frac{2\pi\lambda l}{Q\Delta T}. \quad (3)$$

Із рівняння (3) знаходимо формулу для визначення коефіцієнта теплопровідності:

$$\lambda = \frac{Q \ln \frac{r_1}{r_2}}{2\pi l \Delta T}, \quad (4)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності досліджуваного газу, віднесений до середньої температури цього газу; ΔT – різниця температур у шарі газу.

Різницю температур ΔT у шарі газу можна визначити методом середнього, вимірюючи електричний опір нитки. Запишемо формули для визначення опорів нитки для двох значень температур:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1); \quad R_2 = R_0(1 + \alpha t_2), \quad (5)$$

де R_0 – опір нитки при $t = 0^\circ \text{C}$; α – температурний коефіцієнт опору матеріалу дротини.

Виключивши з рівняння (5) R_0 , знайдемо:

$$\Delta T = t_2 - t_1 = \frac{\Delta R}{R_1 t} (1 + \alpha t_1), \quad (6)$$

де $\Delta R = R_2 - R_1$.

Таким чином, для визначення різниці температур у шарі газу треба виміряти температуру t_1 стінки зовнішнього циліндра та опір нитки при цій температурі, а також при деякій вищій температурі t_2 .

Після встановлення стаціонарного режиму, при якому різниця температур у шарі газу не змінюється із часом, тепловий потік можна прирівняти до потужності струму в нитці:

$$Q = I^2 R. \quad (7)$$

Підставляючи (7) у (4), отримуємо:

$$\lambda = \frac{I^2 R_2 \ln \frac{D}{d}}{2\pi \Delta T}, \quad (8)$$

де D і d – діаметри зовнішнього циліндра і нитки; ΔT , I – різниця температур, яка визначається за формулою (6), і відповідний їй струм у нитці.

Опис установки

Загальний вигляд експериментальної установки ФТП 1-3 поданий на рис. 15, де 1 – датчик температури; 2 – зовнішній циліндр; 3 – вольфрамова нитка; 4 – вимірний блок; 5 – станина.

В установці ФТП-3 тепловий потік створюється шляхом нагрівання нитки постійним струмом і визначається за формулою:

$$Q = I^2 R = \frac{U_p U_n}{R_p}, \quad (9)$$

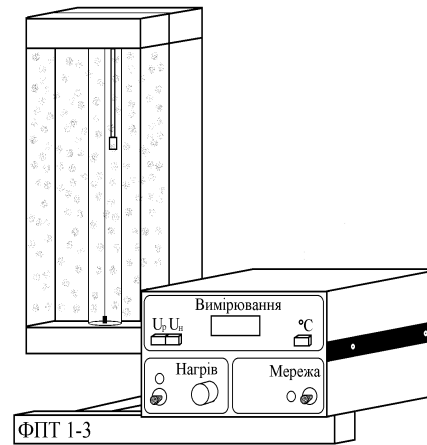


Рис. 15

де U_n – спад напруги на нитці;
 U_p – спад напруги на еталонному резисторі;
 R_p – опір еталонного резистора (8,2 Ом).
 Температура циліндра 2 у процесі експерименту вважається постійною, оскільки його поверхня обдувається потоком повітря за допомогою вентилятора.

Температура нитки буде тим вищою, чим більший струм протікає по ній. Із підвищенням температури зменшується опір дротини, який вимірюється методом порівняння спадів напруг на нитці і на еталонному резисторі. Тому різницю температур нитки і трубки визначають за формулою:

$$\Delta T = \frac{\left(\frac{U_n}{U_p} - \frac{U_{n0}}{U_{p0}} \right) (1 + \alpha t)}{\frac{U_{n0}}{U_{p0}} \alpha}, \quad (10)$$

де U_n – спад напруги на нитці у нагрітому стані; U_{n0} – спад напруги на нитці при температурі оточуючого повітря (при $I \leq 10$ мА); U_p – спад напруги на еталонному резисторі при нагріванні нитки; U_{p0} – спад напруги на еталонному резисторі при температурі оточуючого повітря; α – температурний коефіцієнт опору (вольфрам, $\alpha = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$); t – температура повітря.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути тумблер “ВКЛ” у модулі живлення “Мережа”.

2. Натиснути на кнопку U_p (режим вимірювання спаду напруги на еталонному резисторі).
3. Встановити регулятором “Нагрів” напругу U_p не більше 0,06 В.
4. Натиснути на кнопку U_n (режим вимірювання спаду напруги на нитці) і зареєструвати покази цифрового індикатора.
5. Розрахувати тепловий потік за формулою (9).
6. Натиснути на кнопку “ $t^{\circ}\text{C}$ ” (режим вимірювання температури) і зареєструвати температуру оточуючого повітря, після чого відпустити кнопку.
7. Натиснути на кнопку U_p і встановити регулятором “Нагрів” напругу U_p у діапазоні 0,3-1,5 В.
8. Через хвилину (після стабілізації теплового режиму) визначити спад напруги на нитці U_n шляхом натискання на кнопку “ U_n ”.
9. Розрахувати різницю температур за формулою (10) і визначити коефіцієнт теплопровідності за формулою

$$\lambda = \frac{Q \ln \frac{D}{d}}{2\pi l \Delta T},$$

припустивши, що: $D = 2,6 \cdot 10^{-2}$ м, $d = 6,4 \cdot 10^{-4}$ м, $l = 0,402$ м.

10. Змінюючи режим роботи установки шляхом зміни напруги U_p у межах 0,3-1,5 В, провести обрахунки декількох значень λ . Знайти середнє значення коефіцієнта теплопровідності.
11. Вимкнути установку тумблером “Мережа”.
12. Оцінити похибки проведених вимірювань.

Контрольні питання

1. Перерахуйте можливі способи передачі тепла.
2. У чому суть методу нагрітої нитки для визначення коефіцієнта теплопровідності?
3. Виведіть робочу формулу для визначення λ даним методом.
4. Як оцінити середню довжину вільного пробігу молекул та їх ефективний діаметр, використовуючи явище теплопровідності?
5. Який фізичний зміст і в яких одиницях вимірюється коефіцієнт теплопровідності?
6. Оцініть значення коефіцієнта λ для повітря у порівнянні з іншими речовинами. Як це враховується у промисловості, техніці та побуті?

6.8. Лабораторна робота №6.
Визначення коефіцієнта взаємної дифузії повітря та
водяної пари

Мета роботи: вивчення дифузії як одного з явищ переносу, визначення коефіцієнта дифузії повітря та водяної пари за швидкістю випаровування води із капіляра.

Прилади і матеріали: типова лабораторна установка ФТП 1-4.

Методика вимірювань

Найпоширенішим методом визначення коефіцієнта взаємної дифузії повітря та водяної пари є метод, заснований на визначенні швидкості випаровування води в атмосферне повітря.

Припустимо, що вода частково заповнює капіляр (рис. 16), і всі величини, які стосуються пари, мають індекс “1”, а повітря – індекс “2”.

На межі з рідиною ($x = 0$) парціальний тиск пари p_1 рівний тиску насиченої пари $p_{нас.}$ при температурі досліджу. У середині капіляра тиск водяної пари змінюється від $p_{нас.}$ до тиску p' на кінці трубки, що відповідає вологості повітря у лабораторії. Завдяки

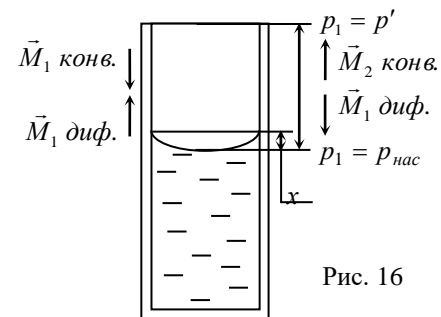


Рис. 16

наявному градієнту $\frac{dp_1}{dx}$ тиску в капілярі виникає дифузійний потік $\vec{M}_{1диф.}$ пари, направлений угору.

Користуючись законом Фіка і співвідношенням $p_1 = n_1 m_{01} = \frac{p_1 M'}{RT}$ (m_{01} – маса молекули пари, M' – молярна маса пари), можна отримати

співвідношення між масою пари, що переноситься за секунду через поперечний переріз трубки, і градієнтом тиску водяної пари:

$$M_{1диф.} = -D \frac{d\left(\frac{p_1 M'}{RT}\right)}{dx} S = -\frac{DM'}{RT} \frac{dp_1}{dx} S. \quad (1)$$

Оскільки тиск у капілярі рівний атмосферному, то можна записати, що

$$p_0 = p_1 + p_2 = \text{const} , \quad (2)$$

де p_1 – парціальний тиск пари; p_2 – парціальний тиск повітря.

З урахуванням (2) отримуємо:

$$\frac{dp_1}{dx} = -\frac{dp_2}{dx} . \quad (3)$$

Рівняння (3) дозволяє зробити висновок, що в капілярі наявний градієнт парціального тиску повітря зі зворотним знаком. Унаслідок цього в трубці при $x > 0$ існує дифузійний потік повітря, направлений униз, який переносить за секунду масу повітря

$$M_{2\text{диф}} = -\frac{DM''}{RT} \frac{dp_2}{dx} S , \quad (4)$$

де M'' – молярна маса повітря.

Оскільки рідина є непроникною для повітря, то для компенсації прибуваючого повітряного дифузійного потоку в капілярі повинен існувати загальний конвекційний потік суміші, направлений угору, з якого за секунду переноситься маса $M_{\text{конв.}} = M_{1\text{конв.}} + M_{2\text{конв.}}$. Масу компонента газу, що переноситься за одну секунду з конвекційним потоком суміші, можна подати у вигляді $M_{\text{конв.}} = \rho u S$,

або з урахуванням, що $\rho = \frac{pM}{RT}$, у вигляді

$$M_{\text{конв.}} = \frac{pM}{RT} u S , \quad (5)$$

де u – швидкість конвекційного потоку.

Таким чином, з урахуванням (5) масу водяної пари M_1 і масу повітря M_2 , що переноситься за секунду обома потоками через площу поперечного перерізу капіляра, можна виразити так:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{1\text{диф}} + M_{1\text{конв.}} = -\frac{DM'}{RT} \frac{dp_1}{dx} S + \frac{p_1 M'}{RT} u S ; \\ M_2 &= M_{2\text{диф}} + M_{2\text{конв.}} = -\frac{DM''}{RT} \frac{dp_2}{dx} S + \frac{p_2 M''}{RT} u S = 0 \quad (6) \\ &\quad (M_{2\text{диф}} = M_{2\text{конв.}}) . \end{aligned}$$

Із (6) знаходимо u :

$$\frac{dM''}{RT} \frac{dp_2}{dx} S = \frac{p_2 M''}{RT} u S ; \quad u = \frac{D}{p_2} \frac{dp_2}{dx} .$$

З урахуванням (2) і (3) маємо:

$$u = -\frac{D}{p_0 - p_1} \frac{dp_1}{dx}. \quad (7)$$

Підставляючи (7) у (6), визначимо M_1 :

$$M_1 = -\frac{DM'}{RT} \frac{p_0}{p_0 - p_1} \frac{dp_1}{dx} S. \quad (8)$$

Масу пари M_1 можна виразити через швидкість зниження рівня рідини у капілярі:

$$M_1 = \rho_p S \frac{\Delta h}{\Delta \tau}. \quad (9)$$

Вираз (9) з урахуванням (8) можна переписати так:

$$\rho_p \frac{\Delta h}{\Delta \tau} = -D \frac{M'}{RT} \frac{p_0}{p_0 - p_1} \frac{dp_1}{dx}. \quad (10)$$

Розв'язуючи рівняння (10) методом відокремлених змінних та інтегруючи отриманий вираз, маємо:

$$\frac{\rho_p RT \frac{\Delta h}{\Delta \tau} \int_0^h dx}{p_0 DM'} = - \int_{p_{нас}}^{p_1} \frac{dp_1}{p_0 - p_1}. \quad (11)$$

Звідки

$$\frac{\rho_p RT h \frac{\Delta h}{\Delta \tau}}{p_0 DM'} = \ln \frac{p_0 - p'}{p_0 - p_{нас}}. \quad (12)$$

Із рівняння (12) знаходимо розрахункову формулу для визначення коефіцієнта взаємної дифузії повітря та водяної пари:

$$D = \frac{\rho_p RT h \frac{\Delta h}{\Delta \tau}}{p_0 M' \ln \frac{p_0 - p'}{p_0 - p_{нас}}}, \quad (13)$$

де ρ_p – густина води; Δh – зниження рівня води у капілярі за час $\Delta \tau$.

Опис установки

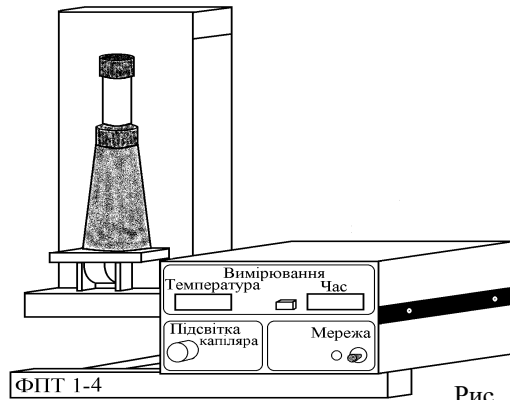


Рис. 17

Установка ФПТ 1–4 (рис. 17) складається із мікроскопа 3, який захищений корпусом 4, робочого елемента 2, ліхтаря і підставки 1, блока керування 5. Для підсвічення робочого елемента (капіляра з дистильованою водою) при вимірюваннях за допомогою мікроскопа

використовують ліхтар 1, робоча напруга на лампі якого задається регулятором 8. Час випаровування води з капіляра реєструється на табло цифрового індикатора. Секундомір у дію приводиться клавішею 6 “Пуск”. Припинення обліку часу здійснюється повторним натисканням клавіші “Пуск”. Третім натисканням клавіші “Пуск” анулюються значення величин на індикаторі. Конструкція секундоміра передбачає фіксацію значень на індикаторі клавішею “Зупин.” без припинення рахунку часу. Анулювання зафіксованих значень здійснюється повторним натисканням клавіші 7, після чого на індикаторі проводиться рахунок з урахуванням часу, витраченого на фіксацію значень.

Температура у блоці робочого елемента вимірюється напівпровідниковим термометром і реєструється на шкалі відповідного цифрового індикатора.

Ціна поділки a окулярної шкали мікроскопа приведена на лицевій панелі установки.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути тумблер “Вкл.” у модулі живлення “Мережа”.
2. Повернути тубус мікроскопа “на себе” і встановити його у положення, зручне для роботи.
3. Відрегулювати підсвітку капіляра відповідним потенціометром.

4. При допомозі регульованого гвинта добитися чіткого зображення краю капіляра. Установити край трубки-капіляра на нульову поділку шкали мікроскопа. Зняти покази шкали вимірника (h_1).
5. Обертаючи гайку вимірника, знайти положення меніска води. Сфокусувавши мікроскоп на меніск, встановити його на нульову поділку шкали мікроскопа. Зняти покази шкали вимірника (h_2).
6. Знайти відстань від краю трубки-капіляра до меніска рідини ($h = h_1 - h_2$).
7. Спостерігаючи за зміною рівня води в капілярі (за зміною положення меніска) відносно шкали мікроскопа, зафіксувати секундоміром час випаровування води через кожні 5 поділок шкали окуляра (для кожного значення n шкали).
8. Провести 8-10 вимірів положення меніска і після цього вимкнути з мережі установку.
9. Усі дані вимірювань занести в таблицю.

N°	h_1 м	h_2 м	h м	n под.	τ с	$\Delta n / \Delta \tau$ под./с	$\Delta h / \Delta \tau$ м/с	P_0 Па	T К	$P_{нас.}$ Па	P' Па	D м ² /с

10. За даними таблиці побудувати графік $n = f(\tau)$, відкладаючи по осі ординат число поділок n окулярної шкали мікроскопа, а по осі абсцис – час τ . Через нанесені точки провести пряму і за її нахилом знайти середнє значення $\frac{\Delta n}{\Delta \tau}$. Помноживши цю величину на ціну поділки a окулярної шкали, знайти середнє значення швидкості $\frac{\Delta h}{\Delta \tau}$ випаровування рідини з капіляра.
11. Знаючи співвідношення $\frac{\Delta h}{\Delta \tau}$, за формулою (13) обчислити коефіцієнт взаємної дифузії повітря та водяної пари. При цьому температуру повітря у робочому елементі визначити по цифровому індикатору установки, тиск насичуючої пари – за таблицею.

$t_1, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, 10^{-3} \text{кг/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, 10^{-3} \text{кг/м}^3$
15	1,704	12,84	21	2,486	18,36
16	1,817	13,65	21	2,642	19,44
17	1,937	14,50	23	2,869	20,60
18	2,062	16,32	24	2,984	21,81
19	2,196	16,32	25	3,168	23,07
20	2,337	17,32	26	3,361	24,40

Густина води $\rho_p = 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярна маса води $M' = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Тиск водяної пари p на кінці трубки-капіляра знайти за значенням відносної вологості повітря (φ %) у приміщенні лабораторії (φ визначити за допомогою психрометра або іншого приладу). Тиск водяної пари p' розрахувати за формулою:

$$p' = \frac{\varphi}{100} p_{\text{нас}}.$$

12. Оцінити похибки проведених вимірювань.

Контрольні питання

1. Що називається парціальним тиском?
2. Як формулюється закон Дальтона?
3. У чому суть даної методики вивчення взаємної дифузії повітря та водяної пари?
4. Виведіть робочу формулу для визначення D .
5. Що називають явищем дифузії? Які ви знаєте види дифузії?
6. Який фізичний зміст D ?
7. Чому швидкість дифузії менша теплової швидкості молекул?
8. Яка розмірність коефіцієнта дифузії?
9. Який зв'язок коефіцієнта дифузії з коефіцієнтом теплопровідності та динамічною в'язкістю?
10. Як пов'язаний коефіцієнт дифузії з характеристиками теплового руху молекул?

7. Перший закон термодинаміки

Література: [2]: §§ 16.1-16.5; [3]: §§ 16.1-16.5; [5]: §§ 6.1-6.5; [7]: §§ 71-77; [9]: §§ 9.1-9.6; [10]: §§ 99-105.

7.1. Теоретичні відомості

Термодинаміка відноситься до феноменологічних фізичних теорій, спільними рисами яких є:

- а) вони не розглядають атомну структуру матерії;
- б) використовують величини, які визначаються тільки для макроскопічної системи;
- в) побудова теорії ґрунтується на відомих дослідних фактах;
- г) властивості речовини виражаються у формі характеристичних параметрів.

Предметом термодинаміки є вивчення теплових властивостей макроскопічних (термодинамічних) систем без урахування їх мікроскопічної природи. Об'єктом термодинамічних досліджень є термодинамічна система – фізична система, яка складається із великої (але скінченної) кількості частинок – атомів або молекул, які здійснюють теплові рухи і, взаємодіючи між собою, обмінюються енергією.

Термодинаміка вивчає тільки рівноважні стани системи, тобто такі стани, для яких параметри p, V, T термодинамічної системи не змінюються із часом.

В основу термодинамічної теорії покладено два закони, які були встановлені на основі аналізу та узагальнення експериментальних фактів, отриманих при дослідженнях умов найефективнішого перетворення теплоти в роботу.

Перший закон термодинаміки – закон збереження і перетворення енергії стосовно теплових процесів: кількість теплоти, яка надана системі, йде на збільшення його внутрішньої енергії та виконання роботи системою над зовнішніми тілами.

У диференціальній формі перший закон термодинаміки записується так:

$$d'Q = dU + d'A, \quad (7.1)$$

де $d'Q$ – теплота, що підводиться до системи;

dU – зміна (приріст) внутрішньої енергії системи;

$d'A$ – робота, виконана системою проти зовнішніх сил.

Під внутрішньою енергією системи розуміють сумарну енергію всіх видів частинок, з яких складається система (потенціальна та кінетична енергія молекул, енергія коливальних рухів атомів у молекулах, енергія електричних оболонок в атомах та іонах, внутрішньоядерна енергія). Таким чином, під внутрішньою енергією слід розуміти сумарну енергію мікрочастинок системи. Внутрішня енергія є функцією стану системи, тобто змінюється зі

зміною стану системи і одночасно визначається тими самими параметрами, що й система. Внутрішня енергія не залежить від того, яким чином (способом) система перейшла з одного стану в інший. У термодинаміці практичне значення має не сама внутрішня енергія U , а її зміна dU при переході системи з одного рівноважного стану в інший. Ця зміна обумовлюється зміною енергії теплового руху частинок речовини та їх потенціальною енергією взаємодії. Енергія електронів у атомах та іонах і внутрішньоядерна енергія при цьому залишаються практично незмінними. Тому вужче під внутрішньою енергією в термодинаміці розуміють лише сумарну енергію теплового руху частинок речовини та потенціальну енергію їх взаємодії. У формулі (7.1) зміна внутрішньої енергії dU , як функції стану, є повним диференціалом від змінних p, V, T .

Внутрішню енергію системи (а отже, і її стан) можна змінити завдяки виконанню і макроскопічної, і мікроскопічної роботи. Остання здійснюється без видимого переміщення тіл, що взаємодіють, і називається теплообміном.

Кількісною мірою процесу макроскопічної роботи є фізична величина, яка також називається роботою ($d'A$), а кількісною мірою процесу теплообміну є фізична величина, що називається кількістю теплоти ($d'Q$). Робота і теплота, як форми передачі енергії, мають фізичний зміст лише у процесі переходу системи з одного стану в інший. Тому ці величини є функціями (функціоналами) процесу, а отже, не можуть бути повними диференціалами (позначаються штрихуванням – $d'Q, d'A$).

При наданні системі нескінченно малої кількості теплоти $d'Q$ її температура змінюється на величину dT . При цьому для різних речовин, щоб викликати зміну температури на однакову величину, треба надати різну кількість теплоти.

Для характеристики теплових властивостей речовини користуються особливою величиною – теплоємністю (C_0). Теплоємністю тіла (системи) називають кількість теплоти, яку треба підвести до нього або відняти від нього, щоб змінити його температуру на один градус. Розрізняють питому теплоємність (c) – теплоємність одиниці маси, молярну теплоємність (C) – теплоємність одного моля речовини. Питома і молярна теплоємності характеризують речовину, з якої складається тіло.

Теплоємність визначається відношенням кількості теплоти $d'Q$, яку дістала речовина при нескінченно малій зміні її стану в певному процесі, до зміни температури dT речовини:

$$C_0 = \frac{d'Q}{dT}. \quad (7.2)$$

Теплоємність C_0 хімічно однорідного тіла пропорційна його масі m , тобто

$$C_0 = mc. \quad (7.3)$$

Молярна теплоємність C пов'язана з питомою теплоємністю c співвідношенням

$$C = Mc, \quad (7.4)$$

де M – молярна маса речовини, кг/моль. В одиницях системи СІ питома теплоємність вимірюється у Дж/(кг·К), молярна теплоємність – у Дж/(моль·К).

Величина теплоємності газів залежить від умов нагрівання чи охолодження. З'ясуємо цю залежність, використавши рівняння стану $pV = RT$ і перший закон термодинаміки (7.1). Оскільки елементарна робота $d'A = pdV$, то згідно (7.2) маємо:

$$C_0 = \frac{dU}{dT} + \frac{d'A}{dT} = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT}. \quad (7.5)$$

Теплоємність буде мати різні значення для даного dT у залежності від способу нагрівання. Розглянемо різні термодинамічні процеси:

1. Ізохорний ($V = const$).

Оскільки $V = const$, то $dV = 0$, і з рівняння (7.5) маємо, що теплоємність при сталому об'ємі C_V рівна

$$C_V = \frac{dU}{dT}. \quad (7.6)$$

2. Ізобарний ($p = const$).

У цьому випадку з рівняння (7.5) випливає, що теплоємність при сталому тиску рівна

$$C_p = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT}. \quad (7.7)$$

Знайдемо зв'язок між C_p і C_V . Для цього продиференціюємо рівняння $pV = RT$: $p dV + V dp = R dT$. Оскільки $dp = 0$, то $p dV = R dT$. Підставляючи це рівняння у (7.7) і враховуючи (7.6), отримаємо:

$$C_p = C_v + R. \quad (7.8)$$

Рівняння (7.8) називається рівнянням Майєра. Воно є одним із найважливіших результатів теорії ідеального газу.

3. Ізотермічний процес ($T = \text{const}$).

У цьому випадку $dT = 0$ і з (7.1) випливає, що $d'Q = d'A$, тобто вся підведена теплота витрачається на роботу.

4. Адіабатний процес ($dQ = 0$).

Цей процес протікає без теплообміну з оточуючим середовищем, і згідно (7.1) та (7.6) $d'A = -dU = -C_v dT$, отже, розширення чи стиснення газу здійснюється тільки за рахунок зміни внутрішньої енергії.

Середня кінетична енергія поступального руху, якою володіє молекула одноатомного газу, рівна $\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$,

де k – стала Больцмана, рівна $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Оскільки молекула одноатомного газу має три ступені вільності поступального руху відносно трьох координат (x, y, z), то на кожний ступінь вільності при рівномірному розподілі припадає енергія

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \langle E \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (7.9)$$

За теоремою Больцмана-Максвелла така ж енергія ε припадає на один ступінь вільності у будь-якому газі, незалежно від числа ступенів вільності, яким володіє молекула цього газу. Тому для багатоатомного газу, взятого у кількості 1 моля, його енергія може бути обчислена як

$$U = N_A \langle E \rangle = N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT, \quad (7.10)$$

де N_A – число Авогадро, рівне кількості молекул в 1 молі газу ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), i – число ступенів вільності газових молекул (для одноатомної молекули $i = 3$, двоатомної – 5, трьохатомної або багатоатомної – $i \geq 6$).

Згідно (7.6) і з урахуванням (7.10) маємо:

$$C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (7.11)$$

Відповідно

$$C_p = C_v + R = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R. \quad (7.12)$$

Поділивши почленно (7.12) на (7.11), отримаємо вираз для відношення молярних теплоємностей ідеального газу

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}. \quad (7.13)$$

З урахуванням (7.6) та виразу $d'A = pdV$, I-ий закон термодинаміки (7.1) можна записати так:

$$d'Q = C_v dT + pdV. \quad (7.14)$$

Для будь-якої маси m ідеального газу

$$d'Q = \frac{m}{M} C_v dT + pdV, \quad (7.15)$$

де M – маса моля даного газу, або ж

$$d'Q = mc_v dT + pdV, \quad (7.16)$$

де c_v – питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

У різних газових рівноважних процесах робота газу та кількість одержаної газом теплоти обчислюється виходячи з першого принципу термодинаміки (7.14 – 7.16). Для спрощення розрахунків будемо проводити їх для одного моля газу (для будь-якої маси газу результат потрібно домножити на число молів $\nu = \frac{m}{M}$).

Термодинамічні процеси:

а) ізобарний процес ($p = const; dp = 0$):

$$d'A = pdV; \quad A = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1); \quad (7.17)$$

$$d'Q = C_v dT + pdV; \quad Q = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT + \int_{V_1}^{V_2} pdV = C_v(T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1);$$

$$p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1);$$

$$Q = (C_v + R)(T_2 - T_1) = C_p(T_2 - T_1); \quad (7.18)$$

б) ізотермічний процес ($T = const; dT = 0$):

$$A = RT \ln \frac{P_2}{P_1}; \quad Q = A; \quad (7.19)$$

в) ізохорний процес ($V = const; dV = 0$):

$$A = 0; \quad Q = C_V(T_2 - T_1); \quad (7.20)$$

г) адіабатний процес ($d'Q = 0$; описується рівняннями

Пуассона $pV^\gamma = const$, $TV^{\gamma-1} = const$ і $Tr^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const$):

$$A = C_V(T_2 - T_1) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (7.21)$$

7.2. Методичні вказівки до розв'язування задач

Задачі, що стосуються даної теми, можна умовно поділити на два класи:

а) задачі, у яких потрібно визначити теплоємність ідеального газу, що бере участь у певному процесі зміни стану, або, навпаки, вивести рівняння процесу, знаючи його теплоємність;

б) задачі на безпосереднє обчислення теплоти, що передається чи виділяється ідеальним газом при певній термодинамічній зміні стану; або обчислення внутрішньої енергії газу та її зміни; або, нарешті, визначення роботи, яку виконує ідеальний газ чи зовнішні сили.

Якщо треба обчислити теплоємність ідеального газу в будь-якому процесі зміни його стану, то рівняння процесу повинно бути задане заздалегідь. При цьому вважаємо, що всі процеси є квазістатичними. Рівняння процесу найчастіше задається у вигляді функції $p = p(V)$. При будь-якій залежності між p і V чи p і T , або T і V усі три параметри стану зв'язані між собою рівнянням стану $pV = RT$. Крім цього завжди справедливе рівняння першого закону термодинаміки (7.1), (7.14 – 7.16). Розглядаючи сумісно рівняння процесу зміни стану та рівняння стану, замінюють диференціал dV у виразі (7.14) першого закону диференціалом dT . Тоді отримаємо рівняння $p dV = f(p, V, T) dT$, де $f(p, V, T)$ – деяка відома функція, яку знаходимо в результаті перетворень при зміні диференціалів.

Використовуючи (7.2), рівняння (7.15) першого закону термодинаміки можна подати у вигляді

$$\frac{m}{M} C dT = \frac{m}{M} C_V dT + f(p, V, T) dT,$$

де C – шукана молярна теплоємність.

З останнього виразу маємо:

$$C = C_v + \frac{1}{\frac{m}{M}} f(p, V, T) = C_v + \frac{1}{\nu} f(p, V, T).$$

Для обчислення питомої теплоємності газу необхідно використати співвідношення (7.4) і записати, що $d'Q = mcdT$, а $dU = mc_v dT$.

Спосіб визначення рівняння процесу зміни стану ідеального газу при відомій теплоємності є оберненим до методу обчислення теплоємності. Якщо вираз для теплоємності відомий як функція $C = C(p, V, T)$, то рівняння першого закону термодинаміки можна подати у вигляді:

$$[C(p, V, T) - C_v] dT = pdV.$$

З цього виразу слід (маючи рівняння стану) виключити параметр p . При цьому утворюється диференціальне рівняння відповідного процесу відносно параметрів V і T . Для знаходження скінченного виразу отримане диференціальне рівняння треба проінтегрувати (при відповідних змінних).

Задачі другого класу розв'язуються із застосуванням формул (7.14 – 7.21). При цьому слід особливу увагу звернути на правильне визначення алгебраїчних знаків теплоти і роботи, що досягається ретельною підстановкою у відповідні формули значень параметрів вихідного і кінцевого станів.

Аналіз задач обох класів доцільно починати із графічного відображення процесів. Для кращого розуміння явищ, що розглядаються у задачі, слід використати відповідні молекулярно-кінетичні уявлення.

7.3. Орієнтаційні питання

1. Якими способами можна змінити внутрішню енергію ідеального газу, який знаходиться у закритому поршнем циліндрі з металевими стінками? з теплоізольованими стінками?
2. Який молекулярний механізм адіабатного нагрівання і охолодження газу?
3. Завдяки якому джерелу енергії здійснюється робота при ізотермічному, ізобарному, адіабатному розширенні ідеального газу? Як її визначити аналітично і графічно для кожного із зазначених процесів?
4. Як забезпечити квазістатичність ізохорного, ізобарного, ізотермічного та адіабатного процесів?

5. Як залежить внутрішня енергія ідеального газу від числа ступенів вільності його молекул? Чим визначається число ступенів вільності (навести приклади)?
6. При одній і тій же температурі в однакових об'ємах знаходиться по одному молю одноатомного і багатоатомного газів. Чи однакові тиски чинять ці гази на стінки посудин?
7. Система переведена з відомого стану 1 у відомий стан 2 завдяки невідомому процесу. Чи можна визначити виконану роботу? отриману кількість теплоти? приріст внутрішньої енергії?
8. Чи є функцією стану теплоємність системи? При яких умовах можливе однозначне визначення теплоємності?
9. Визначити теплоємність газу в ізохорному, ізотермічному та адіабатному процесах. Чи може теплоємність ідеального газу в будь-якому процесі бути від'ємною?

7.4. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. Обчислити молярні та питомі теплоємності неону й водню при постійному тиску і об'ємі. Гази вважати ідеальними.

$C_{p1}, C_{v1}, C_{p2}, C_{v2},$ $c_{p1}, c_{p2}, c_{v1}, c_{v2} - ?$	Аналіз і розв'язання Для ідеальних газів теплоємність залежить від структури молекул і способу переходу системи з одного рівноважного стану в інший. При сталому об'ємі молярні теплоємності неону й водню визначимо із співвідношень
$M_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ кг/моль	
$M_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	
$i_1 = 3$	
$i_2 = 5$	
$R = 8,31$ Дж/(моль·К)	

$$C_{v1} = \frac{i_1}{2} R \text{ і } C_{v2} = \frac{i_2}{2} R,$$

де i_1, i_2 – число ступенів вільності неону й водню.

При сталому тиску молярні теплоємності цих газів розрахуємо за співвідношеннями:

$$C_{p1} = \frac{i_1 + 2}{2} R; \quad C_{p2} = \frac{i_2 + 2}{2} R.$$

Питомі теплоємності неону й водню знайдемо з відомих співвідношень:

$$c_{v1} = \frac{C_{v1}}{M_1}, \quad c_{p1} = \frac{C_{p1}}{M_1}, \quad c_{v2} = \frac{C_{v2}}{M_2}, \quad c_{p2} = \frac{C_{p2}}{M_2},$$

де M_1, M_2 – молярні маси неону й водню.

Проведемо обчислення шуканих величин:

$$C_{V1} = \frac{i_1}{2} R = \frac{3 \cdot 8,31}{2} = 12,465 \text{ (Дж/(К·моль))},$$

$$C_{V2} = \frac{i_2}{2} R = \frac{5 \cdot 8,31}{2} = 20,76 \text{ (Дж/(К·моль))},$$

$$C_{p1} = \frac{i_1 + 2}{2} R = \frac{5}{2} \cdot 8,31 = 20,76 \text{ (Дж/(К·моль))},$$

$$C_{p2} = \frac{i_2 + 2}{2} R = \frac{7}{2} \cdot 8,31 = 29,08 \text{ (Дж/(К·моль))},$$

$$c_{V1} = 624 \text{ (Дж/(кг·К))}, \quad c_{V2} = 1,04 \cdot 10^3 \text{ (Дж/(кг·К))},$$

$$c_{p1} = 1,04 \cdot 10^3 \text{ (Дж/(кг·К))}, \quad c_{p2} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ (Дж/(кг·К))}.$$

Задача 2. Знайти для ідеального газу рівняння процесу, при якому молярна теплоємність є величиною сталою:

- 1) $C = C_V$; 2) $C = C_V + R$; 3) $C = 0$; 4) $C = \infty$.

$f_{1,2,3,4}(p, V, T) - ?$ 1) $C = C_V$ 2) $C = C_V + R$ 3) $C = 0$ 4) $C = \infty$	<p style="text-align: center;">Аналіз і розв'язання</p> <p>Якщо $C = C_V$, то об'єм газу $V = const$. Тому, використовуючи рівняння стану ідеального газу $pV = RT$, отримуємо, що $\frac{p}{T} = const$ – рівняння ізохорного процесу. Якщо $C = C_V + R$, то $C = C_p = const$, отже, $p = const$ (процес ізобарний). Тому $\frac{V}{T} = const$, що і є рівнянням ізобарного процесу.</p>
---	--

$C = 0$ у випадку, коли $d'Q = 0$, тобто при адіабатному процесі. Рівнянням цього процесу є рівняння Пуассона $pV^\gamma = const$.

Якщо $C = \infty$, то це можливо, коли $dT = 0$. Це впливає із рівняння $dU = C_V dT$; $C_V = \frac{dU}{dT}$. Отже, $C = \infty$ при ізотермічному процесі, рівнянням якого є вираз $pV = const$.

Задача 3. Знайти зміну внутрішньої енергії, подану теплоту та виконану роботу водню масою 0,2 кг при його нагріванні від 0°C до 100°C при постійному тиску.

Аналіз і розв'язання

При ізобарному процесі кількість отриманої газом теплоти можна розрахувати за формулою $Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T$. Оскільки $C_p = \frac{i+2}{2} R$,

$$\text{то } Q = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \Delta T = \frac{0,2}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,5 \cdot 8,31 \cdot 100 = 2,91 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

Зміна внутрішньої енергії виражається співвідношенням $\Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$. За відомих умов задачі

$$\Delta U = \frac{0,2}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,5 \cdot 8,31 \cdot 100 = 2,08 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

Виконану воднем роботу при його розширенні визначимо з виразу першого закону термодинаміки в інтегральній формі $Q = \Delta U + A$:

$$A = Q - \Delta U = (2,91 - 2,08) \cdot 10^5 = 0,83 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

$Q, A, \Delta U - ?$

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$i = 5$$

$$m = 0,2 \text{ кг}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 373 \text{ К}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$$

$\Delta U_{1,2,3}, A_{1,2,3}, Q_{1,2,3} - ?$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_1 = 22,4 \text{ м}^3$$

$$V_2 = 5V_1$$

$$\gamma = 1,4$$

$$\nu = 10^3 \text{ моль}$$

$$i = 5$$

Задача 4. Один кіломоль ідеального двоатомного газу розширюється ізобарно, ізотермічно, адіабатно до об'єму, який у 5 разів більший за початковий. При якому із цих процесів робота розширення буде більшою? Визначити зміну внутрішньої енергії та кількість поданої теплоти. Початковий стан відповідає нормальним умовам.

Аналіз і розв'язання

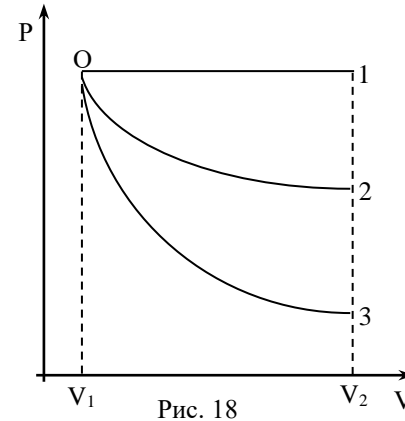
На діаграмі (p, V) у межах зміни об'єму газу відобразимо зазначені процеси графічно:

01 – ізобара,

02 – ізотерма,

03 – адіабата.

Як видно з рис. 18, найбільшу роботу виконує газ при ізобарному розширенні (S_{V_0, V_2, V_1}), меншу – при ізотермічному розширенні ($S_{V_1, 0, 2, V_1}$), ще меншу – при адіабатному розширенні ($S_{V_1, 0, 3, V_1}$). Застосуємо до аналізу цих процесів перший закон термодинаміки.



1. При ізобарному розширенні газу виконується робота $A_1 = p_1(V_2 - V_1)$. Зміну внутрішньої енергії знайдемо зі співвідношення $\Delta U_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$.

Зміну температури ΔT знайдемо з рівняння ізобарного процесу

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1; \quad \Delta T = T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right).$$

Кількість поданої газу теплоти визначимо як

$$Q_1 = C_p \Delta T \frac{m}{M} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \Delta T = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right).$$

Підставивши значення величин у вирази для A_1, U_1, Q_1 , отримаємо для 1 моля газу:

$$A_1 = 1,013 \cdot 10^5 \cdot (5-1) = 8,96 \cdot 10^6 \text{ (Дж)},$$

$$\Delta U_1 = 10^3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 273 \cdot 4 = 2,3 \cdot 10^7 \text{ (Дж)},$$

$$Q_1 = 10^3 \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot 273 \cdot 4 = 3,2 \cdot 10^7 \text{ (Дж)}.$$

2. При ізотермічному процесі $A = Q$ ($dT = 0, \Delta U = 0$), тобто вся подана газу теплота йде на виконання ним роботи по розширенню від об'єму V_1 до об'єму V_2 :

$$A_2 = R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \approx 3,86 \cdot 10^6 \text{ (Дж)},$$

$$Q_2 = A_2 = 3,86 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}, \quad \Delta U_2 = 0.$$

3. Робота при адіабатному процесі здійснюється газом завдяки зменшенню внутрішньої енергії газу:

$$Q_3 = 0, \quad A_3 = -\Delta U_3.$$

$$\text{Із рівняння Пуассона } \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1^\gamma}{V_2^\gamma}, \text{ звідки } p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma.$$

$$\begin{aligned} \text{Тоді } A_3 &= \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{22,4 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{0,4} [1 - 0,2^{0,4}] \approx \\ &\approx 2,66 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}. \\ \Delta U_3 &= -2,66 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}. \end{aligned}$$

Задача 5. Змішано дві частини водню і одна частина кисню (по об'єму). Маса суміші 72 г, температура 17°C. Знайти внутрішню енергію суміші.

$U - ?$	<p style="text-align: center;">Аналіз і розв'язання</p> <p>Внутрішня енергія суміші ідеальних газів рівна сумі внутрішніх енергій її компонентів:</p> $U = U_1 + U_2 = \frac{m}{M_c} C_v T,$ <p>де M_c, C_v – відповідно, молярна маса і молярна теплоємність при сталому</p>
$m = 0,072 \text{ кг}$ $T = 290 \text{ К}$ $M_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ $M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $i_1 = i_2 = 5$ $V_1 = 2V_2$	<p>об'ємі суміші газів. Оскільки обидва гази двоатомні, то $C_v = \frac{i}{2} R$.</p>

Тепер визначимо число молів $\frac{m}{M_c}$ суміші $\frac{m}{M_c} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}$.

Оскільки в рівних об'ємах будь-яких газів знаходиться однакова кількість молів, то

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} n; \quad m_2 = 32 \cdot 10^{-3} n; \\ m = m_1 + m_2 &= 4 \cdot 10^{-3} n + 32 \cdot 10^{-3} n = 36 \cdot 10^{-3} n = 0,072 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Звідси $n = 2$; $m_1 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot n = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $m_2 = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Далі знаходимо, що

$$\frac{m}{M_c} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = 6 \text{ молів}.$$

Остаточо маємо:

$$U = \frac{M}{M_c} \cdot \frac{i}{2} RT = 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 290 \approx 3,61 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}.$$

Задача 6. Вважаючи, що повітря піднімається в атмосфері та розширюється при цьому адіабатно як ідеально двоатомний газ,

установити закон зміни температури повітря із висотою. Знайти зміну температури повітря на висоті 1 км.

Аналіз і розв'язання

$\Delta T - ?$ $i = 5$ $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $d'Q = 0$ $H = 10^3 \text{ м}$ $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ $g = 9,8 \text{ м/с}^2$	Стан повітря при зазначених умовах (для 1 моля) можна описати рівнянням $pV = RT$. Оскільки зміна температури повітря із висотою характеризується похибкою $\frac{dT}{dH}$, то продиференціюємо рівняння стану по H ,
--	--

тоді $\frac{dT}{dH} = \frac{1}{R} \left(p \frac{dV}{dH} + V \frac{dp}{dH} \right)$. Похідну $\frac{dV}{dH}$ визначимо з умови адіабатності розширення повітря. Для цього продиференціюємо рівняння Пуассона $pV^\gamma = \text{const}$; $V^\gamma \frac{dp}{dH} = -\frac{1}{\gamma} V \frac{dp}{dH} = 0$.

Звідси $p \frac{dV}{dH} = -\frac{1}{\gamma} V \frac{dp}{dH}$. Оскільки тиск із висотою змінюється

по закону $p(H) = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$, то $\frac{dp}{dH} = -\frac{Mg}{RT} p(H)$.

Остаточно маємо $\frac{dT}{dH} = -\frac{\gamma-1}{R\gamma} Mg$. Якщо врахувати, що

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}, \text{ то отримаємо: } \frac{dT}{dH} = -\frac{2Mg}{(2+i)R}.$$

Якщо проінтегрувати по H отриманий вираз, то отримаємо:

$$T(H) = T(0) - \frac{2MgH}{(2+i)R}.$$

Зміну температури ΔT знайдемо як

$$\Delta T = T(H) - T(0) = -\frac{2MgH}{(2+i)R}.$$

Підставляючи числові значення, знаходимо:

$$\Delta T = \frac{2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 10^3}{7 \cdot 8,31} = -5 \text{ (К)},$$

тобто на висоті 1 км температура повітря нижча на 5 К від температури повітря на рівні моря.

7.5. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. Газ стискають від об'єму V_1 до об'єму V_2 ізотермічно, ізобарно та адіабатно. При якому із цих процесів треба витратити більшу роботу? Пояснити відповідь графічно.

Задача 2. Нагрівається чи охолоджується ідеальний газ, якщо він розширюється по закону $pV^2 = \text{const}$? Яка його молярна теплоємність у цьому процесі?

Задача 3. Кисень нагрівають від $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 60^\circ\text{C}$. Маса кисню $m = 160$ г. Знайти кількість поданої теплоти і зміну внутрішньої енергії при ізохорному й ізобарному процесах. Початковий тиск газу близький до атмосферного.

Задача 4. Двохатомний ідеальний газ, який при тиску $p_1 = 3 \cdot 10^5$ Па займав об'єм $V_1 = 4$ л, розширюється до об'єму $V_2 = 6$ л, при цьому тиск падає до значення $p_2 = 10^5$ Па. Процес відбувається спочатку по адіабаті, а потім по ізохорі. Знайти роботу сил тиску газу, зміну його внутрішньої енергії та кількість поглинутої теплоти при цьому переході.

Задача 5. Яка кількість теплоти виділиться, якщо 3 г азоту, взятого при температурі 0°C під тиском 1 атм, ізотермічно стиснути до тиску 10 атм?

Задача 6. Об'єм повітря при адіабатному стиску зменшився у 4 рази; маса повітря 0,045 кг. Знайти роботу стиску, якщо початкова температура 20°C .

Задача 7. Маса газової молекули може бути визначена зі значення питомої теплоємності при сталому об'ємі. Взевши для аргону $C_v = 315$ Дж/(кг·К), обчислити масу атома аргону і його атомну масу.

Задача 8. Знайти питомі теплоємності c_v і c_p азоту, нагрітого до 400°C , якщо відомо, що при цьому 20% молекул азоту дисоціюють на атоми.

Задача 9. 0,5 моля ідеального одноатомного газу нагрівають від температури $T_1 = 250$ К до $T_2 = 500$ К так, що у процесі нагрівання $\frac{p}{V} = \text{const}$. Знайти молярну теплоємність і розрахувати теплоту, подану газу при нагріванні.

7.6. Лабораторна робота №7.

Визначення відношення молярних теплоємностей газів при сталому тиску й об'ємі

Мета роботи: знайти відношення $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ для повітря.

Завдання учбово-дослідної роботи: обчислити питому теплоємність повітря при сталому об'ємі.

Прилади і матеріали: типова установка ФПТ1-6 для визначення C_p / C_v .

Опис методу визначення γ

Для вимірювання відношення молярних теплоємностей газу в роботі використано метод Клемана і Дезорма, заснований на використанні рівнянь ізотермічного та адіабатного процесів.

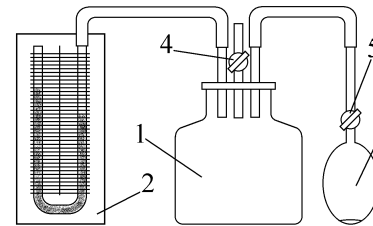


Рис. 19

Усяку швидку зміну об'єму газу можна із достатнім наближенням розглядати як адіабатний процес, бо чим швидше відбувається ця зміна, тим менший теплообмін газу з оточуючим середовищем.

Лабораторна установка для визначення γ схематично зображена на рис. 19, де 1 – скляний балон певної ємності; 2 – відкритий водяний манометр; 3 – гумова груша; 4,5 – скляні крани.

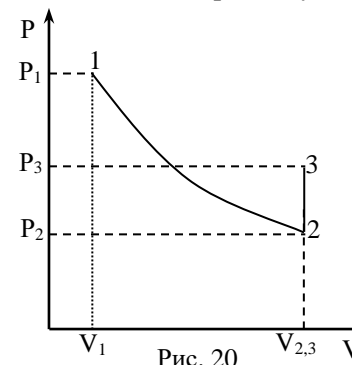


Рис. 20

Якщо нагнати грушею в балон повітря (до тих пір, поки різниця рівнів у колінах манометра не буде рівною 25-30 см), то тиск у балоні збільшиться до значення p_1 . Через 4-5 хвилин температура повітря у балоні стане рівною кімнатній температурі T_1 , молекулярний об'єм газу буде V_1 (стан 1 на рис. 20). Якщо відкрити на короткий час кран 4, який з'єднує балон з оточуючим повітрям, то тиск

у балоні стане рівним атмосферному. При цьому відбувається адіабатний процес. Молекулярний об'єм газу збільшиться і стане рівним V_2 , тиск газу p_2 буде рівним атмосферному, температура газу

знизиться і стане рівною T_2 (стан 2 на рис. 20). Зниження температури обумовлено тим, що робота по розширенню газу виконується завдяки його внутрішній енергії. Для адіабатного переходу газу зі стану 1 у стан 2 справедливе рівняння Пуассона. Виведемо його. Оскільки $d'Q = 0$, то рівняння (7.14) можна переписати у вигляді

$$C_v dT + p dV = 0. \quad (1)$$

Визначимо із рівняння стану газу p і підставимо знайдене значення у рівняння (1). Отримаємо, що

$$C_v dT + \frac{RT}{V} dV = 0,$$

або

$$\frac{dT}{T} + \frac{C_p - C_v}{C_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0. \quad (2)$$

Проінтегрувавши вираз (2) і позначивши $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$, отримаємо

$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{const}, \quad \text{або} \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (3)$$

Рівняння (3) називається рівнянням Пуассона, його можна записати у вигляді

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}. \quad (4)$$

Визначивши T із рівняння Клапейрона і підставивши його вираз у рівняння (4), отримаємо

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (5)$$

Отже, перехід газу зі стану 1 у стан 2 можна описати рівнянням (5). Якщо кран 4 закрити, то через 4-5 хвилин повітря у балоні ізохорно нагрівається до кімнатної температури T_1 , а тиск підвищується до величини p_3 (стан 3 на рис. 20).

Порівнюючи кінцевий стан газу (3) з початковим станом (1), бачимо, що вони належать одній і тій же ізотермі, отже,

$$p_1 V_1 = p_3 V_2. \quad (6)$$

Із рівнянь (5) і (6) визначимо γ . Для цього піднесемо рівняння (6) до степеня γ і поділимо на рівняння (5). Отримаємо

$$\frac{p_1^\gamma V_1^\gamma}{p_1 V_1^\gamma} = \frac{p_3^\gamma V_2^\gamma}{p_2 V_2^\gamma}, \quad \text{або} \quad \frac{p_1^\gamma}{p_1} = \frac{p_3^\gamma}{p_2},$$

звідки
$$\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}.$$

Логарифмуючи останній вираз, знаходимо

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_3}{p_1}}. \quad (7)$$

Вираз (7) можна спростити, якщо врахувати, що

$$p_1 = p_2 + \alpha h_1 \quad \text{і} \quad p_3 = p_2 + \alpha h_2,$$

де h_1 – різниця рівнів води в манометрі після нагнітання;

h_2 – різниця рівнів після закриття крана 4; α – перехідний коефіцієнт для переходу від різниці рівнів води до тиску, вираженого в мм рт. ст.

$$\text{Тоді} \quad \gamma = \ln \frac{p_1 - \alpha h_1}{p_1} : \ln \frac{p_1 - \alpha(h_1 - h_2)}{p_1} = \frac{\ln \left(1 - \frac{\alpha h_1}{p_1} \right)}{\ln \left(1 - \frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1} \right)}.$$

Величини $\frac{\alpha h_1}{p_1}$ і $\frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1}$ набагато менші одиниці, тому

справедливі наближені вирази:

$$\ln \left(1 - \frac{\alpha h_1}{p_1} \right) = -\frac{\alpha h_1}{p_1} \quad \text{і} \quad \ln \left(1 - \frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1} \right) = -\frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1}.$$

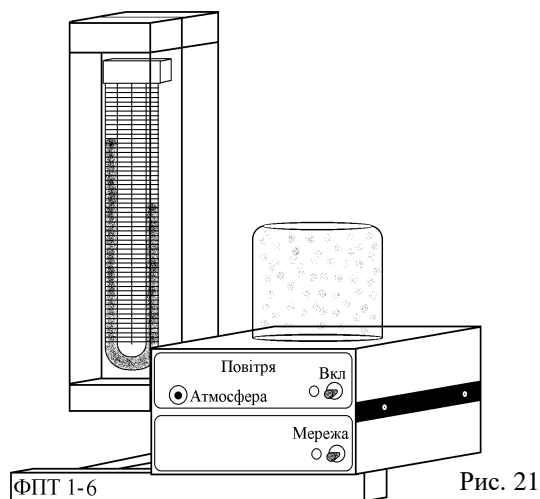
Остаточно маємо

$$\gamma = \frac{\alpha h_1 p_1}{\alpha(h_1 - h_2) p_1} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (8)$$

Формула (8) є робочою формулою і по ній проводяться обчислення γ . Величина h_2 відповідає випадку, коли кран 4 закривається у момент закінчення адіабатного процесу 1-2.

Опис установки ФПТ1-6

Блок-схема установки ФПТ1-6 подана на рис. 21. Установка складається із колби 2, яка з'єднана з відкритим водяним манометром 1. Нагнітання повітря у колбу здійснюється мікрокомпресором, який умонтований в установку і вмикається тумблером 4. Важіль 3 дозволяє з'єднувати колбу 2 з мікроамперметром (положення “Перекрито”) або з атмосферою (положення “Відкрито”).



Порядок виконання роботи

1. Подати на установку живлення, увімкнувши тумблер у модулі “Мережа”.
2. Подати повітря у робочий елемент (колбу 2) тумблером “Увімкнено” в модулі “Повітря”.
3. За манометром контролювати зміну тиску в колбі. При встановленні заданого рівня робочого тиску припинити нагнітання повітря (коли різниця рівнів води в манометрі становитиме 150-200 мм вод. ст.).
4. Після стабілізації тиску зняти покази манометра (h_1).
5. Натиснути на кнопку “Атмосфера” і тримати її доти, доки тиск у колбі 2 не впаде до нуля.
6. Після встановлення рівнів води в колінах манометра (рівні нерухомі) зняти покази h_2 манометра і зареєструвати збільшений тиск завдяки адіабатному розширенню.
7. Дослід повторити не менше 10 разів, змінюючи величину h_1 .
8. Усі дані занести у звітну таблицю.

№ виміру	h_1 , мм рт. ст.	h_2 , мм рт. ст.	γ

9. У кожному досліді за формулою (8) визначити відношення теплоємностей γ , а потім визначити середнє значення $\bar{\gamma}$.
10. Відносну похибку розраховують на основі формули (8):

$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{\Delta\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} = \frac{\Delta\left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right)}{1 - \frac{h_2}{h_1}} = \frac{\Delta h_1}{h_1 - h_2} + \frac{\Delta h_2}{h_1 - h_2} + \frac{\Delta h_1}{h_1}.$$

Величина $\Delta h_1 = \Delta h_2$ і оцінюється подвоєною ціною поділки шкали манометра ($h_1 = H' - H''$); ($\Delta h_1 = \Delta H' + \Delta H''$, де H' і H'' – висоти рівнів у колінах манометра).

11. Визначивши ε_{γ} , знайти $\Delta\bar{\gamma}$ і записати остаточний результат $\bar{\gamma} = \bar{\gamma} \pm \Delta\bar{\gamma}$.
12. Порівняти отримане значення γ для повітря з теоретичним, яке випливає з формули $\gamma = \frac{i+2}{i}$.

7.7. Контрольні питання

1. Що називають теплоємністю? молярною теплоємністю? питомою теплоємністю?
2. У яких одиницях вимірюється теплоємність?
3. Як виражається теплоємність через число ступенів вільності?
4. Як залежить теплоємність від способу нагрівання газу?
5. Чому C_p більше C_v ?
6. Вивести співвідношення між C_p і C_v із першого закону термодинаміки.
7. Який процес називають адіабатним?
8. Вивести рівняння Пуассона.
9. Вивести робочу формулу (8).
10. Для чого необхідно побудувати графік залежності $\lg h_0 = f(t)$?
11. Що є предметом термодинаміки? Які особливості цієї фізичної теорії?
12. Що ви розумієте під внутрішньою енергією системи? кількістю теплоти? роботою газу?
13. Як формулюється перший закон термодинаміки? Запишіть цей закон в інтегральній та диференціальній формі.
14. Проведіть аналіз ізопроцесів із врахуванням першого принципу термодинаміки.

15. Що означає таке тлумачення: кількість теплоти не є повним диференціалом?
16. Як розуміти, що робота виконувана газом (або над газом) не є повним диференціалом?

8. Другий закон термодинаміки

Література: [2]: §§ 16.6-16.10; [3]: §§ 16.6-16.9; [5]: §§ 6.7-6.13; [6]: §§ 12.1-12.5; [10]: §§ 106-112.

8.1. Теоретичні відомості

Перший закон термодинаміки встановлює кількісний взаємозв'язок між теплотою, роботою і зміною внутрішньої енергії тіла, але не визначає напрямку протікання процесів. Із точки зору першого принципу термодинаміки можливий перехід енергії у формі теплоти як від нагрітого тіла до холодного, так і навпаки – від холодного до нагрітого тіла. Напрямок протікання термодинамічних процесів визначає другий закон термодинаміки. Існує декілька формулювань другого закону термодинаміки:

1. Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини визначається тільки температурами теплонагрівника і холодильника (С. Карно).
2. У природі неможливий процес, єдиним результатом якого був би повний перехід теплоти в роботу (М. Планк).
3. Теплота не може сама по собі переходити від тіла з більш низькою температурою до тіла з більш високою температурою (Р. Клаузіус).
4. Не можливо побудувати вічний двигун другого роду, який би працював за рахунок охолодження деякого тіла.

Таким чином, перетворення теплоти в роботу можливе тільки при наявності нагрівника і холодильника, в усіх теплових машинах корисно використовується тільки частина енергії, що передається від нагрівника до холодильника. Інакше кажучи, жоден тепловий двигун не може мати коефіцієнта корисної дії, рівного одиниці.

Другий принцип термодинаміки у математичній формі виражається нерівністю Клаузіуса:
$$\oint \frac{d'Q}{T} \leq 0, \quad (8.1)$$

де $\frac{d'Q}{T}$ – приведена теплота, рівна відношенню кількості теплоти, отриманої робочим тілом при ізотермічному процесі, до температури, при якій відбувається теплопередача.

Нерівність (8.1) показує, що при оборотних процесах сума приведених теплот рівна нулю, а для необоротних процесів – менша нуля.

Функція, яка характеризує напрямок протікання самовільних процесів у замкнутій термодинамічній системі, називається ентропією:

$$\frac{d'Q}{T} = dS. \quad (8.2)$$

Кожному стану тіла (системи) відповідає одне певне значення ентропії. Тому ентропія є однозначною функцією стану. Зміна ентропії відбувається тільки при обміні теплотою між тілом і джерелом теплоти. Для замкнутої системи (відсутній теплообмін з оточуючим середовищем) ентропія при своїх змінах не може зменшуватися:

$$\Delta S \geq 0. \quad (8.3)$$

У замкнутих системах для оборотних процесів ентропія не змінюється ($\Delta S = 0$), а для необоротних – завжди зростає ($\Delta S > 0$).

Енергія замкнутих систем із часом не змінюється, тому при будь-яких змінах у системі енергія на початку і в кінці процесу однакова – за значенням енергії не можливо відрізнити початковий стан від кінцевого. За значенням ентропії можна вказати на можливий напрямок процесу, тобто який стан є початковим, а який – кінцевим. Це обумовлено тим, що при протіканні процесів, які відбуваються самі по собі, ентропія завжди зростає. Це зростання ентропії відбувається до певного значення для даної системи, яке відповідає стану термодинамічної рівноваги. У стані рівноваги значення ентропії максимально можливе. Отже, у замкнутій системі не можуть відбуватися процеси, які приводять до зменшення ентропії системи.

Замінімо в рівнянні (8.2) для оборотного процесу величину $d'Q$ із першого закону термодинаміки (7.14), тоді

$$dS = \frac{dU + pdV}{T}. \quad (8.4)$$

Це рівняння називають основним рівнянням термодинаміки. У ньому об'єднані вирази першого і другого законів.

Використаємо (8.4) для обчислення ентропії ідеального газу.

Оскільки $dU = C_v dT$ і $p = \frac{RT}{V}$, то

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}. \quad (8.5)$$

Проінтегрувавши вираз (8.5), отримаємо

$$S = C_v \ln T + R \ln V + S_0, \quad (8.6)$$

де S_0 – постійна інтегрування. Якщо ідеальний газ масою m нагрівається від температури T_1 до температури T_2 , то зміна ентропії

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (8.7)$$

Під час нагрівання ідеального газу при постійному об'ємі зміна ентропії рівна

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (8.8)$$

де M – молярна маса газу, C_V – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі.

Зміна ентропії при нагріванні речовини з питомою теплоємністю c_v визначається співвідношенням

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m c_v \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (8.9)$$

Зміна ентропії при фазових переходах I-го роду визначається:

$$\Delta S = \frac{\lambda}{T} m \text{ (випаровування)}, \quad (8.10)$$

$$\Delta S = \frac{L}{T} m \text{ (плавлення)},$$

де m – маса речовини; T – температура фазового переходу; λ і L – відповідно, теплота пароутворення і плавлення.

Зміну ентропії в ідеальному газі можна обчислити за формулою

$$\Delta S = m \left(c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \quad (8.11)$$

де m – маса газу, c_v і c_p – його питомі теплоємності. Ентропія системи двох тіл з температурами T_1 і T_2 ($T_1 > T_2$) при теплообміні змінюється на величину

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} d'Q, \quad (8.12)$$

де $d'Q$ – кількість теплоти, що переходить від більш нагрітого тіла до менш нагрітого тіла.

При розширенні ідеального газу в пустоту його ентропія повинна збільшуватися, оскільки цей процес є необоротним. Проте для обчислення зміни ентропії не можна використати співвідношення

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{d'Q}{T}. \quad (8.13)$$

Оскільки зміна ентропії визначається лише початковим і кінцевим станами системи (тіла), то замість реального необоротного процесу можна розглянути уявний оборотний процес між тими ж станами тіла, для якого справедлива рівність (8.13). Реальний процес розширення газу від об'єму V_1 до об'єму V_2 замінимо ідеальним ізотермічним – нескінченно повільним рівноважним процесом розширення від того ж об'єму V_1 до V_2 .

$$\text{Тоді} \quad S_2 - S_1 = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T},$$

де Q – кількість теплоти, отримана газом від джерела із температурою T .

При ізотермічному розширенні

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$\text{і тому} \quad S_2 - S_1 = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (8.14)$$

Будь-який вид енергії може бути повністю перетворений у теплоту, проте енергію хаотичного руху молекул і атомів не можливо повністю вичерпати і перетворити в інший вид енергії, оскільки хаотичний рух молекул – природний стан речовини.

Процес перетворення однієї форми енергії в іншу здійснює робоче тіло – термодинамічна система. У термодинаміці важливе значення мають процеси, коли термодинамічна система в кінці процесу повертається у початковий стан, і параметри, які визначають цей стан, набувають першопочаткових значень. Такі процеси називають замкнутими (коловими) процесами, або циклами.

Процес називають оборотним, якщо після його завершення система повертається у початковий стан, при цьому в початковий стан повертаються усі взаємодіючі з нею тіла.

Коловий процес, у якому система здійснює позитивну роботу, називають прямим циклом. Процес, у якому робота, що виконується системою, є негативною, називається зворотним циклом. Колові процеси здійснюються багаторазово в теплових двигунах, які перетворюють теплову енергію у механічну.

Схема роботи теплового двигуна подана на рис. 22.

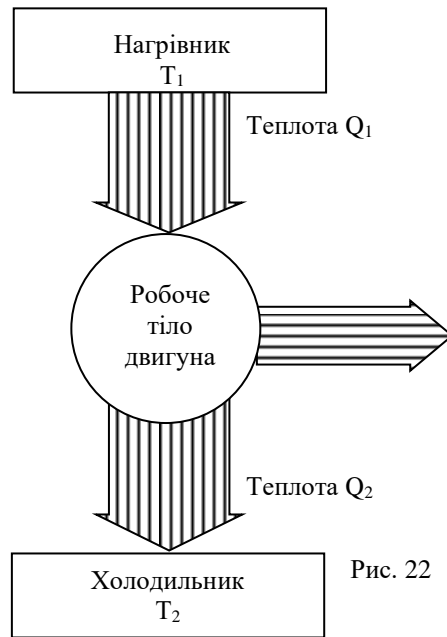


Рис. 22

Величину $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ (8.15)

називають термічним коефіцієнтом корисної дії для колового процесу.

У холодильній машині здійснюється зворотний цикл. Тут тепло Q_2 відбирається від тіла з нижчою температурою T_2 і віддається більш нагрітому тілу з температурою T_1 (кількість теплоти Q_1).

Холодильний коефіцієнт визначається зі співвідношення

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}. \quad (8.16)$$

Найвищий коефіцієнт корисної дії має теплова машина, в основу роботи якої покладено оборотний цикл Карно, у якому робочим тілом є ідеальний газ: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. (8.17)

Слід зазначити, що к.к.д. будь-якого необоротного циклу завжди менший к.к.д. оборотного циклу Карно:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (8.18)$$

8.2. Орієнтаційні питання

1. Однакові маси газу знаходяться при одній і тій же температурі в різних за об'ємом посудинах. У якому випадку ентропія системи більша?
2. Однакові маси газу знаходяться в однакових за об'ємом посудинах при різних температурах. У якому випадку ентропія системи більша?
3. Система перейшла із стану з меншим значенням ентропії в стан із більшим значенням ентропії. Як при цьому зміняться параметри системи? Конкретизуйте відповідь для ідеального газу.
4. Ідеальний газ нагрівали від температури T_1 до температури T_2 один раз ізохорно, а другий – ізобарно. У якому випадку буде більша зміна ентропії?
5. Визначте зміну ентропії при оборотному адіабатному процесі розширення (стиснення) газу. Поясніть фізичну суть результату.
6. Чи можна змінити ентропію ідеального газу, не надаючи йому певної кількості теплоти?
7. Які характерні особливості необоротних процесів? Наведіть приклади відомих вам необоротних процесів.
8. Чи можна стверджувати, що для будь-якого елементарного процесу справедливе співвідношення $dS = \frac{d'Q}{T}$?
9. Система перейшла із стану 1 у стан 2 явно необоротним шляхом. Чи можна визначити зміну ентропії в цьому процесі?
10. Як змінюється ентропія системи при наближенні її температури до абсолютного нуля? Поясніть фізичний зміст результату.
11. Чому для роботи теплової машини необхідний циклічний процес? Яка роль нагрівника і холодильника?
12. У чому перевага циклу Карно над іншими циклами? Як зміниться к.к.д. циклу, якщо робоче тіло охолоджувати не за рахунок адіабатного процесу, а безпосередньо в холодильнику? Чому?
13. Доведіть теорему Карно, використовуючи властивість ентропії як функції стану.
14. На малюнку відображені цикли двох теплових машин. Яка машина має більший коефіцієнт корисної дії? Яка машина виконує більшу роботу?
15. Чи можливий процес, при якому вся теплота, віднята від резервуара (нагрівника), перетворюється у роботу?
16. Як зміниться температура повітря у кімнаті, якщо побутовий холодильник буде працювати з відкритими дверцятами?

8.3. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач

При розв'язуванні задач з цієї теми використовуються вирази для коефіцієнта корисної дії циклу Карно (8.17), нерівність Клаузіуса (8.1), вирази для зміни ентропії при оборотних процесах (8.7 – 8.12) та формула Больцмана, яка виражає статистичне визначення ентропії:

$$S = k \ln W + C, \quad (8.19)$$

де k – стала Больцмана; W – термодинамічна ймовірність стану системи; C – стала інтегрування, яка обчислюється окремо в кожному конкретному випадку.

Величина зміни ентропії будь-якої термодинамічної системи (тіла) визначається, як правило, за формулою

$$dS \geq \frac{d'Q}{T}, \quad \text{або} \quad S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{d'Q}{T}, \quad (8.20)$$

де T – температура джерела теплоти (а не тіла чи системи).

Із визначення ентропії випливає, що вона є адитивною функцією стану, тобто зміна ентропії у певному оборотному процесі, який складається із декількох простих процесів, дорівнює сумі змін ентропії у кожному з них окремо:

$$\Delta S = \int \sum \frac{d'Q_i}{T_i} = \sum_i \int \frac{d'Q}{T} = \sum_i \Delta S_i.$$

Визначаючи зміни ентропії за формулою (8.20), необхідно правильно встановити кількість теплоти $d'Q$. У загальному випадку, записуючи вираз для $d'Q$, що стосуються конкретного процесу, підставляють його у формулу (8.20). За допомогою рівняння стану ідеального газу і рівняння відповідного процесу підінтегральний вираз $d'Q$ далі перетворюють до вигляду з розділеними змінними, після чого інтегрують. Границі інтегрування визначають з умов задачі.

При необоротних процесах $dS > \frac{d'Q}{T}$ і температура джерела теплоти T уже не дорівнює температурі термодинамічного тіла T' , з яким джерело стискається. Оскільки зміна стану термодинамічної системи залежить від кількості здобутої теплоти $d'Q$, то кінцевий результат буде однаковий як при оборотному процесі, так і при необоротному процесі, якщо тільки $d'Q$ в обох випадках однакове. Це означає, що для необоротного процесу зміну ентропії також можна визначити за формулою

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{d'Q}{T'}, \quad (8.21)$$

де T' – температура термодинамічного тіла, а не джерела теплоти. Якщо не вдається знайти відношення $\frac{d'Q}{T'}$ при необоротній зміні стану термодинамічної системи, то обчислення ΔS проводять способом, відображеним у § 8.1.

8.4. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. Температура пари, яка подається у парову машину, $t_1 = 127^\circ\text{C}$, температура в конденсаторі $t_2 = 27^\circ\text{C}$. Визначити теоретично максимальну роботу при затраті кількості теплоти $Q_1 = 4,2$ кДж.

Аналіз і розв'язання

Щоб теплова машина могла виконувати за цикл максимальну роботу, потрібно, щоб цикл був оборотним. При наявності тільки двох термостатів – нагрівника з температурою T_1 і холодильника з температурою T_2 – можливий лише один оборотний цикл – цикл Карно. Коефіцієнт корисної дії цього циклу $\eta_k = \frac{T_1 - T_2}{T_2}$.

К.к.д. будь-якої теплової машини $\eta = \frac{A}{Q_1}$, де A – корисна робота, виконана машиною, Q_1 – кількість теплоти, яку отримало робоче тіло від нагрівника.

Прирівнюючи $\eta_k = \eta$, отримаємо, що

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{A_{\max}}{Q_1}.$$

$$\text{Тоді } A_{\max} = \frac{Q_1(T_1 - T_2)}{T_1} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 100}{400} = 1,05 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

Задача 2. Холодильна машина працює за оборотним циклом Карно в інтервалі температур $t_1 = 27^\circ\text{C}$ і $t_2 = -3^\circ\text{C}$. Робочим тілом є азот масою $m = 0,2$ кг. Знайти кількість теплоти, яка відбирається від тіла, що охолоджується, роботу зовнішніх сил за цикл та холодильний коефіцієнт. Відношення максимального об'єму до мінімального рівне 5.

Аналіз і розв'язання

$Q_2, A_{\text{зов.}}, \varepsilon - ?$

$T_1 = 300 \text{ К}$
 $T_2 = 270 \text{ К}$
 $m = 0,2 \text{ кг}$
 $M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
 $\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = b = 5$
 $i = 5$
 $\gamma = 1,4$
 $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$

Оскільки холодильна машина працює по циклу Карно, то ізотермічний стиск азоту зовнішніми силами відбувається при більш високій температурі T_1 (на рис. 23 крива 1-2). Тоді робоче тіло віддає в оточуюче середовище кількість теплоти Q_1 ($Q_1 = |Q_{12}|$). На ділянці 3-4 (рис. 23) при температурі $T_2 < T_1$ відбувається ізотермічне розширення азоту, унаслідок чого від охолоджуваного тіла (термостат

при температурі T_2) відбирається кількість теплоти $Q_2 = Q_{34}$. Оскільки за умовою задачі холодильна машина працює за зворотним оборотним циклом Карно, то $\eta_x = \eta_k$ або $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, або $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$.

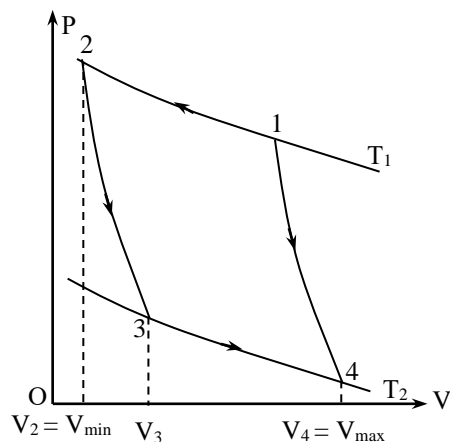


Рис. 23

За першим законом термодинаміки, робота за цикл рівна сумарній кількості теплоти, яку робоче тіло отримує і віддає за цикл:

$$A = -Q_1 + Q_2.$$

Як видно з рис. 23, робота газу за цикл при зазначеному напрямку процесу від'ємна.

Робота зовнішніх сил за цикл:

$$A_{\text{зовн.}} = -A = Q_1 - Q_2.$$

Шукану кількість теплоти $Q_2 = Q_{34}$ знайдемо, враху-

вавши, що при ізотермічному розширенні ідеального газу $Q_{34} = A_{34} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_4}{V_3}$. За умовою задачі $\frac{V_4}{V_2} = b$. Другий і третій стани на діаграмі $p-V$ лежать на одній адіабаті (2-3) в інтервалі

температур T_1 і T_2 . Тому $\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$, або $\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$. Домножимо

почленно цю рівність на вираз $\frac{V_4}{V_2} = b$. Отримуємо, що $\frac{V_4}{V_3} = b \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$.

Тоді

$$Q_{34} = Q_2 = \frac{m}{M} RT_2 \left(\ln b + \frac{1}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1} \right) =$$

$$= \frac{0,2}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,81 \cdot 270 \left(\ln 5 + \frac{1}{0,4} \ln 0,9 \right) = 2,16 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}.$$

$$A_{\text{зоен}} = Q_1 - Q_2 = Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = Q_2 \frac{(T_1 - T_2)}{T_2} = 2,4 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

Холодильний коефіцієнт визначимо зі співвідношення

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A_{\text{зоен}}} = \frac{2,16 \cdot 10^4}{2,4 \cdot 10^3} = 9.$$

Задача 3. Тепловий двигун працює по циклу, який складається із ізотермічного, ізобарного і адіабатного процесів. При ізобарному процесі ідеальний газ нагрівається від температури $T_1 = 200$ К до $T_2 = 500$ К. Знайти к.к.д. даного двигуна і двигуна, що працює по циклу Карно в межах зазначених температур.

Аналіз і розв'язання

$\eta, \eta_k - ?$ $T_1 = 200$ К $T_2 = 500$ К	В умові задачі не означена послідовність процесів, але оскільки ізобарний процес є процесом нагрівання, а отже, і розширення азоту ($T_2 > T_1$), то пряма, яка відповідає графіку цього
--	--

процесу на діаграмі $p-V$ (рис. 24), повинна лежати вище кривих, що відображають адіабатний (2-3) та ізотермічний (3-1) процеси. Тому ідеальний газ після ізобарного розширення 1-2 повинен адіабатно (крива 2-3) розширюватися до тих пір, поки його температура не стане рівною початковій температурі T_1 , а потім, щоб одержати цикл, газ ізотермічним стиском (крива 3-1) можна повернути в початковий стан.

Процес 2-3 відбувається без теплообміну, у процесі 3-1 ідеальний газ віддає теплоту холодильнику ($Q_2 = |Q_{31}|$), а в процесі 1-2 –

поглинає теплоту $Q_1 = Q_{12}$. Тоді к.к.д. циклу можна визначити за формулою

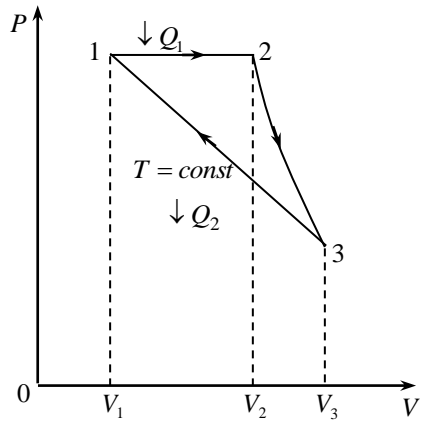
$$\eta = \frac{Q_1 - Q}{Q_1} = \frac{Q_{12} - |Q_{31}|}{Q_{12}}.$$


Рис. 24

За умовою задачі робочим тілом у машині є ідеальний газ, тому всі процеси будемо вважати оборотними. Теплоти Q_{12} і Q_{31} можуть бути виражені через відомі формули для ізобарного і ізотермічного процесів.

Коефіцієнт корисної дії циклу Карно знайдемо за відомими формулами, оскільки з проведеного аналізу очевидно, що $T_{\min} = T_1, T_{\max} = T_2$. Відомо, що

$$Q_{12} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R(T_2 - T_1) \quad \text{і} \quad |Q_{31}| = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_3}{V_1}.$$

Як бачимо, у цих формулах невідомі об'єми газу та їх відношення. Знайдемо їх з таких міркувань.

Стани газу 1 і 2 лежать на одній ізобарі, тому $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$.

Стани газу 2 і 3 лежать на одній адіабаті, тому

$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_1}$, або $\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$. Помножимо останню рівність на

рівність $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$. Отримаємо $\frac{V_3}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$.

Тоді $|Q_{31}| = \frac{m}{M} RT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1}$. Оскільки $\gamma = \frac{i+2}{i}$, то

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{i+2}{2}.$$

Остаточно маємо, що $|Q_{31}| = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$.

Тоді

$$\eta = \frac{Q_{12} - |Q_{31}|}{Q_{12}} = \frac{\frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \left[(T_2 - T_1) - T_1 \ln \frac{T_2}{T_1} \right]}{\frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R (T_2 - T_1)} =$$

$$= \frac{(T_2 - T_1) - T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} = 0,39.$$

$$\eta_k = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 0,60.$$

Задача 4. Кисень, маса якого $m = 200$ г, нагрівають від температури $t_1 = 27^\circ\text{C}$ до $t_2 = 127^\circ\text{C}$. Знайти зміну ентропії, якщо відомо, що початковий і кінцевий тиски однакові й рівні атмосферному.

$\Delta S_{21} - ?$
$M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$m = 0,2$ кг
$T_1 = 300$ К
$T_2 = 400$ К
$p_1 = p_2 = 1,013 \cdot 10^5$ Па
$i = 5$
$R = 8,31$ Дж/(моль·К)

Аналіз і розв'язання

Будемо вважати, що кисень є ідеальним газом ($p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$). Характер процесу нагрівання невідомий. Оскільки зміна ентропії при переході системи з початкового стану в кінцевий визначається тільки параметрами цих станів і не залежить від характеру

процесу, то кисень зі стану 1 у стан 2 можна перевести ізобарним розширенням, або спочатку зі стану 1 у стан 3 шляхом ізотермічного нагрівання, а зі стану 3 у стан 2 – шляхом ізохорного нагрівання (рис. 25). Для процесу 1-2

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{d'Q_p}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{M} C_p \frac{dT}{T};$$

для процесів 1-3-2

$$S_2 - S_1 = \int_1^3 \frac{d'Q_T}{T} + \int_3^2 \frac{d'Q_V}{T},$$

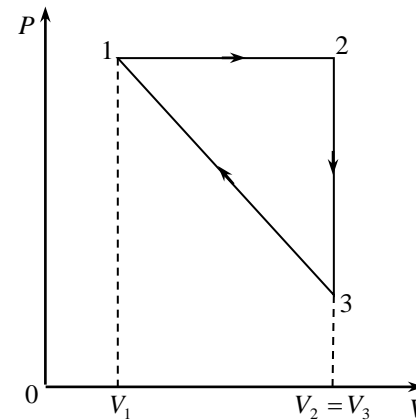


Рис. 25

$$\text{де} \quad d'Q_T = d'A = pdV, \quad d'Q_V = \frac{m}{M} C_V dT.$$

Знайдемо зміну ентропії, розглядаючи ізобарний процес 1-2.

Оскільки $C_p = \frac{i+2}{2} R$, то

$$\begin{aligned} \Delta S_{21} &= S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \\ &= \frac{0,2}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3,5 \cdot 8,31 \cdot \ln 1,33 = 52 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right). \end{aligned}$$

Перевіримо, чи не зміниться результат при вибраному нами переході 1-3-2. Враховуючи, що $T_3 = T_1, V_3 = V_2$, а також $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$ і при

ізотермічному процесі $p = \frac{p_1 V_1}{V} = \frac{mRT_1}{MV}$, отримаємо

$$\begin{aligned} S_2 - S_1 &= \frac{m}{M} R \int_1^3 \frac{dV}{V} + \frac{m}{M} C_V \int_3^2 \frac{dT}{T} = \\ &= \frac{m}{M} R \ln \frac{V_3}{V_1} + \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_3} = \frac{m}{M} R \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 52 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right). \end{aligned}$$

Отже, результат не змінився, оскільки зміна ентропії визначається параметрами системи у початковому і кінцевому станах та не залежить від характеру переходу.

Задача 5. 15 грам кисню знаходиться у посудині об'ємом 3 л, у посудинах об'ємом 2 л та 1 л знаходяться, відповідно, 10 г азоту та 5 г водню. Температури газів однакові. Посудини з'єднують, після чого гази змішуються. Знайти зміну ентропії.

Аналіз і розв'язання

Під час змішування газів відбувається ізотермічне розширення. При цьому зміна ентропії кожного з газів може бути виражена

так:
$$\Delta S = \int_1^2 \frac{d'Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 d'Q = \frac{1}{T} \Delta Q_{21}.$$

Кількість теплоти, яка поглинається при ізотермічному розширенні, дорівнює виконаній над газом роботі:

$\Delta S = ?$
$V_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
$V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
$V_3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
$m_1 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$
$m_2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$
$m_3 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$

$$\Delta Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Але $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{V_0}$. Тоді $\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_1 + V_2 + V_3}{V_0}$.

Зміна ентропії системи дорівнює сумі змін ентропій компонентів: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$.

Підставляючи числові значення, отримаємо

$$\Delta S_1 = \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \ln 2 = 2,69 \text{ (кДж/К)};$$

$$\Delta S_2 = 3,26 \text{ кДж/К}; \quad \Delta S_3 = 37,3 \text{ кДж/К}; \quad \Delta S = 43,25 \text{ кДж/К}.$$

Ентропія зросла, отже, процес змішування відбувається самовільно.

Задача 6. Кисень масою 0,455 г має у початковому стані об'єм 2 л і температуру 10 К, а в кінцевому – об'єм 10 л і температуру 50°C. Знайти зміну ентропії кисню при переході з першого стану в другий.

$\Delta S - ?$	Аналіз і розв'язання
$m = 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	Зміна ентропії може бути виражена
$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	$\Delta S = \int_1^2 \frac{d'Q}{T}$
$T_1 = 283 \text{ К}$	Згідно першого принципу термодинаміки
$T_2 = 323 \text{ К}$	$d'Q = dU + dA, \text{ де } dU = \frac{m}{M} C_v dT.$
$V_3 = 10^{-2} \text{ м}^3$	Тоді $d'Q = \frac{m}{M} C_v dT + p dV.$

Виразимо з рівняння Клапейрона-Менделєєва тиск газу:

$$p = \frac{m}{MV} RT.$$

Тоді $d'Q = \frac{m}{M} C_v dT + \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$, а зміна ентропії

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{m}{M} C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \\ &= 0,19 \left(\frac{\text{кДж}}{\text{К}} \right). \end{aligned}$$

Задача 7. 0,3 кг льоду, взятого при температурі -40°C , перетворюють у пару при атмосферному тиску. Знайти зміну ентропії.

$\Delta S - ?$
$m = 0,3 \text{ кг}$
$T_1 = 233 \text{ К}$
$T_2 = 373 \text{ К}$
$C_1 = 2,09 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$
$C_2 = 4,2\cdot 10 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$
$L = 3,35\cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$
$\lambda = 22,6\cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$

Аналіз і розв'язання

Оскільки ентропія – функція ади-тивна, то загальна зміна ентропії дорівнює сумі змін її

у різних процесах: $\Delta S = \sum_{i=1}^n \Delta S_i$.

При нагріванні льоду від -40°C до 0°C теплота, яку отримує лід, буде

$$dQ_1 = mC_v dT.$$

Зміна ентропії $\Delta S_1 = mC_1 \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} = mC_1 \ln \frac{T_0}{T_1}$.

При плавленні льоду температура його залишається постійною, через це $\Delta S_2 = \frac{mL}{T_0}$.

Зміна ентропії при нагріванні води від 0°C до 100°C

$$\Delta S_3 = mC_2 \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} = mC_2 \ln \frac{T_2}{T_0}.$$

Під час випаровування води при постійній температурі 100°C

$$\Delta S_4 = \frac{m\lambda}{T_2}.$$

Загальна зміна ентропії

$$\Delta S = \sum_{i=1}^4 \Delta S_i = m \left(C_1 \ln \frac{T_0}{T_1} + \frac{L}{T_0} + C_2 \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{\lambda}{T_2} \right).$$

Підставивши числові значення величин з умови задачі та зробивши обчислення, отримаємо $\Delta S = 2640 \text{ Дж}/\text{К}$.

Задача 8. Дуже мала теплоізолювана посудина поділена на дві рівні частини теплопроникною перегородкою. У кожній частині знаходиться вуглекислий газ у кількості 10^{-8} моля. Температура газу в одній частині посудини $t_1 = 28^{\circ}\text{C}$, а в другій – $t_2 = 27^{\circ}\text{C}$. Нехтуючи теплоємністю посудини, знайти, у скільки разів зростає ймовірність стану системи при вирівнюванні температур. Визначити зміну ймовірності при переході теплоти від менш нагрітої частини газу до більш нагрітої. Вважати вуглекислий газ ідеальним газом.

$$\frac{W_2}{W_1}, \frac{W_2'}{W_1'} - ?$$

$$v_1 = v_2 = 10^{-8} \text{ моля}$$

$$T_1 = 301 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$i = 6$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$$

Аналіз і розв'язання

За постулатом Больцмана зміна ентропії системи прямо пропорційна натуральному логарифму ймовірності W даного стану системи $\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln \frac{W_2}{W_1}$,

звідки
$$\frac{W_2}{W_1} = e^{\frac{\Delta S}{k}},$$

де k – стала Больцмана; W – термодинамічна ймовірність стану – число, пропорційне кількості тих фізичних мікростанів системи, через які може бути реалізований даний макростан.

Щоб знайти зміну ентропії ΔS , розглянемо квазістатичний процес, який може перевести систему з початкового стану в кінцевий. Оскільки об'єм кожної частини посудини залишається незмінним, то таким процесом може бути квазістатичне ізохорне нагрівання однієї частини газу і квазістатичне ізохорне охолодження другої частини:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_1'} \frac{d'Q_V}{T} + \int_{T_2}^{T_2'} \frac{d'Q_V}{T},$$

де T_1, T_1', T_2, T_2' – відповідно температури газу в початковому і кінцевому станах першої і другої частин посудини;

$$d'Q_V = \frac{m}{M} C_V dT, \quad \frac{m}{M} = \nu, \quad C_V = \frac{i}{2} R.$$

Оскільки частини посудини, де знаходиться газ, теплоізовані від оточуючого середовища, то температура газу в обох частинах буде змінюватися завдяки теплообміну між частинами. При цьому кількість теплоти, яку віддає одна частина газу буде рівна кількості теплоти, яку поглинає друга частина газу. Оскільки газ однорідний в обох частинах посудини, то зміна температури газу (по модулю) в обох частинах також буде однаковою:

$$T_1' = T_1 - \Delta T, \quad T_2' = T_2 + \Delta T \quad \text{і} \quad T_1' = T_2'.$$

Тоді $\Delta T = \frac{T_1 - T_2}{2}$ і, отже,
$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \left[\ln \left(1 - \frac{\Delta T}{T_1} \right) + \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_2} \right) \right].$$

Оскільки $\Delta T \ll T_1, T_2$, то натуральні логарифми можна розкласти у степеневий ряд і обмежитися лише першими членами. Тоді

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \Delta T \left(-\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right),$$

де $Q_{12} = \frac{m}{M} C_V \Delta T$ – абсолютне значення кількості теплоти, яку

віддала одна частина газу і отримала друга.

При вирівнюванні температур

$$\Delta T = 0,5 \text{ К}, Q_{12} = 1,25 \cdot 10^{-7} \text{ Дж і}$$

$$\Delta S = 10^{-8} \cdot 3 \cdot 8,31 \cdot 0,5 \left(-\frac{1}{301} + \frac{1}{300} \right) = 1,38 \cdot 10^{-12} \text{ (Дж/К)}.$$

Тому $\frac{W_2}{W_1} = e^{\frac{\Delta S}{k}} = e^{10^{11}}.$

Зміна ентропії при переході такої ж кількості теплоти ($1,25 \cdot 10^{-7}$ Дж) від газу менш нагрітого до газу більш нагрітого

$$\Delta S' = -1,38 \cdot 10^{-12} \text{ Дж/К, і, відповідно, } \frac{W_2'}{W_1} = \frac{1}{e^{10^{11}}} \approx 10^{-48}.$$

8.5. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. Ідеальний одноатомний газ ізотермічно стискають при температурі 600К від об'єму 6 л до об'єму 2 л, а потім переводять у початковий стан спочатку ізохорним охолодженням, а потім ізобарним розширенням. Знайти к.к.д. циклу і порівняти його з к.к.д. циклу Карно в тих же межах температур.

Задача 2. Ідеальна холодильна машина працює в інтервалі температур від 15 до -10°C . Робота за один цикл рівна $2 \cdot 10^4$ Дж. Обчислити кількість теплоти, відданої оточуючому середовищу за один цикл, і холодильний коефіцієнт.

Задача 3. Коефіцієнт корисної дії циклу Карно рівний 0,35. Температура нагрівника 600К. Знайти роботу, витрачену на адіабатний стиск одного кіломоля двохатомного газу.

Задача 4. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 г льоду, взятого при -20°C , у пару при 100°C .

Задача 5. Знайти приріст ентропії двох кіломолів ідеального трьохатомного газу при нагріванні його від 0 до 500°C , якщо процес нагрівання відбувається: при сталому об'ємі; при сталому тиску.

Задача 6. Знайти приріст ентропії при розширенні 200 г водню від об'єму 15 л до 45 л, якщо процес відбувається: при сталому тиску; при сталій температурі.

Задача 7. Кусок льоду масою 200 г, взятий при температурі -10°C , нагрітий до 0°C і розплавлений, після чого утворена вода нагріта до 10°C . Знайти зміну ентропії.

8.6. Лабораторна робота №8. **Визначення питомої теплоємності рідин і зміни ентропії**

Мета роботи: знайти питому теплоємність гасу електрокалориметром і зміну ентропії системи холодна-нагріта вода.

Прилади та матеріали: два калориметри, два термометри, дві спіралі однакового опору, досліджувана рідина, мішалки.

Теоретичні відомості

Вимірювання теплоємності твердих і рідких тіл у більшості випадків проводиться за допомогою калориметра, наповненого водою або іншою рідиною. Тверде тіло відомої маси m , нагріте до певної температури, швидко переноситься із нагрівача в калориметр. При цьому тіло віддає калориметру з рідиною деяку кількість теплоти. Вимірявши після досліду температуру калориметра (з тілом і рідиною) і знаючи початкові температури, маси всіх тіл, теплоємності рідини і матеріалу калориметра, можна обчислити невідому теплоємність твердого тіла. Для цього складають так зване рівняння теплового балансу: кількість теплоти, відданої тілом, рівна кількості теплоти, яку отримав калориметр із рідиною.

Цим же методом можна виміряти теплоємність рідини, заповнивши нею калориметр і взявши нагріте тіло з відомою теплоємністю.

У даній роботі теплоємність досліджуваної рідини визначається за допомогою електрокалориметра. Вимірний прилад складається із двох калориметрів, у які вмонтовані спіралі з відомим однаковим опором R . Спіралі з'єднані послідовно товстим мідним провідником. Один із калориметрів заповнений водою, а другий – досліджуваною рідиною. При проходженні електричного струму по двох послідовно ввімкнених опорах, у кожному з них, згідно закону Джоуля-Ленца, виділяється однакова кількість теплоти. Ця теплота йде на нагрівання рідини і внутрішньої посудини калориметра з мішалкою та термометром.

Кількість теплоти, отримана першим калориметром, мішалкою і водою за час t , рівна

$$Q = (cm + c_1m_1 + c_2m_2)(t_1 - t_0) , \quad (1)$$

де c, c_1, c_2 – відповідно питомі теплоємності води, калориметра і мішалки; m, m_1, m_2 – їх маси; t_0, t_1 – початкова і кінцева температури води.

Добуток $c_1 m_1$, який виражає теплоємність калориметра, називають водяним еквівалентом калориметра.

Кількість теплоти, яка виділяється у калориметрі з досліджуваною рідиною, рівна

$$Q' = (c'm' + c'_1 m'_1 + c'_2 m'_2)(t'_1 - t'_0), \quad (2)$$

де c', c'_1, c'_2 – відповідно питомі теплоємності досліджуваної рідини, калориметра і мішалки; m', m'_1, m'_2 – їх маси; t'_0, t'_1 – початкова й кінцева температури досліджуваної рідини.

Порівнюючи теплоти Q і Q' , можна визначити питому теплоємність досліджуваної рідини:

$$c' = \frac{(cm + c_1 m_1 + c_2 m_2)(t_1 - t_0)}{m'(t'_1 - t'_0)} \cdot \frac{c'_1 m'_1 + c'_2 m'_2}{m'}. \quad (3)$$

Ентропією називають функцію S стану системи, диференціал якої в елементарному процесі рівний відношенню нескінченно малої кількості теплоти $d'Q$, наданої системі, до абсолютної температури T джерела теплоти:

$$dS = \frac{d'Q}{T}.$$

Ентропія, як і внутрішня енергія системи U , є однозначною функцією стану системи, тобто при переході системи зі стану 1 у стан 2 зміна ентропії ΔS не залежить від шляху переходу системи з одного стану в інший, а визначається початковим і кінцевим станом системи:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{d'Q}{T}.$$

У замкнутій системі процеси протікають у напрямку збільшення ентропії. У випадку, коли всі процеси, що протікають у системі, оборотні, ентропія залишається незмінною, тобто ентропія ізольованої системи при будь-яких процесах, що відбуваються у ній, не може зменшуватись. У випадку незамкнутих систем ентропія може і зменшуватись.

У всіх випадках, коли термодинамічна система поглинає теплоту, то її ентропія збільшується ($S_2 > S_1$), а коли віддає – зменшується ($S_2 < S_1$).

Визначимо зміну ентропії води при її нагріванні. Припустимо, що маса холодної води m_1 , гарячої – m_2 , температура холодної води T_1 , гарячої – T_2 . При змішуванні холодної та гарячої води температура суміші стане рівною θ . На основі рівняння теплового балансу

кількість теплоти, яку віддає гаряча вода, рівна кількості теплоти, яку отримує холодна вода: $\Delta Q_2 = \Delta Q_1$, або $cm_1(\theta - T_1) = cm_2(T_2 - \theta)$. (4)

$$\text{Із (4) маємо} \quad \theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}.$$

Знайдемо зміну ентропії системи “холодна-нагріта вода”. Ентропія холодної води збільшується на величину

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\theta} \frac{dQ}{T} = m_1 c \int_{T_1}^{\theta} \frac{dT}{T} = m_1 c \ln \frac{\theta}{T_1}. \quad (5)$$

Ентропія гарячої води зменшиться на величину

$$\Delta S_2 = \int_{\theta}^{T_2} \frac{dQ}{T} = m_2 c \int_{\theta}^{T_2} \frac{dT}{T} = m_2 c \ln \frac{T_2}{\theta}. \quad (6)$$

Загальна зміна ентропії рівна

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_1 - \Delta S_2 = m_1 c \ln \frac{\theta}{T_1} - m_2 c \ln \frac{T_2}{\theta} = \\ &= c \left(m_1 \ln \frac{\theta}{T_1} - m_2 \ln \frac{T_2}{\theta} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Порядок виконання роботи

1. На аналітичних терезах визначити маси внутрішніх посудин калориметрів без рідин і окремо мішалок.
2. Налити в калориметри досліджувану рідину і воду так, щоб рідини повністю покрили спіралі. На терезах знайти масу калориметрів із рідинами. Маси рідин знайти як різницю мас наповнених і ненаповнених калориметрів.
3. По термометрах, які занурені в калориметри, зафіксувати температури t_0 і t_0' (температури в калориметрах не повинні при цьому змінюватись).
4. Увімкнути електричний струм і мішалками помішувати рідини в калориметрах. Коли температура води підвищиться на 4°C , вимкнути струм, і, помішуючи рідини до припинення змін температур, зафіксувати температури t_1 і t_1' . Результати вимірювань, обчислень і табличні дані занести в таблицю.
5. Отримані дані підставити у формулу (3) і обчислити питому теплоємність c' досліджуваної рідини.
6. Обчислити відносну й абсолютну похибки вимірювань c' .

7. На аналітичних терезах визначити масу калориметра. Налити в калориметр води і шляхом зважування визначити її масу (m_1). Термометром визначити температуру холодної води ($T_1 = 273 + t_1$).
8. На плитці довести масу води m_2 до кипіння у колбі ($T_2 = 273 + 100^\circ\text{C}$). Вилити цю воду в калориметр із холодною водою і помішати мішалкою. Визначити температуру суміші $\theta = 273 + t_{\text{суміші}}$. Усі дані занести у відповідну таблицю.
9. Обчислити зміну ентропії ΔS за формулою (7) і зробити відповідні висновки.

Контрольні питання

1. Дайте визначення термодинамічного процесу, оборотного і необоротного процесу. Чому всі реальні процеси необоротні?
2. Який процес називають рівноважним? квазістатичним?
3. Сформулюйте II-ий закон термодинаміки. Яке статистичне тлумачення другого закону термодинаміки?
4. Дайте поняття циклічного процесу. Намалюйте на діаграмі $p-V$ прямий і зворотний цикли.
5. На діаграмі $p-V$ відобразіть цикл Карно (прямий і зворотний).
6. Дайте визначення к.к.д. теплової машини. Виведіть формулу для визначення к.к.д. теплової машини Карно.
7. Дайте поняття приведеної теплоти. Запишіть нерівність Клаузіуса.
8. Дайте визначення ентропії як функції стану термодинамічної системи.
9. Як може змінюватися ентропія ізольованої термодинамічної системи?
10. Як визначити зміну ентропії для ідеального газу?
11. Запишіть основне рівняння термодинаміки.
12. Запишіть постулат Больцмана. Що таке термодинамічна ймовірність?
13. У чому полягає статистичний зміст ентропії?
14. Які межі застосування II-го закону термодинаміки?

9. Реальні гази

Література: [2]: §§ 17.1-17.7; [3]: §§ 17.1-17.5; [5]: §§ 7.1-7.6; [6]: §§ 13.1-13.5; [9]: §§ 12.1-12.5; [10]: §§ 113-117.

9.1. Короткі теоретичні відомості

Закони ідеальних газів, що випливають з молекулярно-кінетичних уявлень, досить добре підтверджуються експериментально при невисоких тисках та середніх (кімнатних) температурах. При підвищенні тиску поведінка реальних газів суттєво відрізняється від поведінки газів ідеальних. Це пояснюється наявністю у реальних газах міжмолекулярних сил взаємодії (притягання) та скінченими розмірами реальних молекул. Врахування об'єму молекул реального газу еквівалентне врахуванню сил відштовхування, які проявляються при значному зближенні молекул.

Врахування скінчених розмірів молекул і сил притягання між ними дозволяє отримати рівняння стану реальних газів із рівняння Клапейрона-Менделєєва шляхом уведення поправки $\frac{a}{V_m^2}$ для тиску

$$\text{і поправки } b \text{ для об'єму: } \left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V - b) = RT. \quad (9.1)$$

Поправка для тиску $\frac{a}{V_m^2}$ враховує сили взаємодії між молекулами реальних газів і є внутрішнім тиском, який виникає через взаємне притягання між молекулами. Дія молекул одна на одну здійснюється у межах радіуса молекулярної дії. Поправка b враховує власний об'єм усіх молекул реального газу і “мертвий” простір, тобто об'єм пустот між молекулами при їх щільному упакуванні.

Таким чином, загальний тиск у реальному газі складається із зовнішнього (p) і внутрішнього (p_i) тисків:

$$p + p_i = p + \frac{a}{V_m^2}. \quad (9.2)$$

Доступний для молекул реального газу об'єм складає величину $V_m - b$, де поправка b визначає поправлений власний об'єм усіх молекул реального газу:

$$b = 4nV_0, \quad (9.3)$$

де n – концентрація молекул реального газу, V_0 – об'єм однієї молекули.

Якщо рівняння (9.1) подати для довільної кількості реального газу, то треба врахувати, що $V_m = \frac{V}{\nu}$,

де V_m – об'єм, який займає 1 моль газу, V – об'єм довільної кількості молів, $\nu = \frac{m}{M}$ – число молів газу. Тоді отримаємо

$$\left(p + \left(\frac{m}{M} \right)^2 \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT, \quad (9.4)$$

де p – зовнішній тиск; a і b – сталі Ван-дер-Ваальса; m – маса газу; M – молярна маса реального газу, T і V – відповідно, температура і об'єм, який займає реальний газ.

Рівняння (1) і (4) називають рівняннями Ван-дер-Ваальса, відповідно, для 1 моля реального газу і довільної кількості газів.

Розглянемо графічне зображення ізоTERM Ван-дер-Ваальса на

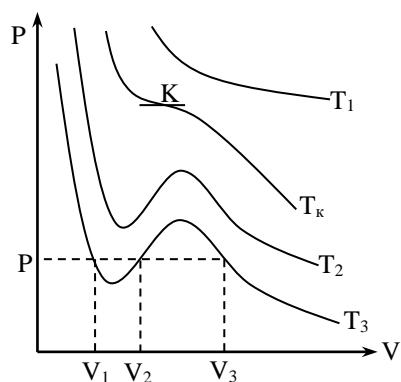


Рис. 26

діаграмі p, V (рис. 26). Як видно з діаграми, вигляд ізоTERM залежить від температури, при якій здійснюється ізоTERMічний процес. На ізоTERMах $T_3 < T_2 < T_k$ одному значенню тиску p відповідає три значення об'єму: V_1, V_2, V_3 . Для ізоTERMи T_k наявна точка перегину K , ізоTERMа $T_1 > T_k$ має вигляд плавної кривої, яка співпадає з ізоTERMою для ідеального газу.

Рівняння (9.1) та (9.4) можна розглядати як рівняння третього степеня відносно об'єму V , тому воно має або три дійсні корені (при $T < T_k$), або один дійсний та два уявні, які не мають фізичного змісту (при $T > T_k$), тобто при температурі нижчій за T_k одному значенню тиску відповідає три значення об'єму, а при температурі вищій за T_k одному значенню тиску відповідає одне значення об'єму. Звідси випливає, що при температурі вищій за T_k речовина може знаходитися тільки в однофазному газоподібному стані, а при температурах нижчих за T_k одночасно знаходиться у двох фазових станах.

Найбільша температура T_k , при якій газ може бути перетворений у рідину, називається критичною температурою. На діаграмі p, V (рис. 26) точка перегину K на критичній ізоTERMі T_k називається критичною точкою. У критичній точці всі три корені

рівняння (9.1) повинні співпадати ($V_1 = V_2 = V_3 = V_k$). Із цієї умови отримують значення критичних параметрів:

$$T = \frac{8a}{27Rb}, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad V_k = 3b. \quad (9.5)$$

На відміну від ідеальних газів, внутрішня енергія яких є лише кінетичною енергією теплового руху молекул, котра залежить від температури і не залежить від об'єму, який займає газ, у реальних газах міжмолекулярна взаємодія відіграє суттєву роль. Тому внутрішня енергія реального газу визначається сумою потенціальної енергії взаємодії молекул і кінетичної енергії їх теплового руху. Для 1 моля реального газу внутрішня енергія обчислюється за формулою

$$U = C_V T - \frac{a}{V_M}, \quad (9.6)$$

де C_V – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі; a – стала Ван-дер-Ваальса для даного газу; T – температура газу; V_M – об'єм 1 моля газу.

Внутрішня енергія довільної кількості газу (ν молів) визначається як

$$U = \nu C_V T - \frac{a'}{V}, \quad (9.7)$$

де $a' = \nu^2 a$, $V = \nu V_M$.

Таким чином, внутрішня енергія реального газу залежить як від температури, так і від об'єму.

Із рівнянь (9.5) можна визначити сталі a та b :

$$a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}; \quad b = \frac{T_k R}{8p_k}. \quad (9.8)$$

Якщо ввести зазначені величини $\tau = \frac{T}{T_k}$, $\pi = \frac{p}{p_k}$, $\omega = \frac{V_M}{V_k}$, то

рівняння Ван-дер-Ваальса для 1 моля реального газу можна подати у вигляді

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2} \right) (3\omega - 1) = 8\tau. \quad (9.9)$$

Рівняння (9.9) не містить довільних сталих і називається приведеним рівнянням Ван-дер-Ваальса.

9.2. Орієнтаційні питання

1. При яких експериментальних умовах модель ідеального газу не можна використати для опису його поведінки?
2. Як змінюється уявлення про молекулу при переході до теорії Ван-дер-Ваальса (ВДВ)?
3. Намалюйте графік залежності потенціальної енергії взаємодії молекул від відстані між ними. Яка апроксимація використовується у теорії ВДВ?
4. Урахуйте окремо спочатку поправку b , а потім поправку a . Побудуйте відповідну сім'ю ізотерм. Чи мають фізичний зміст дільниці, де тиск від'ємний?
5. Як показують розрахунки, внутрішній тиск у воді складає $11 \cdot 10^8$ Па. Чому він не відчувається при зануренні у воду?
6. Чи можна за допомогою манометра виміряти внутрішній тиск у реальному газі чи рідині?
7. Реальний газ адіабатно розширився у вакуум. Як змінилася його внутрішня енергія? температура? ентропія?
8. Побудуйте сім'ю ізотерм ВДВ у координатах pV і порівняйте їх з відповідною сім'єю для ідеального газу. Які дільниці ізотерм ВДВ описують нестабільні стани речовини?
9. Побудуйте ізотерми реального газу в координатах TV . Продемонструйте на цій діаграмі можливість однофазного переходу рідина-газ.

9.3. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач

Розв'язування задач, де мова йде про реальний газ, слід проводити такими ж методами, як і у випадку ідеальних газів. Тільки рівняння стану ідеального газу замінюється скрізь на рівняння Ван-дер-Ваальса (9.1 – 9.4), а внутрішню енергію розраховують у випадку реального газу за формулами (9.6, 9.7).

Усі задачі цієї теми можна схематично поділити на три групи:

1. Задачі, у яких потрібно визначити невідомий параметр (або параметри) фіксованого стану (або станів) відомого газу ВДВ; або на підставі відомих параметрів стану обчислити поправки ВДВ для певного газу.
2. Задачі, розв'язування яких ґрунтується на термодинамічному розгляді газу ВДВ (визначення теплоємності реального газу в певних процесах, знаходження рівняння процесу зміни стану, обчислення роботи, що виконується реальним газом).

3. Задачі, які стосуються ефекту Джоуля-Томсона.

Розв'язування задач першої групи зводиться до застосування рівняння ВДВ до двох фіксованих станів реального газу – початкового і кінцевого. Складаючи систему рівнянь, слід визначити один із параметрів так, щоб він залишався сталим при переході системи з одного стану до другого. При цьому поправки ВДВ вважаються невідомими. Якщо за умовою задачі слід їх визначити, повинні бути задані всі параметри реального газу, принаймні для двох станів. Тоді рівняння (9.1, 9.4) розв'язують відносно a і b . Записуючи рівняння стану, слід пам'ятати, що манометром у реальному газі вимірюється тільки зовнішній тиск.

При розв'язуванні задач другої групи слід пам'ятати, що термодинамічний розгляд реального газу такий самий, як і для ідеального газу. Щоб обчислити теплоємність газу ВДВ при певному процесі, або вивести рівняння процесу, вираз теплоємності для якого відомий, необхідно сумісно розглядати рівняння стану (9.1, 9.4) реального газу і формулу першого закону термодинаміки для цього газу.

За допомогою рівнянь стану газу ВДВ та рівнянь першого закону термодинаміки для різних процесів, які відбуваються у реальному газі, обчислюють кількість теплоти $d'Q$, зовнішню роботу $d'A$, що виконується реальним газом, та інші величини.

Певну специфіку розв'язування мають задачі третьої групи, оскільки ефект Джоуля-Томсона спостерігається лише в реальних газах. При цьому слід розрізняти два випадки: а) розширення газу в пустоту, оскільки не виконується при цьому зовнішня робота; б) диференціальний ефект Джоуля-Томсона, коли газ перетікає крізь дросель з однієї посудини в другу при невеликому перепаді тиску.

У першому випадку зовнішній тиск $p = 0$ і тому газ проти зовнішніх сил не виконує роботи ($d'A = 0$). Крім цього розширення газу в пустоту відбувається адіабатно, бо немає зовнішнього середовища, з яким можливий теплообмін ($d'Q = 0$). За першим законом термодинаміки при розширенні газу в пустоту $U = const$.

У другому випадку внутрішня енергія U реального газу змінюється, але залишається сталою ентальпія:

$$U + pV = const . \quad (9.10)$$

Рівняння (9.10) є умовою диференціального ефекту Джоуля-Томсона; тут p – зовнішній тиск; V – об'єм, у якому міститься газ.

9.4. Приклади розв'язування типових задач

Задача 1. 1 моль вуглекислого газу, який при температурі $t_1 = 127^\circ\text{C}$ займав об'єм $V_1 = 0,5$ л, розширюється ізотермічно до об'єму $V_2 = 2V_1$. Знайти початковий тиск газу, роботу при розширенні газу, зміну внутрішньої енергії та кількість отриманої теплоти.

$p_1, A_{12}, \Delta U_{12}, Q_{12} - ?$
$T_1 = 400 \text{ К}$
$V_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$
$V_2 = 2V_1$
$M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$a = 0,36 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$
$b = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$
$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$

Аналіз і розв'язання

Як відомо, 1 моль ідеального газу при нормальних умовах займає об'єм $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

За умовою задачі один моль газу при температурі $T_1 > T_0 = 273 \text{ К}$ займає об'єм $5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$. Це означає, що тиск газу значно перевищує атмосферний і газ не

можна вважати ідеальним. У цьому випадку тиск газу слід розраховувати за рівнянням Ван-дер-Ваальса, яке для одного моля

$$\left(p_1 + \frac{a}{V_1^2} \right) (V_1 - b) = RT,$$

де $V_1 = V_m$ – молярний об'єм.

Отже,

$$p_1 = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} = \frac{8,31 \cdot 400}{5 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,36}{(5 \cdot 10^{-4})^2} = 5,7 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Роботу, яка виконується газом, визначимо як

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 p_1 dV = \int_1^2 \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV = \\ &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V-b} dV - \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = RT \ln \frac{V_2-b}{V_1-b} + \frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1} = \\ &= 8,31 \cdot 400 \ln \frac{10^{-3} - 4,3 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-5}} + \frac{0,36}{10^{-3}} - \frac{0,36}{5 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 2,1 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}. \end{aligned}$$

Зміну внутрішньої енергії вуглекислого газу знайдемо як

$dU = dE_k + dE_n = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + \frac{a}{V^2} dV$. При переході газу зі стану 1 до стану 2

$$\Delta U_{12} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV =$$

$$= \frac{i}{2} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) + a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Оскільки процес переходу ізотермічний ($T_2 = T_1$), то в останньому виразі перший доданок перетворюється у нуль і тому

$$\Delta U_{12} = a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = 0,36 \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-4}} - \frac{1}{10^{-3}} \right) = 0,4 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

Кількість теплоти, отриманої газом, знайдемо з першого закону термодинаміки: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}$.

Задача 2. У балоні об'ємом 8 л знаходиться кисень масою $m = 0,3$ кг при температурі $T = 300$ К. Визначити, яку частину від об'єму посудини складає власний об'єм молекул газу. Визначити відношення внутрішнього тиску p_i до тиску p на стінки посудини.

$\frac{V'}{V}, \frac{p_i}{p} - ?$
$T = 300 \text{ К}$
$V = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
$m = 0,3 \text{ кг}$
$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$
$a = 0,137 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3/\text{моль}^2$

Аналіз і розв'язання

Власний об'єм молекул кисню $V' = nV_0$, де n – концентрація молекул, V_0 – об'єм однієї молекули кисню. Оскільки поправка ВДВ на об'єм рівна почетверенному об'єму всіх молекул газу, то можна записати, що $\frac{m}{M} b = 4nV_0 = 4V'$.

$$\text{Звідси } V' = \frac{mb}{4M} \text{ і } \frac{V'}{V} = \frac{mb}{4MV}.$$

Підставивши в останній вираз числові дані за умовою задачі, отримаємо $\frac{V'}{V} = \frac{0,3 \cdot 3,17 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^{-3} = 0,9\%$.

Із рівняння ВДВ $\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT$ випливає, що

$$p_i = \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}, \text{ а тиск } p = \frac{\frac{m}{M} RT}{V - \frac{m}{M} b} - \left(\frac{m}{M} \right)^2 \frac{a}{V^2}.$$

$$\text{Тоді } \frac{p_i}{p} = \frac{\left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{a}{V^2}}{\frac{\frac{m}{M} RT}{\left(V - \frac{m}{M} b\right)} - \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{a}{V^2}} = \frac{1}{\frac{RT}{\left(V - \frac{m}{M} b\right)\left(\frac{m}{M}\right) \frac{a}{V^2}} - 1}.$$

Після підстановки числових даних з умови задачі, отримаємо

$$\frac{p_i}{p} = 0,066 = 6,6\%.$$

Задача 3. У посудині об'ємом 200 л знаходиться 0,3 кмоль водню при нормальному тиску. У скільки разів необхідно збільшити температуру, щоб тиск збільшився у 3 рази? Порівняти з результатами для ідеального газу. Для водню $a = 23,5 \cdot 10^{-3}$ Дж·м³/моль², $b = 2,6 \cdot 10^{-5}$ м³/моль.

Аналіз і розв'язання

Ураховуючи, що об'єм посудини не змінюється при підвищенні температури від T_1 до T_2 , запишемо рівняння Ван-дер-Ваальса для першого та другого станів реального газу:

$$\left(p_1 + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) \frac{m}{M} RT_1;$$

$$\left(p_2 + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) \frac{m}{M} RT_2.$$

Поділивши друге рівняння на перше, отримаємо $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 + v \frac{a}{V^2}}{p_1 + v \frac{a}{V^2}}$.

Підставимо числові значення:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3 \cdot 10^5 + (3 \cdot 10^2)^2 \frac{23,5 \cdot 10^{-3}}{0,2^2}}{10^5 + (3 \cdot 10^2)^2 \frac{23,5 \cdot 10^{-3}}{0,2^2}} = 2,3.$$

Якщо рахувати газ ідеальним, то рівняння його стану можна записати так: $p_1V = \nu RT$; $p_2V = \nu RT$. Поділивши ці рівняння почленно, отримаємо $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = 3$.

Порівнюючи отримані результати, бачимо, що ідеальний газ у таких умовах нагрівається до більш високої температури, ніж реальний.

Задача 4. У циліндрі під поршнем знаходиться 1 кмоль азоту при нормальних умовах. Яку частину об'єму посудини займають при цьому молекули азоту? Газ розширюється до об'єму вдвоє більшого від початкового при постійній температурі. Знайти зміну внутрішньої енергії газу і виконану роботу. Яке було б значення цих величин, якби газ був ідеальним?

$\Delta U, A, \frac{V'}{V} - ?$
$V_2 = 2V_1$
$\nu = \frac{m}{M} = 10^3 \text{ моль}$
$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$T = 273 \text{ К}$
$a = 0,136 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3 / \text{моль}^2$
$b = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$

Аналіз і розв'язання

Для знаходження відповіді на перше питання задачі необхідно знайти відношення $\frac{V'}{V}$, де V' – власний об'єм молекул азоту, V – об'єм одного моля азоту при нормальних умовах.

Для одного моля: $V = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$,
а для кіломоля – $V = 22,4 \text{ м}^3$.
Поправка Ван-дер-Ваальса b дорівнює почетверенному власному об'єму молекул, тому $\nu b = 4V'$.

Звідки $V' = \nu \frac{b}{4} = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{4} \cdot 10^3 = 10^{-2} \text{ (м}^3 / (\text{К} \cdot \text{моль}))$.

Тоді $\frac{V'}{V} = \frac{10^{-2}}{22,4} = 4,4 \cdot 10^{-4}$;

$$\Delta U = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{2V_1} = \frac{a}{2V_1} =$$

$$= \frac{0,136}{2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \right);$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{RT}{V-b} dV - \int_{V_1}^{2V_1} \frac{a}{V^2} dV =$$

$$= RT \ln \frac{2(V_1-b)}{V_1-b} - \frac{a}{2V_1} = RT \ln 2 - \frac{a}{2V_1}.$$

Підставимо числові значення в останній вираз, тоді отримаємо

$$A = 8,3 \cdot 273 \ln 2 - \frac{0,136}{2 \cdot 2,24 \cdot 10^{-2}} = 1,56 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

Для 1 кмоля $A = 1,56 \cdot 10^6$ Дж.

У випадку ідеального газу зміна внутрішньої енергії $\Delta U = 0$, а робота $A = 1,56 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 5. Вуглекислий газ, який взятий у кількості $\nu = 1$ моль, знаходиться у критичному стані. При ізобаричному нагріванні газу його об'єм V збільшився у 2 рази. Визначити зміну ΔT температури газу, якщо його критична температура $T_k = 304$ К.

$\Delta T - ?$	Аналіз і розв'язання
$\nu = \frac{m}{M} = 1$ моль	Для розв'язування задачі зручно користуватися рівнянням Ван-дер-Ваальса в зведеній формі, тобто в такій формі, коли тиск p , молярний об'єм V і температура T реального газу з відповідними критичними параметрами представлені у вигляді
$T_k = 304$ К	
$V = 2V_k$	
$p = p_{кр} = const$	

наступних співвідношень: $\pi = \frac{p}{p_k}; \omega = \frac{V}{V_k}; \tau = \frac{T}{T_k}.$

Із цих рівнянь отримаємо $p = \pi p_k; V = \omega V_k; T = \tau T_k.$

Підставляючи сюди вирази p_k, V_k, T_k через постійні Ван-дер-Ваальса a та b , знайдемо: $p = \frac{a\pi}{27b^2}; V = 3b\omega; T = \frac{8a}{27bR}\tau.$

Отримані вирази p, V, T підставимо у рівняння Ван-дер-Ваальса $\left(\frac{a\pi}{27b^2} + \frac{a}{(3b\omega)^2}\right)(3b\omega - b) = R \frac{8a}{27bR}\tau.$

Після скорочення на $\frac{a}{27b}$ і в правій частині на R отримаємо

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau. \quad (1)$$

Це і є рівняння Ван-дер-Ваальса у зведеній формі. Воно не містить ніяких параметрів, які характеризують індивідуальні властивості газу, і через це є універсальними.

Тепер дамо відповідь на питання задачі: оскільки тиск залишається постійним ($p = p_k$), то $\pi = 1$; молярний об'єм газу згідно

умови збільшився у 2 рази, тобто $V = 2V_k$, отже, $\omega = 2$. Із рівняння (1)

виразимо зведену температуру τ :
$$\tau = \frac{\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1)}{8}.$$

Підставимо сюди $\pi = 1$ та $\omega = 2$, тоді $\tau = \frac{35}{32}$.

Температура T кінцева зв'язана з T_k співвідношенням

$$T = \tau T_k = \frac{35}{32} \cdot 304 = 332 \text{ К};$$

$$\Delta T = T - T_k = 332 - 304 = 28 \text{ К}.$$

Задача 6. У циліндрі під поршнем знаходиться хлор масою $m = 20$ г. Визначити зміну ΔU внутрішньої енергії хлору при ізотермічному розширенні його від $V_1 = 200 \text{ см}^3$ до $V_2 = 500 \text{ см}^3$.

$\Delta U - ?$
$m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$
$a = 0,65 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3 / \text{моль}^2$
$T = \text{const}$
$V_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$
$V_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$
$M = 71 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

Аналіз і розв'язання

Внутрішня енергія U реального газу визначається виразом

$$U = \nu \left(C_V T - \frac{a}{V_M} \right). \quad (1)$$

Виразимо в рівнянні (1) молярний об'єм V_M через об'єм V і кількість

речовини ν $\nu = \frac{V}{V_M}; \quad V_M = \frac{V}{\nu}.$

Тоді, врахувавши, що $\nu = \frac{m}{M}$, отримаємо:

$$U = \frac{m}{M} \left(C_V T - \frac{ma}{MV} \right). \quad (2)$$

Зміну ΔU внутрішньої енергії у результаті ізотермічного розширення знайдемо як різницю двох значень внутрішньої енергії

при об'ємах V_2 і V_1 :
$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{M^2 V_1 V_2}. \quad (3)$$

Підставляючи числові значення у формулу (3), отримаємо

$$\Delta U = \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 0,65(5 - 2) \cdot 10^{-4}}{(71 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 154 \text{ (Дж)}.$$

Задача 7. Один моль водню при температурі 27⁰С ізотермічно розширюється від 0,03 до 0,3 м³. Розрахувати роботу розширення даного газу (використовуючи формулу Ван-дер-Ваальса і приймаючи

$A - ?$ $T = 300 \text{ К}$ $V_1 = 0,03 \text{ м}^3$ $V_2 = 0,3 \text{ м}^3$ $V_m^2 \gg b$ $a = 0,0235 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3 / \text{моль}^2$ $b = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$ $\nu = 1 \text{ моль}$

до уваги, що $V_m^2 \gg b$), а також ідеального газу і порівняти результати.

Аналіз і розв'язання

Перетворимо рівняння Ван-дер-

Ваальса так:
$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) = \frac{RT}{V_m - b}.$$

При діленні RT на $V_m - b$

отримаємо ряд:
$$\frac{RT}{V_m} + \frac{RTb}{V_m^2} + \frac{RTb^2}{V_m^3} + \dots$$

Обмежимося лише двома членами, оскільки, третій має величину порядку 10^{-6} , тоді

$$p + \frac{a}{V_m^2} = \frac{RT}{V_m} + \frac{RTb}{V_m^2},$$

або

$$p = \frac{RT}{V_m} + \frac{RT(b-a)}{V_m^2}.$$

Робота розширення газу дорівнює $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$

Підставимо в цей інтеграл знайдений вираз для p :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT dV}{V_m} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT(b-a)}{V_m^2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1} + (RTb-a) \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Підставивши числові значення величин, знайдемо величину роботи розширення газу:

$$A = 8,31 \cdot 300 \ln \frac{0,3}{0,03} + (8,31 \cdot 300 \cdot 2,6 \cdot 10^{-5} - 0,0235) \left(\frac{1}{0,03} - \frac{1}{0,3} \right) = 7 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \right)$$

Робота розширення ідеального газу при тих же умовах

$$A = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \lg \frac{V_2}{V_1}; \quad \ln x = 2,3 \lg x.$$

Отже, $A = 8,31 \cdot 300 \cdot \ln 10 = 5,7 \cdot 10^3$ (Дж/моль).

Задача 8. Водень при температурі -80°C розширюється. Охолоджується чи нагрівається він при цьому?

$T_1 - ?$
$T = 193 \text{ К}$
$a = 2,35 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} \cdot \text{м}^3 / \text{моль}^2$
$b = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$

Аналіз і розв'язання
 Знак ефекту Джоуля-Томсона визначається початковою температурою T_1 і початковим об'ємом V_1 : $\Delta T = \frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}$.

При нагріванні газу $\Delta T > 0$; $\frac{RT_1 b}{V_1 - b} > \frac{2a}{V_1}$ – ефект від'ємний.

При $\Delta T < 0$ ефект додатний і тоді газ охолоджується: $T_1 < \frac{2a}{bR}$.

Отже, знак ефекту залежить від величини $\frac{2a}{bR}$.

Підрахуємо величину $\frac{2a}{bR}$: $\frac{2a}{bR} = \frac{2 \cdot 2,35 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-5} \cdot 8,31} = 217 \text{ (К)}$.

$193 < 217$, тобто $T_1 < \frac{2a}{bR}$, отже, ефект додатний – газ охолоджується.

Задача 9. Обчислити для вуглекислого газу значення постійних a та b рівняння Ван-дер-Ваальса за його критичним тиском $p_k = 73,9 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ і температурою

$$T_k = 304,1 \text{ К.}$$

$a, b - ?$
$p_k = 73,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$T_k = 304,1 \text{ К}$
$R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$

Аналіз і розв'язання
 Скористаємось співвідношеннями:
 $a = 3p_k V_k^2$; $b = \frac{1}{3} V_k$; $R = \frac{8p_k V_k}{3T_k}$. З останнього

співвідношення виразимо критичний об'єм $V_k = \frac{8T_k R}{3p_k}$. Підставляючи

цей вираз у перші два співвідношення, знайдемо: $a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}$; $b = \frac{T_k R}{8p_k}$.

Робимо обчислення: $a = \frac{27 \cdot (304,1)^2 \cdot (8,31)^2}{64 \cdot 73,9 \cdot 10^5} = 0,36 \text{ (Дж} \cdot \text{м}^3 / \text{моль}^2)$;

$$b = \frac{304,1 \cdot 8,31}{8 \cdot 73,9 \cdot 10^5} = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3 / \text{моль)}.$$

Задача 10. Визначити молярні теплоємності C_p і C_v газу Ван-дер-Ваальса.

Аналіз і розв'язання

При сталому об'ємі ($dV = 0$) усе тепло, яке передається реальному газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії:

$$d'Q = dU.$$

Ця кількість теплоти для 1 моля газу, очевидно, дорівнює $dQ = C_v' dT$, де C_v' – молярна теплоємність реального газу при сталому об'ємі. Оскільки для реального газу $U = v \left(C_v T - \frac{av}{V} \right)$, то при $V = const$ зміна внутрішньої енергії реального газу $\Delta U = C_v dT$,

де $C_v = \frac{i}{2} R$, тобто $C_v' = C_v = \frac{i}{2} R$. Отже, теплоємність при сталому об'ємі газу Ван-дер-Ваальса дорівнює відповідній теплоємності ідеального газу.

Щоб обчислити теплоємність C_p' реального газу, використаємо перший закон термодинаміки у вигляді $d'Q = dU + pdV$. Кількість теплоти $d'Q = C_p' dT$, а зміну внутрішньої енергії для 1 моля реального газу визначимо як $dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV$. Тоді

$$\begin{aligned} C_p' dT &= C_v dT + \frac{a}{V^2} dV + pdV = C_v dT + \left(\frac{a}{V^2} + p \right) dV = \\ &= C_v dT + \frac{RT}{V-b} dV. \end{aligned}$$

При $p = const$ із рівняння $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$ отримаємо

$$dV = \frac{RdT}{p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}}.$$

Остаточно $C_p' dT = C_v dT + \frac{R^2 T}{(V-b) \left(p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right)} dT$, звідки шукана тепло-

ємність C_p' газу Ван-дер-Ваальса рівна $C_p' = C_v + \frac{R^2 T}{(V-b) \left(p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right)}$.

Отже, для реального газу теплоємність C_p залежить від параметрів стану.

9.5. Завдання для самостійної роботи

1. Що таке внутрішня енергія реального газу? від яких параметрів вона залежить? як вона змінюється при ізотермічному розширенні газу?
2. Що враховують поправки a та b у рівнянні Ван-дер-Ваальса?
3. На рис. 27 подана теоретична ізотерма газу Ван-дер-Ваальса. Яка із ділянок теоретичної ізотерми:
 - а) відповідає стану перенасиченої пари?
 - б) не може бути ні при яких умовах здійснена на практиці?
 - в) відповідає газоподібному стану?
 - г) відповідає рідкому стану?Яка із точок ізотерми відповідає:
 - а) появі рідини при зменшенні об'єму газу?
 - б) появі пари при збільшенні об'єму рідини?Якому стану речовини відповідає ділянка експериментальної ізотерми 2-6?

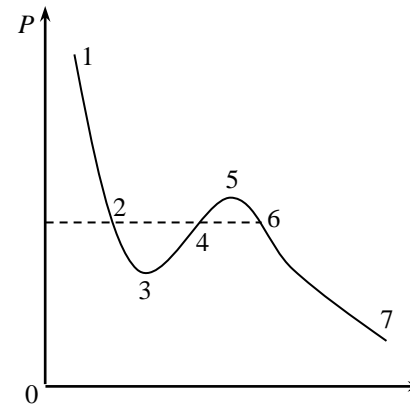


Рис. 27

4. Задача. У балоні місткістю 20 л знаходиться 1 кг вуглекислого газу при температурі 13°C . Визначити тиск газу, користуючись рівняннями Ван-дер-Ваальса та Клапейрона-Менделєєва.
5. Задача. У посудині об'ємом 200 л знаходиться 0,3 кмоль водню при нормальному тиску. У скільки разів треба збільшити температуру, щоб тиск збільшився у три рази? Порівняти з результатами для ідеального газу.

6. *Задача.* У скільки разів поправка b на об'єм молекул більша дійсного об'єму молекул азоту, якщо для нього ця поправка рівна $0,039 \text{ м}^3/\text{кмоль}$? Діаметр азоту $3,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.
7. *Задача.* Для деякого газу поправка a в рівнянні Ван-дер-Ваальса $45,3 \cdot 10^4 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3/\text{кмоль}^2$, а критична температура $282,7 \text{ К}$. Визначити ефективний діаметр молекули газу.

9.6. Лабораторна робота №9.

Вивчення залежності швидкості звуку від температури

Мета роботи: виміряти швидкість поширення звукових хвиль у повітрі при різних температурах.

Прилади і матеріали: типова лабораторна установка ФПТ1-7.

Теоретичні відомості

Як відомо з механіки, швидкість поширення пружних коливань визначається із виразу
$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

де ρ – густина середовища, у якому поширюється звукова хвиля; E – модуль пружності середовища. Для процесів у газах цей модуль залежить від закономірностей змін стану газу.

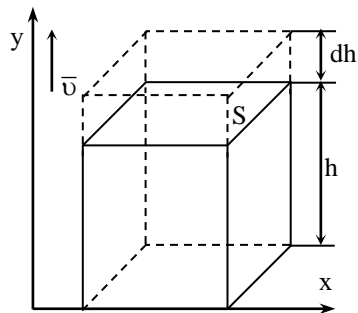


Рис. 28

Виділимо уявно в газі прямокутний паралелепіпед із площею основи S і висотою h , паралельною вектору швидкості біжучої хвилі (рис. 28). При поширенні хвилі середовище буде збурюватися, і такий циліндр зазнаватиме поздовжньої деформації dh , причому за законом Гука

$$-\frac{dh}{h} = \frac{dp}{E}. \quad (2)$$

Помножимо і поділимо ліву частину рівності (2) на S , тоді вираз (2) набере вигляду

$$-\frac{dV}{V} = \frac{dp}{E}, \quad (3)$$

звідки $E = -V \frac{dp}{dV}$.

Оскільки звукові хвилі мають частоту порядку сотень і тисяч герц, а теплопровідність газу відносно мала, то періодичні стиснення і розрідження у газі відбуваються настільки швидко, що цей процес можна вважати адіабатним: $pV^\gamma = const$.

Продиференціювавши останній вираз, отримаємо

$$p \cdot \gamma \cdot V^{\gamma-1} dV + V^\gamma dp = 0; \quad -V \frac{dp}{dV} = E = \gamma p \quad (4)$$

З урахуванням (4) вираз (1) набуває вигляду $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$. (5)

Домножимо і поділимо підкорений вираз у (5) на молярний об'єм.

Тоді отримуємо: $v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$. (6)

Формула (6) використовується для практичного визначення швидкості звуку в газах.

Опис установки і методика вимірювань

Установка ФПТ1-7 включає (рис. 29): 1 – блок приладів; 2 – блок робочого елемента; 3 – станину; 4 – трубку з нагрівником.

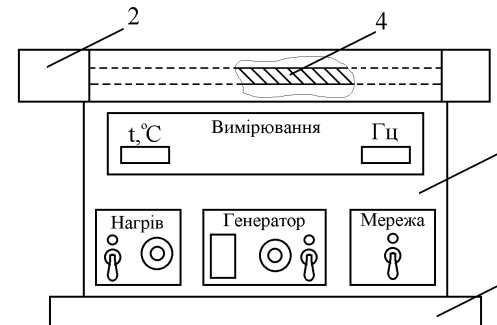


Рис. 29

У торцях трубки вмонтований телефон (джерело коливань звукової частоти) і мікрофон (приймач звукових хвиль). При поширенні від телефону звукових хвиль унаслідок їх відбивання відбувається процес накладання біжучої і відбитої хвиль – у трубці виникають стоячі хвилі.

При цьому різко зростає амплітуда звукових коливань, які сприймаються мікрофоном у протилежному від телефону кінці.

Швидкість звуку можна визначити як

$$C = \frac{L}{T}, \quad (7)$$

де L – довжина трубки; T – період звукових коливань ($T = \frac{1}{f}$, де f – частота коливань).

Оскільки стояча хвиля виникає при умові, що на довжині трубки L відкладається n півхвиль ($\frac{\lambda}{2}$), то можна записати $L = n \frac{\lambda}{2}$,

а отже,
$$C = \frac{2Lf}{n}, \quad (8)$$

де n – номер резонансу, який сприймається експериментатором.

Швидкість звуку в повітрі залежить від температури (6), і ця залежність виражається формулою $C = 331,6 + 0,6t$, (9)

де t – температура повітря.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути тумблер у модулі живлення “Мережа”.
2. Увімкнути генератор і регуляторами “Грубо” і “Точно” по індикатору знайти перший резонанс і відповідну йому частоту.
3. За формулою (8) визначити швидкість поширення звуку при кімнатній температурі.
4. Подати живлення на спіраль трубки, увімкнувши тумблер “Нагрів”. Плавню регулюючи струм у колі нагрівника трубки, установити температуру в трубці у межах від кімнатної до 70°C . Після кожних 5 хвилин витримки при заданій температурі трубки провести дії згідно пунктів 2 і 3.
5. По отриманих значеннях швидкості звуку побудувати графік експериментальної залежності $C_e = f(t)$ і порівняти його з формулою (9), і зробити відповідні висновки.
6. Обчислити відносну похибку проведених вимірювань:

$$\frac{\Delta \bar{C}}{\bar{C}} = \pm \left(\frac{\Delta \bar{L}}{\bar{L}} + \frac{\Delta \bar{f}}{\bar{f}} + \frac{\Delta \bar{n}}{\bar{n}} \right).$$

7. Знайти абсолютну похибку вимірювань швидкості звуку C і записати остаточний результат для довільної температури.

9.7. Контрольні питання

1. Співставте рівняння Ван-дер-Ваальса з рівнянням Менделєєва-Клапейрона. Які відмінності спостерігаються у цих рівняннях?

2. Який фізичний зміст сталих Ван-дер-Ваальса? Виведіть формули для їх визначення.
3. Накресліть і порівняйте ізотерми ідеального та реального газів.
4. Накресліть сім'ю ізотерм реального газу і поясніть, використовуючи рівняння Ван-дер-Ваальса, процес фазового переходу речовини з рідкого стану в газоподібний.
5. Який стан речовини називають критичним? Які особливості цього стану?
6. Виведіть формули для визначення критичних параметрів p_k, V_k, T_k .
7. Що таке “дроселювання” газу?
8. У чому суть і які причини ефекту Джоуля-Томпсона?
9. При яких умовах повітря можна вважати ідеальним газом?
10. Чому процес поширення звукових хвиль у повітрі можна вважати адіабатним?
11. Виведіть формулу для практичного визначення швидкості звуку в газах.

10. Властивості рідин. Фазові перетворення

Література: [2]: §§ 19.1-19.4, 21.1, 21.2; [3]: §§ 19.1-19.5; [6]: §§ 14.1-14.8; [7]: §§ 92-95; [10]: §§ 120-124.

10.1. Теоретичні відомості

За властивостями і структурою рідини займають проміжне місце між газами і твердими тілами. Зокрема для рідин, як і кристалів, характерна наявність певного об'єму, і разом з тим рідина, подібно до газу, набуває форми тієї посудини, у якій вона знаходиться. Проте рідини внаслідок різного характеру теплового руху молекул суттєво відрізняються від газів і твердих тіл. Відповідь на питання, до чого ближче властивості рідин (до газу чи твердого тіла), залежить від того, при якій температурі й тиску проводять це порівняння. Якщо сили міжмолекулярної взаємодії у газах починають проявлятися при низьких температурах і високих тисках, то в рідинах ці сили відіграють основну роль. Молекулярний тиск, який враховує дію міжмолекулярних сил, у рідинах дуже великий. Зокрема для води він має значення 1100 МПа. Через великий молекулярний (внутрішній) тиск рідини практично нестисливі.

При зсуві шарів один відносно іншого в рідині виникають сили внутрішнього тертя, які залежать від коефіцієнта внутрішнього тертя (динамічної в'язкості). У більшості газів динамічна в'язкість у 100-200 разів менша, ніж у води. Із підвищенням температури в'язкість рідин швидко зменшується.

Багаточисленні дані свідчать про те, що за структурою рідини ближчі до твердих тіл, ніж до газів. У рідинах між молекулами існує ближній порядок. Це означає, що по відношенню до будь-якої молекули розміщення найближчих до неї сусідніх молекул є упорядкованим. По мірі віддалення від вибраної молекули розміщення по відношенню до неї інших молекул стає менш упорядкованим і на значних відстанях упорядкування зовсім зникає. Дані рентгеноструктурного аналізу показують, що структура рідини подібна до структури твердого тіла, з якого вона отримується, проте ця структура менше виражена. У зв'язку з наявністю в рідинах ближнього порядку структуру рідин називають квазікристалічною.

Я.І.Френкель розробив теорію, за якою молекула рідини впродовж деякого часу коливається навколо свого положення рівноваги, ніби знаходиться у вузлі кристалічної ґратки. Час осілого життя молекули рідини дуже короткий (приблизно $10^{-10} - 10^{-12}$ с), після чого молекула рідини переходить у нове положення рівноваги (новий вузол). Ці, так звані трансляційні рухи, передбачають існування у рідині вакантних місць – дірок, або локальних розріджень. У найпростіших випадках пробіг молекули співпадає зі сталою ґратки – відстанню між двома сусідніми вузлами ґратки. Молекула, яка знаходиться у вузлі ґратки, здійснює теплові коливання з періодом приблизно 10^{-12} с та амплітудою, меншою за сталу ґратки. Із підвищенням температури частота стрибкоподібних переміщень молекул рідини зростає, а час „осілого життя” зменшується. Трансляційні рухи молекул у рідинах приводять до високої дифузійної здатності рідин, а також зумовлюють їх текучість.

Головними особливостями рідин є і здатність зберігати свій об'єм, який під дією сили тяжіння набирає форму посудини, та існування в рідині вільної поверхні. На поверхні розділу рідини та її ненасиченої пари виникають сили, які обумовлені молекулярними взаємодіями межових середовищ. Ці сили називають силами поверхневого натягу. Вони заставляють вільну поверхню рідини скорочуватися.

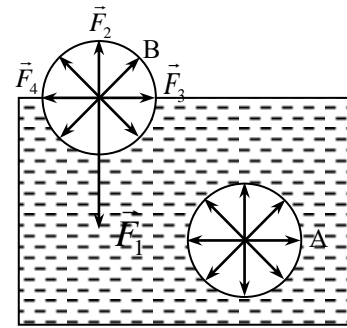


Рис. 30

Розглянемо будь-яку молекулу A в об'ємі рідини. Вона зазнає сферично-симетричної дії притягання сусідніх молекул силами Ван-дер-Ваальса (рис. 30). Область, у якій розміщені ці молекули, можна уявити як сферу, у центрі якої знаходиться молекула A . Така сфера має назву сфери дії молекулярних сил, її радіус приблизно 10^{-9} м. Оскільки молекули в рідині розміщені з рівномірною густиною, то рівнодійна молеку-

лярних сил, які діють на виділену молекулу, дорівнює нулю. Тому молекули в рідині, хоч і притягуються до всіх сусідніх молекул, не здійснюють ніяких специфічних переміщень під дією ван-дер-ваальсівських сил. Молекула A може переміщуватися внаслідок теплового руху інших молекул рідини, проте ці переміщення дуже малі (значно менші, ніж у газах).

Молекули, розміщені в поверхневому шарі рідини, перебувають у зовсім інших умовах, порівняно з тими, що знаходяться в об'ємі рідини. Якщо товщину поверхневого шару взяти рівною радіусу сфери молекулярної взаємодії, то для молекули B , що знаходиться на поверхні рідини, рівнодійна сил притягання сусідніми молекулами рідини (\vec{F}_1) і сусідніми молекулами насиченої пари (\vec{F}_2) не рівна нулю. Вона напрямлена усередину рідини. Під дією рівнодійної сили ($\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$) молекула втягується в об'єм рідини.

Утягування рідини відбувається з більшою швидкістю, ніж рух молекул до поверхні рідини. Тому число молекул у поверхневому шарі також буде неперервно зменшуватися, а отже, і величина поверхні також буде зменшуватися до тих пір, поки не настане динамічна рівновага – такий стан поверхні, коли за однаковий час число молекул, які залишили поверхневий шар, стане рівним числу молекул, які повернулися з об'єму рідини в поверхневий шар. При цьому поверхня рідини приймає найменше значення, можливе при даному об'ємі, тобто форму кулі (коли на неї не діють зовнішні сили).

Аналіз показує, що молекули поверхневого шару перебувають в особливому енергетичному стані порівняно з молекулами в об'ємі рідини. Дійсно, для переведення молекули з об'єму на поверхню,

тобто для збільшення поверхні рідини, потрібно виконати роботу проти сил внутрішнього тиску ($p_i = \frac{F_1 - F_2}{S}$).

Припустимо, що для збільшення поверхні на одиницю її величини з глибини рідини на цю поверхню необхідно перевести n молекул, причому для переведення однієї молекули затрачається енергія a . Тоді робота, виконана по збільшенню поверхні на одиницю, виразиться формулою

$$\sigma = a \cdot n. \quad (10.1)$$

Величину σ називають коефіцієнтом поверхневого натягу. “Силовий” підхід до поверхневих явищ передбачає існування сил, які намагаються зменшити поверхню рідини. Якщо сили, які діють на молекулу поверхневого шару, згрупувати по квадрантах, то вони дадуть складові як у вертикальній, так і в горизонтальній площині.

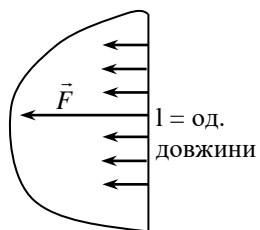


Рис. 31

Сили у вертикальній площині – це розглянуті вище сили, що втягують молекулу в об’єм рідини. Сили в горизонтальній площині (\vec{F}_3 і \vec{F}_4 на рис. 30) викликають скорочення поверхні рідини. Їх називають силами поверхневого натягу. Для кількісної оцінки

цих сил уявно виділимо на поверхні рідини відрізок довжиною в 1

одиницю (рис. 31). До молекул, які

розміщені на цьому відрізку, будуть

прикладені сили, вектори яких

будуть лежати у площині по-

верхневого шару перпендикулярно

до взятого відрізка. Рівнодійну цих

сил $F = \sigma$ і називають коефіцієнтом

поверхневого натягу. Коефіцієнт

поверхневого натягу можна

визначити з такого досліду. На

дротяну рамку $abcd$ насаджується

поперечка km , яка може легко

ковзати по рамці (рис. 32). Якщо рамку

опустити в мильний розчин, то на ній

утвориться плівка. Унаслідок дії поверхневих сил

натягу поперечка km переміститься угору на відстань Δh . Щоб повернути її в

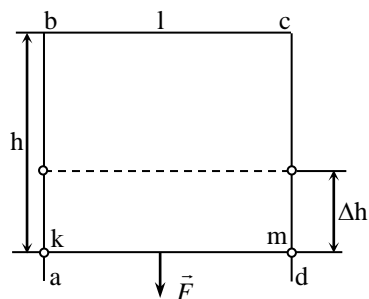


Рис. 32

ковзати по рамці (рис. 32). Якщо рамку опустити в мильний розчин, то на ній утвориться плівка. Унаслідок дії поверхневих сил натягу поперечка km переміститься угору на відстань Δh . Щоб повернути її в

попереднє положення, треба прикласти деяку силу \vec{F} , направлену вниз.

Тоді

$$F = 2\sigma l, \quad (10.2)$$

бо мильна плівка має два поверхневі шари, кожен з яких діє на поперечку із силою σl .

Робота, виконана по розтягу плівки, буде рівна

$$\Delta A = F\Delta h = 2\sigma l\Delta h = \sigma\Delta S, \quad (10.3)$$

де $\Delta S = 2l\Delta h$ – приріст вільної поверхні плівки. Із рівняння (3) маємо

$$\sigma = \frac{\Delta A}{\Delta S}, \quad (10.4)$$

тобто, коефіцієнт поверхневого натягу має фізичний зміст роботи по утворенню одиниці поверхні, або по-іншому називається вільною енергією одиниці поверхні. З іншого боку, із формули (2)

впливає, що $\sigma = \frac{F}{2l}$, отже, коефіцієнт поверхневого натягу має

фізичний зміст сили, яка діє на одиницю довжини лінії, що обмежує вільну поверхню рідини. Величина поверхневого натягу не залежить від форми і величини поверхні, але залежить від природи поверхні, оточуючого газу і від температури. При збільшенні температури коефіцієнт поверхневого натягу зменшується, а при критичній температурі – прямує до нуля. Коефіцієнт σ вимірюється в ньютонах, ділених на метр.

Сили поверхневого натягу завжди напрямлені по дотичній до поверхні меніска, тобто поверхні розділу фаз рідина-пара. У разі викривленого меніска сили поверхневого натягу створюють додатковий тиск Δp порівняно з плоским меніском.

Для випуклого меніска $\Delta p > 0$, для вгнутого – $\Delta p < 0$. Для рідкої сферичної краплі в повітрі ($\Delta p > 0$) тиск рідини в краплі більший від тиску навколишнього середовища.

Визначимо додатковий тиск, який виникає в результаті поверхневого натягу кривої поверхні рідини. Виділимо елемент ΔS (рис. 33) поверхні, обмежений дугами AB , BD , DC і CA . Покладемо, що $AC = a$, $AB = b$, дуга MN паралельна AB , а дуга KL паралельна AC . Сили поверхневого натягу \vec{F}_1 і \vec{F}_2 , прикладені до середин дуг AC і BD , будуть рівними, їх можна виразити як

$$F_1 = F_2 = \sigma \cdot AC = \sigma \cdot BD = \sigma \cdot a. \quad (10.5)$$

Сила \vec{F}_1 розміщена у площині трикутника MOO' дотично до дуги MN , радіус кривизни якої $R_1 = MO' = OO'$. Розкладемо силу \vec{F}_1 на

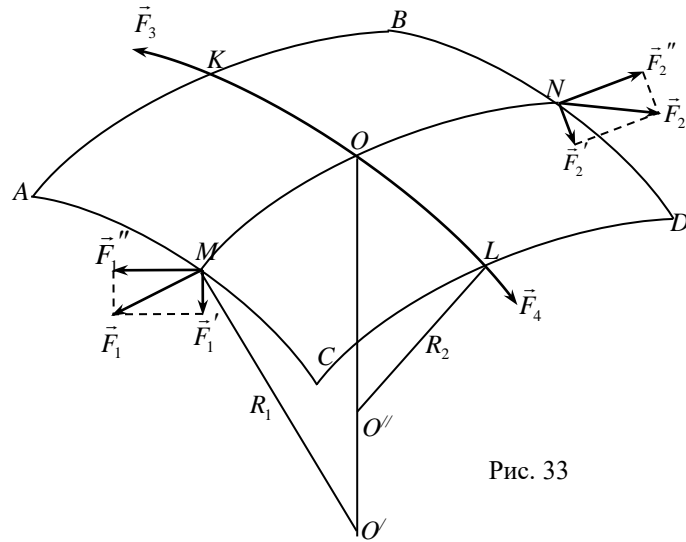


Рис. 33

складові \vec{F}_1' (паралельна OO') і \vec{F}_1'' (перпендикулярна OO'). Як видно з рисунка 33, $F_1' = F_1 \sin \varphi$,

де φ – кут між векторами \vec{F}_1 і \vec{F}_1'' . Оскільки, $\sin \varphi = \varphi = \frac{MO}{OO'}$,

то $F_1' = F_1 \frac{MO}{OO'} = \frac{b}{2R_1} F_1 = \frac{\sigma ab}{2R_1} = \frac{\sigma \Delta S}{2R_1}$, а отже, $F_2' = F_1' = \frac{\sigma \Delta S}{2R_1}$. Таким

способом можна розглянути сили \vec{F}_3 і \vec{F}_4 , прикладені до дуг AB і CD .

Отримаємо, що $F_3' = F_4' = F_3 \frac{a}{2R_2} = \frac{\sigma ba}{2R_2} = \frac{\sigma \Delta S}{2R_2}$.

Сума всіх сил, паралельних OO' , або нормальних до кривої поверхні $ABDC$, рівна

$$\begin{aligned} \Delta F &= F_1' + F_2' + F_3' + F_4' = 2 \frac{\sigma \Delta S}{2R_1} + 2 \frac{\sigma \Delta S}{2R_2} = \\ &= \sigma \Delta S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned} \quad (10.6)$$

Із формули (10.6) додатковий тиск, який чинить на рідину поверхневий шар довільної форми, визначається як

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (10.7)$$

Формулу (10.7) називають формулою Лапласа. Для сферичної поверхні $R_1 = R_2 = R$ і $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$. (10.8)

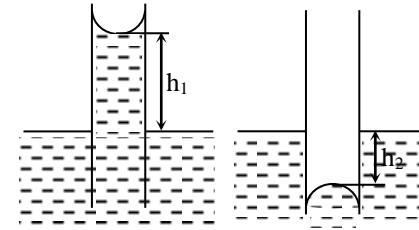


Рис. 34

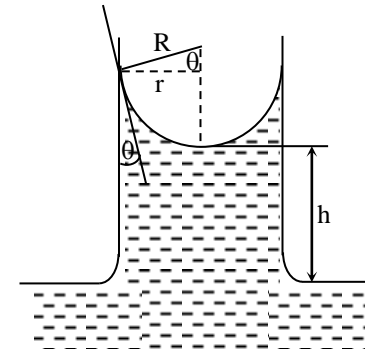


Рис. 35

Додатковий тиск Δp обумовлює зміну рівня рідини у вузьких трубках (капілярах).

При опусканні капіляра в рідину можна спостерігати підняття рідини, яка змочує стінки капіляра, на висоту h_1 (з утворенням увігнутого меніска), або опускання рідини, яка не змочує стінки капіляра, на глибину h_2 (з утворенням випуклого меніска) – (рис. 34). Для увігнутого меніска додатковий тиск направлений від рідини назовні, для випуклого меніска – усередину рідини. Зміну висоти рівня рідини в капілярах називають явищем капілярності. Обумовлений поверхневим натягом додатковий тиск (10.7) називають капілярним тиском.

Знайдемо вираз для висоти підняття рідини в капілярах. Нехай дотична до меніска (рис. 35) утворює кут θ зі стінкою посудини. Цей кут називають крайовим кутом змочування ($\theta < \frac{\pi}{2}$).

Тоді $\cos \theta = \frac{r}{R}$, (10.9)

де r – радіус капіляра, R – радіус кривизни меніска. Додатковий тиск, викликаний поверхневим натягом, рівний

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}. \quad (10.10)$$

Тиск (10.10) викликає підняття змочуваної рідини в капілярах доти, поки гідростатичний тиск утвореного в капілярі стовпчика не зрівноважить тиск кривої поверхні, тобто

$$\rho gh = \frac{2\sigma \cos\theta}{r}, \quad (10.11)$$

де ρ – густина рідини, g – пришвидшення сили тяжіння, h – висота підняття рідини в капілярі. При повному змочуванні $\theta = 0$, а отже, $\cos\theta = 1$, тому $R = r$. З урахуванням цього маємо

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr}. \quad (10.12)$$

Для рідини, яка повністю змочує стінки капіляра, і для якої $\theta = 0$, а $\cos\theta = 1$

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gr}. \quad (10.13)$$

Як і слід було сподіватися, висота піднімання рідини в капілярі зростає із зменшенням радіуса капіляра та із збільшенням коефіцієнта поверхневого натягу рідини.

Капілярне піднімання рідини спостерігається не тільки в циліндричних капілярах, а і між двома пластинками, розділеними вузькою щілиною. Якщо пластинки паралельні одна одній, то меніск матиме циліндричну форму, а висота піднімання рідини у цьому випадку визначається формулою

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gd}, \quad (10.14)$$

де d – відстань між пластинками.

Будь-яка рідина, що знаходиться в посудині, об'єм якої перевищує власний об'єм рідини, поступово випаровується. Разом з цим процесом відбувається конденсація пари. При однаковій температурі й тиску речовина може перебувати у двох різних станах – рідкому і газоподібному. Ці стани відрізняються своїми властивостями, зокрема густиною. Якщо система розділяється на межуючі одна з одною однорідні частини, які знаходяться у різних фізичних станах, то ці частини називають фазами. Перехід речовини з одного стану (фази) в інший називають фазовим переходом. Розрізняють фазові переходи першого та другого роду.

Фазові переходи першого роду – це процеси плавлення, кристалізації, випаровування, конденсації та інші. Такі процеси характеризуються поглинанням або виділенням теплоти. Наприклад, щоб випарувати один грам води при температурі кипіння 100°C і нормальному тиску 760 мм рт.ст., необхідно затратити 2260 Дж.

Розглянемо процес переходу з рідкої фази в газоподібну – процес випаровування. Цей процес зумовлюється тим, що молекули рідини, які володіють найбільшою кінетичною енергією, виходять назовні, подолавши сили міжмолекулярного притягання. Причому, щоб такі молекули могли проникати через поверхневий шар, кінетична енергія кожної молекули $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ повинна бути більшою за роботу, яку потрібно виконати проти сил притягання. Виділеній молекулі після виходу з поверхневого шару товщиною R необхідно подолати притягання молекул рідини, які продовжують притягати її доти, поки молекула не віддаляється на таку відстань, де притягання зникає. Дія зазначених міжмолекулярних сил проявляється на відстані, рівній радіусу сфери дії міжмолекулярних сил. Таким чином, можна вважати, що молекула повинна подолати поверхневий шар подвійної товщини $2R$. Тому кінетична енергія повинна бути більшою, ніж $2RF$, де R – радіус сфери молекулярних сил, а F – середня величина сили притягання, яка діє на молекулу.

У першу чергу на поверхню рідини виходять ті молекули, які володіють найбільшою енергією – найбільш “нагріті” молекули. Тому середня енергія молекул, що лишилися, зменшується, а процес випаровування супроводжується охолодженням рідини. Треба зазначити, що при цьому одночасно відбувається і протилежний процес. Деякі молекули пари з повітря проникають у рідину – відбувається процес конденсації. Обидва процеси – процес випаровування і процес конденсації – відбуваються неперервно.

Якщо випаровування більш інтенсивне, ніж конденсація, то рідина випаровується, а її кількість зменшується. Якщо конденсація йде більш інтенсивно, то кількість рідини збільшується. Може переважати або перший, або другий процес, але може спостерігатися і динамічна рівновага при певній для даної температури густині пари. Цю густину називають рівноважною. При динамічній рівновазі за одиницю часу випаровується стільки ж молекул, скільки їх конденсується. Пара у стані рівноважної густини називається насиченою.

Рівноважна густина пари даної рідини та її тиск залежать від температури: із ростом температури тиск насичуючої пари швидко зростає.

Інтенсивність випаровування рідини залежить від форми поверхні рідини.

Робота виходу для молекули, що перебуває на поверхні рідини

$$A = \int_0^{\infty} F dx, \quad (10.15)$$

де x – відстань, виміряна від поверхні рідини. Оскільки при $x \geq R$ $F = 0$, вираз для A можна спростити:

$$A = \int_0^R F dx, \quad (10.16)$$

де F – сила притягання молекули тільки тими частинками рідини, які перебувають у сфері її молекулярної дії.

Виявляється, що сила F при однаковій відстані x від молекули до поверхні, залежить від форми цієї поверхні.

На рисунку 36 подано випадки плоскої поверхні, а також опуклого і вгнутого менісків, які мають радіус кривизни r . Точка O є центром кривизни меніска. У всіх трьох випадках пунктиром показано сферу молекулярної дії молекули M , яка переходить із рідини у пару, тобто виконує роботу виходу A . Заштрихована частина цієї сфери міститься усередині рідини. Загальне число n молекул рідини, що перебувають у ній, пропорційне її об'єму. З рис. 36 видно, що при однаковій відстані x число молекул n , а отже, і сила F у випадку вгнутого меніска більші, а у випадку опуклого – менші, ніж при плоскій поверхні.

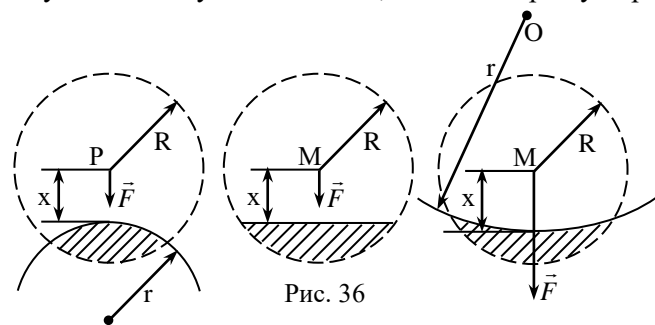


Рис. 36

центром кривизни меніска. У всіх трьох випадках пунктиром показано сферу молекулярної дії молекули M , яка переходить із рідини у пару, тобто виконує роботу виходу A .

Заштрихована частина цієї сфери міститься усередині рідини. Загальне число n молекул рідини, що перебувають у ній, пропорційне її об'єму. З рис. 36 видно, що при однаковій відстані x число молекул n , а отже, і сила F у випадку вгнутого меніска більші, а у випадку опуклого – менші, ніж при плоскій поверхні.

За формулою (10.16) робота виходу також повинна залежати від форми поверхні рідини:

$$A_{\text{вн.}} > A_{\text{пл.}} > A_{\text{оп.}}$$

Отже, інтенсивність випаровування із вгнутої поверхні рідини менша, а з опуклої більша, ніж з плоскої. Тому і тиск насиченої пари залежить від форми меніска:

$$P_{\text{вн.}} < P_{\text{пл.}} < P_{\text{оп.}}$$

Ця відмінність тим більша, чим менший радіус кривизни вільної поверхні рідини. Залежністю тиску насиченої пари від

кривизни поверхні рідини пояснюється ріст великих крапель дощу завдяки випаровуванню більш дрібних, зволжених пористих тіл, які змочуються водою, та інші явища.

Процес випаровування рідини, як ми уже зазначали, повинен супроводжуватись її охолодженням. Відчуття сильного охолодження шкіри, змоченої легкою речовиною (ефіром), є наслідком цього ефекту. Із другого боку при випаровуванні, наприклад, води, налитої в склянку, ми не помічаємо зниження її температури. У таких випадках температура рідини підтримується сталим теплом із навколишнього повітря. Отже, щоб рідина могла випаровуватись без зміни її температури, до неї треба підводити тепло. Кількість теплоти, яку треба підвести для того, щоб випарувалась певна кількість рідини без зміни її температури (ізотермічно) при зовнішньому тиску, що дорівнює пружності її насиченої пари, є характеристикою рідини, яка називається захованою теплотою випаровування. Кількість теплоти, потрібна для ізотермічного випаровування одного моля рідини, називається молярною теплотою випаровування.

Відповідно питому заховану теплоту випаровування дістанемо діленням молярної теплоти випаровування на молярну масу рідини.

Із підвищенням температури рідини інтенсивність випаровування збільшується. Нарешті рідина починає кипіти. Під час кипіння рідини в усьому її об'ємі утворюються бульбашки пари, які швидко збільшуються і спливають на поверхню. Кипіння – пароутворення, що відбувається як на вільній поверхні рідини, так і в її об'ємі. Під час кипіння при сталому тиску температура рідини залишається практично незмінною. При нагріванні рідини до початку кипіння більша частина теплоти, яка підводиться від нагрівача, витрачається на нагрівання, а температура рідини підвищується. Для того, щоб почалося кипіння, рідина повинна мати бульбашки повітря або іншого газу – система повинна бути двофазною, інакше кипіння не може початися. Дійсно, при відсутності в рідині бульбашок газу для закипання рідини, яке полягає в утворенні і спливанні бульбашок, необхідно, щоб значна кількість найбільш швидких молекул, зблизившись між собою, утворили хоча б мікроскопічну бульбашку, яка потім стала б зародком для великої бульбашки. Однак таке зближення багатьох швидких молекул малоімовірно, а мікроскопічна бульбашка з малим радіусом буде під величезним тиском $p = \frac{2\sigma}{r}$

кривої поверхні, який її розчавить. Кипіння не почнеться. Якщо ж у рідині наявні розчинені гази, то вони виділяються на дні та стінках посудини, а також на завислих у рідині порошинках у вигляді маленьких бульбашок, які стають центрами пароутворення. Рідина випаровується усередину бульбашок, вони ростуть, відриваються і потім спливають. Відривається бульбашка не повністю, від неї залишається невелика зародкова бульбашка, яка знову роздувається, відривається і спливає.

Процес кипіння можна описати так. Пара рідини, яка є всередині бульбашок, насичена, із підвищенням температури тиск насиченої пари зростає, а бульбашки збільшуються в об'ємі. Під дією виштовхувальної сили вони спливають вгору. Якщо верхні шари рідини мають нижчу температуру, то в цих шарах відбувається конденсація пари в бульбашках. Тиск швидко зменшується, а бульбашки закриваються, що створює характерний шум у посудині з рідиною. Коли рідина достатньо прогрівается, бульбашки перестають закриватись і спливають на поверхню, де лопаються. Рідина закипає. Під час кипіння вся теплота, що підводиться до рідини, іде на випаровування, тому температура рідини, що кипить, залишається незмінною. Причина цього полягає в тому, що при незначному підвищенні температури випаровування рідини в бульбашці різко збільшується, утворення і відривання бульбашок відбувається частіше, і знову встановлюється рівновага між притоком теплоти від нагрівача і витратою теплоти на випаровування, оскільки інтенсивний процес пароутворення викликає зниження температури до значення, яке вираховується сумою атмосферного і гідростатичного тисків у рідині в місцезнаходженні бульбашки. При збільшенні зовнішнього тиску бульбашка стискується, тиск газу в ній зростає. Якби бульбашка складалася тільки з водяної пари, то при збільшенні тиску вище рівноважного пара переходила б у рідину, а об'єм бульбашки зменшився б до нуля.

Умову рівноваги для бульбашки всередині рідини можна записати так:

$$p + \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = p_{атм} + \rho gh + \frac{2\sigma}{r}, \quad (10.17)$$

де p – тиск насиченої пари в бульбашці, $\frac{m}{M} \frac{RT}{V}$ – тиск повітря в бульбашці, $p_{атм}$ – атмосферний тиск, ρgh – гідростатичний тиск у

рідині на рівні місцезнаходження бульбашки, $\frac{2\sigma}{r}$ – додатковий тиск кривої поверхні бульбашки.

Таким чином, кипіння починається при температурі, коли тиск насиченої пари в бульбашках зрівнюється з тиском у рідині. Під час тривалого кипіння можна отримати стан перегрітої рідини. Він настає тоді, коли все розчинене в рідині повітря буде винесене спливаючими бульбашками і нові бульбашки будуть складатися майже з однієї пари. За цієї умови кипіння не відбувається і вода буде перегріта на декілька градусів.

Як видно з рівняння (10.17), чим більший зовнішній тиск, тим вища температура кипіння. Наприклад, якщо в паровому котлі тиск досягає $1,6 \cdot 10^6$ Па, то вода не кипить навіть при температурі 200°C .

Із підвищенням температури та одночасним збільшенням тиску насиченої пари зростає її густина. При деякій температурі, яку називають критичною, густина насиченої пари стає рівною густині рідини. Відмінність між рідиною і паром зникає. При критичній температурі (T_k) густина і тиск насиченої пари стають максимальними, а густина рідини (внаслідок розширення), що перебуває в рівновазі з паром – мінімальною (рис. 37).

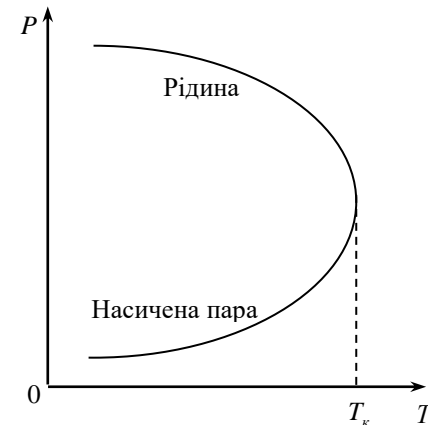


Рис. 37

Розглянемо процес конденсації пари в рідину. Цей процес, подібно кипінню, не може відбуватися у строго однофазовій системі. Для початку конденсації потрібна друга фаза, яка може бути рідиною, в яку переходять молекули з газоподібної фази, або повинні бути центри конденсації у вигляді найдрібніших пилинок, кристаликів або заряджених частинок – іонів. Молекули пари, стикаючись із центрами конденсації, осідають на них, утворюючи дрібні, а потім і більші, краплини рідини. Із відсутністю центрів конденсації можна отримати стан перенасичення, при якому нормальний тиск водяної пари може бути в декілька разів більшим за рівноважний

тиск. Відносна вологість перенасиченої пари може досягати 400-420%.

Під час конденсації пароподібної фази відбувається виділення такої кількості теплоти, яка рівна теплоті випаровування рідини.

Кількість теплоти λ , яку треба надати одиниці маси рідини, щоб перетворити її в пару при незмінному зовнішньому тиску, називають питомою теплотою випаровування. Для різних рідин λ різняться досить значно. Для води при 100°C λ рівна 2260 Дж, а для інших рідин вона буде в більшості випадків значно меншою: від декілька десятків джоулів до декількох сотень джоулів.

Експериментально питому теплоту пароутворення (конденсації) вимірюють здебільшого, використовуючи калориметри, якими вимірюють кількість тепла, що виділяється під час конденсації або забирається при випаровуванні.

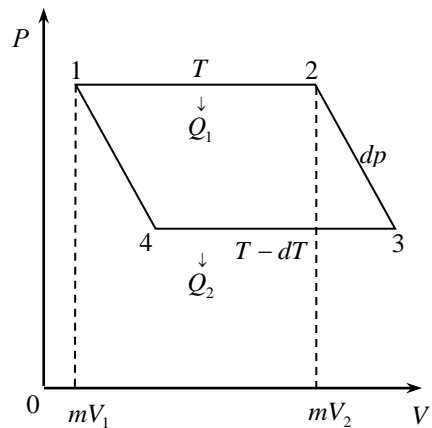


Рис. 38

Зміну температури фазового переходу із змінного тиску визначає рівняння Клапейрона-Клаузіуса. Щоб його вивести, розглянемо вузький цикл Карно, у якому робочим тілом є рідина з насиченою парою (рис. 38).

Нагрівник передає робочому тілу кількість теплоти Q_1 , завдяки якій тіло здійснює ізотермічний та ізобарний перехід із стану 1 у стан 2. Завдяки Q_1 маса m рідини випаровується при сталому

тиску p , якому відповідає питома теплота випаровування λ . Тоді $Q_1 = m\lambda$, а процес зобразиться прямою 1-2. Температура цього фазового переходу рівна T . Далі зі стану 2 в нескінченно близький стан 3 тіло переведено адіабатно. Теплота випаровування під час адіабатного процесу береться від самої системи, температура якої знизиться на величину dT , що приведе до зниження тиску насиченої пари на величину dp . Далі зі стану 3 у стан 4 систему переводимо шляхом ізотермічного стиску, при цьому холодильнику передається теплота Q_2 . Цикл завершується адіабатним переходом із стану 4 у стан 1.

Під час ізотермічного переходу 1-2 зміна об'єму системи рівна $m(V_2 - V_1)$, де V_2 – питомий об'єм насиченої пари при температурі T , V_1 – питомий об'єм рідини. Оскільки зміна тиску dp – нескінченно мала величина, то фігуру 1234 можна розглядати як паралелограм з основою $m(V_2 - V_1)$ і висотою dp , площа якого рівна роботі циклу:

$$d'A = Q_1 - Q_2 = m(V_2 - V_1)dp.$$

Оскільки цикл Карно є оборотним, то його к.к.д.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{dT}{T},$$

звідки
$$dT = \frac{Tdp(V_2 - V_1)}{\lambda}. \quad (10.18)$$

Отримане рівняння (10.18) називається рівнянням Клапейрона-Клаузіуса. Воно застосовується до будь-якого фазового переходу першого роду і дає можливість визначити зміну dT температури фазового переходу при зміні тиску на величину dp . Під час кипіння води питомий об'єм насиченої пари V_2 завжди більший за питомий об'єм V_1 рідини, тому права частина рівняння (10.18) завжди > 0 і при $dp > 0$ $dT > 0$. Це означає, що з підвищенням тиску температура кипіння води завжди збільшується.

Унаслідок безперервного випаровування води з поверхні водойм і рослинного покриву атмосферне повітря завжди має деякий вміст водяної пари. Кількість цієї пари може змінюватися як за абсолютною величиною, так і за ступенем насичення, що характеризується абсолютною та відносною вологістю.

Абсолютна вологість m – кількість водяної пари в грамах, яка міститься в 1 м^3 повітря при даній температурі.

Відносна вологість вимірюється відношенням кількості пари, що міститься в 1 м^3 повітря, до кількості пари M , що насичує 1 м^3 повітря при даній температурі. Таким чином, відносна вологість є мірою насичення повітря водяною парою.

Відносна вологість визначають у відсотках:

$$\omega = \frac{m}{M} \cdot 100\%. \quad (10.19)$$

На практиці абсолютну вологість найчастіше визначають не за кількістю водяної пари в грамах, що міститься в 1 м^3 повітря, а за її пружністю, вираженою в мм рт.ст.

Маса 1 м^3 сухого повітря при 0°C і тиску 760 мм рт.ст. рівна 1293 г. Виходячи з рівняння Клапейрона-Менделєєва, маса 1 м^3 повітря при температурі $t^\circ\text{C}$ і тиску $p \text{ мм рт.ст.}$ буде рівна

$$m_0 = \frac{1293}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} \text{ г,} \quad (10.20)$$

де $\alpha = \frac{1}{273}$ – коефіцієнт розширення повітря. Густина водяної пари по відношенню до густини повітря при однаковому тиску і температурі рівна $0,622$. Для водяної пари, далекої від стану насичення, згідно рівняння Клапейрона-Менделєєва маємо (для 1 м^3):

$$m = \frac{1293 \cdot 0,622}{760} \cdot \frac{p}{1 + \alpha t} = 1,06 \frac{p}{1 + \alpha t} \text{ г.} \quad (10.21)$$

Із формули (10.21) видно, що при малих значеннях t величина абсолютної вологості m чисельно рівна пружності водяної пари p (при $t = 16,5^\circ\text{C}$).

Очевидно, відносна вологість буде визначатись такою формулою:

$$\omega = \frac{p}{p_n} \cdot 100\%, \quad (10.22)$$

де p_n – пружність насиченої водяної пари при даній температурі.

Вологість повітря найчастіше визначають за допомогою гігрометра або стандартного аспіраційного психрометра.

Користуючись гігрометром, можна визначити точку роси t_p (температуру, при якій водяна пара, що знаходиться в повітрі, стає насиченою). За таблицями тиску і густини насиченої водяної пари при різних температурах за величиною t_p визначають значення абсолютної вологості, а за кімнатною температурою t – тиск насиченої пари. За формулою (10.22) обчислюють відносну вологість.

Скориставшись психрометром, абсолютну вологість можна визначити за допомогою формули:

$$p = p_1 - a(t - t_1)H, \quad (10.23)$$

де p – пружність водяної пари в повітрі (абсолютна вологість); p_1 – пружність пари, що насичує простір при температурі вологого термометра; a – стала психрометра, рівна $0,00062$; t – температура, яку показує сухий термометр; t_1 – температура, яку показує вологий термометр; H – атмосферний тиск у мм рт.ст.

10.2. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач

Задачі, які стосуються властивостей реальних рідин, можна умовно поділити на такі групи:

а) задачі, у яких розглядається явище поверхневого натягу, і які ґрунтуються на обчисленні додаткового тиску, що виникає над зігнутою поверхнею рідини;

б) задачі, які стосуються капілярних явищ;

в) задачі, у яких розглядаються замкнені об'єми, що містять будь-який газ (повітря, водяну пару і т. ін.);

г) задачі, у яких необхідно визначити рівняння кривих поверхні рідини;

д) задачі, у яких розглядаються фазові переходи першого роду.

Розв'язування більшості задач груп а, б, в, г ґрунтується на обчисленні додаткового тиску, величина якого входить у розрахункові формули для:

– визначення висоти підняття рідини в капілярних системах;

– обчислення сил зчеплення (або відштовхування) при розгляді явищ змочування (незмочування) рідин;

– вивчення явищ, які відбуваються у замкнених об'ємах, що оточені зігнутою поверхнею рідини (наприклад, в об'ємі бульбашки повітря всередині рідини, у мильних бульбашках);

– визначення форми поверхні рідини, якої вона набуває унаслідок взаємодії з твердими тілами і т. ін.

Відшуковуючи вираз для додаткового тиску Δp , слід мати на увазі, що цей тиск завжди обчислюється за загальною формулою (10.7), яка набирає певного конкретного вигляду залежно від умови задачі. Зокрема у капілярах із внутрішнім діаметром d поверхня рідини є частиною сфери радіуса $R = \frac{d}{2 \cos \theta}$,

де θ – крайовий кут (між дотичною до поверхні рідини і стінкою капіляра). Для сферичної поверхні $R_1 = R_2 = R$, тому

$$\Delta p = \sigma \frac{2}{R} = \frac{4\sigma \cos \theta}{d}.$$

Коли $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ (рідина змочує стінки капіляра), то центр кривизни розташований над поверхнею рідини; при $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ має місце незмочування, а центр кривизни розташований під поверхнею рідини.

Якщо рідина міститься між двома довгими, плоско паралельними пластинами, то радіус кривизни нормального перерізу поверхні рідини, що паралельний твірній циліндра, дорівнює $R_1 = \infty$, і

тоді
$$\Delta p = \frac{\sigma}{R_2} = \frac{2\sigma \cos\theta}{d},$$

де d – відстань між пластинами.

Задачі, які стосуються розгляду проміжних поверхонь рідини, завжди зводяться або до випадку $R_1 \gg R_2$, або до випадку $R_1 = R_2$.

Знаючи вираз для Δp , можна обчислити за формулою (10.12) висоту підняття рідини в капілярній трубці. Якщо внутрішній діаметр капіляра d , то

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} \cos\theta.$$

Знак h збігається із знаком $\cos\theta$. Якщо $h > 0$, тобто при змочуванні, рівень рідини в капілярі вищий, ніж зовні, якщо $h < 0$, тобто при незмочуванні, рівень рідини в капілярі нижчий, ніж зовні.

Додатковий тиск у бульбашці повітря або іншого газу, що міститься всередині рідини, дорівнює $\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$, а в мильній бульбашці

$\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$, оскільки мильна бульбашка має зовнішню і внутрішню поверхню мильної плівки. В обох поданих виразах для лапласового тиску r – радіус бульбашки.

Основний метод визначення рівнянь кривих поверхні полягає в тому, що розглядається довільна елементарна дуга dS кривої поверхні рідини в площині відповідного нормального перерізу. Якщо спрямувати вісь X системи координат уздовж горизонтального рівня вільної поверхні рідини, а вісь Y – вертикально, то додатковий

капілярний тиск
$$\Delta p = \frac{\sigma}{R(x, y)} = \sigma K,$$

де $K = \frac{1}{R}$ – кривизна кривої у даному місці. Якщо $\Delta p = \rho g y$,

де y – відповідна координата елементарної дуги dS , то $K\sigma = \rho g y$.

Кривизна кривої може бути визначена як $K = \frac{d\alpha}{dS}$,

де α – кут між додатними напрямками осей X і дотичної до кривої поверхні в даному місці з координатами x, y . Тому $\frac{\rho g}{\sigma} y = K = \frac{d\alpha}{dS}$. Величину кривизни можна виразити через y'' та y' – другу і першу похідні від рівняння кривої поверхні в даній точці. У результаті отримаємо диференціальне рівняння другого порядку, інтегрування якого (надто складне) дає безпосередньо шукане рівняння кривої поверхні рідини. Проте простіше знайти конкретний вигляд залежностей $dS = X(x, \alpha)dx$ і $dS = Y(y, \alpha)dy$ і з попереднього рівняння отримати систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho g}{\sigma} y dy &= Y(y, \alpha)^{-1} d\alpha, \\ \frac{\rho g}{\sigma} y dx &= X(x, \alpha)^{-1} d\alpha. \end{aligned} \right\}$$

Відокремлюючи в цих рівняннях змінні та інтегруючи з урахуванням граничних умов, знаходять параметричний вигляд шуканого рівняння кривої поверхні в площині нормального перерізу:

$$\begin{cases} y = y(\alpha), \\ x = x(\alpha). \end{cases}$$

Розв'язування задач, які стосуються випаровування (або конденсації) рідин, їх переходу в кристалічну фазу, ґрунтуються на використанні рівняння Клапейрона-Клаузіуса (10.18). Слід зазначити, що питомі величини, які входять у рівняння Клапейрона-Клаузіуса, стосуються одиниці маси речовини. У залежності від співвідношення питомих об'ємів (густин відповідних фаз) зміна температури dT фазового переходу з підвищенням тиску на величину dp може мати різні знаки. Якщо $V_2 > V_1$, то $dT > 0$, а якщо $V_1 > V_2$, то $dT < 0$. Це особливо важливо при розгляді переходів рідина – тверде тіло, тверде тіло – рідина.

10.3. Приклади розв'язання задач

Задача 1. Однакові об'єми води й спирту витікають із круглих трубок одного й того самого профілю краплями. При витіканні води утворилось $n_1 = 40$ крапель, а при витіканні спирту – $n_2 = 96$ крапель. Уважаючи коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma_1 = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м, визначити коефіцієнт поверхневого натягу спирту. Густина спирту $\rho_2 = 800$ кг/м³.

$\sigma_2 - ?$
$n_1 = 40$ крапель
$n_2 = 96$ крапель
$\sigma_1 = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м
$\rho_1 = 10^3$ кг/м ³
$\rho_2 = 800$ кг/м ³

Аналіз і розв'язання

У момент відривання краплі сила тяжіння, що діє на неї, зрівноважується силою поверхневого натягу, яка діє на довжині l межі шийки краплі. Ця довжина (внутрішній обвід трубки) однакова для води і спирту. Нехай m_1 і m_2 – маси однієї краплі води і спирту. Тоді умова рівності сил запишеться як $\sigma_1 l = m_1 g$ і $\sigma_2 l = m_2 g$. Звідси отримуємо вираз для σ_2 : $\sigma_2 = \sigma_1 \frac{m_2}{m_1}$. Якщо V – об'єм усієї води або всього спирту, то маса всього об'єму дорівнює сумі мас усіх крапель:

$$\rho_1 V = m_1 n_1 \quad \text{і} \quad \rho_2 V = m_2 n_2 \quad \text{або} \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 n_1}{\rho_1 n_2}.$$

Тому $\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\rho_2 n_1}{\rho_1 n_2}$. Підставляючи числові дані з умови задачі в

останню формулу, отримаємо $\sigma_2 = 7,2 \cdot 10^{-2} \frac{800 \cdot 40}{1000 \cdot 96} = 2,4 \cdot 10^{-2}$ (Н/м).

Задача 2. У закритій посудині об'ємом 1 л знаходиться 1 г води і пари. Скільки в посудині пари і скільки води, якщо температура пари 17,2°C? При якій температурі посудина буде заповнена лише насиченою парою?

$m_p, m_v, T_2 - ?$
$V = 10^{-3}$ м ³
$m = 10^{-3}$ кг
$T_1 = 280,2$ К

Аналіз і розв'язання

За умовою задачі $m = m_n + m_g$. Щоб визначити масу пари m_p , необхідно за таблицями для насиченої водяної пари знайти питомий об'єм пари при температурі T_1 . Він рівний $V_p = 68,3$ м³/кг. Величина, обернена до V_p , визначає масу пари в

1 м³, а в об'ємі V маса пари рівна $m_n = \frac{V}{V_n} = \frac{10^{-3}}{68,3} = 1,47 \cdot 10^{-5}$ (кг).

Маса води в цьому об'ємі рівна

$$m_e = 10^{-3} - 1,47 \cdot 10^{-5} = 0,9853 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

Якщо посудина повністю заповнена насиченою парою, то її питомий об'єм рівний $V_n = \frac{10^{-3}}{10^{-3}} = 1 \text{ (м}^3/\text{кг)}$.

Зі згаданих таблиць знаходимо, що такий стан відповідає температурі $T_2 = 389 \text{ К}$.

Задача 3. Знайти питомий об'єм водяної пари при 373 К і нормальному тиску, якщо відомо, що при тиску 735,5 мм рт.ст. температура кипіння води 99,1°C.

$V_n - ?$
$T_1 = 373 \text{ К}$
$T_2 = 372,1 \text{ К}$
$p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$p_2 = 0,967 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$\lambda = 2,25 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$
$\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$

Аналіз і розв'язання

Під час кипіння води відбувається фазовий перехід першого роду. Зміна температури фазового переходу зі зміною тиску пов'язана рівнянням Клапейрона-Клаузіуса:

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(V_n - V_e)}{\lambda}, \quad (1)$$

де V_n і V_e – питомі об'єми насиченої пари і води. При скінченій зміні тиску і температури рівняння (1) слід записати у вигляді

$$\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{T(V_n - V_e)}{\lambda}, \quad (2)$$

$$\text{де } \Delta p = p_1 - p_2 = 1,013 \cdot 10^5 - 0,967 \cdot 10^5 = 0,046 \cdot 10^5 \text{ (Па);}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = 0,9 \text{ (К)}.$$

Питомий об'єм води є величиною оберненою до її густини:

$$V_e = \frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \text{ (м}^3/\text{кг)}.$$

Тоді з рівняння (2) отримаємо

$$V_n = \frac{\lambda \Delta T}{\Delta p T} + V_e = \frac{2,25 \cdot 10^6 \cdot 0,9}{0,046 \cdot 10^5 \cdot 373} + 10^{-3} = 1,207 \text{ (м}^3/\text{кг)}.$$

Задача 4. Насичена водяна пара при температурі 300 К може адіабатно стискуватися і адіабатно розширюватися. У якому із цих

процесів пара перетворюється у ненасичену і в якому – у перенасичену?

Аналіз і розв'язання

Будемо вважати водяну пару ідеальним газом і скористаємося першим законом термодинаміки для аналізу цих процесів. Оскільки $d'Q=0$, то $dU = -d'A$; $C_V m dT = -pdV$.

Під час стиснення $dV < 0$, а отже, $dT > 0$, тобто газ нагрівається. Підвищення температури насиченої пари при відсутності рідкої фази може привести до стану, коли пара стане ненасиченою.

Під час розширення $dV > 0$ і $dT < 0$, тобто пара охолоджується. При відсутності центрів конденсації вона перетворюється у перенасичену пару.

Задача 5. На дні посудини глибиною 50 см, яка заповнена водою, є бульбашка повітря діаметром $2 \cdot 10^{-3}$ см. При якій температурі закипить вода, якщо атмосферний тиск 10^5 Па?

Аналіз і розв'язання

$T - ?$	Кипіння води почнеться тоді, коли тиск усередині кожної бульбашки перевищить зовнішній тиск: бульбашки, піднімаючись на поверхню рідини, будуть лопатися.
$h = 0,5$ м	Зовнішній тиск складається з атмосферного ($p_{атм}$), гідростатичного (p_r) і тиску плівки (p_l), що оточує бульбашку:
$d = 2 \cdot 10^{-5}$ м	
$= 10^5$ Па	
$\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м	
$\rho_{пари} = 0,6$ кг/м ³	
$g = 9,8$ м/с ²	
$\rho_{пов.} = 1,293$ кг/м ³	

$$p = p_{атм} + p_z + p_l = p_{атм} + \rho g h + \frac{2\sigma}{r} =$$

$$= 10^5 + 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,5 + \frac{4 \cdot 7,2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-5}} = 15 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Як видно, суттєвий вклад у зовнішній тиск має тиск плівки бульбашки – додатковий лапласовий тиск.

Внутрішній тиск у бульбашці складається із тиску пари і повітря, які містяться в ній. При температурі кипіння води та атмосферному тиску і пару, і повітря можна вважати ідеальними газами, стан яких описується рівнянням Клапейрона-Менделєєва. Тому

$$p_{нов} = \frac{m_1}{M_1 V} RT; \quad p_{пари} = \frac{m_2}{M_2 V} RT, \text{ або}$$

$$p_{\text{нов}} = \frac{\rho_{\text{нов}}}{M_1} RT; \quad p_{\text{напу}} = \frac{\rho_{\text{напу}}}{M_2} RT.$$

Отже, $p' = p_{\text{нов}} + p_{\text{напу}} = RT \left(\frac{\rho_{\text{нов}}}{M_1} + \frac{\rho_{\text{напу}}}{M_2} \right)$. Звідси маємо

$$T = \frac{p'}{\left(\frac{\rho_{\text{нов}}}{M_1} + \frac{\rho_{\text{напу}}}{M_2} \right)}.$$

Оскільки $p \geq p'$, то остаточно отримаємо

$$(M_1 = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; M_2 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}):$$

$$T = \frac{15 \cdot 10^5}{\left(\frac{1,29}{29 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,6}{18 \cdot 10^{-3}} \right)} = 2500 \text{ (К)}.$$

Це означає, що вода, яка містить бульбашки повітря такого діаметру, при звичайних умовах нагрівання закипіти не може. Проте бульбашки у воді об'єднуються і з часом зростають у діаметрі. Крім цього, у рідині розчиняється атмосферне повітря, тому через деякий час вода закипить при нормальному тиску і температурі 373 К.

Задача 6. Знайти додатковий тиск усередині мильної бульбашки $d = 10$ см. Яку роботу потрібно виконати, щоб видути таку бульбашку?

$p, A - ?$ $\sigma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ $d = 0,1 \text{ м}$
--

Аналіз і розв'язання

Плівка мильної бульбашки має дві сферичні поверхні – зовнішню і внутрішню. Обидві поверхні чинять тиск на повітря, яке знаходиться всередині бульбашки. Оскільки товщина плівки дуже мала, то діаметри обох поверхонь практично однакові. Через це додатковий тиск

$$p = 2 \frac{2\sigma}{r},$$

де r – радіус бульбашки.

Оскільки $r = \frac{d}{2}$, то $p = \frac{8\sigma}{d}$. Отже, $p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 3,2 \text{ (Н/м}^2\text{)}$.

Роботу, яку потрібно виконати, щоб, розтягуючи плівку, збільшити її поверхню на ΔS , знайдемо за формулою

$$A = \sigma \Delta S, \text{ або } A = \sigma(S - S_0).$$

У даному випадку S – загальна площа двох сферичних поверхонь півки мильної бульбашки, S_0 – спільна площа двох поверхонь плоскої півки, яка затягувала отвір трубки до видування бульбашки. Нехтуючи S_0 , отримаємо $A = \sigma S = 8\pi d^2 \sigma$.

Після підстановки числових значень величин отримаємо

$$A = 8 \cdot 3,14 \cdot 0,01 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}.$$

Задача 7. На дні каструлі під шаром води товщиною 20 см знаходиться газоподібна бульбашка радіусом 0,5 мм. Тиск атмосфери нормальний, температура води 80°C . Який тиск повітря всередині бульбашки?

Аналіз і розв'язання

$p_1 - ?$
$h = 0,2 \text{ м}$
$T = 353 \text{ К}$
$p_{\text{атм.}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$
$R = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
$\rho = 940 \text{ кг/м}^3$
$g = 9,8 \text{ м/с}^2$

Бульбашка повітря певного радіуса існує тоді, коли тиск p усередині бульбашки дорівнює сумі атмосферного тиску $p_{\text{атм.}}$, тиску стовпа рідини над бульбашкою ρgh і тиску Лапласа $\frac{2\sigma}{R}$ (де σ – поверхневий натяг, R – радіус бульбашки, ρ – густина

води, h – товщина шару води, g – пришвидшення вільного падіння):

$$p = p_{\text{атм.}} + \rho gh + \frac{2\sigma}{R}. \quad (1)$$

У бульбашці знаходиться повітря і насичена пара води. Тому

$$p = p_0 + p_1,$$

де p_0 – тиск насиченої пари води при даній температурі, p_1 – тиск повітря. Отже,

$$p = p_{\text{атм.}} + \rho gh + \frac{2\sigma}{R} = p_0. \quad (2)$$

Із таблиць маємо $\sigma = 6,27 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$; $p_0 = 4,74 \cdot 10^4 \text{ Па}$. Підставляючи числові дані у формулу (2), отримаємо

$$p_1 = 1,013 \cdot 10^5 + 9,8 \cdot 0,2 \cdot 940 + \frac{2 \cdot 6,27 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4}} - 4,74 \cdot 10^4 =$$

$$= 5,6 \cdot 10^4 \text{ (Па)}.$$

Як видно, тиск у бульбашці менший від атмосферного і складає від нього $\frac{56052}{101300} \approx 0,55$.

Із підвищенням температури тиск насиченої пари в бульбашці зменшиться, що приводить до розширення бульбашки і зменшення

тиску повітря в ньому. Коли тиск пари стане рівним повному зовнішньому тиску ($p_0 = p_{\text{атм}} + \rho gh + \frac{2\sigma}{R}$), вода закипає.

Задача 8. Поверхневий натяг на межі розділу вода-мастило дорівнює $\sigma = 18 \cdot 10^{-3}$ Н/м. Визначити, яку роботу необхідно виконати, щоб краплю мастила з масою $m = 1$ г роздробити всередині води на крапельки діаметром $d_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ см. Процес поділу вважати ізотермічним.

$A - ?$	Аналіз і розв'язання
$\sigma = 18 \cdot 10^{-3}$ Н/м $m = 10^{-3}$ кг $d_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ м $\rho = 900$ кг/м ³ $T = \text{const}$	<p>При ізотермічному поділі краплі на маленькі можна вважати, що енергія витрачається тільки на утворення додаткової поверхні.</p> <p>Внутрішня енергія краплі не змінюється. Отже, $A = \sigma \cdot \Delta S$,</p> <p>де ΔS – додаткова поверхня, яка утворюється при поділі великої краплі. Вона може бути обчислена за формулою $\Delta S = \pi(Nd_0^2 - d^2)$,</p>

де d – початковий діаметр краплини мастила, N – число дрібних крапель, які утворились із діаметром d_0 .

Оскільки маса краплі постійна, то

$$\rho \frac{\pi d^3}{6} = N \rho \frac{\pi d_0^3}{6}, \text{ звідки } d = N^{\frac{1}{3}} d_0. \text{ Тоді } \Delta S = \pi d_0^2 N^{\frac{2}{3}} (N^{\frac{1}{3}} - 1).$$

Число малих крапель можна знайти з виразу

$$m = N \rho \frac{\pi d_0^3}{6}, \text{ звідки } N = \frac{6m}{\pi \rho d_0^3}.$$

Нехтуючи одиницею у порівнянні з $N^{\frac{1}{3}}$, неважко визначити шукану роботу:

$$A = \sigma \Delta S = \sigma \pi \frac{6m d_0^2}{\pi \rho d_0^3} = \sigma \frac{6m}{\rho d_0}.$$

У результаті обчислень отримуємо

$$A = 18 \cdot 10^{-3} \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 900} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ (Дж)}.$$

Відмітимо, що робота, яка здійснюється при поділі крапель, обернено пропорційна діаметру крапель, тобто тим більша, чим менший розмір подрібнених крапель.

Задача 9. Скляну капілярну трубку діаметром 0,1 мм опущено у воду при 20°C. Унаслідок нагрівання води до 70°C висота стовпчика води в трубці знизилася на $\Delta h = 3,2$ см. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу води при 70°C.

Аналіз і розв'язання

Оскільки вода змочує скло, то після занурення капілярної трубки у воду, у неї зайде вода і підніметься на висоту h_1 :

$$h_1 = \frac{2\sigma_1}{\rho_1 r g}$$

Унаслідок нагрівання води її коефіцієнт поверхневого натягу зменшиться, отже, зменшиться і висота стовпчика рідини:

$$h_2 = \frac{2\sigma_2}{\rho_2 r g}$$

Тоді $\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{2}{gr} \left(\frac{\sigma_1}{\rho_1} - \frac{\sigma_2}{\rho_2} \right)$. Звідси $\sigma_2 = \rho_0 \left(\frac{\sigma_1}{\rho_1} - \frac{rg\Delta h}{2} \right)$.

Оскільки $r = \frac{d}{2}$, а густина води з температурою змінюється по закону

$$\rho_0 = \frac{\rho_1}{1 + \alpha \Delta t}, \text{ то остаточно маємо } \sigma_2 = \frac{\rho_1}{1 + \alpha \Delta t} \left(\frac{\sigma_1}{\rho_1} - \frac{\Delta h d g}{4} \right)$$

Після підстановки в останній вираз числових значень величин, отримуємо $\sigma_2 = 6,4 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

$\sigma_2 - ?$
$d = 10^{-4}$ м
$\Delta T = 50$ К
$\Delta h = 3,2 \cdot 10^{-2}$ м
$\rho_1 = 10^3$ кг/м ³
$g = 9,8$ м/с ²
$\sigma_1 = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м

$F - ?$
$m = 10^{-4}$ кг
$d = 10^{-6}$ м
$\sigma = 72 \cdot 10^{-3}$ Н/м
$\theta = 0$

Задача 10. Крапля води масою $m = 10^{-4}$ кг знаходиться між двома плоскими і паралельними між собою скляними пластинками. Чому дорівнює сила притягання F між пластинами, якщо відстань між ними дорівнює $d = 10^{-6}$ м? Змочування вважати повним.

Аналіз і розв'язання

Із рис. 39 видно, що радіус R краплі, яка розтеклась між пластинками, дорівнює

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{m}{\rho \pi d}} = 18 \cdot 10^{-2} \text{ (м)},$$

де $m = \rho d S$ – маса краплі, $S d$ – її об'єм.

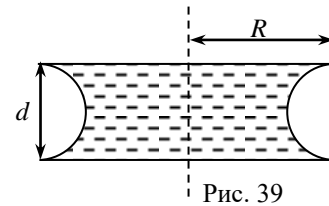


Рис. 39

Оскільки $\theta = 0$, то радіус кривизни поверхні води в площині нормального перерізу, яка перпендикулярна до площини пластинок, дорівнює $r = \frac{d}{2} = 0,5 \cdot 10^{-6}$ (м).

Отже, $R \ll r$ і додатковий капілярний тиск, який існує в об'ємі

$$\Delta p = \frac{\sigma}{r} = \frac{2\sigma}{d}.$$

краплі

Цей тиск від'ємний щодо атмосферного, тому шукана сила зчеплення F дорівнює:

$$F = \Delta p S = \frac{2\sigma}{d} \cdot \frac{m}{\rho d} = 14,6 \cdot 10^3 \text{ (Н)}.$$

10.4. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. Із кінця скляної капілярної трубки, яка опущена у воду, видули бульбашку повітря радіусом 0,02 см. При цьому тиск повітря у бульбашці перевищував атмосферний на $9,84 \cdot 10^2$ Па. На яку глибину була опущена трубка?

Задача 2. У середині мильної бульбашки додатковий тиск становить 0,32 мм рт.ст. Який радіус бульбашки, яку роботу треба виконати для видування цієї бульбашки і яка вільна енергія поверхневої плівки бульбашки?

Задача 3. Сполучені посудини наповнені рідиною. Температура рідини в одній з них підвищується, а в іншій не змінюється. Чи змінюється при цьому рівень рідини у другій посудині?

Задача 4. У посудині з водою плаває кусок льоду. Чи зміниться рівень води після того, як лід розтане, якщо температура води залишається незмінною і рівною 0°C ?

Задача 5. Скільки молекул знаходиться в 1 м^3 води? Яка маса молекули води?

Задача 6. Дві краплини ртуті (радіусом $r = 1$ мм кожна) злилися в одну краплю. Яка кількість енергії виділилася при цьому?

Задача 7. Знайти питомий об'єм води в рідкому і газоподібному стані при нормальних умовах.

Задача 8. Пружність насиченої пари над розчином в 1,02 рази менша пружності насиченої пари води. Яке число молекул води припадає на одну молекулу розчиненої речовини?

10.5. Лабораторна робота №10. Визначення вологості повітря

Мета роботи: ознайомитись із методами визначення вологості повітря.

Прилади та матеріали: гігрометр Ламбрехта, термометр, груша-нагнітач, ефір, психрометр, гігрометричні таблиці.

Опис приладів

На рис. 40 схематично показано гігрометр Ламбрехта. Прилад – це резервуар 1, передня стінка 2 якого дзеркально відполірована.

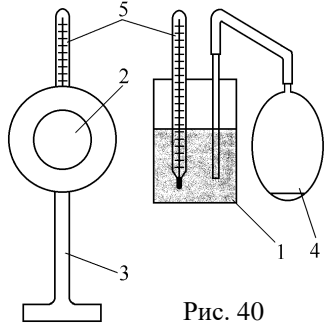


Рис. 40

Резервуар укріплений на стояку 3 і заповнюється наполовину ефіром. Випаровування ефіру прискорюють продуванням резервуара повітрям за допомогою гумової груші 4. При цьому охолодження ефіру і посудини контролюється термометром 5. Зі зниженням температури до деякого значення t_1 блискуча поверхня потемніє внаслідок конденсації водяної пари з повітря. Якщо припинити продування повітря, то роса зникне

при деякій температурі t_2 . Унаслідок теплової інерції термометра t_1 і t_2 не однакові, хоча й близькі, тому для визначення точки роси треба взяти середню температуру:

$$t_p = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (1)$$

Психрометр складається з двох термометрів, резервуар одного з них покритий батистом. Аспіратор має пружний вентилятор, який заводиться ключем. Батист змочується дистильованою водою. Коли працює вентилятор, повітряні потоки обдувають резервуари обох термометрів. Унаслідок випаровування води з поверхні резервуара вологий термометр охолоджується і показує температуру, нижчу за температуру повітря, яку можна побачити на сухому термометрі.

Порядок виконання роботи

1. Заповнити наполовину резервуар гігрометра ефіром, тоді м'якою тканиною протерти його дзеркальну поверхню.
2. Продуваючи повітрям резервуар з ефіром, по термометру знайти температуру появи і зникнення на дзеркальній поверхні роси. За формулою (1) обчислити t_{p_i} . Дослід повторити не менше як три рази і визначити точку роси t_p як середнє з отриманих значень t_{p_i} .
3. За точкою роси (температурою t_p) з таблиць знайти абсолютну вологість (пружність пари p).
4. Знайти в гігрометричній таблиці пружність p і p_n пари, що насичує простір при температурі t_p і кімнатній температурі t_k . Визначити відносну вологість повітря за формулою (22, §11.1).
5. Знайти з точністю до $0,5^{\circ}\text{C}$ температуру сухого і вологого термометрів.
6. Знайти по барометру-анероїду атмосферний тиск із точністю до 1 мм рт.ст.
7. Знайти з гігрометричних таблиць пружність p пари, що насичує простір при температурі вологого термометра.
8. За формулою (10.23) обчислити абсолютну вологість повітря.
9. Узявши з таблиць пружність насиченої водяної пари при кімнатній температурі, за формулою (10.22) обчислити відносну вологість повітря.
10. Порівняти значення вологості, отримані за допомогою обох приладів, і зробити відповідні висновки.

10.6. Лабораторна робота №11.

Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом капілярного підйому

Мета роботи: вивчити поверхневі явища при підніманні рідини в капілярах.

Прилади та матеріали: катетометр або відліковий мікроскоп, набір капілярних трубок діаметром $0,2 \div 1$ мм, тримач капілярних трубок, досліджувана рідина (спирт, толуол та ін.).

Теорія методу: із формули (10.13) маємо $\sigma = \frac{\rho g h r}{2}$. (1)

Формулу (1) називають формулою Жарена.

Таким чином, знаючи ρ , h і r , можна обчислити σ . Якщо h експериментально важко виміряти, то користуються двома або декількома капілярами (рис. 41). У цьому випадку для першого капіляра

$$\sigma = \rho g \frac{h_1 r_1}{2} \quad \text{і} \quad h_1 = \frac{2\sigma}{r_1 \rho g}.$$

Для другого капіляра

$$\sigma = \rho g \frac{h_2 r_2}{2} \quad \text{і} \quad h_2 = \frac{2\sigma}{r_2 \rho g}.$$

Різниця

$$h_1 - h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right). \quad (2)$$

Із рівняння (2) отримуємо

$$\sigma = \frac{\rho g}{2} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (h_1 - h_2), \quad \text{або}$$

$$\sigma = \frac{\rho g}{4} \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} (h_1 - h_2), \quad (3)$$

де d_1 і d_2 – діаметри капілярів. Величини d_1 , d_2 і $(h_1 - h_2)$ вимірюють за допомогою катетометра або відлікового мікроскопа.

Опис установки

Схема установки подана на рис. 41, де 1 – посудина з досліджуваною рідиною; 2 – капіляри, закріплені на штативі 3; 4 – відліковий мікроскоп на рухомій підставці 5; 6 – мікрровинт; 7 – висок.

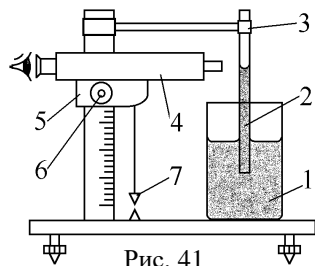


Рис. 41

Порядок виконання роботи

1. Якщо діаметри капілярів невідомі, визначити їх за допомогою мікроскопа.
2. Промити капіляри розчином двохромового калію в сірчаній кислоті, а потім дистильованою водою.

3. Закріпити на штативі занурені в досліджувану рідину на глибину 1-2 см промиті капіляри з діаметрами d_1 і d_2 .
4. За допомогою відлікового мікроскопа (катетометра) виміряти різниці рівнів рідини в капілярах Δh .
5. За формулою (3) обчислити коефіцієнт σ .
6. Дослід повторити 3-5 разів при різному зануренні капілярів у досліджувану рідину.
7. Обчислити похибки вимірювань σ і зробити відповідні висновки.

**10.7. Лабораторна робота №12.
Визначення температурного коефіцієнта
об'ємного розширення рідин**

Мета роботи: визначити коефіцієнт об'ємного розширення гасу.

Прилади та матеріали: прилад Дюлонга і Пті, термометри, нагрівач, масштабна лінійка, барометр-анероїд, досліджувана рідина (гас, гліцерин та ін.).

Короткі теоретичні відомості

При нагріванні рідин змінюється їх об'єм. Залежність об'єму рідини від температури виражається формулою

$$V_T = V_0(1 + \beta T), \quad (1)$$

де β – коефіцієнт теплового (об'ємного) розширення; V_T, V_0 – об'єм рідини при даній температурі та при 273 К.

Температурний коефіцієнт об'ємного розширення – це фізична величина, що дорівнює відношенню збільшення об'єму $\frac{dV}{V_0}$ тіла до зміни dT температури, яка зумовила це збільшення об'єму:

$$\beta = \frac{dV}{V_0 dT}. \quad (2)$$

Якщо коефіцієнт β сталий в інтервалі ΔT , то

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T}. \quad (3)$$

Розмірність коефіцієнта β така: $\dim \beta = \theta^{-1}$.

Коефіцієнт об'ємного розширення зменшується із підвищенням тиску (який, звичайно, перешкоджає розширенню) і

зростає з підвищенням температури. Так, для зрідженої вуглекислоти при підвищенні температури від 0 до 20⁰С коефіцієнт β зростає вдвоє.

Вода володіє аномальним тепловим розширенням. В інтервалі від 0 до 3,98⁰С β від'ємний: при нагріванні об'єм води зменшується, і найбільшої густини вода досягає при 3,98⁰С. При цій температурі $\beta = 0$. Коли збільшується тиск, ця температура максимальної густини знижується і може бути розрахована по емпіричній формулі

$$t_{p_{\max}} = 3,98 - 0,0225(p - 1), \quad (4)$$

де p – тиск в атмосферах.

Причиною аномального розширення води є те, що її молекули мають різний склад: не тільки H_2O , але $2H_2O$ і $3H_2O$. Відносні кількості цих молекул змінюються із температурою і тиском.

Прилади для вимірювання коефіцієнтів об'ємного розширення називають дилатометрами. Дилатометр для рідин – це посудина з плавленого кварцу із каліброваним капіляром. Зміна об'єму при нагріванні рідини в термостаті реєструється за переміщенням рідини в капілярі. Проте цей метод не відзначається особливою точністю насамперед тому, що не враховується зміна об'єму посудини, заповненої рідиною.

Цієї хиби не має інший спосіб визначення коефіцієнта об'ємного розширення – класичний спосіб, запропонований Дюлонгом і Пті та вдосконалений Реньо.

Метод ґрунтується на використанні рівноваги двох стовпчиків рідини в сполучених посудинах, коли рідини в них мають різну температуру. У цьому випадку висоти стовпчиків обернено пропорційні густинам рідин у них.

Опис установки

Прилад Дюлонга і Пті (рис. 42) складається з U-подібної трубки 1, наповненої досліджуваною рідиною. В одному коліні трубки підтримується температура досліджуваної рідини t_1 завдяки пропусканню пари через скляну охоронну муфту 2, що охоплює це коліно. Друге коліно трубки підтримується при температурі t_2 (вимірюється термометром 5) завдяки циркуляції води в скляній муфті 3, що охоплює коліно. Коліна теплоізолювані екраном 4. Верхні частини кожного з колін зближені, щоб можна було визначити висоту рівнів у них h_1 і h_2 по одній шкалі. Температуру t_1 визначають із таблиць залежності температури кипіння води від тиску

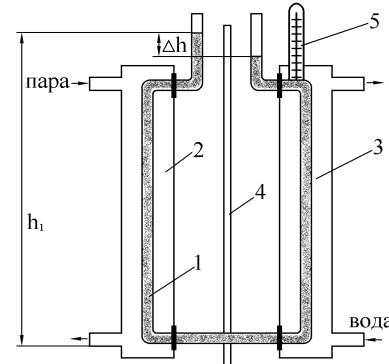


Рис. 42

(атмосферний тиск вимірюють барометром). Температуру кипіння води обчислюють за емпіричною формулою

$$t_1 = 100 + 0,0375(p - 760), \quad (5)$$

де p – атмосферний тиск у мм рт.ст.

Різниця температур у сполучених посудинах приводить до зміни густини рідини, унаслідок чого встановлюється різниця рівнів. Незважаючи на те, що в кожному з колін рідина має різну густину, вона

знаходиться у стані рівноваги, яка обумовлена рівністю тисків:

$$p_1 = p_2. \quad (6)$$

Тиск стовпа рідини обчислюється за формулою

$$p = \rho gh, \quad (7)$$

де ρ – густина рідини, g – пришвидшення сили тяжіння, h – висота стовпчика рідини.

Із (6) і (7) випливає

$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2, \quad (8)$$

або

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}. \quad (9)$$

Як видно з (9), висоти рівнів рідин у сполучених посудинах обернено пропорційні густинам рідин. Для однієї і тієї ж маси рідини маємо

$$m = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2, \quad (10)$$

або

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}. \quad (11)$$

$$\text{При температурі } t_1 \quad V_1 = V_0(1 + \beta t_1), \quad (12)$$

$$\text{а при температурі } t_2 \quad V_2 = V_0(1 + \beta t_2). \quad (13)$$

Підставляючи (12) і (13) у (11), отримаємо

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_0(1 + \beta t_2)}{V_0(1 + \beta t_1)} = \frac{\rho_1}{\rho_2}. \quad (14)$$

Порівнюючи (14) з (9), знайдемо, що $\frac{1 + \beta t_2}{1 + \beta t_1} = \frac{h_2}{h_1}$,

звідки
$$\beta = \frac{h_1 - h_2}{h_2 t_1 - h_1 t_2}. \quad (15)$$

Хід роботи

1. Наповнити прилад досліджуваною рідиною.
2. Пропускати через скляні охоронні муфти пару й воду, поки рівні рідини в кожному з колін U-подібної трубки не будуть змінюватися. При цьому слід досягти по можливості більших значень $\Delta h = h_1 - h_2$.
3. За допомогою масштабної лінійки знайти h_1 і h_2 , а також визначити t_1 і t_2 .
4. За формулою (15) обчислити коефіцієнт β .
5. Обчислити абсолютну і відносну похибки вимірювань β .

10.8. Лабораторна робота №13.

Вимірювання питомої теплоти пароутворення рідини

Мета роботи: визначити питому і молярну теплоту пароутворення води на основі експериментально отриманої залежності насиченої пари від температури.

Прилади: типова експериментальна установка ФПТ1-10.

Методика вимірювань

Для експериментального визначення теплоти пароутворення використовують отриманий на основі рівняння Клапейрона-Клаузіуса вираз

$$\ln p = -\frac{Q}{RT} + C, \quad (1)$$

де p – тиск насиченої пари; Q – молярна теплота пароутворення; R – універсальна газова стала; T – температура газу; C – константа, величина якої визначається з експерименту.

Для системи вода-пара вираз (1) установлює зв'язок молярної теплоти пароутворення води з тиском і температурою водяної пари. Отже, для визначення молярної теплоти пароутворення Q води

достатньо отримати експериментальну залежність $\ln p = f\left(\frac{1}{T}\right)$, яка пов'язує параметри насиченої водяної пари. Ця залежність повинна бути лінійною. За тангенсом кута нахилу прямої до осі абсцис α визначають молярну теплоту пароутворення води

$$Q = R|tg\alpha|. \quad (2)$$

Опис установки

Для визначення теплоти пароутворення води призначена експериментальна установка ФПТ1-10, загальний вигляд якої подано на рис. 43.

Ампула 1 із водою, з якої викачано повітря до тиску ($10^3 - 10^4$) Па, розміщена в термостаті 4. Ампула з'єднана з вакуумметром 5, покази якого відповідають різниці атмосферного тиску в лабораторії і тиску водяної пари в ампулі.

Отже, тиск пари p_n пов'язаний із показами вакуумметра співвідношенням

$$p_n = p_0 - p, \quad (3)$$

де p_0 – атмосферний тиск у лабораторії; p – тиск за вакуумметром.

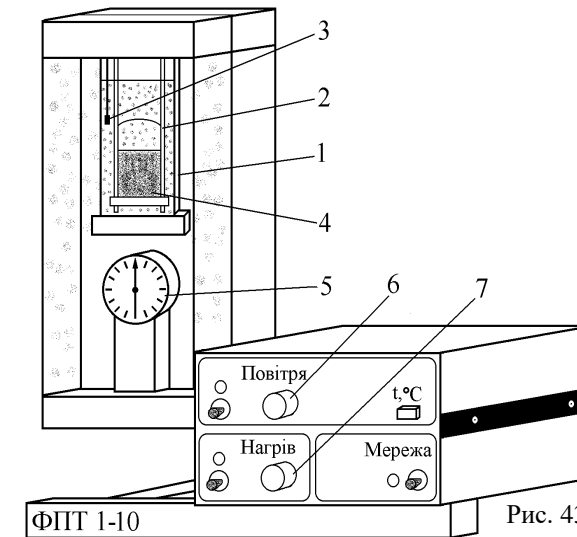


Рис. 43

Температура пари вимірюється напівпровідниковим термометром 3 і реєструється на цифровому індикаторі. Нагріваючи воду в термостаті за допомогою нагрівного елемента 2, нагрівають і воду в ампулі. Темп нагрівання (встановлюється регулятором 7) термостата має бути невисоким, щоб не виник значний градієнт температур води в термостаті та ампулі. За допомогою компресора в термостат можна подавати стиснуте повітря, що сприяє при ввімкнутому нагрівачі рівномірне нагрівання

води в термостаті, а при вимкненому – прискорює охолодження води. Інтенсивність подачі стиснутого повітря визначається положенням регулятора 6.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути тумблер у модулі живлення „Мережа”.
2. Увімкнути тумблер подачі повітря в термостат.
3. Відрегулювати витрату повітря так, щоб кількість повітряних бульбашок була достатньою для перемішування води, але не викликала її збурення.
4. Регулятором 7 увімкнути нагрівник і встановити максимальний темп нагрівання (положення „6”) термостата.
5. При температурі 65⁰С темп нагрівання зменшити, поставивши регулятор 7 у середнє положення.
6. У діапазоні температур термостата від 70 до 100⁰С із кроком у 2⁰С зняти покази N , вакуумметра і температури t . Дані занести у звітну таблицю. Після цього тумблером „Мережа” вимкнути установку.

N , п/п	t , °С	T , К	$1/T$, К ⁻¹	N_1 , под.	p , Па	p_n , Па	$\ln p_n$	Q , Дж/моль	λ , Дж/кг

7. Перевести покази вакуумметра в одиниці тиску $p = aN_1$, де a – ціна поділки вакуумметра ($a = 400$ Па/под). Знайти абсолютний тиск водяної пари в ампулі за формулою (3).
8. Побудувати графік $p_n = f(T)$, який відповідає фазовому переходу між рідиною і парою.
9. Побудувати графік $\ln p_n = f\left(\frac{1}{T}\right)$, відкладаючи по осі ординат $\ln p_n$, а по осі абсцис – величину, обернену абсолютній температурі пари. Через нанесені точки провести пряму і знайти $tg \alpha$.
10. За формулою (2) знайти середнє значення молярної теплоти пароутворення води Q .
11. Розрахувати питому теплоту пароутворення води λ за виразом $\lambda = \frac{Q}{M}$, де M – молярна маса води, рівна $18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
12. Оцінити похибки проведених вимірювань.

10.9. Контрольні питання

1. У чому особливість теплового руху частинок рідини?
2. У чому полягає діркова теорія будови речовини?
3. Пояснити, виходячи з молекулярно-кінетичної теорії будови речовини, пружність, текучість і в'язкість рідин.
4. Які причини особливих властивостей поверхневого шару рідин?
5. Від чого залежить поверхневий натяг?
6. Як напрямлена сила поверхневого натягу рідини?
7. Як визначити зміну потенціальної енергії поверхневого шару рідини при збільшенні або зменшенні її поверхні?
8. Які явища можна спостерігати на межі рідини з твердим тілом?
9. Виведіть формулу Лапласа.
10. Поясніть капілярні явища в рідинах.
11. Виведіть формулу, за якою визначають висоту піднімання (опускання) рідини в капілярах.
12. Що називається випаровуванням? конденсацією?
13. Від яких умов залежить швидкість випаровування рідини?
14. Як пояснити випаровування з точки зору молекулярно-кінетичної теорії?
15. До якого роду відносять фазовий перехід рідина-пара (пара-рідина)?
16. Як залежить температура фазового переходу від зміни тиску?
17. Виведіть рівняння Клапейрона-Клаузіуса.
18. Що таке абсолютна вологість повітря? відносна вологість повітря?
19. Поясніть термін „точка роси”.
20. Поясніть процес кипіння рідин.
21. Як залежить температура кипіння рідин від зовнішнього тиску?
22. Яка пара називається перегрітою?
23. Як з точки зору молекулярно-кінетичної теорії пояснити теплове розширення рідин?

11. Тверді тіла

Література: [2]: §§ 18.1-18.6; [3]: §§ 18.1-18.7; [5]: §§ 10.1-10.11; [6]: §§ 15.1-15.5; [7]: §§ 97-99; [10]: §§ 125-128.

11.1. Теоретичні відомості

Речовина, що перебуває в агрегатному стані, який характеризується стабільністю форми та об'єму, а також особливим характером просторового розміщення та руху атомів, називається твердим тілом.

Різноманітні тверді тіла, що зустрічаються в природі, можна поділити на дві групи, які суттєво відрізняються за своїми властивостями: кристалічні та аморфні.

Головною особливістю внутрішньої будови кристалічних тіл є так званий дальній порядок – строга дистанційна повторюваність елементів структури (атома, атомної групи, молекули, іона), або певна їх конфігурація у трьох вимірах, яка поширюється практично на нескінченне число періодів кристалічних ґраток.

Характерною особливістю кристалічного стану речовини є анізотропія – залежність деяких фізичних властивостей (швидкість поширення світла, теплопровідність, модуль пружності та ін.) від напрямку.

Тіла, властивості яких однакові у всіх напрямках, називаються ізотропними. До них відносять гази, більшість рідин та аморфні тіла.

Для аморфних тіл характерним є лише ближній порядок розміщення елементів структури, тобто певне узгоджене розміщення в просторі лише сусідніх, близько розміщених частинок.

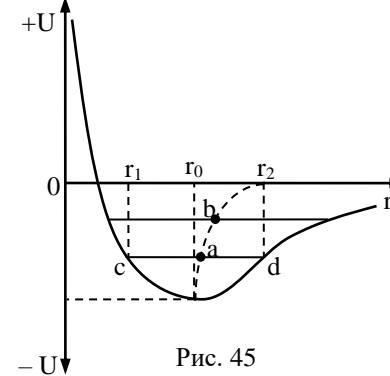
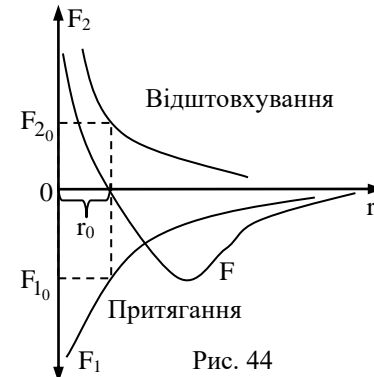
Полярні стани речовини – ідеальні кристали та ідеальні гази – граничні стани, що характеризуються відповідно впорядкованістю або хаотичністю елементів. Кристалічний стан речовини формується при низьких температурах і високих тисках, а газоподібний – при високих температурах і низьких тисках.

Більшість твердих матеріалів є полікристалічними; вони складаються із великої кількості хаотично орієнтованих дрібних кристалічних зерняток – кристалітів – дрібних монокристалів. Кожен з таких монокристаліків анізотропний. Оскільки кристалики орієнтовані хаотично, то в цілому полікристалічне тіло є ізотропним.

Окремі великі кристали називають монокристалами. Для них характерна ідеальна впорядкованість частинок. Зустрічаються вони в природі рідко. Найчастіше монокристали формуються в умовах вільного росту, тобто коли кристалізація в рідкому стані починається на введений затравці і умови росту кристала однакові на всіх його поверхнях. Потреби промисловості, науки і техніки в кристалах

досить значні, вони знаходять широке застосування в радіотехніці, оптиці, квантовій електроніці та інших галузях господарства.

Атомам одного й того ж хімічного елемента можуть відповідати різні за властивостями кристалічні структури. Наприклад, із молекул води може складатися лід п'яти різних кристалічних



структур; вуглецю властива шарова структура графіту і просторова структура алмаза, властивості яких зовсім відмінні.

Аморфні тіла, хоч їх і розглядають як тверді за ознакою збереження форми й об'єму, є переохолодженими рідинами. До аморфних тіл відносять скло, пластичні маси та ін. Багато речовин, таких як сірка, гліцерин, цукор і т. ін., можуть існувати як у кристалічному, так і в аморфному станах. У природі аморфні тіла менш поширені, ніж кристалічні.

У фізиці твердими тілами називають тільки кристалічні тіла. Ці тіла мають певну температуру плавлення, яка є незмінною при сталому об'ємі. У кристалі кожний атом має декілька найближчих сусідів, які, у свою чергу, оточені іншими атомами. Проте у твердому тілі

розміщення цих атомів не довільне, а хаотичне, впорядковане, і цей порядок поширюється на весь об'єм тіла (дальній порядок): у твердому тілі створюється нескінченна періодична просторова структура, яка називається просторовою ґраткою. Місця розміщення атомів називають вузлами просторової ґратки. Причиною переходу атомів до упорядкованого розміщення при утворенні твердого тіла є сили взаємодії між ними. Оскільки кристал при охолодженні утворюється сам по собі, то атоми розміщуються у кристалі так, щоб їх потенціальна енергія в полі сил взаємодії була мінімальною. У

протилежному випадку вони не будуть у рівновазі. Звідси випливає, що між атомами повинні діяти одночасно сили притягання і відштовхування, причому ті й інші сили залежать від міжатомних відстаней. Конфігурація атомів у кристалі та їх взаємні відстані в нормальних умовах повинні бути такими, щоб сили притягання і відштовхування дорівнювали одна одній.

На малюнку 44 зображені криві залежності сили притягання F_1 і сили відштовхування F_2 від відстані між атомами. Ці криві не симетричні: сили відштовхування при збільшенні відстані зменшуються набагато швидше, ніж сили притягання. Завдяки цьому сумарна сила F при відстанях між атомами більших, ніж деяке r_0 , є силою притягання, а при менших – силою відштовхування. При відстані, яка дорівнює r_0 , сумарна сила дорівнює нулю. Зрозуміло, що це і є положення рівноваги атома. У цьому положенні його потенціальна енергія менша, ніж у будь-якому суміжному положенні. На рисунку 45 подано залежність потенціальної енергії частинки від міжатомної відстані.

При $r = r_0$ крива має мінімум, котрий і відповідає рівноважній відстані між атомами, при якій атом перебуває ніби на дні потенціальної „ями”.

Атоми в кристалічній ґратці твердого тіла здійснюють коливання відносно вузлів цієї ґратки. Із точки зору механіки, такий атом має три ступені вільності: кожний коливальний рух можна розкласти на три прямолінійні вздовж трьох координатних осей. На кожний ступінь вільності припадає енергія, рівна $\frac{1}{2}kT$, але існує ще і потенціальна енергія, обумовлена, як було зазначено вище, взаємодією атомів. Коливання атомів у ґратці зумовлені впливом квазіупругих сил, які описуються законом Гука. При таких коливаннях середні значення кінетичної та потенціальної енергії однакові. Через це на кожний ступінь вільності припадає потенціальна енергія, також рівна $\frac{1}{2}kT$. Отже, під час коливальних рухів на кожний ступінь вільності припадає енергія kT , удвоє більша, ніж при поступальному і обертальному рухах.

Таким чином, тепловий рух частинок твердого тіла як конденсованого середовища відмінний від теплового руху частинок газу.

Повна енергія одного моля твердого тіла, частинки якого здійснюють коливальний тепловий рух

$$E = 3NkT,$$

де N – число Авогадро, рівне $6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. Звідси молярна теплоємність кристала рівна

$$C = \left(\frac{dE}{dT} \right)_V = 3Nk = 3R = 24,9 \text{ (Дж/(К·моль))}.$$

Справді, ще в минулому столітті (1819р.) французькими вченими Дюлонгом і Пті експериментально був установлений закон, що молярна теплоємність (атомна) більшості твердих тіл, особливо металів, рівна $3R$. Висновок, зроблений Дюлонгом і Пті, більш-менш вірний лише для кімнатних температур.

Для низьких температур цей закон, а отже, і класична теорія теплоємності в цілому, виявляються непридатними. Дослід показує, що при зниженні температури теплоємність кристалів швидко зменшується, а при наближенні до абсолютного нуля – стає нескінченно малою (рис. 46), тобто

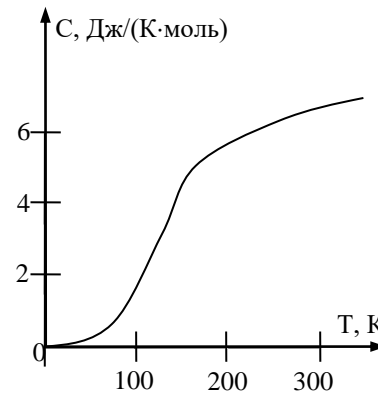


Рис. 46. Залежність теплоємності алмаза від температури

прямує до нуля. Пояснення цьому змогла дати тільки квантова теорія, яка сформувалась при розв'язуванні задач на обчислення розподілу енергії у спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла.

Тіло, що випромінює енергію, тут розглядається як набір коливальних частинок – осциляторів, якими є збуджені атоми. У 1890 році Планк припустив, що енергія осцилятора може мати тільки ряд дискретних значень, пропорційних частоті коливань осцилятора:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (11.1)$$

де ε – енергія кванта, Дж; h – стала Планка, рівна $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

На основі цього припущення Планку вдалося створити теорію, із якої отрималась формула для густини енергії у спектрі. Потім теорія квантів була використана для висвітлення питань

фізики, які лишались не розв'язаними в рамках класичної теорії: теплоємності, фотоелектрики і т.д.

Ейнштейн у 1907 році створив квантову теорію теплоємності. Згідно Ейнштейну, середня енергія осцилятора

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (11.2)$$

отримана Планком у теорії випромінювання абсолютно чорного тіла.

При високих температурах квантова формула (11.2) добре співпадає з класичною формулою енергії осцилятора $\bar{E} = kT$. Справді,

при T величину $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ можна розкласти в ряд:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 + \dots \quad (11.3)$$

Нехтуючи квадратним членом, після підстановки (11.3) в (11.2) отримаємо

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1}.$$

За квантовою теорією теплоємності твердого тіла розглядаються коливання атомів у кристалічній ґратці, відносно положень рівноваги атома, у вузлі ґратки, відносно трьох взаємоперпендикулярних осей, тому кожний атом має три ступені вільності. При цьому енергія моля твердого тіла буде рівна

$$U = 3N \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (11.4)$$

а теплоємність

$$C = 3R \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2}. \quad (11.5)$$

При високих температурах $h\nu \ll kT$ і $C \approx 25$ Дж/(моль·К) (закон Дюлонга і Пті). При низьких температурах $C \rightarrow 0$. Однак формула (5) не дає при низьких температурах кількісного співпадання з дослідом.

Значно краще співпадання дає теорія Дебая. Згідно цієї теорії, тверде тіло, що складається із N атомів, утворює пружну коливальну систему з $3N$ ступенями вільності. Число можливих коливальних станів приймається рівним $3N$, причому беруться найбільш повільні,

тобто основні, коливання. Частоти цих нормальних коливань досить різні: від сотень герц до 10^{13} Гц. Накладання цих коливань із різними випадковими амплітудами і фазами визначає тепловий рух твердого тіла. Енергія цього руху

$$U = \sum_{i=1}^{3N} \frac{h\nu_i}{e^{kT} - 1}. \quad (11.6)$$

Із теорії Дебая випливає, що при дуже низьких температурах теплоємність одноатомного твердого тіла пропорційна третьому степеню абсолютної температури:

$$C = \alpha T^3. \quad (11.7)$$

Закон кутів Дебая добре пояснює зміну теплоємності поблизу абсолютного нуля. У цілому, у рамках квантової теорії, вдається задовільно пояснити температурну залежність C_V твердих тіл.

Як зазначалось, речовина може бути твердою лише при досить низьких температурах. Це означає, що енергія теплового руху kT повинна бути значно меншою від потенціальної енергії взаємодії частинок. Із підвищенням температури середня відстань між частинками кристала збільшується, а отже, повинен зростати його об'єм – відбувається теплове розширення твердого тіла. У цьому випадку змінюються сили взаємодії, що залежать від відстаней.

Для ідеального кристала сили зв'язку описуються законом

$$F = -k \frac{\Delta x}{x_0}, \quad (11.8)$$

де k – коефіцієнт пружного зв'язку; $x_0 = a$ – стала ґратки; Δx – зміщення коливальної частинки. Сили взаємодії між структурними елементами кристала мають електромагнітну, а також квантову природу. На близьких відстанях (рис. 44) мають перевагу сили відштовхування F_2 , а на далеких – притягання F_1 . На відстанях, більших 10^{-9} м, силами міжмолекулярної взаємодії можна знехтувати. Зі зміною відстані між двома сусідніми частинками на dr , завдяки дії результуючої сили F (рис. 44), відбувається зміна потенціальної енергії:

$$dU = -Fdr. \quad (11.9)$$

Проінтегруємо вираз (11.9), тоді

$$\int_{U_r}^{U_\infty} dU = - \int_r^\infty Fdr. \quad (11.10)$$

Оскільки при $r \rightarrow \infty$ $F = 0$, то

$$U_{\infty} = 0 \quad \text{і} \quad U = \int_r^{\infty} F dr. \quad (11.11)$$

Ураховуючи залежність $F = f(r)$ (рис. 44), можемо побудувати криву залежності $U = f(r)$ (рис. 45).

$$\text{Для випадку } r = r_0, \quad F = 0 \quad \text{і} \quad \frac{dU}{dr} = 0 \quad (11.12)$$

(умова мінімуму потенціальної енергії), тобто у стані стійкої рівноваги система двох молекул (атомів) володіє мінімальною потенціальною енергією U_{\min} . Відстані $r > r_0$ і $r < r_0$ не є рівноважними, і U в цих випадках зростає. У твердих тілах молекули або атоми коливаються навколо положень рівноваги. При кімнатній температурі амплітуда коливань атомів у кристалі складає 0,1 міжатомної відстані, тобто величину порядку $(1 \div 2) \cdot 10^{-11}$ м. Амплітуда теплових коливань атомів не має постійної орієнтації. Коливання атомів не є строго гармонійними, оскільки (рис. 44) F не прямо пропорційна відстані r . Якби коливання атомів були гармонійними, то збільшення з температурою їх амплітуди не привело б до зміщення положення рівноваги, тобто середня відстань між атомами не змінилася б.

Для ангармонійних коливань збільшення амплітуди внаслідок нагрівання приводить до зміщення положення рівноваги, а отже, середня відстань між молекулами або атомами збільшується.

Теплове розширення обумовлюється збільшенням енергії атома (молекули), що коливається навколо положення рівноваги. Нехай (рис. 45) горизонтальна пряма cd відображає рівень енергії атома в кристалічній ґратці при деякій температурі, наприклад, кімнатній. Точки дотикання цієї прямої до кривої енергії визначають крайні положення r_1 і r_2 , які займає атом у ґратці під час своїх коливань. Середина прямої визначає положення рівноваги атома при зазначеній температурі. Із підвищенням температури атом переходить на більш високий енергетичний рівень, який визначається прямою b . Довжина прямої b більша, ніж довжина прямої a , що означає збільшення амплітуди коливань атома.

У зв'язку із симетрією кривої енергії центр прямої b зміщений відносно центра прямої a вправо – це означає зміщення положення рівноваги атома: міжатомна відстань зростає, що і викликає розширення кристала під час нагрівання. Отже, причиною збільшення лінійних розмірів тіла у процесі нагрівання є не підвищення

амплітуди коливань атомів, а зростання міжатомних відстаней, які характеризують положення рівноваги, викликане ангармонізмом коливань.

Кількісно теплове розширення характеризується коефіцієнтами лінійного та об'ємного розширення. Коефіцієнт лінійного розширення (α) визначають зі співвідношення

$$\alpha = \frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T}, \quad (11.13)$$

де ΔT – зміна температури, Δl – відповідна їй зміна довжини, l – початкова довжина тіла. Отже, коефіцієнт лінійного розширення дорівнює відносній зміні довжини зі зміною температури на 1 градус.

Так само коефіцієнт об'ємного розширення (β) визначається за формулою

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T}, \quad (11.14)$$

тобто коефіцієнт β дорівнює відносній зміні об'єму $\frac{\Delta V}{V}$ зі зміною температури на 1 градус. Із формул (11.13) та (11.14) випливає, що довжина l_T і об'єм V_T при деякій температурі, яка відрізняється від початкової на ΔT градусів, виражається формулами (з малим ΔT):

$$l_T = l_0(1 + \alpha\Delta T)$$

і

$$V_T = V_0(1 + \beta\Delta T), \quad (11.15)$$

де l_0 і V_0 – початкова довжина і об'єм тіла.

Для кристалів із кубічною симетрією, як і для ізотропних тіл, між коефіцієнтами α та β існує співвідношення

$$\beta = 3\alpha. \quad (11.16)$$

Коефіцієнти лінійного та об'ємного розширення практично залишаються сталими, якщо інтервали температур, у яких їх вимірюють, малі, а самі температури – високі. В інших випадках коефіцієнти теплового розширення залежать від температури, причому так само, як теплоємність, тобто при низьких температурах коефіцієнти α та β зменшуються зі зниженням температури, пропорційно кубу температури, прямуючи до нуля, з наближенням до абсолютного нуля.

Речовина існує в твердому кристалічному стані при певних значеннях тиску і температури. У цьому стані тверде тіло знаходиться

до тих пір, поки кінетичної енергії недостатньо для подолання сил взаємного притягання. Ці сили утримують атоми на деякій відстані один від одного, не дозволяючи їм переміщуватися. Тоді атом коливається відносно положення своєї рівноваги. При поступовому підвищенні температури твердого тіла кінетична енергія атомів (чи молекул) зростає. Амплітуди коливань також збільшуються і можуть бути сумірними з періодом ґратки, що приводить до порушень дальнього порядку, а отже, і руйнування ґратки. Відбувається процес плавлення твердого тіла, тобто перехід речовини із твердого стану в рідкий. Цей процес – самоприскорений, тобто подальше зменшення міри порядку пов'язане з меншими енергетичними затратами. Я.І.Френкель зазначав, що збільшення об'єму під час плавлення, можна одночасно розглядати як безпосередню причину, так і наслідок ліквідації дальнього порядку при плавленні.

Кристалічні тіла мають певну температуру плавлення, що залежить від зовнішнього тиску. Температура плавлення є температурою рівноважного фазового переходу твердого кристалічного тіла в рідкий стан зі сталим тиском. Зворотний процес переходу речовини з рідкого стану в твердий кристалічний відбувається при тій самій температурі, що й плавлення.

Аморфне тіло плавиться не при певній фіксованій температурі, а в деякому інтервалі температур. Тому правильніше говорити не про плавлення аморфних тіл, а про розм'якшення та зменшення їх в'язкості. Аморфний твердий стан не є особливою фазою речовини.

Розглянемо детальніше плавлення і кристалізацію твердих тіл, що мають у своїй структурі ґратку. На рис. 47 зображена діаграма



Рис. 47

Дільниця OA відповідає нагріванню твердого тіла до температури $T_{пл}$. Теплота, що підводиться ззовні, збільшує енергію коливань структурних одиниць (атомів, молекул), і температура підвищується (приблизно пропорційно часу нагрівання). При цьому поступово зменшується дальній порядок і відбувається процес утворення „дірок” – вакантних вузлів кристалічних ґраток.

При досягненні температури $T_{пл}$ концентрація вакансій стає критичною і кристалічні ґратки розпадаються на досить рухливі субмікроскопічні області. Для них властиве таке ж розміщення атомів, як і для кристала. Уся отримана тілом теплота йде на послаблення міжатомних зв'язків, утворення „дірок” при поділі кристала на субмікроскопічні області. Це зумовлює ізотермічність процесу плавлення (ділянки AB). Під час плавлення кристалічне тіло знаходиться одночасно в твердому і рідкому станах. Температура плавлення залежить від роду кристалічного тіла. Для більшості кристалічних тіл вона підвищується зі збільшенням атмосферного тиску (рівняння Клапейрона-Клаузіуса):

$$dT = \frac{dpT_{пл}(V_2 - V_1)}{\lambda}, \quad (11.17)$$

де dT – зміна температури $T_{пл}$ при зміні тиску на величину dp ; V_1, V_2 – питомі об'єми твердої та рідкої фаз; λ – питома теплота плавлення.

Під час плавлення більшості кристалічних тіл відбувається зменшення густини (за винятком льоду, сурми, чавуну, вісмуту, германію та ін.), а отже, і збільшення питомого об'єму. Тому зі збільшенням тиску температура плавлення більшості кристалічних тіл підвищується. Точка B діаграми плавлення відповідає завершенню процесу плавлення.

Тверде тіло перетворилося в рідину. Кількість теплоти, яка необхідна для того, щоб перевести 1 кг твердого кристалічного тіла в рідину при температурі плавлення, називають питомою теплотою плавлення:

$$\lambda = \frac{Q}{m}, \quad (11.18)$$

де Q – кількість отриманої тілом теплоти; m – маса тіла.

Дальше нагрівання розплавленого тіла (рідини) знову веде до підвищення енергії теплових коливань структурних частинок і до лінійного зростання температури (відрізок BC). Якщо в деякий

момент часу припинити нагрівання рідини, а потім її охолодити, то крива $T(t)$ піде вниз (відрізок CD). Коли температура знизиться до значення, рівного температурі кристалізації T_k ($T_k = T_{пл}$), то при наявності центрів – зародків, мінімально необхідних розмірів, у системі почне реалізуватися власне процес кристалізації (відрізок DEF). Цей процес супроводиться виділенням теплоти, яка рівна теплоті плавлення. Під час цього процесу відбувається упорядкування руху молекул рідини, у результаті чого вони починають коливатися навколо вузлів кристалічної ґратки. Процес кристалізації ізотермічний. Після завершення кристалізації (точка F) тіло охолоджується (дільниця FK).

Процес кристалізації відбувається у двофазній системі поблизу центрів кристалізації. Такими центрами можуть бути пилінки, дуже дрібні частинки домішок, неоднорідності густини. Якщо рідина зовсім чиста, то в ній відсутні центри кристалізації. При швидкому охолодженні такої рідини можна перевести її в переохолоджений стан – у рідину з температурою, нижчою за температуру кристалізації (лінія DM). Стан переохолодження є нестійким, метастабільним; при досить сильному переохолодженні можливе самовільне утворення центрів кристалізації внаслідок флуктуацій густини рідини. Температура рідини при цьому дещо підвищується до T_k (дільниця ME), і далі відбувається нормальний процес кристалізації.

Розглянуті вище процеси випаровування, плавлення та кристалізації є фазовими переходами першого роду. Вони характери-

зуються тим, що при їхньому протіканні поглинається або виділяється теплота. Щоб описати стан речовини і фазові переходи, які відбуваються в ньому, використовують діаграму стану. Кожна точка на такій діаграмі в координатах p, T відображає певний стан речовини. Розглянемо на p - T -діаграмі (рис. 48) стан, у якому співіснують у рівновазі три фази даної речовини. Він відоб-

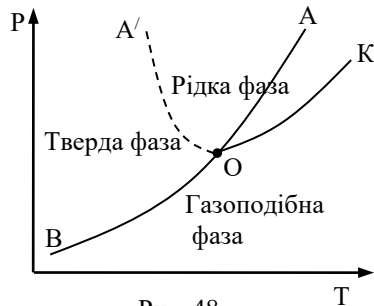


Рис. 48

ражається точкою O , яку називають потрійною.

У потрібній точці перетинаються криві фазових рівноваг двофазної однокомпонентної системи. Під кривою фазової рівноваги розуміють геометричне місце точок, які відображають на термодинамічній діаграмі стани фаз, що співіснують. Так, криву OK називають кривою кипіння (конденсації). Вона починається в потрібній точці O й закінчується в критичній точці K . Криву OA (OA') називають кривою плавлення (кристалізації), криву OB – кривою сублімації (десублімації). Криву кипіння часто називають кривою або лінією насичення. Із рис. 48 видно, що крива плавлення для різних речовин може мати як додатній (OA), так і від'ємний (OA') нахил. Криві плавлення не закінчуються навіть при надвисоких тисках (десятки і сотні тисяч атмосфер). Від'ємний нахил кривої плавлення OA' характерний для речовин, які мають у твердому стані (фазі) густину меншу, ніж у рідкому. Крива сублімації OB , як і крива кипіння OK , має додатний нахил. Це означає, що з підвищенням тиску температура фазового переходу зростає (рівняння 11.17). Питома теплота сублімації перевищує питому теплоту випаровування, тому крива сублімації розміщена крутіше від кривої випаровування.

Діаграми стану виражають залежність стану системи і фазових рівноваг у ній від зовнішніх умов. Їх будують на основі дослідних даних і широко використовують для характеристики різних речовин. Зліва від кривої AOB ($A'OB$) розміщена область твердого стану речовини, справа від кривої KOB – область газоподібного стану, а між кривими OA (OA') і OK – область рідкого стану. На основі діаграми стану речовини завжди можна визначити її стан при певних фіксованих p і T . Наприклад, для води потрібна точка відповідає температурі $0,01^\circ\text{C}$ ($273,16\text{ K}$) і тиску $610,8\text{ Па}$ ($4,579\text{ мм рт.ст.}$). При незмінному тиску зниження температури переводить систему в стан льоду, а підвищення температури – у стан пари. У пару воду можна перевести при сталій температурі, знижуючи її тиск. Якщо тиск підвищувати при незмінній температурі, то система перейде у стан води.

Хімічні однорідні речовини на діаграмах стану мають одну потрібну точку, а для речовин з алотропічними модифікаціями число потрібних точок відповідно збільшується. Так, для сірки можливі чотири фази: ромбічна (тверда), моноклінна (тверда), рідка та газоподібна сірка. Потрібну точку, у якій речовина співіснує в трьох агрегатних станах, називають головною потрібною точкою. При

цьому рівновага чотирьох фаз для сірки не реалізується за будь-яких умов.

11.2. Орієнтаційні питання

1. Які тіла з фізичної точки зору відносять до твердих тіл?
2. Які структурні особливості твердих кристалічних і аморфних тіл?
3. Які сили взаємодії проявляються між структурними елементами твердого тіла, і як вони змінюються зі зміною відстані між частинками твердого тіла?
4. Які особливості теплового руху атомів (молекул) у кристалічних і аморфних тілах?
5. Як впливає структура твердого тіла на його фізичні властивості?
6. Чому більшість металів є ізотропними матеріалами?
7. Які основні положення класичної теорії теплоємності твердих тіл?
8. Який механізм теплового розширення твердих тіл?
9. Чому процеси плавлення і кристалізації є ізотермічними?
10. Як дістати переохолоджену рідину?
11. У чому суть явища сублімації?
12. Накреслити діаграму стану води. Зобразити на цій діаграмі графіки фазових перетворень та сублімації льоду.
13. Подати діаграму стану будь-якої речовини і пояснити її структуру. Показати, яких можливих фазових переходів може зазнати речовина при переході з одного агрегатного стану в інший.

11.3. Приклади розв'язування задач

Задачі, що стосуються теплових властивостей твердих тіл, зводяться до застосування законів: Дюлонга і Пті, Неймана – для обчислення теплоємності твердих тіл, закону Фур'є – для розрахунку теплопровідності твердих тіл та обчислення кількості переданої чи поглинутої теплоти, рівняння Клапейрона-Клаузіуса – для визначення температури фазового переходу при зміні тиску.

Розв'язуючи задачі на теплове розширення, слід користуватися формулами: $l = l_0(1 + \alpha t^0)$ і $V = V_0(1 + \beta t^0)$, у яких значення l_0 і V_0 стосуються температури $t = 0^0$ С. Якщо в задачах дані початкові довжини чи об'єми при будь-яких температурах, то розв'язувати їх слід починати з визначення $l_0 = \frac{l_1}{1 + \alpha t_1^0}$ або $V_0 = \frac{V_1}{1 + \beta t_1^0}$

і одержання формул: $l_t = \frac{l_1}{1 + \alpha t_1^0} (1 + \alpha t_2^0)$ і $V_t = \frac{V_1}{1 + \beta t_1^0} (1 + \beta t_2^0)$.

Розв'язання задачі можна спростити, якщо чисельник і знаменник останніх формул помножити відповідно на $1 - \alpha t_1^0$ і $1 - \beta t_1^0$. У результаті отримаємо

$$l_t = \frac{l_1(1 + \alpha(t_2^0 - t_1^0) - \alpha^2 t_1^0 t_2^0)}{1 - \alpha^2 t_1^2} \quad \text{і}$$

$$V_t = \frac{V_1(1 + \beta(t_2^0 - t_1^0) - \beta^2 t_1^0 t_2^0)}{1 - \beta^2 t_1^2}.$$

Оскільки коефіцієнти α і β дуже малі у порівнянні з одиницею, а t_1^0 і t_2^0 беруться, зазвичай, не дуже високими, то членами з α^2 і β^2 можна знехтувати. Тоді формули для обчислення довжини і об'єму набувають значно простішого вигляду із збереженням достатньої точності для всіх практично важливих випадків:

$$l_t = l_1(1 + \alpha(t_2^0 - t_1^0)) \quad \text{і} \quad V_t = V_1(1 + \beta(t_2^0 - t_1^0)).$$

Задача 1. Обчислити молярну теплоємність для кухонної солі.

$C_V - ?$	Аналіз і розв'язання
$i = 3$	Кухонна сіль NaCl складається із молекул, що містять атом Na і атом Cl. Молярна теплоємність хімічно складного твердого тіла, за законом Неймана, дорівнює $C_V = 25 \cdot n$ Дж/(моль·К),
$n = 2$	
$R = 8,31$ Дж/(К·моль)	

де n – кількість атомів у молекулі. Якщо врахувати, що, за класичною теорією теплоємності твердого тіла, молярна теплоємність обчислюється як $C_V = inR$, де i – число ступенів вільності одного атома, то проведемо її розрахунок, скориставшись останньою формулою: $C_V = 3 \cdot 2 \cdot 8,31 = 50$ (Дж/(моль·К)), що повністю відповідає її величині, яка отримана за законом Неймана: $C_V = 25 \cdot 2$ Дж/(моль·К) = 50 Дж/(моль·К).

Задача 2. Два стержні однакових розмірів, які виготовлені з різних металів, зварені своїми торцями. Теплоємність стержня A вдвоє більша теплоємності стержня B , але теплопровідність A вдвоє менша теплопровідності B . Один із вільних кінців стержня нагрівається, а другий охолоджується, так що на кожному з кінців підтримується стала температура. Чи буде загальна кількість теплоти, що поширюється в стержнях, залежати від того, який із вільних кінців

стержнів (A чи B) нагрітий, а який охолоджений? Втратами тепла через бічні поверхні стержнів знехтувати.

$$\frac{Q - ?}{C_A = 2C_B}$$

$$\lambda_A = \frac{1}{2} \lambda_B$$

Аналіз і розв'язання

Розглянемо стан стержнів, коли температура T їх зварених основ постійна. Нехай c_A і c_B – питомі теплоємності стержнів, λ_A і λ_B – їхні коефіцієнти теплопровідності, T_A і T_B – температури їхніх кінців (рис. 49). Оскільки

стержні однорідні, а втрати тепла через бічні поверхні відсутні, то в даному стані температура вздовж кожного зі стержнів змінюється по лінійному закону. Температуру T можна визначити з умови рівності теплових потоків, які протікають через будь-які перерізи обох стержнів:

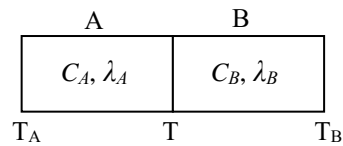


Рис. 49

$$\lambda_A(T_A - T) = \lambda_B(T - T_B),$$

звідки

$$T = \frac{\lambda_A T_A + \lambda_B T_B}{\lambda_A + \lambda_B}.$$

Загальну кількість теплоти, яка протікає через стержні, знайдемо замінюючи температуру вздовж всього стержня середньою температурою:

$$Q = c_A \frac{(T_A + T)}{2} + c_B \frac{(T + T_B)}{2}, \text{ або}$$

$$Q = \frac{c_A T_A}{2} + \frac{c_B T_B}{2} + \frac{(c_A + c_B)}{2} T.$$

Підставимо значення T в отриманий вираз, тоді

$$Q = \frac{c_A T_A}{2} + \frac{c_B T_B}{2} + \frac{(c_A + c_B)}{2} \cdot \frac{\lambda_A T_A + \lambda_B T_B}{\lambda_A + \lambda_B}.$$

Після перетворень і групування членів, які містять T_A і T_B , остаточно маємо

$$Q = \frac{2\lambda_A c_A + \lambda_A c_B + \lambda_B c_A}{2(\lambda_A + \lambda_B)} T_A + \frac{2\lambda_B c_B + \lambda_A c_B + \lambda_B c_A}{2(\lambda_A + \lambda_B)} T_B.$$

Оскільки коефіцієнти при T_A і T_B різні, то величина Q буде теж різною при заміні T_A на T_B , тобто сумарна кількість теплоти, яка протікає через стержні, залежатиме від того, який із кінців нагрівається, а який охолоджується. Тоді коефіцієнти при T_A і T_B відрізняються лише значенням членів $\lambda_A c_A$ і $\lambda_B c_B$, а кількість теплоти

буде більшою, якщо нагрівати кінець того стержня, для якого добуток теплоємності на теплопровідність є більшим. Лише при $\lambda_A c_A = \lambda_B c_B$ (як це подано в умовах нашої задачі) кількість теплоти, що протікає через стержні, буде однаковою, незалежно від того, який із кінців нагрітий, а який охолоджений.

Задача 3. Внутрішній діаметр сталюого кільця при 20°C дорівнює 7 см. Це кільце потрібно надіти на латунний вал, діаметр якого при 20°C дорівнює 7,005 см. До якої температури потрібно нагріти кільце?

$t_1 - ?$
$d_1' = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$d_2 = 7,005 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$t^0 = 20^\circ\text{C}$
$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Аналіз і розв'язання

Діаметр d_1 нагрітого кільця має бути не меншим d_2 , причому $d_1 = d_0(1 + \alpha t_1^0)$, де d_0 – діаметр кільця при 0°C ; t_1^0 – температура, при якій $d_1 = d_2$.

Щоб визначити d_0 , запишемо для діаметра кільця d_1' вираз, аналогічний попередньому, при температурі $t^0 = 20^\circ\text{C}$:

$$d_1' = d_0(1 + \alpha t^0),$$

звідки

$$d_0 = \frac{d_1'}{1 + \alpha t^0}.$$

Тоді

$$d_1 = \frac{d_1'(1 + \alpha t_1^0)}{1 + \alpha t^0},$$

а температура $t_1^0 = \frac{d_1(1 + \alpha t^0) - d_1'}{\alpha d_1'} \approx 85^\circ\text{C}$.

11.4. Завдання для самостійної роботи

Задача 1. За класичною теорією теплоємності розрахувати питомі теплоємності міді, заліза і вольфраму.

Задача 2. Для нагрівання металевого тіла масою 50 г від температури $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до температури $t_2 = 50^\circ\text{C}$ витрачено кількість

теплоти $Q = 180$ Дж. Користуючись законом Дюлонга і Пті, знайти, з якого матеріалу виготовлено тіло.

Задача 3. Дві пластинки, мідна і залізна, однакової товщини щільно прилягають одна до одної. Температура зовнішньої поверхні мідної пластинки 100°C , залізної – 0°C . Знайти температуру в місці дотику пластинок.

Задача 4. Які термоси вигідніші при однаковій висоті й місткості: круглий чи квадратного перерізу?

Задача 5. Які властивості червоної міді роблять її найбільш зручним матеріалом для паяльників? Чи є інший матеріал, який володіє такими ж якостями?

Задача 6. Два стержні, мідний і сталевий, накладені один на одного так, що вони збігаються одними кінцями. Визначити їх довжини при $t = 0^{\circ}\text{C}$, знаючи, що різниця їх довжин при будь-якій температурі становить $\Delta l = 2$ см. Коефіцієнт лінійного розширення міді $\alpha_1 = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; сталі $\alpha_2 = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

11.5. Лабораторна робота №14.

Визначення питомої теплоємності металів методом охолодження

Мета роботи: визначити питому та молярну теплоємності поданих металів.

Прилади і матеріали: типова установка ФПТ1-8 для вимірювання теплоємності твердих тіл.

Методика вимірювань

При досить повільному нагріванні металевого зразка в калориметрі у заданий момент часу температура в усіх точках калориметра і досліджуваного зразка однакова. Тоді рівняння теплового балансу набуває вигляду

$$Q = Q_{\kappa} + Q_T + \Delta Q_1, \quad (1)$$

де Q – кількість тепла, яке передається від нагрівника;

Q_{κ} – кількість теплоти, затраченої на нагрівання калориметра;

Q_T – кількість теплоти, затраченої на нагрівання зразка;

ΔQ_1 – втрати теплоти через теплоізоляцію калориметра.

Кількість теплоти, що передається нагрівником, буде рівна

$$Q = IUt, \quad (2)$$

де I – струм, що протікає по спіралі нагрівника;

U – спад напруги в нагрівнику;

t – час, за який температура в калориметрі і зразку зміниться на ΔT градусів.

Кількість теплоти, яка витрачається на нагрівання калориметра, може бути визначена шляхом нагрівання пустого (без зразка) калориметра. У цьому випадку рівняння теплового балансу набирає вигляду

$$IUt_0 = Q_k + \Delta Q_2, \quad (3)$$

де ΔQ_2 – витрати тепла у теплоізоляції в оточуюче середовище при нагріванні пустого калориметра; t_0 – інтервал часу, за який температура калориметра (без зразка) зміниться на ΔT .

При незмінній потужності нагрівного елемента з рівнянь (1) та (3) отримуємо

$$IU(t - t_0) = Q_T + (\Delta Q_1 - \Delta Q_2). \quad (4)$$

Оскільки температура захисного кожуха калориметра під час досліду практично рівна кімнатній, то можна припустити, що втрати ΔQ_1 і ΔQ_2 незначні в порівнянні з кількістю теплоти, затраченої на нагрівання досліджуваного тіла і калориметра.

Тому рівняння (4) можна переписати у вигляді

$$IU(t - t_0) = Q_T. \quad (5)$$

Уважаючи питому теплоємність у робочому інтервалі температур сталою, отримуємо

$$IU(t - t_0) = cm\Delta T.$$

Звідки
$$c = \frac{IU(t - t_0)}{m\Delta T}. \quad (6)$$

Опис установки ФПТ1-8

Установка ФПТ1-8 – це конструкція настільного типу, яка складається (рис. 50) з вимірного блоку 8 та калориметра із зразками 1. Нагрівання калориметра здійснюється електричним струмом низької напруги від джерела живлення, розміщеного в блоці 8. Потужність джерела живлення задається регулятором 7. Напруга і струм у колі вимірюється вольтметром 3 й амперметром 4, які під'єднані до електричної схеми установки.

Час нагрівання калориметра реєструється на цифровому індикаторі. Секундомір приводиться в дію натисканням клавіші 5

„Пуск”. Зупинка секундоміра проводиться повторним натисканням клавіші „Пуск”. Третім натисканням цієї клавіші анулюються значення на індикаторі. Конструкція секундоміра передбачає фіксацію значень на індикаторі натисканням клавіші 6 „Зупин.” без припинення відліку часу. Анулювання зафіксованих значень здійснюється повторним натисканням клавіші „Зупин.”, після чого на індикаторі продовжується відлік часу з урахуванням часу на фіксацію його значень.

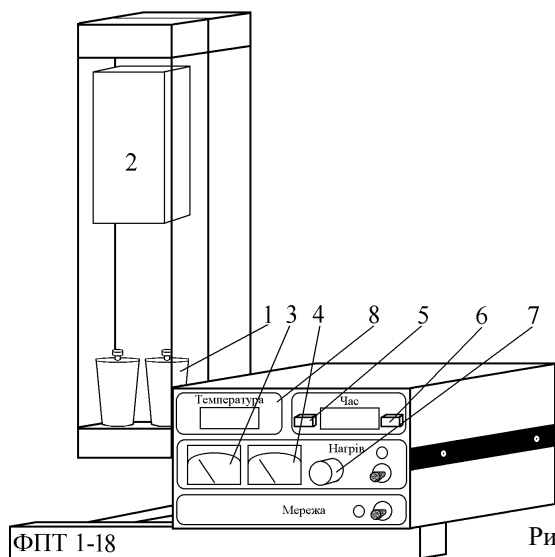


Рис. 50

Порядок виконання роботи

1. Зняти кожух із робочого елемента установки і повісити його на гвинти задньої панелі. Увімкнути установку тумблером „Мережа”.
2. Щільно закрити кришку пустого калориметра і увімкнути нагрівник. Установити регулятор потужності джерела живлення 7 у положення „4” або „5”.
3. При температурі калориметра T_0 , рівній 298 К, увімкнути секундомір. Провести 7-10 вимірювань часу t_0 нагрівання пустого калориметра з кроком у 1 К. Покази приладів занести в звітну таблицю:

N	U,	I,	T_0 ,	T,	ΔT ,	t_0 ,	t,	Δt ,	c ,	c_T ,	C,
п/п	В	А	К	К	К	с	с	с	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

4. Вимкнути нагрівник і охолодити калориметр до початкової температури T_0 . Для прискореного охолодження калориметра

- можна послідовно розмішувати в ньому зразки, що стоять у другому ряду робочого елемента (без зазначеної маси).
5. Помістити в калориметр досліджуваний зразок (задається викладачем), щільно закрити кришку калориметра і через 3-5 хвилин увімкнути нагрівник калориметра, установивши ті ж значення напруги в колі, що і при нагріванні пустого калориметра.
 6. Увімкнути секундомір при тій самій початковій температурі T_0 , що і при нагріванні пустого калориметра. Зробити 5-7 вимірювань часу t нагрівання калориметра зі зразком через інтервали в 1 К. Покази секундоміра занести до таблиці.
 7. Вимкнути нагрівник, відкрити кришку калориметра і витягнути з нього зразок.
 8. За формулою (6) розрахувати питому теплоємність досліджуваного зразка.
 9. Знайти молярну теплоємність C даного зразка.
 10. Обчислити відносну та абсолютну похибки вимірювань питомої теплоємності запропонованих зразків.

11.6. Лабораторна робота №15.

Визначення коефіцієнта лінійного розширення твердих тіл

Мета роботи: визначити коефіцієнт термічного розширення сталі та латуні.

Прилади та матеріали: прилад Менделєєва, нагрівач, штангенциркуль, термометр, масштабна лінійка.

Методика вимірювань

Для визначення коефіцієнта α достатньо знати довжину тіла при деякій температурі t_1 і його видовження при збільшенні температури від t_1 до t_2 . Нехай при температурі t_1 $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$, а при температурі t_2 $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$. Звідси

$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1 t_2 - l_2 t_1}. \quad (1)$$

Оскільки експериментально визначається початкова довжина l_1 і видовження Δl , то формула (1) набуває вигляду

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_1 \Delta t - \Delta l t_1} \quad (2)$$

Формула (2) придатна і для випадку розширення рідин.

Слід зазначити, що експериментально визначається значення α не в точці, а в деякому температурному інтервалі Δt , отже, за формулою (2) знаходиться середнє значення α в інтервалі $\Delta t = t_2 - t_1$.

Опис установки

Прилад Менделєєва (рис. 51) складається із металевої труби 1 завдовжки понад 1 м і діаметром 0,01-0,02 м, обмотаної теплоізолятором. Один кінець трубки прикріплюють гвинтом 2 нерухомо до стояка 3. До другого кінця трубки прикріплено металевий індекс 4. Справа від індекса

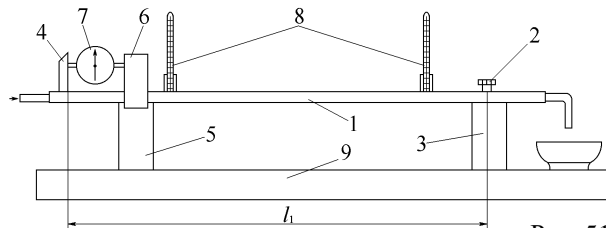


Рис. 51

на стояку 5 закріплено муфту 6 із індикатором 7 годинникового типу з ціною поділки 0,005 мм. Стержень індикатора впирається в ін-

декс 4. Трубка 1 має отвори 8, куди вставляються термометри. Прилад змонтовано на дерев'яній підставці 9.

Порядок виконання роботи

1. Закріпити гвинтом правий кінець трубки, виміряти початкову довжину трубки l_1 .
2. Установити стрілку індикатора на нуль.
3. Пропускати впродовж 15-20 хв. водяну пару з нагрівача, поки перестануть змінюватись покази термометрів. Середнє арифметичне показів термометрів узяти за кінцеву температуру t_2 . За початкову температуру t_1 узяти покази термометрів до початку досліду.
4. За індикатором 7 визначити видовження Δl .
5. Після закінчення досліду через трубку пропустити холодну воду і повторити дослід тричі.
6. За формулою (2) обчислити коефіцієнт α .
7. Замінити стальну трубку латунною і повторити пункти (1-6).

8. Вивести формулу відносної похибки і з неї визначити абсолютну похибку.
9. Записати остаточний результат і зробити відповідні висновки.

11.7. Контрольні питання

1. Що називають теплоємністю? питомою теплоємністю? молярною теплоємністю?
2. Які основні положення квантової теорії теплоємності?
3. Вивести розрахункову формулу для обчислення питомої теплоємності металів методом охолодження.
4. Пояснити теплове розширення твердих тіл із точки зору молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.
5. Який зв'язок між коефіцієнтами α і β для твердих ізотропних тіл?
6. Вивести робочу формулу для визначення α .
7. У яких одиницях вимірюється коефіцієнт теплового розширення?
8. Який коефіцієнт (малий чи великий) лінійного розширення повинно мати тіло, щоб при різній зміні температури оточуючого середовища воно не розтріскувалось?
9. Наведіть приклади використання теплового розширення твердих тіл та його врахування при конструюванні.
10. Які методи визначення коефіцієнта лінійного розширення ви можете запропонувати?

Додатки

Таблиця 1. Молярні маси речовин

Речовина	$M \cdot 10^3$, кг/моль	Речовина	$M \cdot 10^3$, кг/моль
Азот (N_2)	28	Криптон (Kr)	84
Аміак (NH_3)	17	Ксенон (Xe)	131
Аргон (Ar)	40	Метан (CH_4)	16
Водень (H_2)	2	Мідь (Cu)	64
Вода (H_2O)	18	Неон (Ne)	20
Вуглець (C)	12	Окис	
Вуглекислий		вуглецю (CO)	28
газ (CO_2)	44	Окис азоту (NO)	30
Гелій (He)	4	Повітря	29
Залізо (Fe)	57	Радон (Rn)	222
Кисень (O_2)	32	Хлор (Cl_2)	71

Таблиця 2. Фізичні константи

Константи	Позначення	Значення
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,99792458 \cdot 10^8$ м/с
Гравітаційна стала	G	$6,6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м ² ·кг ⁻¹
Атомна одиниця маси	<i>a. o. m.</i>	$1,6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Молярна газова стала	R	$8,31441$ Дж·моль ⁻¹ ·К ⁻¹
Молярний об'єм ідеального газу ($T_0 = 273,16$ К; $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па)	V_m	$0,02241383$ м ³ /моль
Стала Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Число Лошмідта	L	$2,68 \cdot 10^{25}$ м ⁻³
Стала Больцмана	k	$1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Таблиця 3. Густина речовини

Речовина	ρ , кг/м ³	Речовина	ρ , кг/м ³
Гази при нормальних умовах ($T_0 = 273,16$ К; $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па)			
Азот	1,250	Кисень	1,429
Водень	0,089	Метан	0,717
Вуглекислий газ	1,977	Неон	0,900
Гелій	0,178	Повітря	1,293
Рідини			
Бензол ($t=20^{\circ}\text{C}$)	879	Спирт етиловий ($t=0^{\circ}\text{C}$)	789
Вода ($t=4^{\circ}\text{C}$)	1000	Спирт метиловий ($t=0^{\circ}\text{C}$)	
Вода ($t=100^{\circ}\text{C}$)	958	Толуол ($t=18^{\circ}\text{C}$)	792
Гас ($t=0^{\circ}\text{C}$)	800	Ртуть ($t=0^{\circ}\text{C}$)	870
Гліцерин ($t=0^{\circ}\text{C}$)	1260		13596
Скипидар ($t=16^{\circ}\text{C}$)	858		
Тверді тіла при 293 К ($\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³)			
Алюміній	2,69	Олово лите	7,23
Залізо	7,86	Сталь лита	7,7-8,0
Латунь	8,3-8,7	Свинець	11,22-11,44
Лід (0°C)	0,91	Срібло	10,42-10,57
Мідь	8,88-8,96	Цинк	6,86-7,24
Нікель	8,4-9,2	Чавун	6,6-7,3

Таблиця 4. Деякі фізичні величини газів

Температурний коефіцієнт тиску β , К⁻¹; питома теплоємність c_p при 0°C , Дж/(кг·К); коефіцієнт теплопровідності λ при 0°C , Вт/(м·К); коефіцієнт внутрішнього тертя η при 0°C , Па·с

Газ	$\beta \cdot 10^4$	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$	$\lambda \cdot 10^3$	$\eta \cdot 10^4$
Азот (N_2)	3674	$1,0 \cdot 10^3$	1,40	23,9	1,67
Водень (H_2)	3662	$1,43 \cdot 10^4$	1,40	169	0,84
Вуглекислий газ (CO_2)	3726	848	1,30	14,7	1,40
Гелій (He)	3660	5240	1,66	143	1,89
Кисень (O_2)	3674	913	1,40	24,5	1,92
Повітря	3674	1011	1,40	24,1	1,75

Таблиця 5. Деякі фізичні характеристики рідин

Коефіцієнт поверхневого натягу на межі „рідина – повітря” σ при 20⁰С, Н/м; коефіцієнт внутрішнього тертя η при 20⁰С, мкПа·с; коефіцієнт об’ємного розширення β при 20⁰С, К⁻¹; точка кипіння t_k , °С; питома теплота пароутворення при точках кипіння r , Дж/кг

Рідина	σ	η	$\beta \cdot 10^2$	t_k	r
Бензол	30	673	0,124	80,2	$394 \cdot 10^3$
Вода	72,6	1005	0,207	100,0	$2,26 \cdot 10^6$
Гліцерин	66	$1,48 \cdot 10^6$	0,050	290	–
Олія рицинова	36,4	$970 \cdot 10^3$	–	–	–
Ртуть	50	1,59	0,018	356,7	$2,85 \cdot 10^5$
Спирт етиловий	22,0	1200	0,110	78,3	$8,57 \cdot 10^6$

Таблиця 6. Деякі теплофізичні коефіцієнти твердих тіл

Температурний коефіцієнт лінійного розширення в інтервалі 0-100⁰С α , К⁻¹; питома теплоємність c при 18⁰С, Дж/(кг·К); коефіцієнт теплопровідності λ при 18⁰С, Вт/(м·К); температура плавлення $t_{пл}$, °С; питома теплота плавлення r , Дж/кг

Матеріал	$\alpha \cdot 10^4$	$c \cdot 10^{-2}$	λ	$t_{пл}$	$r \cdot 10^{-5}$
Алюміній	0,238	9,2	200,6	1169	3,8
Залізо	0,121	4,6	58,5	2076	2,7
Лід	0,51	20,9	2,5	0	3,35
Мідь	0,167	3,8	384	1629	1,8
Парафін	1,07-4,07	32	0,21	38-56	1,5
Свинець	0,293	1,2	34,7	873	0,25
Срібло	0,197	2,5	422,2	1506	0,88
Ебоніт	0,84	–	0,17	–	–
Фторопласт-4	0,8-1,1	10,5	0,24	327	–

Таблиця 7. Теплопровідність речовин (λ)

Речовина	λ , Вт/(м.К)	Речовина	λ , Вт/(м.К)
Алюміній	205	Мідь	390
Аргон	0,16	Корок	0,035
Азбест	0,14	Свинець	34,8
Вісмут	10	Смола	0,5
Вода	0,58	Скло	0,74
Повітря	0,026	Ебоніт	0,16
Дерево (поперек волокон)	0,17		
Залізо (сталь)	62,0		
Цегляна кладка	0,84		

Таблиця 8. Тиск і густина насиченої водяної пари при різних температурах (тиск p у ГПа; m – маса пари в 1 м^3 у г)

$t, ^\circ$	p	T	$t, ^\circ \text{C}$	p	m	$t, ^\circ \text{C}$	p	m
0	6,11	4,84	18	20,64	15,4	36	59,41	41,8
1	6,57	5,22	19	21,97	16,3	37	62,76	44,0
2	7,05	5,60	20	23,65	17,3	38	66,25	46,3
3	7,59	5,98	21	24,87	18,3	39	69,91	48,7
4	8,13	6,40	22	26,44	19,4	40	73,75	51,2
5	8,72	6,48	23	28,93	20,6	45	95,83	65,4
6	9,35	7,3	24	29,84	21,8	50	123,32	83,0
7	10,01	7,8	25	31,68	23,0	55	157,32	104,3
8	10,73	8,3	26	33,61	24,4	60	199,18	130 161
9	11,48	8,8	27	35,65	25,8	65	249,98	161
10	12,28	9,4	28	37,80	27,2	70	311,57	198
11	13,12	10,0	29	40,05	28,7	75	385,43	242
12	14,03	10,7	30	42,42	30,8	80	473,43	293
13	14,97	11,4	31	44,93	32,1	85	578,08	354
14	15,99	12,1	32	47,54	33,9	90	701,0'0	424
15	17,05	12,8	33	50,30	35,7	95	845,13	506
16	18,17	13,6	34	53,20	37,6	100	1013,25	598
17	19,37	14,5	35	56,24	39,6			

Таблиця 9. Психрометрична таблиця відносної вологості повітря ϕ , %

Покази сухого термометра, °C	Різниця показів сухого і мокрого термометрів, °C										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	81	63	45	28	11					
2	100	84	68	51	35	20					
4	100	85	70	56	42	28	14				
6	100	86	73	60	47	35	23	10			
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7		
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4	
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17	9
16	100	90	81	71	65	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

Таблиця 10. Діаметри молекул і атомів, нм

Азот (N_2)	0,31
Аргон (Ar)	0,29
Водень (H_2)	0,23
Водяна пара (H_2O)	0,26
Гелій (He)	0,19
Кисень (O_2)	0,29
Оксид вуглецю (CO)	0,32
Вуглекислий газ (CO_2)	0,33
Хлор (Cl_2)	0,37

Таблиця 11. Сталі Ван-дер-Ваальса

Речовина	$a, \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^3}{\text{моль}^2}$	$b \cdot 10^5, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$
Азот	0,136	4,0
Аргон	0,132	3,0
Вода	0,554	3,0
Кисень	0,137	3,0
Вуглекислий газ	0,364	4,3

Таблиця 12. Критичні значення температури й тиску

Речовина	T_c, K	$p_c, \text{МПа}$
Азот	126	3,4
Аргон	151	4,87
Бензол	562	4,8
Водень	33	1,3
Водяна пара	647	22,0
Гелій	5,2	0,23
Кисень	154	5,07
Вуглекислий газ	304	7,4

Таблиця 13. Швидкість звуку (м/с)

Вода	1450
Повітря (сухе)	332
Алюміній	5100
Залізо	5300
Цегла	3650

Для нотаток

Для нотаток

Для нотаток

Для нотаток

Для нотаток

Зміст

Переднє слово	3
1. Програма розділу „Молекулярна фізика. Основи термодинаміки”	5
2. Рекомендована література	7
3. Ідеальний газ	7
3.1. Основні теоретичні відомості	7
3.2. Методичні поради і вказівки до розв’язування задач	13
3.3. Орієнтаційні питання	14
3.4. Приклади розв’язування типових задач	15
3.5. Завдання для самостійної роботи	22
3.6. <i>Лабораторна робота №1.</i> Визначення молярної газової сталої	22
3.7. Контрольні питання	24
4. Молекулярно-кінетична теорія газів	24
4.1. Короткі теоретичні відомості	24
4.2. Орієнтаційні питання	29
4.3. Приклади розв’язування типових задач	29
4.4. Завдання для самостійної роботи	34
4.5. <i>Лабораторна робота №2.</i> Визначення сталої Больцмана	35
4.6. Контрольні питання	37
5. Статистика ідеального газу	37
5.1. Короткі теоретичні відомості	37
5.2. Методичні вказівки і поради до розв’язування задач	42
5.3. Приклади розв’язування типових задач	43
5.4. Завдання для самостійної роботи, контрольні питання	52
6. Молекулярні рухи і явища переносу	54
6.1. Теоретичні відомості	54
6.2. Методичні поради до розв’язування задач	62
6.3. Приклади розв’язування задач	64
6.4. Завдання для самостійної роботи	71

6.5. <i>Лабораторна робота №3.</i> Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя та середньої довжини вільного пробігу молекул повітря	73
6.6. <i>Лабораторна робота №4.</i> Визначення коефіцієнта теплопровідності твердих тіл	78
6.7. <i>Лабораторна робота №5.</i> Вимірювання коефіцієнта теплопровідності повітря	81
6.8. <i>Лабораторна робота №6.</i> Визначення коефіцієнта взаємної дифузії повітря і водяної пари	86
7. Перший закон термодинаміки	91
7.1. Теоретичні відомості	92
7.2. Методичні вказівки до розв'язування задач	97
7.3. Орієнтаційні питання	98
7.4. Приклади розв'язування типових задач	99
7.5. Завдання для самостійної роботи	105
7.6. <i>Лабораторна робота №7.</i> Визначення відношення молярних теплоємностей газів при сталому тиску й об'ємі	106
7.7. Контрольні питання	110
8. Другий закон термодинаміки	111
8.1. Теоретичні відомості	111
8.2. Орієнтаційні питання	116
8.3. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач	117
8.4. Приклади розв'язування типових задач	118
8.5. Завдання для самостійної роботи	127
8.6. <i>Лабораторна робота №8.</i> Визначення питомої теплоємності рідин і зміни ентропії	128
9. Реальні гази	131
9.1. Короткі теоретичні відомості	132
9.2. Орієнтаційні питання	135
9.3. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач	135
9.4. Приклади розв'язування типових задач	137
9.5. Завдання для самостійної роботи	146
9.6. <i>Лабораторна робота №9.</i> Вивчення залежності швидкості звуку від температури	147

10. Властивості рідин	150
10.1. Теоретичні відомості	150
10.2. Методичні вказівки та поради до розв'язування задач	166
10.3. Приклади розв'язування задач	169
10.4. Завдання для самостійної роботи	176
10.5. <i>Лабораторна робота №10.</i>	
Визначення вологості повітря	177
10.6. <i>Лабораторна робота №11.</i>	
Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом капілярного підйому	178
10.7. <i>Лабораторна робота №12.</i>	
Визначення температурного коефіцієнта об'ємного розширення рідин	180
10.8. <i>Лабораторна робота №13.</i>	
Вимірювання питомої теплоти пароутворення рідини	183
10.9. Контрольні питання	186
11. Тверді тіла	186
11.1. Теоретичні відомості	187
11.2. Орієнтаційні питання	199
11.3. Приклади розв'язування задач	199
11.4. Завдання для самостійної роботи	202
11.5. <i>Лабораторна робота №14.</i>	
Визначення питомої теплоємності металів методом охолодження	203
11.6. <i>Лабораторна робота №15.</i>	
Визначення коефіцієнта лінійного розширення твердих тіл	206
11.7. Контрольні питання	208
Додатки	209
Зміст	220

Навчальне видання

Богдан Петрович Дем'янюк

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

ПРАКТИКУМ

Комп'ютерний набір: **Н. Козлюк, С. Ваколюк**

Комп'ютерна верстка та макет: **О. Третяк, Л. Федорук**

Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman Суг.
Папір офсет. Ум. друк. арк. 13,02. Тираж 300 пр. Зам. 4/4.

Дем'янюк Б.П.

Молекулярна фізика. Практикум: Навчальний посібник.– Рівне:
РДГУ, 2003. – 224 с.

У практикумі до кожної теми навчальної програми з молекулярної фізики та основ термодинаміки подані короткі теоретичні відомості, приклади розв'язування типових задач, контрольні питання і завдання для самостійної роботи. Описано 15 лабораторних робіт, які базуються на приладах і установках, що випускаються вітчизняною приладобудівною промисловістю.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих закладів освіти III-IV рівнів акредитації.

ISBN 11-002569-X

ББК 22.36я 73

Редакційно-видавничий відділ
Рівненський державний гуманітарний університет
33028, м.Рівне, вул.С.Бандери, 12