

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

О.С. МОСІЄВИЧ, І.М. ПАНЧЕНКО, М.С. ПАНЧЕНКО
Н.В. ПОЛЩУК

**ФОТОМЕТРИЯ.
ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА**

МОДУЛІ 1–3

ФОТОМЕТРИЯ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

МОДУЛІ 1–3: Навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей / О.С. Мосієвич, І.М. Панченко, М.С. Панченко, Н.В. Поліщук. - Рівне: Волинські береги, 2005. – 206 с.

Загальною редакцією:

Шута Миколи Івановича члена-кореспондента АПН України, Заслуженого діяча науки і техніки України, доктора фізико-математичних наук, професора

Рецензенти: Власюк Анатолій Павлович доктор технічних

наук, професор (НУВГІП);

Джунь Йосип Володимирович доктор фізико-математичних наук, професор (МЕГУ ім.акад.С.Дем'ячука)

Навчальний посібник вміщає в себе короткі відомості модулів 1–3 кредитно-модульної системи навчання та організації самостійної роботи студентів фізичних спеціальностей при вивченні розділу „Фотометрія. Геометрична оптика”. В посібнику передбачено конспект основних питань лекційного курсу, лабораторні роботи, тематика практичних занять, які рекомендовано виконати згідно програми МОН України, приклади розв’язування задач та питання і задачі для самостійного розв’язування, що увійшли до модулів 1 – 3. Ряд питань, які досить повно викладаються під час лекцій, не включено до конспекту основних питань. Разом з тим до посібника включено питання, які, як правило, виносяться на самостійне опрацювання.

Посібник розрахований на викладачів, студентів фізичних та технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Таблиць 3, рисунків 191.

ISBN – 966-8306-95-3

© О.С. Мосієвич, І.М. Панченко, М.С. Панченко,
Н.В. Поліщук

ЗМІСТ

Передмова.....	5
Модуль I. ОСНОВНІ ФОТОМЕТРИЧНІ ВЕЛИЧИНИ...7	
Тема 1. Енергетичні і світлові величини та їх одиниці вимірювання. Методи і прилади для вимірювання світлових величин.....	7
Конспект основних питань.....	7
Лабораторна робота №1.....	31
Методичні вказівки і поради.....	33
Приклади розв'язування задач.....	33
Задачі для самостійного розв'язування.....	50
Модуль II. ЗАКОНИ ВІДБИВАННЯ І ЗАЛОМЛЕННЯ СВІТЛА.....	54
Тема 2. Закони відбивання світла. Дзеркала.....	54
Конспект основних питань.....	54
Лабораторна робота №2.....	63
Методичні вказівки і поради.....	66
Приклади розв'язування задач.....	67
Задачі для самостійного розв'язування.....	81
Тема 3. Заломлення світла.....	84
Конспект основних питань.....	84
Лабораторна робота № 3.....	92
Методичні вказівки і поради.....	97
Приклади розв'язування задач.....	97
Задачі для самостійного розв'язування.....	112
Модуль III. ОПТИЧНІ СИСТЕМИ.....	115
Тема 4. Тонкі лінзи.....	115
Конспект основних питань.....	115
Лабораторна робота № 4.....	128
Лабораторна робота № 5.....	132
Методичні вказівки і поради.....	135
Приклади розв'язування задач.....	135
Задачі для самостійного розв'язування.....	143

Тема 5. Оптичні прилади.....	146
Конспект основних питань.....	146
Лабораторна робота № 6.....	154
Лабораторна робота № 7.....	157
Лабораторна робота № 8.....	160
Методичні вказівки і поради.....	163
Приклади розв'язування задач.....	163
Задачі для самостійного розв'язування.....	178
Тема 6. Волоконна оптика.....	183
Конспект основних питань.....	183
Методичні вказівки і поради.....	196
Приклади розв'язування задач.....	196
Контрольні питання і задачі для самостійного розв'язування.....	203

ПЕРЕДМОВА

Оптика – фундаментальний розділ фізики, в якому вивчаються фізична природа світла, властивості та взаємодія його з речовиною. „Світло – це необхідна умова для роботи ока – писав визначний вчений-оптик С.І. Вавилов, – цього могутнього органу відчуттів людини, який дає можливість сприймати навколишній світ у всьому розмаїтті його об’єктів, їх кольорів і в цілому красу природи. Світло допомагає людині активно працювати, творити, емоційно сприймати кольоровий світ і різноманітні оптичні явища. Темрява позбавляє людину можливості активно працювати, перетворює життя із активного в пасивне”. Через очі людина отримує 80 % інформації про навколишній світ. Лише 20% інформації припадає на решту органів відчуттів.

Отже, оптика – це невичерпне джерело інформації, без якої неможливе існування людства і більшості живих організмів. Первісний розділ її – геометрична оптика, започаткований грецькими філософами ще до нашої ери у трактатах Евкліда „Оптика”, „Катоптрика”, Лукреція у поемі про „Про природу речей”, Птолемея та інших (300 р. до н.е.). Вона будувалась на основі уявлень про світло як промені, що виходять із ока і якими людина „обмацує” предмети (Евклід), чи світло, яке випускається світними тілами у вигляді малих плинів (Лукрецій), які випромінюються тілами і попадаючи в око подразнюють його і викликають суб’єктивний образ реального предмета.

Нині під словом „світло” розуміють потік електромагнітної енергії, який володіє подвійною корпускулярно-хвильовою природою. Сучасна оптика вивчає ділянку спектра від м’якого рентгенівського випромінювання до радіохвиль міліметрового діапазону. Розвиток фізики показав, що корпускулярно-хвильовий дуалізм характерний не тільки для світла, але й для мікрочастинок речовини.

Таким чином, розвиток оптики як науки, привів до створення цілісної картини нашого світу і явищ, які в ньому відбуваються. На її науковій базі в передових країнах світу виникла оптична індустрія і інші галузі техніки і науки,

зокрема, найдавніша із них – астрономія і найсучасніша – оптоелектроніка і волоконна оптика.

Навчальний посібник призначений перш за все для самостійної роботи студентів при вивченні розділу оптики „Фотометрія. Геометрична оптика” і підготовлений на основі досвіду роботи авторів та викладачів кафедри фізики за модульно-рейтинговою технологією навчання і оцінювання знань студентів на фізико-технологічному факультеті і факультеті математики та інформатики РДГУ.

Посібник містить основний матеріал відповідно до програми з загальної фізики і складається з коротких теоретичних відомостей відповідного лекційного матеріалу, методичних порад і вказівок до розв’язування фізичних задач, прикладів розв’язування задач, задач для самостійного розв’язування, інструкцій до виконання лабораторних робіт та контрольних запитань.

Виклад матеріалу здійснюється на рівні, який доступний широкому колу студентів з різним рівнем теоретичної підготовки. Основна увага теоретичних відомостей зосереджена на з’ясуванні фізичного змісту основних законів та теорії, розкритті механізмів фізичних явищ. Вивчення цих розділів важливе для розуміння процесів, які протікають в навколишньому світі, формуванні світогляду майбутніх вчителів фізики. Окремий розрахунковий та експериментальний матеріал виноситься на практичні і лабораторні заняття. Теми, які не увійшли у даний посібник, рекомендуються для самостійного опрацювання студентами з використанням підручної літератури, наведеної в посібнику до кожної теми.

Даний посібник рекомендується для використання студентами в умовах кредитно-модульної системи навчання студентів.

Проведення контрольних робіт, довгострокових завдань, ряду індивідуальних, тестових та розрахункових завдань проводиться за робочим навчальним планом викладача.

ФОТОМЕТРІЯ

МОДУЛЬ I. ОСНОВНІ ФОТОМЕТРИЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Тема 1. Енергетичні і світлові величини та їх одиниці вимірювання. Методи і прилади для вимірювання світлових величин

Література

1. Ландсберг Г.С. Оптика.- М.: Гостехиздат, 1957.- §§ 7-10.
2. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. Т. 3.- М.-Л.: Физматгиз, 1962.- §§302-307.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т 3.- М.: Наука, 1971.- §§5-7.
4. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§ 1.5, 1.6.
5. Білий М.У., Скубенко А.Т. Загальна фізика. (Оптика). - Київ: Вища школа, 1967. - С. 34-53.
6. Фізичний практикум. Ч.2. Під ред. В.П. Дущенко.— Київ: Вища школа, 1984. - С. 124-128.
7. Беднарчук Д.Й. Фізичний практикум. – Рівне: РДП,1993. – С.4-8.
8. Загальна фізика: Збірник задач: Навч. посібник /В.М. Барановський, П.В. Бережний, П.О.Возний та ін.; За заг.ред. І.Т. Горбачука. – К.: Вища шк., 1993. – С.188-190.

Конспект основних питань

Фотометрія. Основні енергетичні і світлові величини. Вимірювання енергетичних і світлових величин. Джерела і приймачі світла.

Перш ніж розглядати закони оптичних явищ, ми повинні скласти собі уявлення про вимірювання світла (фотометрія), що зводиться до вимірювання енергії, яку приносять світлові хвилі, чи до вимірювання величин так чи інакше зв'язаних з цією енергетичною характеристикою. Всі подані нижче величини досить часто зустрічаються у вимірювальній практиці. При

формулюванні фізичних законів чи практичних висновків у різноманітних галузях (теорія випромінювання, світлотехніка, оптотехніка, фізіологічна оптика і т.д.) нерідко буває зручно користуватися наведеними величинами.

Фотометрія – розділ оптики, в якому вивчаються вимірювання енергії світлового потоку та зв'язаних з нею характеристик електромагнітного випромінювання оптичного діапазону. Світлові величини вимірюють оптичними приладами - **фотометрами**. За принципом реєстрування вони поділяються на суб'єктивні (візуальне спостереження рівності освітленості двох поверхонь) і об'єктивні (з допомогою приладів, які не потребують застосування ока як реєструючого пристрою). Під світлом розуміють видимий діапазон електромагнітного випромінювання в межах довжини хвиль від 380 до 760 нм.

Основні енергетичні і світлові величини

Основною величиною, що характеризує випромінювання, є його енергія. Тому основною величиною фотометрії є **енергетичний потік випромінювання або потік світлової енергії** – кількість енергії, що переноситься світловими електромагнітними хвилями в одиницю часу через елементарну поверхню, тобто виражає потужність випромінювання [$d\Phi_e = \text{Вт} = \text{Дж/с}$]. Дослідним шляхом встановлено, що величина поглинутої енергії залежить від довжини хвилі і може бути оцінена за кількістю теплоти, яка надається опромінюваному тілу. Оскільки реальні джерела світла не є монохроматичними, а випромінюють сукупність хвиль, що належать як видимій області, так і знаходяться за її межами, то доцільно говорити про розподіл енергії за довжинами хвиль λ . У випадку досить малого інтервалу довжин хвиль потужність $d\Phi_e$ пропорційна інтервалу $d\lambda$

$$d\Phi_e = \Phi_\lambda \cdot d\lambda. \quad (1.1)$$

Тоді величина

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi_e}{d\lambda}, \quad (1.2)$$

називається **спектральною густиною потужності випромінювання** і рівна потужності випромінювання, яка віднесена до одиничного інтервалу довжин хвиль $d\lambda$ поблизу даної довжини хвилі λ . По іншому вона називається розподілом енергії по довжинам хвиль, є функцією λ і залежить від природи джерела та умов, в яких відбувається випромінювання і має вигляд, зображений на рис.1.1. Потужність деякого скінченного інтервалу довжин хвиль від λ_1 до λ_2 визначається площею фігури обмеженою цією кривою, штриховими лініями та віссю абсцис і чисельно рівна

$$\Delta\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_\lambda d\lambda. \quad (1.3)$$

Загальний потік, створений хвилями повного діапазону довжин від $\lambda_1 = 0$ до $\lambda_2 = \infty$

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} \Phi_\lambda d\lambda. \quad (1.4)$$

Для порівняння реакції різних селективних приймачів (фотопластинка, фотоелемент, око) при однаковій енергетичній потужності, реакція їх залежить від чутливості до певних довжин хвиль. Тому яскравість джерел світла різного кольору, зокрема для ока, буде здаватись неоднаковою. Для порівняння зорових відчуттів, що характеризують світловий потік, вводиться **функція видимості** $\Phi(\lambda)$, яка встановлена шляхом порівняння в значній групі людей зорових відчуттів, що створюють хвилі різних довжин однакових потоків світлової енергії. В результаті отримана залежність представлена на рис.1.2 та в таблиці 1.1.

Найбільш чутливе око до зеленого світла ($\lambda = 555$ нм), функція видимості для якого $\Phi(\lambda) = 1$. Для всіх інших довжин хвиль $\Phi(\lambda) < 1$. Звідки потужність червоного світла ($\lambda = 650$ нм)

повинна бути майже в 10 разів більшою за потужність зеленого світла, щоб викликати однакові зорові відчуття.

Отже, **світловим потоком** називається величина, рівна добутку потоку світлової енергії на функцію видності

$$dF = d\Phi_e \cdot \Phi(\lambda) = \Phi(\lambda) \cdot \Phi_\lambda d\lambda \quad (1.5)$$

Загальний світловий потік рівний

$$F = \int_0^\infty \Phi(\lambda) \cdot \Phi_\lambda d\lambda \quad (1.6)$$

Фотометрія використовує як енергетичні, так і світлові або візуальні світлові величини, тобто у світлових вимірюваннях користуються двома системами величин і одиниць їх вимірювання: суто енергетичними і візуальними, побудованими на зорових відчуттях. Величина повного світлового потоку характеризує джерело світла і його не можна збільшити ніякими оптичними приладами. За світловим потоком судять про рівень зорового відчуття, яке може викликати світло даної енергетичної інтенсивності і даного спектрального складу.

Енергетичною силою світла (випромінювання) I_e джерела називається відношення потужності випромінювання $d\Phi_e$ до елемента тілесного кута $d\Omega$

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} \quad (1.7)$$

Сила світла джерела в світловій шкалі величин і одиниць має вигляд

$$I = \frac{dF}{d\Omega} \quad (1.8)$$

Сила світла – величина, що визначається за зоровим відчуттям енергії випромінювання ізотропного джерела в тілесний кут, що дорівнює одному стеррадіану, за одиницю часу. Величина тілесного кута визначається

$$d\Omega = \frac{d\sigma \cos \alpha}{r^2}, \quad (1.9)$$

де $d\sigma$ - величина елемента площі, на яку спирається конічна поверхня; α – кут між нормаллю до поверхні і віссю конуса, всередині якого поширюється світловий потік; r - відстань від джерела світла до площадки $d\sigma$ (рис.1.3).

Тобто тілесним кутом називається частина простору, обмежена конічною поверхнею. Одиницею тілесного кута є стеррадіан (ср). 1 ср – тілесний кут з вершиною в центрі сфери, який вирізає на поверхні сфери площу, яка рівна площі квадрата із стороною рівною радіусу сфери. Зрозуміло, що тілесний кут, який охоплює весь простір навколо джерела світла, рівний 4π стеррадіан.

В системі СІ одиницею сили світла є кандела (кд), тобто сила світла в заданому напрямку, який створює монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, енергетична сила світла якого у цьому напрямку складає

$$\frac{1}{683} \frac{W}{m^2}$$

ср (реалізується за допомогою світлового еталону).

Кандела є основною фотометричною одиницею сили світла в системі СІ.

Сила світла **точкового джерела випромінювання** (джерело настільки малих розмірів, що на деякій відстані від нього поверхню хвилі можна вважати сферичною, тобто воно рівномірно (ізотропно) випромінює у всіх напрямках)

$$I = const. \quad (1.10)$$

Тоді повний світловий потік, що його випромінює точкове джерело в усіх напрямках ($\Omega = 4\pi$)

$$F = 4\pi I. \quad (1.11)$$

Одиницею світлового потоку є люмен (лм). Один люмен дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом із силою світла в одну канделу всередині тілесного кута в один стеррадіан. У практичній фотометрії ряд величин визначається через світловий потік. Такий світловий еталон

був створений в 1948 році П.М. Тиходєєвим.

Зв'язок між енергетичною силою світла точкового джерела і повною потужністю його випромінювання матиме вигляд

$$\Phi_e = \int_{\Omega=4\pi} d\Phi_e = \int_{\Omega=4\pi} I_e d\Omega = 4\pi I_e. \quad (1.12)$$

Енергетична сила світла протяжного (не точкового) джерела в даному напрямку визначається співвідношенням

$$I_{\alpha,\theta} = \frac{\Phi_e}{d\Omega}. \quad (1.13)$$

Повний потік енергії випромінювання

$$\Phi_e = \int d\Phi \int I_{\alpha,\theta} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\Omega \int_0^{\pi} I_{\alpha,\theta} \sin \alpha d\alpha, \quad (1.14)$$

де θ – кут широти і α – кут довготи у полярній системі координат, що характеризують обраний напрямок.

Енергетичною освітленістю називається енергетичний потік, що падає на одиницю поверхні і створюється точковим джерелом з силою світла I_e , на площадці, що віддалена на відстань r від джерела при куті падіння α

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{d\sigma} = \frac{I_e d\Omega}{d\sigma} = \frac{I_e \cos \alpha}{r^2}. \quad (1.15)$$

Якщо $\alpha = 0$, то

$$E_e = \frac{I_e}{r^2}. \quad (1.16)$$

Освітленість поверхні у візуальній шкалі визначається з формули

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha. \quad (1.17)$$

У випадку протяжних джерел світла їх поверхня розбивається на елементарні ділянки і визначається освітленість кожної з них за законом обернених квадратів. Інтегруючи по всій площі та врахувавши залежність сили світла від напрямку, отримаємо загальну освітленість.

Залежність $E(r)$ справедлива, якщо лінійні розміри джерела не перевищують $1/10$ відстані від джерела до освітлювальної поверхні. Одиницею освітленості у візуальній шкалі в СІ є люкс (лк). Освітленість в 1 лк – це світловий потік в 1 лм, який рівномірно розподіляється на площадці в 1 м^2 .

Кількість освітлення – добуток освітленості на час освітлення (вимірюється в люкс-секундах)

$$H = E \cdot t; H = \int_0^t E(t) dt. \quad (1.18)$$

Залежністю освітленості від кута падіння світлових променів пояснюється зміна пори року: в північній частині кулі освітленість земної поверхні максимальна літом (коли кути падіння сонячних променів малі) і мінімальна зимою (кути падіння великі). Таке коливання освітленості викликає відповідне коливання температури на земній поверхні.

Освітленість прямими сонячними променями має порядок 10^5 лк, а освітленість, яка створюється повним місяцем – $\approx 0,2$ лк. Цієї освітленості достатньо пілоту для прицільного бомбардування. При освітленості $\approx 0,01$ лк (молодий місяць) можна виконувати деякі види робіт вночі, наприклад, земляні роботи. Освітленість $\approx 0,001$ лк (зоряне небо) допустима при світломаскуванні. При освітленості $\approx 0,0001$ лк важко орієнтуватись вночі.

Найменша освітленість робочої поверхні (стола) для всіх видів робіт не повинна бути нижчою 10лк. Освітленість, при якій так само зручно шити, як при розсіяному денному світлі, становить 60лк. Освітленість, необхідна для читання – 40лк. При освітленості 1лк ще можливо читати з напруженням. На відкритому місці вдень, без Сонця, освітленість – $\approx 10^3$ лк, вдень у кімнаті – $\approx 10^2$ лк, а освітленість, яка необхідна для точних робіт (креслення, ювелірні роботи) – 100лк.

Енергетичною яскравістю поверхні протяжного джерела в точці елемента поверхні $d\sigma$ називається величина,

яка чисельно рівна відношенню енергетичної сили світла I_e елемента до поверхні площадки $d\sigma'$ (рис.1.4)

$$B_e = \frac{I_e}{d\sigma'} = \frac{I_e}{d\sigma \cdot \cos \alpha} = \frac{d\Phi_e}{d\Omega \cdot d\sigma \cdot \cos \alpha}, \quad (1.19)$$

де $d\sigma' = d\sigma \cdot \cos \alpha$ – **видима поверхня**, тобто проекція $d\sigma$ на поверхню, перпендикулярну напрямку поширення випромінювання; α – кут між нормаллю n до елемента поверхні і напрямком поширення випромінювання. Для світлової шкали ця формула має вигляд

$$B = \frac{dI}{d\sigma'} = \frac{dI}{d\sigma \cdot \cos \alpha} = \frac{dF}{d\Omega \cdot d\sigma \cdot \cos \alpha}. \quad (1.20)$$

Джерела, для яких яскравість не залежить від напрямку спостереження, називають **ламбертовими** (підкоряються закону Ламберта), наприклад, абсолютно чорне тіло, матова поверхня, каламутне середовище. Одиницею яскравості в СІ є кандела на квадратний метр ($\text{кд}/\text{м}^2$), її також називають ніт (нт) – це яскравість плоскої поверхні, сила світла якої в напрямку нормалі дорівнює одній канделі з квадратного метру. Відзначимо, що яскравість поверхні Сонця опівдні має порядок 10^9 $\text{кд}/\text{м}^2$, спіралі лампи розжарення – 10^6 $\text{кд}/\text{м}^2$, вогню газової лампи – 10^4 $\text{кд}/\text{м}^2$, нічного безмісячного неба – 10^{-4} $\text{кд}/\text{м}^2$. Найменша яскравість, яка сприймається оком, має порядок 10^{-6} $\text{кд}/\text{м}^2$.

Енергетична світність джерела визначається як загальний потік енергії, що випромінюється одиницею світної поверхні назовні в усіх напрямках, тобто відношення потужності випромінювання до площі елемента

$$S_e = \frac{d\Phi_e}{d\sigma} = \int_{\Omega=2\pi} \frac{I_e \cdot d\Omega}{d\sigma} = \int_{\Omega=2\pi} B_e \cos \alpha d\Omega. \quad (1.21)$$

В даному випадку інтегрування здійснюється по тілесному куту 2π , який включає в себе всі напрямки від елемента $d\sigma$ в напрямку поширення випромінювання (верхня півсфера). Для

ламбертових джерел світність і яскравість пов'язані співвідношенням

$$S_e = \pi B_e. \quad (1.22)$$

Світність джерела у світловій шкалі визначається за формулою

$$S = \frac{dF}{d\sigma} = \pi B \quad (1.23)$$

Одиницею вимірювання світності у СІ є люмен на квадратний метр (лм/м²)

Інтенсивність енергетичного потоку – величина енергетичного потоку, що поширюється через одиницю видимої поверхні в напрямку спостереження всередині тілесного кута $d\Omega$

$$R_e = \frac{d\Phi_e}{\sigma \cos \alpha d\Omega} \quad (1.24)$$

Аналогічно визначиться інтенсивність світлового потоку

$$R = \frac{dF}{\sigma \cos \alpha d\Omega} \quad (1.25)$$

Таблиця 1.2.

Світлові і енергетичні одиниці

Променева (енергетична) величина	Одиниця	Світлова (фотометрична) величина	Одиниця	Позначення
Енергетичний потік	Вт	Світловий потік	лм	F, Φ_e
Енергетична сила світла	Вт/ср	Сила світла	кд	I, I_e
Енергетична яскравість	Вт/ср□м ³	Яскравість	лм/ср□м ²	B, B_e
Енергетична світність	Вт/м ²	Світність	лм/м ²	S, S_e
Енергетична освітленість	Вт/м ²	Освітленість	лк	E, E_e
Енергетична	Дж/м ²	Світлова	лк□с	H, H_e

експозиція		експозиція	
------------	--	------------	--

Оскільки енергетичний потік вимірюється у ватах, а світловий потік – у люменах, то між ними встановлений зв'язок. Світлова ефективність променевого потоку, або просто **світлова ефективність** показує, яка кількість люменів відповідає енергетичному потоку в 1 Вт (лм/Вт). Обернена величина (Вт/лм) називається **механічним еквівалентом світла**. В зв'язку з тим, що чутливість ока до різних ділянок спектру різна, світлова ефективність і механічний еквівалент світла залежать від довжини хвилі. Для λ , при якій чутливість ока максимальна ($\lambda = 555$ нм), ці величини відповідно рівні 625 лм/Вт і 0,00160 Вт/лм. Користуючись значеннями функції видимості (рис.1.2) та формулою (1.5), можна отримати співвідношення між ватом і люменом для будь-якої довжини хвилі, а саме $1 \text{ Вт} = 625 \cdot \Phi(\lambda) \text{ лм}$.

Джерела світла

Фізичне тіло, яке перетворює будь-яку енергію в енергію електромагнітних хвиль оптичного діапазону спектру, називають джерелом оптичного випромінювання. Джерела світла можна поділити на три типи:

1. Теплові випромінювачі – це джерела, випромінювання яких відбувається за рахунок внутрішньої енергії тіла (теплове або температурне генерування оптичного випромінювання).

2. Люмінесцентні випромінювачі – це джерела, які перетворюють будь-які види енергії в світлову енергію, джерела індукованого випромінювання, що їх дають квантові системи, в яких утворюється інверсія заселеностей енергетичних рівнів (лазерне випромінювання теж відноситься до люмінесцентних джерел).

3. Джерела, в яких поєднується механізм перших двох способів генерування оптичного випромінювання (електрична дуга високої інтенсивності, випромінювання анода якої є тепловим, а міжелектродне випромінювання – люмінесцентним).

Основні характеристики джерел світла:

- спектральний склад випромінювання (розподіл енергії випромінювання за довжинами хвиль);
- світлова віддача (відношення величин світлового потоку, що випромінюється джерелом світла до потужності, яку воно споживає).

З усіх теплових джерел світла найпоширеніші випромінювачі, нагрівання яких здійснюється електричним струмом. Такі джерела світла застосовують як зразкові випромінювачі, що працюють у певному діапазоні температур; як джерела з еталонним розподілом енергії в спектрі його випромінювання і як джерела для освітлення. До них належать різні моделі чорних тіл, електричні лампи з стержневим відкритим елементом розжарювання і електричні лампи розжарювання. З усіх теплових випромінювачів при одній і тій самій температурі найбільшу енергетичну світність має абсолютне чорне тіло, розподіл енергії в спектрі якого описується формулою Планка. Моделі чорних тіл мають сферичні, конусоподібні, циліндричні форми або комбіновані з цих форм.

Абсолютне чорне тіло – це тіло, для якого поглинальна здатність незалежна від температури і рівна одиниці для всіх довжин хвиль. Всі абсолютно чорні тіла при даній температурі володіють одним і тим же розподілом енергії за довжинами хвиль; світність всіх абсолютно чорних тіл однаково змінюється з температурою. В природі не існує тіл, які співпадають за своїми властивостями з абсолютно чорним тілом. Тіла, покриті шаром сажі або платиною чорнотою, мають коефіцієнт поглинання, який близький до одиниці лише в обмеженому інтервалі довжин хвиль; в далекій інфрачервоній області їх поглинальна здатність далеко менша одиниці, але штучно можна наблизитись до одиниці. Абсолютно чорні тіла випромінюють ті ж довжини хвиль, які поглинають.

Основним сучасним джерелом світла є розжарені тверді тіла, які не є абсолютно чорними і випромінювання

здійснюється за відсутності рівноваги. Для всіх нечорних тіл поглинальна здатність менша за одиницю. Отже, поглинальна здатність всіх нечорних тіл менша, ніж поглинальна здатність абсолютно чорного тіла при тій же температурі.

Якщо для деякого тіла поглинальна дія менша одиниці і постійна для всіх довжин хвиль, то таке тіло називається сірим. В природі не існує тіл, які в точності своїми властивостями співпадають із сірими, вони можуть бути близькими до сірих тіл (наприклад, вогонь вуглеводородів (ацетилену)). Для сірого тіла розподіл енергії випромінювання співпадає з розподілом в спектрі абсолютно чорного тіла, який взято при тій же температурі, тільки потужність випромінювання з одиниці поверхні менша. Для всіх реальних тіл, які є не чорними і не сірими, поглинальна здатність залежить від довжини хвиль, температури, стану поляризації променів і кута їх падіння.

Реальні тіла для всіх довжин хвиль мають поглинальну здатність меншу за одиницю, тому їх інтегральна світність менша ніж інтегральна світність абсолютно чорного тіла.

Джерела неперервного теплового випромінювання можна поділити на природні і штучні. Штучні – це джерела, якими людство оволоділо на протязі своєї еволюції, виробничої практики (багаття, свічки, газові та електричні лампи та ін.). З природних джерел світла для людини і взагалі для всієї фауни і флори головним є Сонце. Суттєвою характеристикою, за якою можна провести класифікацію, є робоча температура. Тверді тіла можуть працювати при температурах 3 000 – 4 000 К, а рідкі – при 5 000 – 6 000 К, в той час як робоча температура газів в цьому сенсі не обмежена.

Існують різні конструкції абсолютно чорних тіл, які розраховані на різну температуру: 1 – випромінювач з побічним нагрівачем в повітрі для калібровки інфрачервоних пристроїв (при $T = 500$ К); 2 – вакуумні порожнини, що нагріваються струмом, який проходить через їх стінки,

інфрачервоної і видимої області спектру (1500 К – 2 500 К); 3 – випромінювач, що нагрівається за рахунок електронного бомбардування, для видимої області спектру і ближньої ультрафіолетової області (3 000 К).

- **Розглянемо тверді випромінювачі з відомим коефіцієнтом випромінювання:** а) *глобар* – стержень із карбіду кремнію довжиною в декілька сантиметрів і діаметром в декілька міліметрів, нагрівається електричним струмом до 1 500 К і випромінює практично як сіре тіло з коефіцієнтом випромінювання порядку 80 % у всьому інфрачервоному спектрі; б) *штифт Нернста* – порожнистий циліндр довжиною в декілька сантиметрів і діаметром 2-3 мм із суміші ітрію, цирконію і інших рідкоземельних металів. Як і глобар, він випромінює за рахунок джоулевого тепла. Але щоб набрати достатню провідність, штифт Нернста необхідно попередньо розігріти до 1 100 К електричним нагрівачем із платинової проволочки. Температура його 2000 К і, відповідно, він випромінює велику потужність. Недоліками його є крихкість штифта, необхідність попереднього розігрівання і різке зменшення (до нуля) коефіцієнта випромінювання для довжини хвиль більших 3 мкм; в) *джерела у вигляді металевих резисторів* – розжарена проволочка, наприклад, нитка електричних ламп розжарення. Вона випромінює при високих температурах і на деяких проміжках спектра є практично сірим тілом. Вольфрамові нитки витримують найбільш високі робочі температури, спектр звичайних ламп розжарення обмежується характеристиками пропускання скла колби. Застосовуючи кварцове вікно, можна розширити спектр випромінювання; використовуючи досить жорстку поверхню, можна

завжди отримати випромінювання абсолютно чорного тіла.

- **Теплове випромінювання плазми** – це випромінювання іонізованих газів при високій температурі (від 6 000 К і більше) і високих тисках (близько 1 атм і більше). Ці температури достатньо високі для того, щоб порушити зв'язок між електронами та іонами і викликати стан часткової або повної іонізації, хоча загальна кількість додатних і від'ємних частинок при цьому однакова і просторовий заряд рівний нулю. Такий стан речовини називається плазмою. Розробка плазмових випромінювачів стимулюється необхідністю отримати джерела світла високої яскравості. Найкращим методом отримання термічної плазми є різні форми перетворення електричної енергії. Більшість розробок спирається на використання таких джерел як дуги, іскрові розряди і проволочки, що вибухають. Також є прилади з неелектричним способом перетворення енергії – це трубки, в яких використовуються ударні хвилі (балістичний поршневий компресор, в якому тиск досягається 10^4 атм і температура до $2 \cdot 10^4$ К і більше). Плазма при більш високій температурі отримується при ядерному розпаді і синтезі.

Розглянемо термоплазмові джерела світла, які найбільш часто використовуються на практиці.

а) Вугільна дуга в атмосфері – електричні дуги в атмосфері, зокрема дуги, що горять між вугільними електродами. Кратер, що утворюється в аноді, має температуру 4 000 К. Плазма дуги має температуру 6 000 К. Недоліком вугільної дуги, що горить в повітрі, є її нестабільність, яку зменшують автоматичним регулюванням проміжку між електродами.

б) Стабілізовані дуги. Дуга працює в потоці газів і пари,

що циркулює. Струмина повітря або іншого газу продувається по дотичній до внутрішніх стінок циліндру, так що утворюється вихровий рух маси газу. Аналогічна стабілізація здійснена із струминою води, що обертається (дуга Жард'єна). В даному випадку дуга сама утворює атмосферу пари. Такі системи при струмі 500 А дають температуру до 50 000 К.

в) *Дуги високого тиску.* Дуга Шульца працює з інертним газом при тисках від 20 до 40 атм. Найбільш ефективним газом є ксенон, хоча в промисловості додають пару ртуті. При 2500 Å яскравість більша в 23 рази за яскравість кратера вугільної лампи. Більш високі тиски і краще наближення до випромінювання абсолютно чорного тіла досягнуті в дуговому джерелі з водяною стабілізацією, яку розробив Петерсен. Дуга поміщена в сталеві циліндри, які контактують з прозорим тороїдом. Цей пристрій обертається навколо осі із швидкістю порядку 100 об/с, так що вода в циліндрі притискується до стінки. По осі циліндра утворюється порожнина з водяними стінками, в якій знаходиться плазма дуги; тиск можна регулювати, змінюючи потужність дуги.

г) *Плазма, що підтримується високочастотним розрядом.* Плазма, близька за своїми властивостями до термічної, може бути отримана також у високочастотних полях радіо- і мікрохвильового діапазонів. Цей метод характеризується відсутністю електродів, отже, кращою передачею потужності і більш високою ефективністю. Варто відрізнити пристрої з великим імпедансом (працюють за рахунок пробою в сильних полях) від пристроїв з малим імпедансом (отримують за рахунок індукованих струмів, (100 – 1 000 А) в досить сильно іонізованих газах). Застосовується також індукований плазмовий факел, в якому використовується струмінь аргону, що проходить в індукованому високочастотному полі по осі котушки. Особливістю є те, що температура (10 000 К – 20 000 К) підтримується на рівні, який більший ніж при звичайних умовах конвекції. Ця властивість дозволяє використовувати плазму факельного розряду для переносу

тепла. Проте можна застосовувати плазму такого типу і як ефективне джерело неперервного випромінювання.

д) *Іскрові джерела.* Найбільш важливим методом перетворення електричної енергії в світло є використання іскрового розряду. Потужність випромінювання ємнісного розряду на порядок вища, ніж у випадку стаціонарної дуги. Можливо це один із радикальних методів зменшення індуктивності, який реалізований в коаксіальному конденсаторі. За допомогою пристрою такого типу вдається отримати дуже малу постійну часу: $36 \cdot 10^{-9}$ с при $L = 1,1 \cdot 10^{-9}$ Гн. Найбільш типовими представниками їх є Сонце і зорі. Проте, зважаючи на величезну віддаленість їх від Землі, їх світні потоки є надзвичайно слабкі і не мають практичного значення.

Природні джерела теплового випромінювання.

Не існує об'єктів, які б не були джерелами теплового випромінювання. На цьому засноване одне з важливих застосувань інфрачервоної техніки – бачення в темноті. Звісно, земна атмосфера впливає на спектральний склад світла, що проходить через неї. Крім розсіяння, спостерігається поглинання, випромінювання і перевипромінювання атомами і молекулами на багатьох проміжках оптичного діапазону спектру від 0,01 до 1000 мкм. В ультрафіолетовій області спектру, при довжинах хвиль менших за 1800 \AA , кисень атмосфери (озон) найбільш інтенсивно поглинає це випромінювання. Озон, що знаходиться на висоті 25 км в іоносфері, поглинає ультрафіолетові хвилі, коротші за 2900 \AA , і визначає таким чином короткохвильову межу оптичного спектру Сонця і зірок, який пропускається атмосферою. В інфрачервоній області при $\lambda > 2,5$ мкм водяна пара і вуглекислий газ дають окремі сильні смуги поглинання. У далекій інфрачервоній області, приблизно з 15 мкм, атмосфера повністю непрозора, лише окремі невеликі інтервали дають обмежене пропускання, зокрема, при $\lambda \approx 1$ мм. Тому можна сказати, що атмосфера Землі, за виключенням діапазону від 0,3

до 15 мкм, поводить себе як чорне тіло при 200–300 К.

Сонце також випромінює як чорне тіло в певних проміжках спектру. Але спектр Сонця складніший, тому що вклад у випромінювання дають газові шари різної густини і температури. Густина випромінювання Сонця на всьому оптичному спектрі складає $6,13 \cdot 10^7$ Вт/м², що відповідає ефективній температурі абсолютно чорного тіла 5713 К. Наведені величини відносяться до так званої фотосфери, до якої відносяться шари Сонця, що випускають видиме і інфрачервоне випромінювання. Але фотосфера – це шар, в якому температура росте з глибиною. Тому краї Сонця видно через більш холодні, ніж в центрі, маси газу. Завдяки різниці в поглинанні спостерігається потемніння сонячного диску до країв і цей ефект підсилюється при переході до більш коротких хвиль. Монохроматичне поглинання атомами зовнішніх шарів дає сонячну частину фраунгоферових ліній. Спектр змінюється при проходженні випромінювання через шари, що оточують фотосферу: за більш гарячою хромосферою знаходиться дуже сильно розріджена корона, яка простягається до висот порядку 10^6 км і має температуру близько 10^6 К. Земля отримує від Сонця в оптичному діапазоні спектру 1330 Вт/м²; частина цієї променевої потужності поглинається, розсіюється і знову випромінюється атмосферою. На поверхні Землі випромінювання, що йде від розсіяного небом світла, в тілесному куті 2π , приблизно рівне випромінюванню, яке отримується від прямого сонячного світла при нормальному падінні променів.

Всі відомі джерела світла, крім лазерів, здатні забезпечити інтенсивність світла порядку 10^4 Вт/м². Величина напруженості електричного поля електромагнітної хвилі для таких джерел має порядок $10^2 \text{--} 10^3$ В/м, що на кілька порядків менше від напруженості електричного поля, в якому рухається валентний електрон атома.

За допомогою лазерів можна дістати світлове

випромінювання інтенсивністю 10^{14} Вт/м² і більше. При такій інтенсивності напруженість електричного поля світлової хвилі досягає 10^{11} – 10^{13} В/м. Очевидно, що поля звичайних джерел світла у порівнянні з полями лазерних будуть слабкими.

Досліди зі слабкими полями показують, що характер оптичних явищ не залежить від інтенсивності випромінювання. Такі явища називають лінійними оптичними явищами, а розділ оптики, який їх вивчає, – лінійною оптикою. В її основі лежить той факт, що зв'язок між напруженістю зовнішнього електричного поля E і вектором поляризації P (дипольний момент одиниці об'єму діелектрика) має лінійний характер, тобто $P = \chi E$ де χ – діелектрична сприйнятливість. При такому співвідношенні показник заломлення та інші характеристики середовищ не залежать від інтенсивності світла.

Досліди, проведені із світловим випромінюванням інтенсивністю 10^{12} Вт/м² і більше, показують, що характер оптичних явищ істотно залежить від інтенсивності випромінювання. Розділ оптики, який вивчає такі явища, називається нелінійною оптикою.

Сприйняття світла

Вимірювання фотометричних величин виконується за допомогою візуальних (суб'єктивних) спостережень рівності освітлення двох поверхонь – візуальна фотометрія, або за допомогою тих чи інших сприймаючих приладів, які не потребують застосування ока, як реєструючого пристрою – об'єктивна фотометрія.

Одним із найбільш важливих властивостей світла є його здатність впливати на око, викликаючи в ньому зорові відчуття, завдяки чому людина отримує максимальну інформацію про зовнішній світ. Людське око сприймає випромінювання в області спектру від 0,38 до 0,76 мкм. Найбільшою чутливістю око володіє до зеленого світла з $\lambda=0,555$ мкм. При наближенні до фіолетового і червоного

кінців видимого спектру чутливість ока зменшується, і за межами 0,38 і 0,77 мкм око практично не сприймає електромагнітне випромінювання.

Отже, між відчуттям світла і потужністю електромагнітного випромінювання, що падає на око, не існує прямого енергетичного зв'язку. Для цього введені спеціальні світлові величини і одиниці, в яких потужність потоку електромагнітних хвиль оцінюється за інтенсивністю зорового відчуття, а саме: світловий потік, який зв'язаний з енергетичним потоком, тобто потоком випромінювання; енергетична освітленість; енергетична сила світла; енергетична яскравість; енергетична світність. Тому перш за все необхідно познайомитись з оком як основним органом сприймання світла.

1). **Суб'єктивне зорове відчуття** отримується внаслідок зорового нерва, яке викликається освітленням сітчастої оболонки ока. Інтенсивність відчуттів визначається освітленістю, що створює на сітчастій оболонці світловий потік, який падає на око. Світлочутливими елементами є так звані палички і колбочки. Число колбочок в людському оці досягає 7 млн., а паличок – більш ніж 100 млн. Периферичні частинки сітчастої оболонки складають тільки палички. Колбочки розташовані в центральній частині сітчастої оболонки.

Палички володіють більшою чутливістю ніж колбочки, але не дають можливості розрізняти кольори. Кольорові відчуття викликаються лише при подразненні колбочок. Крім того, області сітчатки, які заповнені колбочками, дозволяють розрізняти значно більше деталей, ніж області заповнені паличками. У відповідності з цим людина володіє різним зором. Один з них, який зв'язаний з подразненням колбочок, діє при досить великих освітленостях і дозволяє розрізняти кольори, сприймати більше число деталей. Цей зір називається **денним зором**. Другий зір пов'язаний з подразненням паличок і називається **присмерковим зором**. При переході від великих

освітленостей до малих палички не відразу досягають максимальної чутливості, тому перехід від денного до присмеркового зору проходить досить повільно. Процес включення присмеркового зору називається **адаптацією**. Для повної адаптації слід витримати око в темряві 30–40 хв.

Око чутливе лише для дуже вузького інтервалу довжин хвиль (від 0,76 до 0,38 мкм) – видиме світло (у деяких людей цей інтервал більш широкий, від 0,9 до 0,3 мкм, і охоплює області інфрачервоного і ультрафіолетового випромінювань). Чутливість ока до інших хвиль (крім зеленого) різко знижується, досягаючи нуля для інфрачервоного і ультрафіолетового випромінювань. Тому декілька джерел монохроматичних кольорів, які володіють однаковою потужністю, але випромінюють світло різного кольору, видаються оку не однаково яскравими. Для того, щоб, наприклад, червоний колір ($\lambda=0,76$ мкм) був настільки ж яскравим як зелений, необхідно, щоб його потужність у 20 000 разів перевищувала потужність зеленого кольору.

Під дією світла світлочутлива речовина сітчатки розкладається, що призводить до пониження чутливості ока. В темряві світлочутлива речовина відновлюється (повертається) і чутливість ока сильно зростає. В таких умовах око може реагувати на світло досить малої енергії – порядку 10^{-17} Дж. Варто також відзначити властивість ока бачити деталі на протязі деякого часу після того як деталь зникла з поля зору. Цей час складає приблизно 0,1с і є оптимальним. Уявимо, що вказаний час став в 100 раз більшим або меншим. У першому випадку деталі накладалися б одна на одну і не створювали б єдиного зорового образу. В другому – образ об'єкта „розпався” б на окремі незв'язані деталі. Відмітимо, що в обох випадках ми не змогли б бачити кінофільм або телепередачу.

Цікаво, що очі бджіл чутливі до ультрафіолетового кольору, але абсолютно не сприймають червоного. Ось чому бджоли не запилюють червоних квітів (крім червоного маку, бо вони добре відбивають ультрафіолетові промені сонця і

тому здаються бджолам ультрафіолетовими). Більшість червоних квітів запилюються дрібними птахами завдяки тому, що очі майже всіх птахів володіють високою чутливістю до червоного кольору. Всі ми бачили вночі очі котів, які ніби світяться, це тому що у нас уже працює присмерковий зір, який пов'язаний із подразненням паличок, а око найбільш чутливе до зеленого кольору.

2). **Із об'єктивних апаратів**, які сприймають світло, ми відмітимо ті, які діють на таких принципах: фотоелектричному, термоелектричному, фотографічному, тепловому.

Апарати, які діють на принципі фотоелектричного явища, називаються фотоелементами. Фотоелементи бувають вакуумні, газонаповнені і твердотільні. Під впливом падаючого світла в схемі, в яку підключений фотоелемент, виникає електричний струм. Сила струму визначається світловим потоком, який падає на фотоелемент. Фотоелементи практично не володіють інерцією і тому можуть використовуватись для реєстрації короткочасних світлових імпульсів або для вивчення зміни світлових потоків з часом.

У термоелектричних пристроях електричний струм виникає в результаті нагрівання спаїв і в широких межах пропорційний потужності випромінювання. На відміну від фотоелементів, термоелектричні пристрої володіють помітною інерцією. Фотографічна пластинка також широко використовується для реєстрації і вимірювання світлових потоків. Почорніння фотографічної пластинки визначається освітленістю. Фотопластинка володіє інтегруючою дією: збільшення часу освітлення приводить до збільшення почорніння. Це дозволяє знаходити за допомогою фотопластинки потоки досить малої потужності, якщо тільки вони можуть діяти досить довго. Теплові методи засновані на вторинних явищах, які виникають в результаті нагрівання під впливом світлового потоку, який поглинається.

Вимірювання фотометричних величин

Для світлових вимірювань розроблено значну кількість фотоелектричних фотометрів різного призначення. Силу світла, напрямлений світловий потік, яскравість можна виміряти фотометром АФМ, густину почорніння спектрограм при спектральному аналізі – мікрофотометрами МФ-2, МФ-4. До фотометрів прямого відліку належать фотоекспонетри, люксметри. Великий клас приладів дозволяє проводити оптичні вимірювання у вузькій ділянці спектра – спектрофотометри. Наприклад, спектрофотометр прямого відліку типу СФ-26, двопробеневі спектрофотометри типу СФ-18 та інші.

При вимірюваннях світлових величин фотоелемента ми використовується прямопропорційна залежність між силою фотоструму i та освітленістю E , а також, оскільки $E \sim I$, отримаємо

$$\frac{i_x}{i_e} = \frac{I_x}{I_e}, \quad I_x = I_e \frac{i_x}{i_e}, \quad (1.26)$$

де i_e та i_x – величина фотоструму при освітленні фотоелемента еталонним та досліджуваним джерелом світла.

Око, як і інші органи відчуттів, не може здійснювати кількісні оцінювання подразника, тобто не може на основі інтенсивності суб'єктивного зорового відчуття встановити в скільки разів один світловий потік більший від другого. Але око дозволяє з великою точністю встановити однаковість освітленості двох сусідніх полів при умові, що вони освітлені світлом одного і того ж кольору. Тому всі методи візуальної фотометрії зводяться до вимірювання освітленості, що спостерігається оком. Цей принцип здійснюється у фотометрі з трьохгранною призмою, який дозволяє порівняти сили світла джерел.

У більш точних візуальних фотометрах трьохгранна призма заміняється кубиком Луммера-Бродхуна, що складається з двох прямокутних призм, в одній з яких грань, що відповідає гіпотенузі, є плоскою лише в центрі, а краї зашліфовані. Призми щільно прилягають одна до одної. Але

дані методи не дозволяють встановити рівність освітленостей двох полів, якщо ці освітленості викликані світловими потоками, які сильно відрізняються за кольором. Цим займається гетерохромна фотометрія, задачі якої можуть бути візуально вирішені лише при використанні адаптованого ока.

В методах об'єктивної фотометрії око замінюється одним з вище згаданих пристроїв, що сприймають світло. Пристрій може знову використовуватись лише для встановлення рівності двох світлових потоків. Такі методи називаються диференціальними. Вони не вимагають пропорційності між потоками світлової енергії, що падає на пристрій, і його показами. Це може бути фотометр з двома фотоелементами, вакуумний фотоелемент і термопара. Для збільшення струмів, що виникають під впливом освітленості у фотоелементах або термопарах, використовуються радіотехнічні підсилювальні схеми. Досить часто використовуються прилади під назвою фотопомножувачів або "трубок Кубецького", в яких фотоелемент об'єднаний з підсилюючим пристроєм, що діє на принципі вторинної електронної емісії.

Для вимірювання освітленості застосовуються люксометри. Широке застосування мають люксометри з фотоелементами, завдяки чому виключаються суб'єктивні особливості спостерігача.

Особливо широко застосовуються селенові фотоелементи, крива спектральної чутливості яких близька до кривої чутливості ока. Фотоелемент з'єднується з чутливим магнітоелектричним гальванометром, покази якого проградуєвані в люксах. Крім об'єктивних люксометрів існують і візуальні (суб'єктивні) люксометри. Для фотометрії в монохроматичному світлі світловимірний пристрій сполучено з спектральним пристроєм, який розкладає світло в спектр. Досить часто використовуються фотоелектричні спектрофотометри, які дозволяють проводити вимірювання без наявності людського ока як приймача випромінювань.

Важливим елементом при світлових вимірюваннях є еталонне джерело. В якості еталонних джерел застосовують спеціальні лампи розжарення.

В світлотехніці досить важливим завданням є визначення середньої сферичної сили світла джерела, тобто повного потоку, що посилає джерело. Таке вимірювання можна виконати у так званих інтегральних фотометрах. Одним з таких фотометрів є кульовий фотометр Ульбрехта (сферична порожниста куля, внутрішня поверхня якої покрита білою матовою фарбою).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Назва роботи: Фотометричне дослідження джерел світла.

Мета роботи: Ознайомитись з методами фотометрування і визначити силу світла лампи розжарення. Вивчити будову і принцип дії люксметра. Перевірити, чи є лампа розжарення ламбертовим джерелом світла.

Прилади і матеріали: Оптична лава, фотоелемент, випростувач, вольтметр, мікроамперметр, еталонна лампа, досліджувана лампа, люксметр.

Опис експериментальної установки та порядок виконання роботи

1. На оптичній лаві з відліковою шкалою довжиною не менше 1 м, встановити у рейтерах фотоелемент, еталонну і, пізніше, досліджувану лампи відповідно до схеми (рис.1).
2. Закріпити фотоелемент на нульовій поділці оптичної лави, еталон-лампу встановити на максимальній віддалі.
3. Ввімкнути еталонну лампу і випростувач в сітку змінного струму.
4. Переконавшись у наявності фотоструму, записати покази мікроамперметра i_e і відстань від еталонної лампи до фотоелемента.
5. Дослід повторити тричі, змінюючи відстані еталонної лампи від фотоелемента.
6. Замінити еталон досліджуваною лампою і записати покази мікроамперметра i_x при тих самих відстанях.
7. Для перевірки закону обернених квадратів $E = \frac{I}{r^2}$ зробити три вимірювання фотоструму, зменшивши відстань r у 2 рази (фотострум повинен збільшуватись у 4 рази).
8. Дані вимірювань занести в звітну таблицю.

№	r, мм	i _e , мкА	i _x , мкА	I _x , кд

9. Вивчити по заводській інструкції будову і принцип дії люксмет ра.

10. Перевірити закон освітленості $E = \frac{I}{r^2}$, вимірюючи E_1, E_2, E_3 для відповідних значень r_1, r_2, r_3 .

11. Оцінити похибки проведених вимірювань.

Контрольні питання

1. Що таке світловий потік?
2. Яка різниця між світловим потоком і потоком світлової енергії?
3. Дати означення сили світла.
4. Дати означення освітленості.
5. Дати означення світності.
6. Дати означення яскравості.
7. Як пов'язані візуальні величини з енергетичними?
8. В яких одиницях вимірюються фотометричні величини в системі СІ?
9. Сформулюйте закони освітленості.
10. Сформулюйте закон Ламберта.

Методичні вказівки і поради

Загальні методи фотометричних обчислень (наприклад, ті, що ґрунтуються на уявленнях векторного світлового поля і застосовуються в спеціальній практиці) досить складні, тому їх недоцільно розглядати в курсі загальної фізики. Проте приклади розв'язку найбільш типових для курсу загальної фізики задач з фотометрії, які ілюструють застосування її понять та уявлень при проведенні світлових вимірювань наведено нижче.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Маємо дві світні поверхні: півсфера і диск такого ж радіуса. Обидва джерела підкоряються закону Ламберта і мають однакову силу світла. Чи можна, порівнюючи яскравості цих тіл, відрізнити диск від півсфери?

Розв'язування: Світний диск не можна відрізнити від світної півсфери такого ж радіуса, тому що видимі поверхні в них однакові, а отже, їх яскравості рівні.

Задача 2. Визначить світловий потік, що випромінюється ламбертовим джерелом у тілесний кут, утворений двома кінчними поверхнями з кутами 60° і 64° , якщо яскравість джерела $B = 10^6$ нт, а площа 1 см^2 .

Розв'язування: За визначенням яскравості світловий потік, який випромінюється елементом поверхні $d\sigma$, визначається так

$$dF = B\sigma d\Omega \cos \alpha d\alpha,$$

тут $B = \text{const}$, тому що випромінювання джерела не залежить від напрямку,

$$d\Omega = \sin \alpha d\alpha d\theta,$$

де α – кут широти, що змінюється в межах від 30° до 32° ; θ – кут довготи, що змінюється в межах від 0° до 2π . Отже,

$$dF = B\sigma \cos \alpha d\Omega = B\sigma \sin \alpha \cos \alpha d\alpha d\theta \quad \text{Повний потік}$$

$$F = B\sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = 2\pi B\sigma \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{2} \sin 2\alpha d\alpha =$$

$$= B\sigma \pi \left(-\frac{1}{2} \cos 2\alpha \right) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{B\sigma \pi}{2} (\cos 2\alpha_1 - \cos 2\alpha_2).$$

Отже, $F = 9,42$ лм.

Задача 3. На відстані L від найкоротшої відстані між площиною столу і джерелом світла лежить книга. Вважаючи джерело світла точковим, визначити, на якій висоті h над столом необхідно розмістити лампу, щоб освітленість книги була максимальною?

Розв'язування: Нехай сила світла, що ви промінюється лампою, дорівнює I . Знайдемо освітленість книги як функцію висоти h лампи над столом. При будь-якій довільній висоті h , відстань від книги до джерела дорівнює

$$r = \sqrt{L^2 + h^2},$$

а освітленість книги

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}.$$

Оскільки $\frac{h}{r} = \cos \alpha$, то

$$E(h) = \frac{I}{r^3} h = \frac{Ih}{\sqrt{(h^2 + L^2)^3}}.$$

Досліджуючи функцію для $E(h)$ на максимум, знайдемо h_0 , при якому $E = E_{\max}$, отримаємо

$$h_0 = \frac{L}{\sqrt{2}}.$$

Задача 4. Над центром круглого столу радіуса R розміщено джерело світла, частина якого має форму сфери і випромінювання якого не залежить від напрямку.

1) На якій висоті H від поверхні столу треба розмістити

джерело світла, щоб освітленість у точках на середині радіуса столу була максимальною?

2) Як зміниться відповідь задачі, якщо світну сферу замінити диском того ж радіуса при тій же яскравості?

3) Як зміниться максимальна освітленість у точці на середині радіуса, якщо яскравість збільшиться в два рази?

Розв'язування: 1) Освітленість, яка створюється світним елементом поверхні, пропорційна яскравості цього елемента і величині тілесного кута, під яким цей елемент видний із точки, для якої визначається освітленість

$$E_A = Bd\Omega \cos \alpha,$$

де α – кут падіння променя, а

$$d\Omega = \frac{dS \cos \alpha}{r^2}.$$

$$dS = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \alpha}{180} - \sin \alpha \right)$$

З рис.3 видно, що

Причому

$$\cos \alpha = \frac{H}{\sqrt{H^2 + \frac{R^2}{4}}},$$

а

$$r = \sqrt{H^2 + \frac{R^2}{4}}.$$

Відповідно,

$$E_A = \frac{BdS \cos^2 \alpha}{r^2} = \frac{BdSH^2}{\left(H^2 + \frac{R^2}{4}\right)^2}.$$

Максимальна освітленість у точці A знаходиться з умови

$$\frac{\partial E_A}{\partial H} = 0,$$

тобто

$$\frac{B \left[2H \left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right)^2 - 2H^2 \left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right) 2H \right] dS}{\left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right)^4} = 0,$$

або

$$\frac{BdS 2H \left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right)^2 - 2H^2 \left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right) 2H}{\left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right)^4} = 0,$$

$$-H^2 + \frac{R^2}{4} = 0 \quad \text{і} \quad H = \frac{R}{2}.$$

оскільки $B \neq 0$, $dS \neq 0$ і $H \neq 0$, то

2) Відповідь задачі не зміниться, тому що яскравість не змінилась і видима поверхня (круг) залишилась тією ж, $R_{\text{сфери}} = R_{\text{диска}}$.

3) При збільшенні яскравості джерела в два рази освітленість поверхні також збільшиться в два рази

$$E_{\max A} = \left(\frac{BH^2 dS}{\left(H^2 + \frac{R^2}{4} \right)^2} \right),$$

при $H = \frac{R}{2}$

$$E_{\max A} = \left(\frac{BR^2 dS}{4 \left(\frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4} \right)^2} \right) = \frac{4BR^2 dS}{4R^2} = \frac{BdS}{R^2}.$$

Якщо $B' = 2B$, то $E'_{\max A} = \frac{2BdS}{R^2}$.

Задача 5. Визначити світловий потік усередині матової півсфери та її світність, якщо яскравість $B=10^5$ нт. Джерело вважаєть ламбертовим.

Розв'язування: Визначимо світловий потік, що падає на площадку σ

$$dF = B\sigma \cos \alpha d\Omega.$$

З рис.4 випливає, що

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = \frac{Rd\alpha R d\theta}{R^2} = \frac{Rd\alpha R \sin \alpha d\theta}{R^2} = \sin \alpha d\alpha d\theta \quad \text{тобто}$$

$$dF = B\sigma \sin \alpha d\alpha \cos \alpha d\theta.$$

Отже,

$$F = B\sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = 2\pi B\sigma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin 2\alpha d\alpha =$$

$$\frac{2\pi\sigma B}{2} \left(-\frac{1}{2} \cos 2\alpha \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi\sigma B.$$

Світність поверхні визначається як відношення світлового потоку, що падає на цю поверхню, до величини поверхні, тобто

$$S = \frac{F}{\sigma} = \frac{\pi\sigma B}{\sigma} = \pi B = 3,14 \cdot 10^5 \quad \text{лм/м}^2.$$

Задача 6. Над центром круглого столу радіуса r на висоті $H = r$ підвішена лампа. Знаючи, що освітленість центру столу E_0 , знайти його середню освітленість.

Розв'язування: Освітленість визначається як

$$E = \frac{dF}{\sigma} = \frac{Id\Omega}{\sigma} = \frac{I \cos \alpha}{H^2}.$$

З рис.5 видно, що

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = \frac{R^2 \left(\frac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha \right)}{R^2}$$

Оскільки $r = H$, то $\alpha = 90^\circ$ і

$$d\Omega = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)}{2} \approx 0,285 \text{ ср.}$$

Врахувавши, що площа столу $\sigma = \pi r^2$ і $E_0 = \frac{I}{H^2} = \frac{I}{r^2}$, отримаємо

$$E = \frac{I d\Omega}{\pi r^2} = \frac{d\Omega}{\pi} E_0 \approx 0,091 E_0.$$

Задача 7. На відстані H над центром прямокутного столу висить лампа з силою світла I_0 . Визначити середню освітленість стола, якщо його довжина a і ширина b .

Розв'язування: Середня освітленість дорівнює

$$\bar{E} = \frac{\int E dS}{S}$$

Площа столу $S = ab$, а її елемент $dS = dx \cdot dy$ (рис.6).

Освітленість в точці з координатами (x, y) рівна

$$E(x, y) = \frac{I_0 H}{\sqrt{(x^2 + y^2 + H^2)^{3/2}}},$$

тоді

$$\bar{E} = \frac{I_0 H}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} dy \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + H^2)^{3/2}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{I_0 H}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} dy \frac{x}{(y^2 + H^2) \sqrt{x^2 + y^2 + H^2}} \Big|_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} = \\
 &\frac{I_0 H}{ab} b \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{dy}{(y^2 + H^2) \sqrt{y^2 + H^2 + \frac{b^2}{4}}}; \\
 I &= \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{dy}{(y^2 + H^2) \sqrt{y^2 + H^2 + \frac{b^2}{4}}}.
 \end{aligned}$$

Оскільки $y = g \operatorname{tg} t$, де $g = \sqrt{H^2 + \frac{b^2}{4}}$;

$$dy = \frac{g dt}{\cos^2 t};$$

$$\sqrt{y^2 + H^2 + \frac{b^2}{4}} = \frac{g}{\cos t};$$

$$y^2 + H^2 = \frac{g^2 \sin^2 t + H^2 \cos^2 t}{\cos^2 t};$$

$$\frac{a}{2} = g \cdot \operatorname{tg} t_2,$$

звідки

$$t_2 = \operatorname{arctg} \frac{a}{2g}, \quad t_1 = 0.$$

Тоді

$$I = 2 \int_0^{t_2} \frac{\cos t dt}{(g^2 - H^2) \sin^2 t + H^2} =$$

$$= \frac{2}{g^2 - H^2} \int_0^{t_2} \frac{\cos t dt}{\sin^2 t + \frac{H^2}{g^2 - H^2}} = \frac{2}{g^2 - H^2} \sqrt{\frac{g^2 - H^2}{H^2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin t}{H} \sqrt{g^2 - H^2} \right) \Bigg|_0^{t_2},$$

причому

$$\cos^2 t_2 = \frac{1}{1 + \frac{a^2}{4g^2}}; \quad \sin^2 t = \frac{a^2}{a^2 + 4g^2}.$$

Тоді

$$I = \frac{2}{H\sqrt{g^2 - H^2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{H} \sqrt{\frac{g^2 - H^2}{a^2 + 4g^2}} \right) = \frac{4}{Hb} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{H} \frac{b}{2\sqrt{a^2 + b^2 + 4H^2}} \right).$$

Отже,

$$\bar{E} = \frac{4I_0}{ab} \operatorname{arctg} \frac{ab}{2H\sqrt{a^2 + b^2 + 4H^2}}.$$

Задача 8. Обчислити освітленість, яку створює джерело світла у формі диска радіусом R , на перпендикулярно розташованій до нього площинці σ і віддаленій на відстані L від центра диска. Поверхнева яскравість джерела однакова в усіх напрямках (підкоряється закону Ламберта).

Розв'язування: Визначимо елементарну освітленість dE , що створюється на площинці σ елементом dS площини джерела, яка міститься на відстані r від центру джерела (рис.7). Нехай яскравість джерела дорівнює B , тоді в напрямку площинки σ елемент джерела dS випромінюватиме в одиничний тілесний кут світловий потік

$$dF' = B dS \cos \alpha,$$

а в тілесний кут $d\Omega$, який спирається на площинку σ , він випромінюватиме потік

$$dF = B dS \cos \alpha d\Omega.$$

З рисунку видно, що

$$d\Omega = \frac{\sigma \cos \alpha}{x^2},$$

де x — відстань між dS і σ ; α — кут, утворений нормаллю до площини джерела і площинкою σ , який визначає напрям на площину.

Отже, елементарна освітленість dE дорівнюватиме

$$dE = \frac{dF}{\sigma} = \frac{BdS \cos \alpha d\Omega}{\sigma} = \frac{BdS \cos^2 \alpha}{x^2}.$$

Врахувавши, що

$$\cos \alpha = \frac{L}{x}, \quad x^2 = r^2 + L^2,$$

отримаємо

$$dE = \frac{BdSL^2}{(r^2 + L^2)^2}.$$

Елемент площини dS легко знайти, ввівши полярну систему координат

$$dS = r dr d\theta.$$

Остаточно вираз для шуканої елементарної освітленості буде такий

$$dE = \frac{BL^2 r dr d\theta}{(r^2 + L^2)^2}.$$

Інтегруючи цей вираз у межах джерела–диску по θ від 0 до 2π і по r від 0 до R , знайдемо повну шукану освітленість E , яка створюється всім джерелом на площинці σ

$$E = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{BL^2 r dr d\theta}{(r^2 + L^2)^2} = BL^2 \pi \left(-\frac{1}{r^2 + L^2} \right) \Big|_0^R = \frac{\pi BR^2}{R^2 + L^2}.$$

B виноситься за знак інтеграла, оскільки, за умовою задачі, яскравість є сталою в усіх напрямках.

При $R \gg L$ отримаємо освітленість, створену джерелом — нескінченною площиною.

$$E = \frac{\pi B}{1 + \frac{L^2}{R^2}} \approx \pi B.$$

Освітленість в такому випадку не залежить від розмірів джерела і відстані від нього до точки, в якій визначається освітленість.

При $L \gg R$, просторове джерело можна розглядати як точкове. Тоді

$$E = \frac{\pi BR^2}{R^2 + L^2} \approx \frac{\pi BR^2}{L^2} = \frac{BS}{L^2} = \frac{I'}{L^2},$$

де $\pi R^2 = S$ – площа диска; BS — кількість світлової енергії, що випромінюється диском щосекунди в одиничний тілесний кут, тобто сила світла джерела.

Задача 9. Точкове джерело світла знаходиться на відстані $d = 20$ см від угнутого сферичного дзеркала радіусом $R = 50$ см (рис.8). Знайти освітленість в центрі A екрана, розміщеного перпендикулярно головній оптичній осі дзеркала на відстані $l_1 = 60$ см від вершини, якщо при віддаленні екрана на $l_2 = 100$ см від дзеркала освітленість в його центрі виявилась рівною $E_{2A} = 300$ лк.

Розв'язування: Якщо біля джерела S помістити угнуте дзеркало, то освітленість в точці екрана A збільшиться і стане дорівнювати сумі освітленостей E_0 і E_1 , які зумовлені променями від джерела, і променями, відбитими від дзеркала

$$E_A = E_0 + E_1.$$

Для обчислення цієї освітленості необхідно визначити положення зображення S_1 . Відстань f від дзеркала до зображення можна знайти за формулою збірного дзеркала, враховуючи, що предмет S знаходиться між фокусом і дзеркалом, і його зображення буде уявним

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}.$$

Щоб визначити силу світла I_1 зображення джерела, виберемо на поверхні дзеркала маленьку площадку σ . Потік світлової енергії, який поширюється від джерела в тілесному куті Ω_0 , а після відбивання поширюється в тілесному куті Ω_1 , вершина якого знаходиться в точці S_1 . Оскільки площадка σ мала, то можна вважати, що

$$\Omega_0 = \frac{\sigma}{d^2}; \quad \Omega_1 = \frac{\sigma}{f^2}.$$

Відповідно до умови задачі втрати світлової енергії при відбиванні не враховуються, тому з закону збереження світлової енергії отримаємо

$$I_0 \Omega_0 = I_1 \Omega_1,$$

звідки, враховуючи попередню рівність, отримаємо

$$I_1 = \frac{f^2}{d^2} I_0.$$

Оскільки, в першому положенні екран знаходився від вершини дзеркала в положенні l_1 , то освітленість в центрі екрана буде дорівнювати

$$E_{1A} = \frac{I_0}{(l_1 - d)^2} + \frac{I_1}{(l_1 + f)^2}.$$

Якщо екран відсунути від дзеркала на відстань l_2 , освітленість в центрі екрана стане рівною

$$E_{2A} = \frac{I_0}{(l_2 - d)^2} + \frac{I_1}{(l_2 + f)^2}.$$

Підставляючи значення, отримаємо: $E_{1A} = 615 \text{лк}$.

Задача 10. Угнуте дзеркало дає дійсне зображення джерела світла на білому екрані, який розсіює світло за законом Ламберта. Визначити, від чого залежить видима поверхнева яскравість зображення.

Розв'язування: Нехай відстань від дзеркала до джерела l , а відстань від дзеркала до зображення l' . При $l \gg r$, де r – радіус дзеркала (рис.9), який видно з точки розташування

джерела під тілесним кутом

$$\Omega = \frac{\pi r^2}{S^2}.$$

Для параксіальних променів (кут α між нормаллю до $d\sigma$ і напрямком на вершину O дзеркала досить малий)

$$dF = Bd\sigma\Omega.$$

Тоді видима площа елемента $d\sigma$ практично дорівнюватиме справжній ($\cos \alpha \approx 1$).

Елемент поверхні $d\sigma$ джерела PQ проектується дзеркалом у елемент поверхні $d\sigma'$ зображення $P'Q'$. Тоді світловий потік, що посиляється дзеркалом на елемент $d\sigma'$ поверхні зображення рівний

$$dF' = kdF,$$

де k - коефіцієнт відбивання дзеркала.

Якщо k' - коефіцієнт дифузного розсіювання екрана, на якому утворюється зображення, то світність зображення

$$S = \frac{k'dF'}{d\sigma'} = \frac{kk'Bd\sigma\Omega}{d\sigma'}.$$

Оскільки розсіювання відбувається за законом Ламберта, то поверхнева яскравість зображення

$$B' = \frac{R}{\pi} = \frac{kk'Bd\sigma\Omega}{\pi d\sigma'}.$$

Між поверхнями існує залежність

$$\frac{d\sigma}{d\sigma'} = \frac{1}{\beta^2} = \frac{l^2}{l'^2},$$

де $\beta = \frac{l'}{l}$ – лінійне поперечне збільшення вгнутого дзеркала. Таким чином,

$$B' = \frac{kk'B\pi r^2 l^2}{\pi s^2 l'} = \frac{kk'BD^2}{4l'^2},$$

де D – діаметр отвору дзеркала. Використавши формулу вгнутого дзеркала, отримаємо

$$B' = \frac{kk'}{4} BD^2 \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{S} \right)^2,$$

де f – фокусна відстань дзеркала. При досить великих l яскравість дійсного зображення

$$B' = \frac{kk'}{4} B \left(\frac{D}{f} \right)^2,$$

тобто яскравість пропорційна квадратові світлосили дзеркала $\frac{D}{f}$.

Задача 11. На оптичній лаві послідовно розташований екран P , точкове джерело S , збірна лінза L і плоске дзеркало M . У скільки разів зміниться освітленість у центрі екрана P , якщо плоске дзеркало M змістити вправо на відстань F рівну фокусній відстані лінзи?

Розв'язування: Освітленість екрана P створюється джерелом S і зображенням цього джерела S_1 , отриманим у дзеркалі M (рис.10). Нехтуючи усіма втратами енергії в лінзі і у дзеркалі, вважатимемо, що сила світла джерела S і зображення S_1 однакова. Освітленість у центрі екрана P , що створюється зображенням S_1 , буде в 4 рази менше, ніж освітленість, що створюється джерелом S , оскільки воно знаходиться в два рази далі від екрана. Звідси

$$E'_3 = E + \frac{1}{4} E = \frac{5}{4} E,$$

де E — освітленість, що створюється джерелом.

Як видно з рис.11, при другому положенні дзеркала M (зміщення вправо на відстані F), зображення S_1 збігається з джерелом S , тому $E''_3 = 2E$. Звідси випливає, що освітленість збільшиться в

$$\frac{E''_3}{E'_3} = \frac{2E}{\frac{5}{4}E} = 1,6.$$

Задача 12. Яку експозицію необхідно зробити при фотографуванні креслення з лінійним збільшенням k_1 , якщо при фотографуванні креслення з лінійним збільшенням k_2 час правильно підібраної витримки дорівнював t_2 ? Діаметр об'єктива вважати малим, в порівнянні з його фокусною відстанню.

Розв'язування: При фотографуванні предмета з різних відстаней негатив отриується однако-им при умові, що на одиницю площі плів-и, де отримується зображення об'єкта, приходиться однакова світлова енергія.

Якщо при фотографуванні предмета з відстані d_1 (рис.12) площа зображення отримується S_1 і за час правильної експозиції t_1 , то на неї приходиться енергія W_1 , а при фотографуванні того ж предмета з відстані d_2 ці величини рівні відповідно S_2 , t_2 і W_2 , то для однакових негативів повинно бути

$$\frac{W_1}{S_1} = \frac{W_2}{S_2}.$$

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{W}{St},$$

З врахуванням того, що

$$E_1 t_1 = E_2 t_2,$$

де E_1 і E_2 – освітленість зображення в першому і другому випадку. Тоді

$$t_1 = \frac{E_2}{E_1} t_2. \quad (1)$$

За умовою фотографуються дрібні деталі предмета, тому його необхідно розмістити між фокусом і подвійним фокусом лінзи. Зображення предмета AB на плівці отримується в цьому випадку збільшеним в k_1 раз і віддаленим від лінзи на відстані f_1 . Якщо знехтувати втратами світлового потоку і вважати, що

весь потік Φ_1 , який йде від предмета до лінзи і створює

$$E_1 = \frac{\Phi_1}{S_1},$$

зображення, то його освітленість буде дорівнювати де S_1 – площа зображення.

Виберемо нескінченно малий елемент dS поверхні предмета, який лежить на головній оптичній осі об'єктива, і припустимо, що в одиничний тілесний кут кожної секунди випромінюється енергія w . Діаметр лінзи малий в порівнянні з фокусною відстанню F (а відповідно, і з d), тому при визначенні тілесних кутів, під якими лінзу видно з різних точок предмета, їх можна вважати рівними один одному, причому

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \dots = \Omega_n = \frac{S_n}{d_1^2},$$

де S_n – площа лінзи, d_1 – відстань між предметом і лінзою. Враховуючи це, для світлового потоку, який падає на лінзу від елементарної площадки предмета, отримаємо

$$d\Phi_0 = w \frac{S_n}{d^2} dS.$$

Повний світловий потік, який падає на лінзу з всієї площадки предмета S_0 , буде дорівнювати

$$\Phi_1 = \int d\Phi_0 = w \frac{S_n}{d_1^2} S_0.$$

Підставляючи вираз потоку в формулу освітленості зображення, отримаємо

$$E_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = w \frac{S_n}{d_1^2} \cdot \frac{S_0}{S_1}. \quad (2)$$

За допомогою формул збірної лінзи (3)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}; \quad k_1 = \frac{f_1}{d_1}; \quad \frac{S_1}{S_0} = k_1^2, \quad (3)$$

виключаючи з рівняння (2) величини d_1 , S_0 і S_1 , отримаємо

кінцевий вираз для освітленості зображення при експозиції t_1

$$E_1 = (k_1 + 1)^2 w F^2 S_{\text{л}}.$$

Провівши аналогічні міркування для другого положення предмета, ми знайдемо

$$E_2 = (k_2 + 1)^2 w F^2 S_{\text{л}}.$$

Підставляючи вирази для E_1, E_2 в (1), знаходимо

$$t_1 = \left(\frac{k_2 + 1}{k_1 + 1} \right)^2 t_2.$$

Задача 13. Яку величину має середня напруженість електричного поля \bar{E} світлового випромінювання Сонця в місці зображення Сонця, що утворюється лінзою, світлосила якої D/f – відома. Кутовий діаметр Сонця дорівнює α радіанів. Сонячна стала дорівнює Q .

Розв'язування: Нехай W_0 – середня об'ємна густина енергії електромагнітного поля сонячної радіації біля поверхні Землі. Оскільки сонячні промені практично паралельні, то на лінзу попадає потік радіації $\Phi = W_0 c \sigma_0$, де σ_0 – площа лінзи, c – швидкість світла. Якщо знехтувати поглинанням у лінзі і втратами на відбивання, то лінза розподілятиме цей потік по площі зображення Сонця σ_1 , яка дорівнює

$$\sigma_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \alpha^2 f^2,$$

де d – діаметр зображення Сонця, f – фокусна відстань лінзи. Отже, освітленість зображення дорівнює

$$E = \frac{\Phi}{\sigma_1} = \bar{W}_1 c,$$

де \bar{W}_1 – середня густина енергії електромагнітного поля сонячної радіації, сфокусованої лінзою, в місці зображення Сонця. При відсутності лінзи, освітленість відповідного місця екрана (або земної поверхні) дорівнює

$$E_0 = \frac{\Phi}{\sigma_0} = \bar{W}_0 c.$$

Отже,

$$\bar{W}_1 = \bar{W}_0 \frac{\sigma_0}{\sigma_1} = \bar{W}_0 \frac{D^2}{f^2 \alpha^2},$$

де D – діаметр лінзи.

Сонячна стала – це середній потік сонячної радіації, що потрапляє протягом 1 хв на 1 см² земної поверхні, яка перпендикулярна до напрямку променів, тобто $Q = 60c\bar{W}_0$. Крім того, в повітрі

$$\bar{W} = \frac{\bar{\epsilon}^2}{4\pi},$$

де $\bar{\epsilon}$ – шукана напруженість електричного поля світлового випромінювання Сонця. Тому знаходимо, що

$$\bar{\epsilon}^2 = \frac{4\pi Q}{60c} \frac{D^2}{f^2 \alpha^2}; \quad \bar{\epsilon} = \frac{D}{f\alpha} \sqrt{\frac{\pi Q}{15c}}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. В лампі, сила світла якої 85 кд, світним тілом є розжарена куля діаметром 3 мм. Знайти яскравість поверхні лампи, якщо сферична колба виготовлена з матового скла. Діаметр колби 6 см. Втратами світла в оболонці колби знехтувати.

Задача 2. Джерелом світла в кімнаті є білий матовий сферичний плафон діаметром 10 см з електричною лампою, сила світла якої 200 кд. Плафон поглинає 20% світлового потоку, що дає електрична лампа. Знайти світність і яскравість джерела світла.

Задача 3. На стовпах висотою 5 і 8 м світяться дві лампи силою 1000 і 750 кд, відстань між стовпами 20 м. Яка точка між основами стовпів освітлюється двома джерелами однаково?

Задача 4. Світло від електричної лампочки в 200 кд падає під кутом 45° на робоче місце, його освітленість 140 лк. Знайти: 1) на якій відстані від робочого місця знаходиться лампочка, 2) на якій висоті від робочого місця вона висить.

Задача 5. На висоті 2 м над серединою круглого столу діаметром 3 м висіла лампа в 100 кд, її замінили лампою в 25 кд, змінивши відстань до стола так, щоб освітленість середини стола залишалась попередньою. Як змінилась освітленість краю стола?

Задача 6. На лист білого паперу розміром 20x30 см нормально до поверхні падає світловий потік в 120 лм. Знайти освітленість, світність і яскравість паперового листа, якщо коефіцієнт розсіяння $\rho = 0,75$.

Задача 7. В центрі круглого столу діаметром 1,2 м стоїть настільна лампа на висоті 40 см від поверхні столу. Над центром столу на висоті 2 м від його поверхні висить люстра з чотирьох таких самих лампочок. В якому випадку отримається більша освітленість на краю стола (і в скільки разів: коли горить настільна лампа або коли горить люстра)?

Задача 8. У кінотеатрі на екран розміром 5×4 м з коефіцієнтом відбивання 0,8 із об'єктива кіноапарата падає світловий потік 2000 лк. Визначити освітленість, світність і яскравість кіноекрана, для якого справджується закон Ламберта.

Задача 9. При фотографуванні предмета в натуральну величину експозиція дорівнює 2 с. Якою повинна бути експозиція, якщо предмет необхідно сфотографувати із збільшенням в 5 разів?

Задача 10. Прожектор дає рівномірний потік світла $\Phi = 10$ лм у вигляді конуса з кутом при вершині $\varphi = 30^\circ$. Визначити силу світла прожектора.

Задача 11. Три лампочки розміщені в кутках рівностороннього трикутника із стороною l . Центр трикутника знаходиться на відстані l від внутрішньої поверхні циліндричного екрана. Дві лампочки загасили. Де потрібно поставити лампочку, яка залишилася, щоб освітленість в точці екрана, яка лежить ближче всього до цієї лампочки, залишилась незмінною?

Задача 12. Два точкових джерела світла розміщені на відстані 2 м один від одного. На перпендикулярі, поставленому до лінії, яка з'єднує джерела, на її середині, розміщена під кутом α до перпендикуляру невелика площадка на відстані 1 м від цієї лінії. При $\alpha = 15^\circ$ освітленість обох сторін площадки однакова і дорівнює 20 лк. Визначити сили світла джерел.

Задача 13. Маленький об'єкт фотографують в двох масштабах: з відстані $3F$, де F — фокусна відстань об'єктива, і з відстані $5F$. У скільки разів потрібно змінити діаметр діафрагми об'єктива, щоб освітленість зображення на плівці в обох випадках була однаковою? Вважати, що діаметр об'єктива набагато менший його фокусної відстані.

Задача 14. На відстані l від невеликого екрана знаходиться точкове джерело світла. Коли посередині між екраном і джерелом розмістили тонку збиральну лінзу, то виявилось, що

освітленість екрана не змінилася. Визначити фокусну відстань лінзи.

Задача 15. Екран знаходиться на відстані $L = 100$ см від світної кулі. Розміщуючи між кулею і екраном тонку збиральну лінзу, можна отримати її зображення на екрані при двох положеннях лінзи, які знаходяться один від одного на відстані $l = 20$ см. У скільки разів відрізняються яскравості зображення кулі? Розв'яжіть задачу при умові, що замість L і l дані збільшення зображення кулі $k = 5$ і $k = 2$.

Задача 16. Точкове джерело світла, яке знаходиться на відстані a від плоского екрана, створює в його центрі освітленість E . Як зміниться освітленість в центрі екрана, якщо по іншу сторону джерела на відстані $a/2$ розмістити угнуте дзеркало радіусом a ?

Задача 17. Зображення Сонця отримано на екрані за допомогою системи із двох однакових лінз з фокусною відстанню F , розміщених на відстані $F/2$ одна від одної. У скільки разів зображення Сонця променями, які пройшли систему лінз, більше освітленості екрана прямими сонячними променями? Кутовий діаметр Сонця дорівнює α , діаметр лінз дорівнює D .

Задача 18. Діаметр лупи $0,78$ см, головна фокусна відстань 3 см. Предмет, освітленість якого 50 лк, розглядають в цю лупу оком, для якого відстань найкращого зору 30 см. Визначити освітленість зображення, якщо діаметр зіниці дорівнює $1,5$ мм.

Задача 19. Над горизонтальною поверхнею, яка освітлюється точковим джерелом силою світла 60 кд, на шляху променів розмістили збиральну лінзу так, щоб джерело знаходилося в його фокусі. Визначити оптичну силу лінзи, якщо освітленість поверхні під джерелом світла 15 лк.

Задача 20. Джерело світла у вигляді світного диска діаметром 8 мм, розміщено на відстані 1 м від білого екрану і дає в точці екрана, найближчої до джерела, освітленість 100 лк. За допомогою лінзи з фокусною відстанню 21 см і

діаметром 3 см на екрані отримують збільшене зображення джерела. Якою буде освітленість зображення джерела ?

Задача 21. Збірна лінза дає зображення предмета в натуральну величину. У скільки разів зменшиться зображення предмета, якщо шляхом пересування лінзи і предмета збільшити площу зображення в 9 разів?

Задача 22. При фотографуванні об'єкта, який освітлюється двома лампами потужністю 150 Вт кожна, на відстані 4 і 5 м від нього необхідна експозиція 8 с. Якою має бути експозиція при фотографуванні того ж об'єкта, який освітлюється однією і тією ж лампою, що знаходиться на відстані 3 м?

Задача 23. Над столом на висоті h висить електрична лампа, сила світла якої I . Над лампою розміщене плоске дзеркало паралельно поверхні столу на відстані l від неї. Яка освітленість столу безпосередньо під лампою, якщо електричну лампу вважати точковим джерелом світла ?

Задача 24. Картину фотографують спочатку повністю з великої відстані, а потім окремі її деталі в натуральну величину. У скільки разів необхідно змінити час при фотографуванні її деталей ?

Задача 25. На відстані 10 см від угнутого дзеркала з радіусом кривизни 60 см знаходиться точкове джерело світла, що освітлює екран, розміщений перпендикулярно до головної оптичної осі на відстані 70 см від його вершини. Знайти освітленість центра екрану, якщо при віддаленні екрану на 90 см від дзеркала його освітленість у центрі дорівнює 320 лк.

Задача 26. Проекційний апарат має оптичну силу об'єктива 20 дптр. Який світловий потік має пропускати діапозитив площею 10 см, який знаходиться на відстані 5,1 см від лінзи, щоб освітленість зображення діапозитива на екрані отрималась не менше 4 лк? Розсіюванням світлового потоку знехтувати.

ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

МОДУЛЬ II. ЗАКОНИ ВІДБИВАННЯ І ЗАЛОМЛЕННЯ СВІТЛА

Тема 2. Закони відбивання світла. Дзеркала

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§ 4.1 - 4.6.
2. Фриш С.Э., Тиморева А.В.. Курс общей физики. Т.Ш. - М.-Л.: Физматгиз. 1962.- §§251–253, 277, 278, 314, 315.
3. Ландсберг Г. С. Оптика.- М.: Гостехиздат, 1957.- §§ 58–65, 127–129, 131.
4. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Эткин В.С. Курс общей физики. Оптика и атомная физика.- М.: Просвещение, 1981. §§ 5.1-5.3, 5.12-5.14.
5. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.Ш. - М.: Наука, 1971. §§ 1–3.
6. Загальна фізика: Збірник задач: Навч. Посібник / В.М. Барановський, П.В. Бережний, П.О. Возний та ін.; За заг.ред. І.Т. Горбачука. – .: Вища школа, 1993. –С. 190-197.

Конспект основних питань

Геометрична оптика як граничний випадок хвильової оптики. Закони відбивання світла. Дзеркала.

За допомогою законів оптики можна розв'язувати задачі про поширення світла в однорідному середовищі і через будь-яку оптичну систему, тобто через сукупність різних середовищ, обмежених тими чи іншими поверхнями і діафрагмами. Але в дуже великому колі питань, що мають важливе практичне значення, зокрема, в питанні про формування світлового пучка (світлотехніка) і в питаннях про утворення зображення (оптотехніка), розв'язання задач значно

спрощується, за допомогою уявлень геометричної оптики.

Геометрична оптика (граничний випадок хвильової оптики) – розділ оптики, який вивчає поширення світла в прозорих середовищах на основі уявлень про світловий промінь як лінію, вздовж якої переноситься світлова енергія. Геометрична оптика вивчає також будову оптичних приладів та принципи утворення зображень предметів на основі законів відбивання і заломлення світла на дзеркальних і прозорих поверхнях різної форми (плоскі, сферичні, циліндричні і ін). Під **світловим променем** розуміють нескінченно вузький конус, в якому поширюються світлові хвилі у напрямі від точкового джерела, що знаходиться у вершині цього конуса. Поняття променя, виділеного з світлового фронту за допомогою діафрагми діаметром d , не є суто фізичним, оскільки відхилення від прямолінійності на відстані L від діафрагми будуть тим більші, чим вузьчим є світловий пучок (явище дифракції). Умова застосовності геометричної оптики для світлових променів довжиною хвилі λ визначається нерівністю: $d \gg \sqrt{\lambda L}$

. Отже, світловий промінь – це не фізичне поняття, а геометричний образ вузького світлового конуса і використовується для позначення світлових пучків на кресленнях при знаходженні напрямків поширення світла при його відбиванні і заломленні на різних поверхнях.

Тіла, які не є джерелами світла, стають видимі за рахунок відбивання. Розрізняють **дифузне відбивання** – паралельні промені відбиваються в довільних напрямках (рис.1а) та **дзеркальне** – паралельні промені відбиваються переважно в одному напрямі (рис.1б). Якщо неоднорідності відбиваючої поверхні малі (менші довжини світлової хвилі), то поверхня називається **дзеркальною**. Дзеркальні поверхні можна вважати оптично гладкими, якщо розміри нерівностей і неоднорідностей менші 1 мкм.

Для дзеркальних поверхонь виконуються наступні **закони відбивання**:

1. Промінь падаючий, відбитий і перпендикуляр,

поставлений до відбиваючої поверхні в точці падіння променя, лежать в одній площині.

2. Кут відбивання (β) дорівнює куту падіння (α) (їх відраховують від перпендикуляра до даного променя)

$$\angle\beta = \angle\alpha \quad (2.1)$$

З цих законів випливає **принцип оборотності світлових променів** – при зміні напрямку променів на обернений їх взаємне розміщення не зміниться.

Сучасні оптичні прилади, незалежно від складності та різноманітності їх конструкцій, складаються із відбиваючих і заломлюючих елементів, обмежених, як правило, плоскими та сферичними поверхнями. Щоб зрозуміти дію оптичного приладу, насамперед потрібно зрозуміти дію кожного його елемента окремо (дзеркала, лінзи, призми).

Плоске дзеркало

Якщо паралельні промені, які падають на поверхню, залишаються паралельними і після відбивання, то таке відбивання називається дзеркальним, а сама поверхня – **плоским дзеркалом**.

В око людини від кожної світної точки попадає пучок розбіжних променів і дзеркало створює уявне зображення точки в місці перетину прямих, які є продовженням розбіжних променів (рис.2). Уявне зображення S' симетричне точці S відносно площини дзеркала, оскільки S і S' знаходяться на одній прямій, перпендикулярній до площини дзеркала AB .

Для побудови зображення предмета в плоскому дзеркалі, його розділяють на окремі точки і будують зображення (рис.3), яке є уявне, пряме і симетричне відносно площини дзеркала (права сторона зображення відповідає лівій стороні предмета).

Сферичні дзеркала

Поверхнею **сферичного дзеркала** є кульовий сегмент. Якщо відбиваючою є внутрішня поверхня кульового сегмента,

то дзеркало **угнуте** (рис.4а), якщо зовнішня – **опукле** (рис.4б).

Центр кривизни кульового сегменту C **називається оптичним центром дзеркала**, вершина O кульового сегмента – **полюсом дзеркала**. Пряма OC , що проходить через полюс дзеркала і його центр називається **головною оптичною віссю**, а будь-яка пряма BC , що проходить через довільну точку сферичного дзеркала і його оптичний центр є **побічна оптична вісь**.

Вузкий конус світлових променів, з віссю, нормальною до поверхні дзеркала, **називається параксіальним пучком**. Промені параксіального пучка, вісь якого співпадає з головною оптичною віссю дзеркала, можна вважати майже паралельними, оскільки вони утворюють з цією віссю дуже малі кути. У даному випадку до кутів, що їх утворюють промені з оптичною віссю, можна застосувати теорему про еквівалентність величини кутів, їх синусів і тангенсів.

Промені, паралельні головній оптичній осі дзеркала, після відбивання перетинаються в точці, яка лежить на головній оптичній осі і називається **фокусом** сферичного дзеркала F (рис.5а). Відстань між фокусом і вершиною дзеркала O називають **фокусною відстанню**. Площина, яка проходить через фокус і перпендикулярна до головній оптичній осі, називається **фокальною площиною** дзеркала. В ній знаходяться побічні фокуси – точки, в яких збираються будь-які паралельні пучки променів після відбивання від дзеркала.

Якщо пучок променів, паралельних головній оптичній осі (рис.5б), падає на опукле дзеркало, то відбиті промені розсіюються, а їх уявні продовження перетинаються в точці, що лежить на головній оптичній осі за дзеркалом, в **уявному фокусі**.

Фокусна відстань опуклого дзеркала – від’ємна величина (дзеркало розсіювальне). Фокусна відстань угнутого дзеркала – додатна (дзеркало збірне).

Наведене означення фокуса справедливе лише для

центральных променів, які йдуть на невеликих відстанях від головної оптичної осі. Для таких променів фокусна відстань дорівнює половині радіуса сфери

$$F = \frac{R}{2}, \quad (2.2)$$

де R – радіус кривизни дзеркала ($R = OC$).

Для побудови зображення точки в сферичному дзеркалі досить взяти два будь-які промені, які падають на дзеркало з цієї точки, і знайти перетин цих променів.

Для побудови зображення найбільш зручними є промені, хід яких після відбивання відомий. Їх називають променями побудови (рис.6):

- 1) промінь *паралельний головній оптичній осі*, після відбивання проходить через фокус;
- 2) промінь, *що проходить через оптичний центр дзеркала*, відбившись, він також йде через центр;
- 3) промінь, *що проходить через фокус*, відбившись, йде паралельно головній оптичній осі;
- 4) промінь, який *падає на дзеркало в його полюсі* після відбивання йде симетрично первинному напрямку відносно головної оптичної осі.

Якщо перенести світну точку в $S \square$, а екран – в точку S і встановити його перпендикулярно до оптичної осі, пересвідчилося, що світна точка і її зображення **спряжені**, тобто можуть мінятися місцями.

На (рис.7) наведе-на побудова зображення в угнутому сферичному дзеркалі при різних відстанях від предмета до дзеркала:

a) предмет знаходиться нескінченно далеко від дзеркала – зображення дійсне, отримується у вигляді точки в головному фокусі дзеркала;

б) предмет знаходиться на скінченій відстані від дзеркала за його центром кривизни - зображення дійсне, обернене, зменшене і знаходиться між центром кривизни і

фокусом дзеркала;

в) предмет знаходиться в геометричному центрі дзеркала - зображення дійсне, обернене, рівне по величині предмету і знаходиться в центрі;

г) предмет знаходиться між геометричним центром і фокусом дзеркала – зображення дійсне, обернене, збільшене і знаходиться за геометричним центром дзеркала на скінченій від нього відстані;

д) предмет знаходиться у фокусі - зображення на нескінченності, оскільки промені від всіх точок предмета після відбивання від дзеркала йдуть паралельним пучком. Розміщуючи в фокусі угнутого дзеркала джерело світла, отримують паралельний пучок світлових променів;

е) предмет знаходиться між фокусом і дзеркалом. Після відбивання від дзеркала промені від кожної точки предмета йдуть розбіжним пучком. Зображення на перетині продовження відбитих променів за дзеркалом уявне, пряме, збільшене. На (рис.8) приведена побудова зображення предмета в опуклому сферичному дзеркалі. На якій би відстані від дзеркала не знаходився предмет, його зображення завжди уявне, зменшене і пряме.

Якщо світна точка знаходиться на відстані d від сферичного дзеркала, а її зображення отримується на відстані f від нього, то

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} \quad (2.3)$$

При розв'язанні задач на сферичні дзеркала необхідно користуватися **правилами знаків** для d, f, F, R :

1. всі відстані відраховуються від полюса дзеркала O ;
2. при побудові зображення в дзеркалах за додатний напрям приймається напрям відбитих променів;
3. відрізки, відкладені від сферичного дзеркала за ходом відбитих променів, вважаються додатними, в протилежному напрямку – від'ємними;
4. для напрямку радіусів сферичних поверхонь

- використовується теж правило знаків;
5. відрізки, що відкладаються перпендикулярно до оптичної осі, вважаються додатними, якщо вони йдуть вгору від осі; від'ємними – якщо вниз від осі.

Тоді для угнутого дзеркала

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad (2.4)$$

а для опуклого дзеркала

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}. \quad (2.5)$$

Оптична сила D вимірюється в діоптріях (якщо F вимірюється в метрах) і визначається за формулою

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (2.6)$$

Для плоского дзеркала $R = \infty$ і формула (2.6) перетворюється в рівність $d = -f$.

Якщо предмет висотою h_0 розміщений перпендикулярно до головної оптичної осі, а висота його зображення h , то лінійне збільшення дзеркала

$$k = \frac{h}{h_0} = \frac{f}{d}. \quad (2.7)$$

Плоскі дзеркала використовуються в побуті для розглядання людиною свого зображення, на транспорті для огляду водієм заднього плану дороги, в ряді оптичних приладів, зокрема, в простих перископах, дальномірах, кутомірах і інших випадках.

Сферичні дзеркала також широко використовуються в практиці: у фарах на транспорті, в проекційних ліхтарях, у прожекторах, астрономічних приборах. Крім сферичних використовуються також параболічні, еліптичні і гіперболічні дзеркала, які в певних умовах дають змогу усунути або істотно зменшити сферичну аберацию.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Назва роботи: Перевірка законів відбивання.

Мета роботи: Продемонструвати дзеркальне і розсіяне відбивання, експериментально з'ясувати властивості зображення в плоскому, угнутому і опуклому дзеркалах.

Прилади і матеріали: Плоске, угнуте і опукле дзеркала, джерело світла, екран, білий папір.

Виконання демонстраційної роботи

Дослід 1. Перед плоским дзеркалом стає людина з піднятою правою рукою, а на зображенні піднята ліва рука. У дзеркальному зображенні змінились ліва і права частини, проте залишились без змін верхня і нижня частини.

Дослід 2. Повторюючи попередній дослід, людина наближається і віддаляється від дзеркала. Відповідно зображення наближається або віддаляється від нього.

Дослід 3. Перед чорним екраном вертикально встановлюють скло. Перед склом і за ним розміщують електричні лампи на стійках. Лампу перед склом вмикають в коло джерела струму. Якщо зображення включеної лампи співпадає з лампою за склом, то здається, що і друга лампа включена.

Дослід 4. Дзеркальна поверхня відбиває падаючий на неї пучок світла під тим же кутом, під яким пучок падає. Варто незначно змістити око в сторону, як зображення джерела зникає.

Дослід 5. Плоске дзеркало закривають аркушем білого паперу. На екрані видно пляму розсіяного світла. Будь-яка не дзеркальна (негладка, шорстка) поверхня розсіює світло в довільних напрямках. Її видно звідусіль, як би ми не зміщували око.

Дослід 6. Візьміть угнуте дзеркало з відомим радіусом кривизни і пересувайте предмет на різні відстані від дзеркала. Переконайтесь у справедливості різних розмірів зображення в залежності від положення предмета відносно фокуса дзеркала.

Дослід 7. Візьміть опукле дзеркало. Змінійте відстані обличчя від дзеркала. Переконайтесь, що зображення обличчя завжди буде пряме і зменшене. Чому ми його бачимо, хоч зображення уявне?

В кінці дослідів сформулюйте висновки відносно справедливості законів геометричної оптики при відбиванні світла. Обґрунтуйте кожен дослід з фізичної точки зору письмово і зробіть відповідні креслення.

Контрольні питання

1. Що вивчає геометрична оптика?
2. Чи можна отримати фізичний образ геометричного світлового променя?
3. Яке відбивання називається дифузним, яке дзеркальним? Приведіть приклади дифузного і дзеркального відбивання.
4. Сформулюйте закони відбивання.
5. Дати означення кута падіння і кута відбивання. Чи завжди падаючий і відбитий промені лежать в одній площині?
6. Які промені вважаються параксіальними?
7. Сформулюйте правило знаків в геометричній оптиці.
8. Що означає оборотність світлових променів ?
9. Як отримується зображення в плоскому дзеркалі і яким буде це зображення?
10. Яке дзеркало називається сферичним і як будується зображення в ньому? Запишіть формулу сферичного дзеркала.
11. Які зображення утворюються в угнутому дзеркалі?
12. Яке зображення утворюється в опуклому дзеркалі?
13. Сформулюйте основні закони геометричної оптики.
14. У чому полягає принцип Ферма ?
15. Чому рівний кут падіння, якщо кут між променем падаючим і променем відбитим рівний 60° , 90° ?
16. Якщо на літаку летіти над морем, то вода внизу здається темною, а на горизонті світлішою. Як пояснити це явище?
17. Стоячи обличчям до вертикального плоского дзеркала видно, що дзеркало перевертає праве і ліве. Чому дзеркало „віддає” перевагу саме цьому напрямку: праве – ліве і не перевертає верх і низ?

Методичні вказівки і поради

Розв'язування розрахункових задач на окреме дзеркало потрібно починати з побудови зображення, користуючись правилами побудови. При цьому необхідно звертати особливу увагу на розташування предмета відносно характерних точок сферичного дзеркала, оскільки від цього залежать положення і розміри зображення.

Побудувавши зображення предмета і визначивши відстані від предмета і зображення до дзеркала, переходять до складання розрахункових рівнянь. Основні розрахункові рівняння складають на основі формули дзеркала і виразу для коефіцієнта лінійного збільшення. При складанні рівнянь потрібно враховувати знаки відрізків, що входять у формулу дзеркала.

В задачах, пов'язаних з розрахунками і побудовою в системах дзеркал, потрібно знайти зображення предмета після дворазового відбивання падаючих променів спочатку від одного, а потім від іншого дзеркала. При цьому розрахунки і побудови ґрунтуються на тому, що внаслідок оборотності ходу променів зображення, що створюється першим дзеркалом, можна розглядати як предмет для другого. Якщо зображення, що створюється першим дзеркалом, розташовується перед другим, то проміжний предмет потрібно вважати дійсним, і у формулі, записаній для другого дзеркала, $d > 0$. Якщо зображення створюється за другим дзеркалом, то $d < 0$.

Системи дзеркал можуть представляти різні поєднання: опукле – плоске, угнуте – опукле, угнуте – угнуте і т. д. При розв'язанні таких задач можна виділити наступні етапи:

1. зобразивши спільну головну оптичну вісь системи, розташовують дзеркала і їх характерні точки відповідно суто до числових значень заданих величин в умові задачі;
2. будують зображення предмета в першому дзеркалі;
3. знаючи положення проміжного зображення відносно другого дзеркала і вважаючи його предметом для останнього, будують зображення предмета, що створюється

системою дзеркал;

4. враховуючи знаки відрізків d , f , F , записують основні рівняння для першого і другого дзеркал;
5. використовуючи додаткові умови задачі, складають допоміжні рівняння. При складанні допоміжних рівнянь потрібно мати на увазі, що збільшення, яке дає система дзеркал при дворазовому відбиванні променів,

$$k = \frac{h_2}{h_0} = \frac{h_1}{h_0} \frac{h_2}{h_1} = \frac{f_1}{d_1} \frac{f_2}{d_2} = k_1 k_2,$$

де h_0 – висота предмета; h_1 – висота зображення, що дає перше дзеркало; h_2 – висота зображення, яке створюється системою дзеркал; k_1 і k_2 – збільшення, що дає кожне дзеркало системи.

При розв'язуванні задач на побудову користуються властивостями характерних променів, що застосовуються при побудові зображень.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Довести геометрично, що шлях, який проходить промінь світла з точки A в точку B після відбивання від плоского дзеркала, буде найменшим.

Розв'язування: З законів відбивання світла випливає, що $\angle\alpha = \angle\beta$ і $\triangle ADC = \triangle A'DC$ (рис.1), тому що продовження відбитого променя CB перетне перпендикуляр AA' до площини дзеркала в точці A' , яка знаходиться від площини дзеркала на такій же відстані, що і точка A . $AC = A'C$ і довжина шляху світлового променя ACB рівна довжині відрізка $A'B$. Якби промінь проходив по шляху $AC'B$, то довжина цього шляху дорівнювала б сумі довжин двох відрізків: $A'C'$ і $C'B$. З трикутника $A'B'C'$ знаходимо

$$A'C' + C'B > A'B.$$

Отже, незалежно від того, де знаходиться точка C , шлях, по якому рухається світловий промінь після відбивання

від плоского дзеркала є найкоротшим.

Задача 2. Два плоских дзеркала утворюють двогранний

кут $\varphi = \frac{2\pi}{n}$, де n – ціле число. Точкове джерело світла S знаходиться між дзеркалами на рівній відстані від кожного з них. Скільки зображень джерела отримується в дзеркалах ?

Розв'язування: Щоб визначити повне число можливих зображень у цьому випадку, потрібно мати на увазі, що уявне зображення, яке утворює одне дзеркало, можна вважати предметом для другого. З рівності трикутників SOA , SOB , BOS_1 , AOS_2 , ... слідує, що джерело S і його зображення в дзеркалах лежать на колі з центром в точці O . Отримані зображення S , S_1 , S_2 , S_3 , ... розбивають коло на n рівних частин. Кожному центральному куту величиною φ відповідає зображення джерела в дзеркалах, за винятком одного, в якому знаходиться саме джерело. Тому число зображень

$$n = \frac{360^\circ}{\varphi} - 1.$$

Дана формула є загальною для подібних задач. Так, число зображень точкового джерела, отриманих в двох взаємно перпендикулярних плоских дзеркалах ($\varphi = \pi/2$) – $n=3$, в плоскому дзеркалі ($\varphi = 1$) – $n = 1$

Задача 3. Горизонтальний промінь відбивається від двох плоских дзеркал, причому спочатку промінь паралельний площині одного з дзеркал, а після другого відбивання – площині іншого. Визначити кут φ між дзеркалами і кут γ між первинним і кінцевим напрямом променя.

Розв'язування: Нехай α – кут падіння променя AM , β – кут відбивання променя NK . За законом відбивання кут падіння рівний куту відбивання, при цьому $\angle AMN = 2\alpha$, $\angle MNK = 2\beta$.

За умовою задачі, промінь AM паралельний площині дзеркала CO , а промінь NK паралельний площині дзеркала OB ,

$$\angle AMB = \angle \varphi = 90^\circ - \alpha,$$

$$\angle CNK = \angle \varphi = 90^\circ - \beta,$$

як кути з паралельними сторонами, отже,

$$\angle \alpha = \angle \beta.$$

З трикутника MNO знайдемо кут φ

$$\varphi = 180^\circ - \angle NMO - \angle MNO = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \beta) = \alpha + \beta = 2\alpha$$

Оскільки $\angle ALK = \angle \varphi$, як кути з паралельними сторонами, а $\angle ALK = \angle NLM$, то з трикутника NLM отримаємо

$$2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ,$$

звідки

$$\alpha = 30^\circ.$$

Отже, кут $\varphi = 2\alpha = 60^\circ$.

Кут γ , що є доповняльним до кута φ , визначається з умови $\angle \gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, тобто $\angle \gamma = 2\varphi$.

Це положення є загальним для будь-якого довільного кута між дзеркалами. Дійсно, в будь-якому випадку $\varphi = \alpha + \beta$, а кут NLM , суміжний до кута γ , рівний

$$\angle NLM = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 2\varphi,$$

звідки отримаємо

$$\angle \gamma = 180^\circ - \angle NLM = 180^\circ - (180^\circ - 2\varphi) = 2\varphi.$$

Таким чином, кут відхилення променя від первинного напрямку, після відбивання від обох дзеркал, не залежить від кута падіння променя, а залежить лише від кута між дзеркалами.

Задача 4. Частина циліндру радіусом r_0 і довжиною h з дзеркальною внутрішньою поверхнею розміщена між точковим джерелом світла S і екраном. Визначити внутрішні і зовнішні

радіуси кілець, що з'явилися на екрані, якщо l_1 відстань від джерела до циліндра, l_2 відстань від циліндра до екрана.

Розв'язування: Розглянемо випадок, коли $l_1 < l_2 < l_1 + h$. В центрі екрана з'являється яскрава пляма NN_1 , оскільки на поверхню кола радіуса $ON = r_N$ падають промені від джерела і промені, відбиті від внутрішньої поверхні циліндра, причому, як видно з рис.4, відбиті промені перекриваються і накладаються на екрані

$$r_N = r_0 - l_2 \operatorname{ctg} \alpha.$$

З $\triangle ALN \operatorname{ctg} \alpha = LN/l_2 \quad \square \quad LN = l_2 \operatorname{ctg} \alpha.$

Далі від центра O на екрані буде кільце з внутрішнім радіусом r_N і зовнішнім r_L , рівним

$$r_L = (l_2 + h - l_1) \operatorname{ctg} \alpha_1,$$

менш яскраве, ніж центральна пляма, оскільки на поверхню цього кільця падає потік від джерела і відбитий потік. Наступне кільце з внутрішнім радіусом r_L і зовнішнім

$$r_K = r_0 + l_2 \operatorname{ctg} \alpha_2,$$

буде ще менш яскравим, оскільки на поверхню цього кільця падає потік тільки від джерела. Потім спостерігається темне кільце. Промені, що йдуть від джерела між променями SK і SM , відбиваються від внутрішньої поверхні циліндру і не потрапляють на екран. Внутрішній і зовнішній радіуси темного кільця відповідно рівні r_K і r_M

$$r_M = (l_1 + h + l_2) \operatorname{ctg} \alpha_1.$$

При $r > r_M$ циліндр вже не впливає на освітленість екрана, і освітленість плавно зменшується до краю екрана.

Задача 5. Плоске дзеркало обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі циліндричного екрана. З якою швидкістю v переміщається "зайчик" по екрану, якщо вісь обертання лежить в площині дзеркала, а промінь, який падає від джерела світла, розташованого на поверхні екрану,

перпендикулярний до цієї осі? Радіус екрану R .

Розв'язування: На рис.5 S – джерело світла; S_1 і S_2 – положення “зайчика” відповідно в початковий момент часу і через довільний час t ; A і B – положення нормалей до дзеркала в ці ж моменти часу.

За час t дзеркало повернеться на кут $\alpha = \omega t$, а кут повороту відбитого променя буде рівний β . З закону відбивання світла

$$\sphericalangle S_2OB = \sphericalangle BOS = \gamma \text{ і } \sphericalangle S_1OA = \sphericalangle AOS = \delta.$$

Оскільки $\beta = \gamma + \alpha - \delta$, а $\alpha = \gamma - \delta$, то $\beta = 2\alpha$.

Відбитий промінь буде обертатися з кутовою швидкістю $\omega_1 = \beta/t = 2\omega$. Тоді лінійна швидкість переміщення “зайчика” по екрану $v = \omega_1 R = 2\omega R$.

Задача 6. Автомобіль рухається з швидкістю v вздовж довгої стіни, віддаляючись від неї під кутом α . В момент, коли відстань від автомобіля до стіни рівна l_1 , шофер подає короткий звуковий сигнал. Яку відстань пройде автомобіль до моменту, коли шофер почує ехо? Швидкість звуку в повітрі рівна u .

Розв'язування: При відбиванні звуку кут падіння рівний куту відбивання. Тобто, задачу можна розглядати аналогічно оптичній задачі на відбивання світла в плоскому дзеркалі. В момент подачі сигналу зображення джерела звуку буде розташоване симетрично відносно стіни по іншу сторону від неї на відстані l_1 . Замість відбивання звукового сигналу від стіни можна розглядати випускання звуку з точки зображення джерела A_1 . Якщо t – час, через який шофер почує ехо, то за цей час автомобіль пройде шлях vt , а звук – шлях ut . З геометричних побудов (рис. 6) отримуємо рівняння

$$c^2 t^2 = (2l_1 + vt \sin a)^2 + (vt \cos a)^2.$$

Шукана відстань $x = vt$, тоді

$$(u^2/v^2 - 1)x^2 - 4x l_1 \sin a - 4l_1^2 = 0.$$

Звідси,

$$x = \frac{l_2}{u^2/v^2 - 1} \left[\sin a + \sqrt{\left(\frac{u}{v}\right)^2 - \cos^2 a} \right].$$

Задача 7. Світна точка розташована на відстані $h_0 = 0,2$ м від головної оптичної осі вгнутого дзеркала. Її зображення знаходиться на відстані $h_1 = 0,4$ м від тієї ж осі і на відстані $l = 0,5$ м від головного фокуса. Визначити фокусну відстань дзеркала.

Розв'язування: В умові задачі нічого не говориться про те, яким є зображення точки – уявним чи дійсним. Тому потрібно розглянути два випадки:

1. Зображення – дійсне (рис.7а). Світну точку A можна вважати такою, що належить деякому предмету AB , який розташований перпендикулярно до головної оптичної осі дзеркала. Оскільки зображення дійсне, то

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \quad (1)$$

Збільшення, що дає дзеркало

$$k = \frac{h_1}{h_0} = \frac{f}{d}, \quad k = 0,4/0,2 = 2. \quad (2)$$

З рівняння (2) $f = kd = 2d$.

Отже,

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{2d} = \frac{1}{F} \rightarrow d = 1,5F.$$

У нашому випадку $A \square F = l$, $AB = h_0$, $A \square B \square = h_1$.

З трикутника $A \square OF$ знаходимо, що

$$l^2 = h_1^2 + (2d - F)^2. \quad (3)$$

Підставивши у рівняння (3) замість $d = 1,5F$ і розв'язавши його, отримаємо, що $F = 0,15$ м.

2. Зображення – уявне (рис.7 б). Оскільки зображення уявне, то

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{2d} = \frac{1}{F} \rightarrow d = 0,5F.$$

$$f = 2d = F; \quad B'F = F + f = 2F.$$

З трикутника $A \square FB \square$ (рис.76) знаходимо, що $F = 0,15\text{м}$.

Задача 8. Визначте збільшення, яке дає опукле дзеркало з радіусом кривизни $R = 40$ см, якщо предмет знаходиться на відстані $d = 10$ см від дзеркала.

Розв'язування: Використовуючи формулу сферичного дзеркала, визначимо відстань f

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = -\frac{2}{R}.$$

У задачі d – додатна величина, оскільки напрям відрізка d співпадає з напрямом відбитого променя, радіус кривизни – величина від'ємна, тоді

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{f} = -\frac{2}{R},$$

$$\frac{1}{f} = -\frac{3}{20}, \quad f \cong -6,6\text{см},$$

тобто зображення знаходиться зліва від дзеркала.

Для побудови зображення скористаємося наступними променями (рис.8).

1. Промінь, що йде від точки предмета паралельно до оптичної осі, після відбивання йде в такому ж напрямку, що його уявне продовження проходить через фокус, який лежить на цій осі.
2. Промінь, що проходить через оптичний центр дзеркала, після відбивання йде по тій же прямій, але в протилежному напрямі. Знайдемо лінійне збільшення дзеркала

$$k = \frac{f}{d} = \frac{-6,6}{10} = -0,66.$$

Зображення уявне, зменшене і пряме, знаходиться за дзеркалом.

Задача 9. Якщо сферичне дзеркало має значний кутовий отвір α , то промінь, що йде паралельно оптичній осі і падає на край дзеркала, після відбивання від дзеркала перетне

оптичну вісь в точці A на деякій відстані від фокуса. Відстань AF – поздовжня аберація, FH – поперечна аберація. Вивести формулу, яка пов'язує ці величини з радіусом дзеркала R і величиною кутового отвору α сферичного дзеркала.

Розв'язування: Позначимо поздовжню аберацію через x , а поперечну – через y . Тоді з рівнобедреного трикутника OAM отримаємо

$$OA = \frac{R}{2 \cos \alpha},$$

де $R = OM$ – радіус кривизни дзеркала. З рис.9 випливає, що

$$x = AF = OA - OF = OA - \frac{R}{2} = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right).$$

З отриманої формули видно, що $x = 0$ тільки при $\cos \alpha = 1$, тобто при $\alpha = 0$.

Поперечна аберація

$$y = FH = x \operatorname{tg} \angle HAF,$$

але $\angle HAF = 2\alpha$ (як зовнішній кут трикутника AOM), звідки

$$y = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \operatorname{tg} 2\alpha.$$

При $\alpha = 0$ $\cos \alpha = 1$, $\operatorname{tg} 2\alpha = 0$, $y = 0$.

З отриманого розв'язку видно, що сферичне дзеркало не збирає відбиті промені в одну точку. Тільки якщо дзеркало має малі розміри в порівнянні з радіусом кривизни, можна приблизно вважати, що всі відбиті промені сходяться в одній точці. Тому на практиці використовують параболічні дзеркала, у яких промені, що падають паралельно осі, збираються в одній точці – фокусі параболоїда.

Задача 10. За допомогою угнутого дзеркала отримують зображення двох точкових джерел A і B . Одне з них розташоване на оптичній осі на відстані $(4/3)F$ від дзеркала, інше зміщене від осі на невелику відстань так, що лінія, яка з'єднує обидва джерела, утворює з оптичною віссю кут $\varphi = 60^\circ$. Під яким кутом

ϕ до оптичної осі (рис.10) потрібно розташувати плоский екран, щоб одночасно отримати на ньому чіткі зображення обох джерел ?

Розв'язування: Зображення точки A , що лежить на оптичній осі, буде в точці A_1 (рис.10а), причому

$$b = \frac{aF}{a - F} . \quad (1)$$

Зображення B_1 джерела B , зміщеного відносно оптичної осі, буде знаходитися на відстані b_1 від лінзи

$$b_1 = \frac{a_1 F}{a_1 - F} . \quad (2)$$

Звідки

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{x}{a - a_1} \quad \text{і} \quad \operatorname{tg}\phi = \frac{y}{b_1 - b} , \quad (3)$$

де x і y , відповідно, відстані джерела B і зображення B_1 від оптичної осі. Далі відмітимо, що

$$\frac{y}{x} = \frac{b_1}{a_1} . \quad (4)$$

Використовуючи рівняння (3) і (4), маємо

$$\frac{\operatorname{tg}\phi}{\operatorname{tg}\phi} = \frac{b_1(a - a_1)}{a_1(b_1 - b)} . \quad (5)$$

Підставляючи в (5) значення b і b_1 з формул (1) і (2), після нескладних перетворень, отримаємо

$$\frac{\operatorname{tg}\phi}{\operatorname{tg}\phi} = \frac{a - F}{F} = \frac{1}{3} . \quad (6)$$

Оскільки $\operatorname{tg}\phi = \sqrt{3}$, то $\operatorname{tg}\phi = 1/\sqrt{3}$, звідки $\phi = 30^\circ$. Обчислимо тепер відстань b з формули (1)

$$b = \frac{4}{F} .$$

Отже, якщо розташувати екран під кутом 30° до

оптичної осі так, щоб він перетинав її в точці $b = 4/F$, то зображення обох джерел будуть різкими.

Задача 11. На сферичне дзеркало радіуса $R = 5$ см падають паралельно оптичній осі два промені - один проходить від осі на відстані $h_1 = 0,5$ см, другий на відстані $h_2 = 3$ см. Визначте відстань Δx між точками, в яких ці промені перетинають оптичну вісь після відбивання від дзеркала.

Розв'язування: Нехай O – центр сферичної поверхні дзеркала, AB – промінь, який падає на відстані BE від осі дзеркала $OB = R$ (рис.11).

З прямокутного трикутника OBE знайдемо, що $\sin \alpha = h/R$. Трикутник OBC рівнобедрений, оскільки $\angle ABO = \angle OBC$ за законом відбивання, то $\angle BOC = \angle ABO$ як внутрішні різносторонні кути. Звідки $OD = DB = R/2$. З трикутника ODC (C - точка перетину відбитого від дзеркала променя з оптичною віссю) знаходимо

$$x = \frac{R}{2 \cos \alpha} = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - h^2}}$$

Для променя, який проходить на відстані h_1 , оскільки $h_1^2 \ll R^2$, $x_1 \approx \frac{R}{2}$ з похибкою близько 0,5%. Для променя, який проходить на відстані h_2 , відстань $x_2 = 3,125$ см. Остаточоно отримаємо

$$\Delta x = x_2 - x_1 \approx 0,6 \text{ см} \neq 0.$$

Задача 12. Вгнуте сферичне металеве дзеркало, що направлене на Сонце, зібрало світло в точку, розташовану на осі дзеркала на відстані l_1 від його центру. Температура дзеркала була при цьому рівна t_1 . На якій відстані від центру дзеркала буде знаходитись зображення після того, як дзеркало нагріється до температури t_2 ? Поліус дзеркала закріплений, а температурний коефіцієнт лінійного розширення металу рівний α .

Розв'язування: Внаслідок теплового розширення зміниться фокусна віддаль F , яка рівна половині радіусу дзеркала. Нехай F_0 – фокусна віддаль при 0°C , тоді

$$l_1 = F_1 = F_0(1 + at_1), \quad \text{а} \quad F_0 = \frac{l_1}{1 + at_1},$$

відповідно

$$l_2 = F_2 = F_0(1 + at_2).$$

Таким чином,

$$l_2 = \frac{1 + at_2}{1 + at_1} l_1;$$

або

$$l_2 = l_1 [1 + a(t_2 - t_1)].$$

Задача 13. Вказаний хід променя 1 після відбивання від вгнутого дзеркала. Визначити напрямок променя 2 після відбивання.

Розв'язування: Щоб побудувати хід променя 2 після відбивання від дзеркала, необхідно знати положення його характерних точок F і O дзеркала. Візьмемо (рис.12) на промені 1 точку S і побудуємо симетричну їй точку S' . Промінь SP після відбивання перетинає промінь 1 в деякій точці S'' , яка є зображенням точки S . Паралельний до головної оптичної осі промінь SA , після відбивання, перетинає головну оптичну вісь у фокусі F . Якщо відоме положення фокусу, можна визначити положення оптичного центра O . Проведемо з точки відбивання променя 1 паралельно променю 2 побічну оптичну вісь, яка перетинається з фокальною площиною дзеркала в точці M . Промінь 2 після відбивання від дзеркала пройде через точку M .

Задача 14. Точка S' є зображення точкового джерела світла S в сферичному дзеркалі (рис.13), головна оптична вісь якого N_1N_2 . Знайти побудовою положення центра дзеркала і його фокуса.

Розв'язування: Скориставшись тим, що промінь, який падає на

дзеркало в його полюсі, відбивається симетрично відносно головної оптичної осі, побудуємо симетричну з S точку S' і проведемо відрізок SS' до перетину з віссю в точці P (рис.13а). Побудуємо промінь SS' і продовжимо його до перетину з головною оптичною віссю в точці O . Ця точка буде полюсом дзеркала. Оптичний центр C дзеркала знайдемо як точку перетину променя SS' з віссю N_1N_2 . Фокус знайдемо побудовою променя SM , паралельного осі N_1N_2 , який відбившись, повинен пройти через фокус F (лежить на оптичній осі дзеркала) і через S' .

Задача 15. Відомо розміщення предмета AB і його зображення $A'B'$ (рис.14). Знайти положення дзеркала і його фокус.

Розв'язування: Алгоритм розв'язування аналогічний до попередньої задачі.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Промінь світла падає на поверхню плоского дзеркала. Дзеркало повернули на кут φ навколо осі, яка лежить в його площині і проходить через точку падіння променя. На який кут повернувся при цьому відбитий промінь, якщо кут падіння до повороту дзеркала відмінний від нуля?

Задача 2. На предмет AB висотою h , який поставлений на плоскому дзеркалі, падає паралельний пучок променів. Визначити розмір геометричної тіні на екрані.

Задача 3. В кімнаті довжиною L і висотою H висить на стіні плоске дзеркало. Людина дивиться в нього, перебуваючи на відстані l від стіни, на якій воно висить. Яка повинна бути найменша висота дзеркала, щоб людина могла бачити стіну за своєю спиною по всій висоті?

Задача 4. Людина наближається до дзеркала з швидкістю 1 м/с . З якою швидкістю вона наближається до свого зображення?

Задача 5. На шляху променя, який падав перпендикулярно на екран, поставили невелике плоске дзеркало таким чином, щоб кут падіння променя на нього становив 88° . Як змінилось положення світлої плями на екрані, якщо відстань від дзеркала до екрана $0,5\text{ м}$?

Задача 6. Як розмістити два плоских дзеркала, щоб при будь-якому куті падіння падаючий промінь і промінь відбитий від двох дзеркал, були паралельними один одному?

Задача 7. Лазерна установка, що дає вузький пучок світла, обертається у вертикальній площині з постійною кутовою швидкістю ω . Визначити залежність висоти місцезнаходження плями на прямій стіні від часу, враховуючи скінченність швидкості поширення світла. У початковий момент часу лазерна установка розташована горизонтально, відстань від неї до стіни рівна L .

Задача 8. Довести, що для отримання зображення людини у повний зріст в плоскому дзеркалі висота дзеркала

повинна бути не менше половини зросту людини.

Задача 9. Угнуте сферичне дзеркало дає дійсне зображення, яке в два рази менше від предмета. Визначити фокусну відстань F дзеркала, якщо відстань між предметом і його зображенням $l = 75$ см.

Задача 10. Діаметр фотосфери Сонця $D = 1,39 \cdot 10^6$ км, відстань від Сонця до Землі в середньому складає $L = 1,50 \cdot 10^8$ км. Відстань від центра Місяця до поверхні Землі змінюється від $l_1 = 3,57 \cdot 10^5$ км до $l_2 = 3,99 \cdot 10^5$ км. Визначити, при яких умовах сонячне затемнення буде повним і при яких кільцеподібним, якщо діаметр Місяця $d = 3,48 \cdot 10^3$ км.

Задача 11. Світна точка розташована на відстані $h_0 = 0,2$ м від головної оптичної осі вгнутого дзеркала. Її зображення знаходиться на відстані $h_1 = 0,4$ м від тієї ж осі і на відстані $l = 0,5$ м від головного фокуса. Визначити фокусну відстань дзеркала.

Задача 12. У фокусі сферичного дзеркала прожектора розміщене джерело світла у вигляді диску радіусом $r = 1$ см. Знайти діаметр освітленої плями на стіні на відстані 50 м від прожектора, якщо фокусна відстань сферичного дзеркала $F = 40$ см, а діаметр дзеркала 1 м.

Задача 13. Предмет висотою $h = 5$ см знаходиться на відстані $a = 12$ см від угнутого дзеркала з фокусною відстанню $F = 10$ см. Визначити положення і розмір зображення.

Задача 14. Угнуте сферичне дзеркало дає дійсне зображення, яке в три рази більше предмета. Визначити фокусну відстань дзеркала, якщо відстань між предметом і його зображенням $l = 20$ см.

Задача 15. Збіжні промені падають на угнуте дзеркало з радіусом кривизни $R = 60$ см так, що їх продовження перетинаються на осі дзеркала в точці S на відстані $a = 15$ см за дзеркалом. На якій відстані від дзеркала зійдуться ці промені після відбивання від дзеркала? Чи буде точка їх перетину дійсною?

Задача 16. Збіжні промені падають на опукле дзеркало з радіусом кривизни $R = 60$ см так, що їх продовження перетинаються на осі дзеркала на відстані $a = 15$ см за дзеркалом. На якій відстані від дзеркала зйдуться ці промені після відбивання? Чи буде точка їх перетину дійсною? Розв'язати задачу для випадку $R = 60$ см і $a = 40$ см.

Задача 17. Збіжний пучок променів падає на опукле дзеркало так, що точка перетину продовження цих променів знаходиться на осі дзеркала на відстані 20 см від нього. Після відбивання ці промені перетинають оптичну вісь на відстані 0,6 м від дзеркала. Знайти фокусну відстань дзеркала.

Задача 18. Людина дивиться в угнуте сферичне дзеркало і бачить пряме зображення свого ока. Кутовий розмір цього зображення в 1,5 рази більший кутового розміру зображення, яке б отрималось в плоскому дзеркалі, що розміщене на такій же відстані, рівній 20 см. Знайти радіус кривизни дзеркала.

Задача 19. Внутрішня поверхня конуса, яка покрита дзеркальним шаром, утворює конічне дзеркало. Вздовж осі конуса, всередині нього, натягнута тонка світна нитка. Визначте мінімальний кут α розтрубу конуса, при якому промені, що йдуть від нитки, будуть відбиватись від поверхні конуса не більше одного разу.

Задача 20. Чому рівна величина зображення Сонця в кульці від підшипника діаметром 4 мм? Діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^6$ км, а відстань до нього $150 \cdot 10^6$ км.

Задача 21. Чому рівні повздовжній (відносно осі циліндра) і поперечний кутові розміри зображення Сонця в полірованому металевому прутку діаметром 4 мм? Діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^6$ км, а відстань до нього $150 \cdot 10^6$ км.

Тема 3. Заломлення світла

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§ 4.3 - 4.5.
2. Білий М.У., Скубенко А.Ф. Загальна фізика. Оптика. - К.: Вища школа, 1987. - С. 202-218.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976. - §§ 91,92.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. - М.: Наука, 1985. §24.
5. Фізичний практикум під ред. В.П.Дущенко. - К.: Вища школа, 1984. - С. 174 -176.
6. Беднарчук Д.Й. Фізичний практикум. - Рівне: РДПШ,1993. - С.32-35.
7. Загальна фізика: Збірник задач: Навч. Посібник / В.М. Барановський, П.В. Бережний, П.О. Возний та ін.; За заг.ред. І.Т. Горбачука. - .: Вища школа, 1993. - С. 190-197.

Конспект основних питань

Закони заломлення світла. Атмосферна рефракція. Повне внутрішнє відбивання. Заломлення світла в плоскопаралельній пластинці та призмі.

Закони заломлення світла

В основу геометричної оптики, як уже відомо, покладено уявлення про світловий промінь, що поширюється прямолінійно в однорідному середовищі (речовині). В геометричній оптиці розглядають утворення зображень в оптичних системах, яке ґрунтується на застосуванні теорем геометрії та відомих законів відбивання і заломлення світла. Явище заломлення світла описується двома законами:

1. Промінь падаючий, заломлений і нормаль, поставлена до межі поділу середовищ в точці падіння променя, лежать в одній площині.
2. Відношення синуса кута падіння α до синуса кута

заломлення β (рис.1) є величина стала, яка залежить лише від оптичних властивостей середовищ, які межують і називається показником заломлення n_{21} другого середовища відносно першого

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (3.1)$$

де α – кут між нормаллю і падаючим променем, β – кут між нормаллю і заломленим променем. Якщо промінь світла переходить з вакууму ($n_{\text{вакуум}} = 1$) в інше середовище, то відношення $n = n_2/n_{\text{вакуум}} = n_2$ називається **абсолютним показником заломлення** середовища. При поширенні променя з середовища, абсолютний показник заломлення якого n_1 , в середовище з абсолютним показником заломлення n_2 , їх відношення називається **відносним показником заломлення** другого середовища відносно першого

$$n_{21} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.2)$$

При переході променя з середовища менш оптично густо го в середовище з більшою оптичною густиною (рис.1а), заломлений промінь наближається до нормалі ($\beta < \alpha$), при зворотному ході променя навпаки: кут падіння буде меншим від кута заломлення.

Оптична густина середовища визначається добутком абсолютного показника заломлення середовища n на його густину, тобто ця величина дорівнює $n \cdot \rho$.

Із двох середовищ, які мають різні показники заломлення, середовище з меншим показником називається оптично менш густим, а середовище з більшим показником – оптично більш густим. Оптично однорідним є середовище, у всіх точках якого оптична густина (показник заломлення) однакова.

Земна атмосфера є оптично неоднорідним

середовищем: її показник заломлення неперервно зменшується в міру збільшення висоти над земною поверхнею. Завдяки цьому світловий промінь, що проходить в атмосфері, ніби проходить через безліч тонких паралельних (один одному і земній поверхні) шарів, показник заломлення яких зменшується із збільшенням висоти шару. На межі розділу кожної пари таких шарів виникає заломлення променя за законом заломлення (3.1). В результаті промінь світла в атмосфері викривлюється і отримується поверненим випуклістю уверх (від Землі). Це явище називається рефракцією світла в атмосфері.

Рефракція світла дозволяє бачити об'єкти, які фактично (геометрично) знаходяться за горизонтом. Чим сильніша рефракція, тим більш віддалені за горизонт об'єкти можна спостерігати.

При переході з другого середовища в перше, промені падаючий і заломлений змінюють напрямок на протилежний і промінь йде по тому ж шляху, в зворотному напрямі, тобто світлові **промені оборотні** (рис.2 а, б). Відбивання світла теж можна розглядати як заломлення, при цьому вважають, що промінь переходить з середовища з показником заломлення n , в середовище з показником заломлення $(-n)$.

В різних середовищах світло поширюється з різною швидкістю. Чим менша швидкість поширення світла в середовищі, тим більшу оптичну густину воно має і абсолютний показник заломлення речовини рівний відношенню швидкості світла c у вакуумі до швидкості світла v в даній речовині, тобто

$$n = \frac{c}{v}. \quad (3.3)$$

У 1850 році Гюйгенс показав, що відносний показник заломлення дорівнює відношенню швидкостей поширення світла в обох середовищах

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (3.4)$$

В довідниках наводиться величина показника заломлення для світлових хвиль довжиною 0,59 мкм (жовте світло). Абсолютний показник заломлення повітря рівний $1,003 \approx 1$.

Слід також торкнутись ще одного питання, пов'язаного із заломленням світла. Мова йде про два оптичні явища: 1) рефракція світла в атмосфері – це явище визначає своєрідний лінзовий ефект атмосфери Землі або іншої планети (випромінювання, що йде до Землі від далеких космічних джерел, може фокусуватись земною атмосферою, яка діє як своєрідна лінза, що має форму сфери діаметром більшим від 10000км); 2) викривлення сонячних променів в гравітаційному полі, внаслідок такого викривлення можна спостерігати при повному сонячному затемненні деякі зірки, які в цей час знаходяться за краєм сонячного диску. Це і є своєрідна космічна лінза, яка ще може називатись гравітаційною. Така гравітаційна лінза створюється галактикою, що розташована між Землею і квазаром (крайні далекі космічні об'єкти, від який поширюється досить сильне випромінювання).

Повне внутрішнє відбивання

Звичайно, при заломленні світла, частина світлового пучка дзеркально відбивається від межі поділу обох середовищ (рис 1б). При переході світла з більш оптично густого середовища в менш оптично густе, починаючи з деякого кута падіння, вся світлова енергія відбивається від межі поділу цих середовищ в більш оптично густе. Це оптичне явище називається **повним внутрішнім відбиванням світла**.

Граничному куту - найменшому куту падіння α_0 (рис1б), при якому відбувається повне внутрішнє відбивання, відповідає кут заломлення, що рівний 90° , і заломлений промінь ковзає по поверхні поділу середовищ (рис.1б), його інтенсивність I практично дорівнює нулю, тому вся світлова енергія

відбивається в перше середовище під тим же кутом α_0 . Нехай n – показник заломлення даного середовища відносно повітря. Тоді

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}, \quad \text{а} \quad \sin \alpha_0 = \frac{1}{n}. \quad (3.5)$$

Якщо друге середовище не повітря (газ), то

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.6)$$

Повне внутрішнє відбивання застосовується в тригранній **поворотній** призмі (рис.3а), яка змінює напрямок променя на 90° , і в **обертаючій**, або в **оборотній** призмі (рис.3б), що повертає пучок променів навколо осі на 180° . У цих призмах один двогранний кут рівний 90° , а кожний з двох інших – 45° . Остання призма застосовується для отримання прямого зображення в оптичних приладах.

Наведемо значення граничного кута падіння – α_0 в деяких середовищах на межі з повітрям: вода – 49° , скло (легкий крон) – 40° , скло (важкий флінт) – 34° , алмаз – 24° .

Явище повного внутрішнього відбивання дозволяє пояснити виникнення міражів.

Оптичний прилад, який служить для вимірювання кута заломлення і заснований на явищі повного відбивання, називається рефрактометром. В останній час явище повного відбивання застосовується у волоконній оптиці.

Заломлення світла в плоскопаралельній пластинці та призмі

На (рис.4) представлений поперечний переріз прозорої плоскопаралельної пластинки. **Плоскопаралельною пластинкою** називається прозора оптична деталь круглої або прямокутної форми, обмежена з протилежних боків шліфованими плоскими поверхнями, які є паралельними. Промінь падає з повітря на пластинку під кутом α . Він заломлюється в точці A під кутом β , причому

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad (3.7)$$

де n – показник заломлення речовини пластинки відносно повітря. На другу площину, що обмежує пластинку, промінь падає під кутом β і, заломлюючись в точці B , виходить в повітря під кутом α' . Тому

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha'} = \frac{1}{n}. \quad (3.8)$$

Помноживши почленно формули (3.7) і (3.8), отримаємо

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = 1, \quad (3.9)$$

або

$$\alpha = \alpha'.$$

Отже, пройшовши через плоскопаралельну пластинку, промінь не змінює свого напрямку, а лише зміщується. BE називається поздовжнім зміщенням, а BC – поперечним. Поперечне зміщення BC променя тим більше, чим більша товщина d пластинки і кут падіння α , а саме

$$BC = l = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}. \quad (3.10)$$

Якщо на плоскопаралельну пластинку падає паралельний пучок променів, то спричинене нею зміщення променів у поперечному напрямку вздовж оптичної осі не має особливого впливу на оптичну систему. У випадку збіжного, або розбіжного пучка це приводить до зміщення зображення і порушує юстування оптичних елементів приладу.

На (рис.5) показаний поперечний переріз тригранної призми. Її грані CA і AB називаються **заломлюючими**. Між ними знаходиться **заломлюючий кут** A . Напроти заломлюючого кута лежить основа призми CB . Промінь світла падає на одну із заломлюючих граней AB і, пройшовши через призму, двічі заломлюється. Виходячи з призми, він відхиляється від свого первинного напрямку на кут δ . Кут між

напрямами променя, який падає на призму, і променя, що вийшов з неї, називається **кутом відхилення**. Його величина залежить від заломлюючого кута A призми і від кута падіння α променя на заломлюючу грань призми. Предмет, який ми спостерігаємо через тригранну призму, здається зміщеним до вершини заломлюючого кута, оскільки призма, показник заломлення якої більший показника заломлення навколишнього середовища, відхиляє промені до своєї основи. Умова найменшого відхилення

$$\delta = \alpha + \alpha_0 - A \quad (3.11)$$

Така умова виконується у випадку, якщо промінь проходить призму симетрично, тобто поширюється паралельно її основи.

При малому куті A , в декілька градусів, призму називають **клином**. Тоді

$$\delta = (n - 1)A \quad (3.12)$$

Оптичний клин застосовується для вимірювання кутів (дальноміри), для юстування оптичних приладів, тощо.

Призми широко використовують в спектральних приладах для розділення світла в спектр, тобто на монохроматичні пучки. Чим коротша довжина світлової хвилі, тим більший показник заломлення для променя світла відповідного кольору, тим в більшій мірі цей промінь відхиляється призмою до її основи. Отже, різного кольору промені будуть відхилятися призмою на різні кути.

Кут D між променями, що відповідають крайнім кольорам дисперсійного спектру, називають кутом дисперсії; від нього залежить ширина спектру

$$D = \delta_2 - \delta_1 = (n_2 - n_1)A, \quad (3.13)$$

де n_2 і n_1 – показники заломлення призми для фіолетового і червоного кольорів.

Вся різноко- льорова смуга на екрані називається **призматичним дисперсійним спектром** (рис.6).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

Назва роботи: Визначення показника заломлення скла з допомогою мікроскопа.

Мета роботи: Вивчити будову мікроскопа і з його допомогою визначити показник заломлення скла.

Прилади і матеріали: Мікроскоп типу МБР-1, набір скляних пластинок різної товщини, мікрометр, освітлювач.

Завдання УДРС: Провести вимірювання розмірів дрібного предмета у воді.

Опис експериментальної установки та порядок виконання роботи

В даній роботі пропонується визначити показник заломлення скла відносно повітря. Оскільки різниця між швидкістю поширення світла у вакуумі та швидкістю поширення світла у повітрі незначна, то знайдений показник заломлення n можна вважати абсолютним показником заломлення скла.

Якщо дивитись зверху на предмет, який знаходиться під скляною пластинкою, то внаслідок заломлення світла у склі, предмет здається розміщеним дещо вище, ніж в дійсності. Встановимо залежність між показником заломлення скла n , товщиною пластинки d і величиною уявного підняття a предмета A , що знаходиться на нижній поверхні пластинки. При цьому будемо вважати, що око спостерігача знаходиться на нор малі до площини, яка проходить через точку B . Розглянемо хід променя (рис. 1), що направлений під малим кутом до нормалі. Заломлюючись у точці B , він виходить у повітря під кутом, що визначається з виразу

$$n = \frac{\sin r}{\sin i}.$$

Спостерігачу здається, що розглядуваний промінь, а також промені близькі до нормалі, виходять з точки зору E . Величина фіктивного підняття дорівнює різниці $CA - CE = a$.

З трикутників CBE і CBA знаходимо:

$$\operatorname{tgr} = \frac{CB}{d-a}; \quad \operatorname{tgi} = \frac{CB}{d}.$$

Звідки

$$\frac{\operatorname{tgr}}{\operatorname{tgi}} = \frac{CB}{d-a} \cdot \frac{d}{CB} = \frac{d}{d-a}.$$

При малих кутах відношення тангенсів можна замінити на відношення синусів

$$\frac{\operatorname{tgr}}{\operatorname{tgi}} \approx \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{d}{d-a}. \quad (1)$$

Скориставшись формулою (1), одержимо

$$n = \frac{d}{d-a}.$$

Таким чином, щоб визначити показник заломлення, досить знати товщину пластинки d і величину фіктивного підняття, яка вимірюється за допомогою мікроскопа з мікрометричним переміщенням тубуса. Потрібно мати на увазі, що об'єкт повинен знаходитися в центрі поля зору. При виконанні завдання УДРС варто пам'ятати, що відносний показник заломлення скла відносно води дорівнює відношенню швидкості світла в середовищі, в якому світло поширювалось (вода), до швидкості світла в середовищі, в яке воно переходить після заломлення (скло)

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (2)$$

1 спосіб

1. Наносимо на пластинку два взаємно перпендикулярні штрихи: один – зверху, другий – знизу.
2. Вимірюємо мікрометром дійсну товщину скляної пластинки в місці нанесення штрихів.
3. Закріплюємо на столику мікроскопа під об'єктивом пластинку так, щоб обидва штрихи перетинали оптичну

вісь приладу і визначаємо уявну товщину скляної пластинки d .

4. Переміщуючи тубус, добиваємося чіткого зображення штриха, нанесеного на верхню поверхню пластинки. Записуємо відлік мікрометричного гвинта і вважаємо його за нульову поділку (від цієї поділки роблять подальші відліки).
5. Опускаємо тубус мікроскопа гвинтом мікрометричного фокусування до отримання чіткого зображення штриха на нижній поверхні пластинки. Фіксуємо новий відлік мікрометричного гвинта.
6. Очевидно, що

$$d - a = (N \cdot z + 0,0002 \cdot M) \text{ мм},$$

де N – число повних обертів гвинта барабану; $z = 0,002 \square 50 = 0,1$ – крок гвинта; 50 – число поділок в одному повному оберті барабану; $0,002$ ціна поділки гвинта барабану (мм); M – число поділок в неповному оберті барабану.

7. Визначаємо показник заломлення скла за формулою

$$n = \frac{d}{d - a}.$$

8. Вимірювання дійсної і уявної товщини пластинки проводимо не менше 3-х разів і визначаємо середнє значення показника заломлення.
9. Одержані дані заносимо в звітну таблицю.

2 спосіб

1. На предметний столик мікроскопа покласти скляну пластинку з нанесеною на ній точкою і добитись різкого зображення точки.
2. На дану пластинку кладемо пластинку, показник заломлення якої вимірюємо, і відновлюємо різкість зображення точки. Показник заломлення в цьому випадку визначається за формулою

$$n = \frac{d}{d - h},$$

де h – переміщення тубуса, d – товщина пластинки.

3. Дослід повторюємо тричі, а результати заносимо у звітну таблицю.

№ з/ п	1 спосіб			2 спосіб		
		$d, \text{мм}$	$d - a,$ мм	n	$d, \text{мм}$	$d - h,$ мм

Контрольні питання

- У чому полягає явище заломлення світла?
- Сформулювати закони заломлення світла. Який фізичний зміст показника заломлення світла?
- Що називається відносним і абсолютним показником заломлення?
- Чому при розгляданні предмета через плоску скляну пластинку він здається розміщеним ближче?
- Пояснити принцип оборотності світлових променів.
- Який зв'язок існує між абсолютним показником заломлення речовини і швидкістю поширення світла в цій речовині ?
- Яке явище називається повним внутрішнім відбиванням?
- Що таке граничний кут ?
- Чи можна спостерігати явище повного внутрішнього відбивання при падінні світлового променя з повітря на скло?
- Накреслити хід променя в тригранній призмі із заломлюючим кутом в 90° , що повертає промінь на 90° .
- Чи можна за допомогою тригранної призми повернути промінь на 180° ?
- Що відбувається з променем, який проходить через плоско паралельну пластинку?
- Як треба направити промінь на плоско паралельну

пластинку, щоб він не змістився, пройшовши крізь неї ?

14. Накреслити хід променя, що падає з повітря на заломлюючу грань скляної тригранної призми.
15. Чим пояснюється розкладання скляною призмою променя білого світла в спектр?
16. На основі яких міркувань та розрахунків визначається показник заломлення в даній роботі?

Методичні вказівки і поради

Задачі на заломлення світла на плоскій межі двох середовищ розв'язують на основі загальної формули другого закону заломлення з використанням законів і формул геометрії, а також за допомогою тригонометричних перетворень. Передусім необхідно зробити креслення, при цьому встановлюють за даними умови задачі, чи переходить світловий промінь з оптично менш густого середовища в більш оптично густе або навпаки. Після того як зроблено креслення, записують другий закон заломлення для кожного переходу променя з одного середовища в інше і складають допоміжні рівняння на основі даних умови задачі. Розв'язують отриману систему рівнянь відносно невідомої величини.

Задачі на використання законів заломлення потрібно розв'язувати, дотримуючись наступного алгоритму:

1. зробити креслення, вказавши на ньому хід променів, що йдуть з одного середовища в інше;
2. поставити перпендикуляри до межі поділу двох середовищ в точках падіння променів;
3. відмітити кути падіння і заломлення;
4. записати закон заломлення світла для кожної з розглядуваних меж поділу середовищ;
5. дописати необхідні рівняння, використовуючи початкові дані задачі;
6. розв'язати отримане рівняння (систему рівнянь), зробити обчислення і оцінити реальність результату.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Згідно з принципом Ферма, час, необхідний для поширення світла від однієї точки простору до іншої, повинен бути мінімальним. Приймавши принцип Ферма за вихідне положення, вивести з нього закони відбивання і заломлення світла.

Розв'язування: Згідно з принципом Ферма, світло в

однорідному середовищі повинне поширюватися прямолінійно, оскільки пряма є найкоротша відстань між двома точками. Нехай промінь світла з точки A , після заломлення на плоскій межі поділу двох середовищ (рис.1), потрапляє в точку B . Проведемо через точки A і B площину, перпендикулярну до межі поділу (площина падіння). Хід променя світла повинен співпадати з цією площиною, тобто промінь повинен пройти через точку O . Будь-який інший шлях, наприклад шлях $AO'B$, що лежить поза площиною падіння, вимагає для проходження світла більше часу, ніж шлях AOB ($AO' > AO$ і $O'B > OB$). В площині падіння повинен лежати також і відбитий промінь OC .

Отже, відбитий і заломлений промені лежать в площині падіння.

Нехай площина падіння співпадає з площиною креслення; вкажемо на ній падаючий (AO), відбитий (OC) і заломлений (OB) промені (рис.1). Виберемо осі координат XOY , причому вісь OX повинна пройти вздовж межі поділу двох середовищ. Укажемо координати точок A , B , C і O .

Позначимо швидкості світла в першому і другому середовищах через v_1 і v_2 . Тоді час поширення світла по шляху AOB є

$$t = \frac{AO}{v_1} + \frac{OB}{v_2},$$

або

$$t = \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(x_3-x)^2 + y_3^2}}{v_2}.$$

Умову, що визначає, при якому значенні x цей час є мінімальний, можна записати $t'(x) = 0$. Звідки

$$t' = \frac{dt}{dx} = \frac{(x-x_1)}{v_1 \sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}} - \frac{(x_3-x)}{v_2 \sqrt{(x_3-x)^2 + y_3^2}} = 0,$$

тобто

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} - \frac{\sin \beta}{v_2} = 0$$

Звідки

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{const}$$

де n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення першого і другого середовищ.

Аналогічно доводиться закон відбивання світла. Час поширення світла по шляху AOC

$$t = \frac{AO + OC}{v_1} = \frac{1}{v_1} \left(\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2} + \sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2} \right)$$

Згідно з принципом Ферма,

$$t' = \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1} \left(\frac{(x - x_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}} - \frac{(x_2 - x)}{\sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}} \right) = 0$$

Враховуючи, що

$$\sin \alpha = \frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}}, \quad \sin \beta = \frac{x_2 - x}{\sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}},$$

отримуємо закон відбивання світла: кут відбивання β рівний куту падіння α .

Принцип Ферма був сформульований як загальний закон поширення світла (1662 р.) і має більш загальне формулювання, ніж це було визначене самим Ферма. Умова $t' = 0$ є умова екстремуму, тобто дійсний шлях світла повинен відповідати не тільки умові мінімуму, але і умові стаціонарності. Нижче розглядається випадок, коли шлях, який проходить промінь світла, є стаціонарним – однаковим.

Задача 2. Показати, що коли промінь світла виходить з точки A і попадає в точку B після заломлення на плоскій межі поділу двох середовищ, то оптична довжина променя менша оптичної довжини будь-якого іншого шляху, що з'єднує A і B

(рис.2).

Розв'язування: Для того, щоб з усіх шляхів від A до B вибрати шлях, що вимагає мінімального часу проходження, розглянемо, як змінюється час в залежності від положення точки O на лінії перетину площини падіння і площини поділу. Час поширення світла по оптичному шляху AOB рівний

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (r-x)^2}}{v_2},$$

де $AC = a$, $BD = b$, $OC = x$, $CD = r$, а v_1 і v_2 – швидкості світла в 1–му і 2–му середовищах.

Умова мінімуму часу визначиться з умови

$$\frac{dt}{dx} = 0, \text{ тобто } \frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{1}{v_2} \frac{(r-x)}{\sqrt{b^2 + (r-x)^2}} = 0.$$

Оскільки

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sin \alpha, \quad \frac{r-x}{\sqrt{b^2 + (r-x)^2}} = \sin \beta,$$

то

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} - \frac{\sin \beta}{v_2} = 0, \quad \text{або} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}.$$

Таким чином, з принципу Ферма, витікає закон заломлення світлових променів.

Дійсно, оскільки друга похідна

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{1}{v_1} \frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{v_2} \frac{b^2}{(b^2 + (r-x)^2)^{3/2}} > 0,$$

то умова $\frac{dt}{dx} = 0$ відповідає мінімальному часу поширення.

Задача 3. На горизонтальному дні озера глибиною 1,8 м лежить плоске дзеркало. На якій відстані S від місця входження променя у воду цей промінь знову вийде на поверхню води після відбивання від дзеркала? Кут падіння

променя 30° ; $n = 1,33$.

Розв'язування: Нехай промінь світла падає на поверхню водойми в точці A під кутом α (рис.3). На межі поділу двох середовищ промінь заломлюється і кут заломлення дорівнює β . За законом заломлення

$$\sin \alpha / \sin \beta = n_{21}.$$

Заломлений промінь, відбившись у точці C від плоского дзеркала, яке лежить на дні водоймища, вийде з води в точці B . Розглянемо $\triangle ABC$:

$$S = AB = 2htg\beta, \quad tg\beta = \sin \beta / \cos \beta.$$

Виразивши $\sin \beta$ із закону заломлення, отримаємо

$$S = \frac{2h \sin \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} = 1,45 \text{ м.}$$

Задача 4. Уявна глибина водоймища 3 м. Визначте істинну глибину водоймища h_0 . Показник заломлення води $n = 1,33$.

Розв'язування: Промінь, відбитий від деякої точки дна водоймища, заломлюється на межі поділу вода – повітря і потрапляє в око спостерігача, якому здається, що промені йдуть з точки B (рис.4). З трикутника ACD випливає, що $CD = h_0 tg\alpha$, з трикутника BCD маємо $CD = htg\beta$. Звідки

$$h_0 = \frac{htg\beta}{tg\alpha}.$$

З закону заломлення Снеліуса (1618 р.) маємо

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}.$$

Внаслідок малості кутів α і β , можна записати

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{tg\alpha}{tg\beta} = \frac{1}{n}.$$

Остаточо маємо

$$h_0 = nh \approx 4 \text{ м.}$$

Задача 5. Водолаз стоїть на дні озера, глибина якого в даному місці 20 м. Визначте зону видимості дна, внаслідок відбивання від поверхні води, якщо зріст водолаза 1,7 м, а показник заломлення води $n = 1,33$.

Розв'язування: При переході з більш оптично густого середовища (води) в менш оптично густе (повітря) на межі поділу промінь світла частково зазнає відбивання в перше середовище. Найменший кут падіння, при якому настає повне відбивання, називається граничним кутом повного внутрішнього відбивання

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n},$$

де $n = 1,33$ – відносний показник заломлення води. Тому в око водолаза можуть потрапити тільки ті промені, що йдуть від предметів на дні, які зазнають повного відбивання на межі поділу двох середовищ. Це будуть промені, для яких кут падіння більший граничного кута, тобто $\alpha > \alpha_0$.

Нехай точка B лежить на межі зони видимості (рис.5). Всі предмети, які знаходяться ближче точки B , – невидимі, далі точки B – теоретично видимі до нескінченності. Вважаючи l радіусом зони, в якій водолаз не бачить предмети на дні водоймища, отримаємо, що зона видимості буде знаходитися в межах від l до \square .

Тобто

$$l = CB = CD + DB = 2(H - h)\text{tg}\alpha_0 + h\text{tg}\alpha_0 = (2H - h)\text{tg}\alpha_0.$$

Але

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}, \quad \text{tg}\alpha_0 = \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}},$$

відповідно

$$l = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 43,5 \text{ м.}$$

Задача 6. Промінь світла заломився на межі повітря –

скло. При якому куті падіння заломлений промінь утворює з відбитим кут $\gamma = 90^0$?

Розв'язування: За законом заломлення

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

З геометричної побудови (рис.б) слідує

$$\beta = 180^0 - \alpha - \gamma,$$

оскільки за умовою $\gamma = 90^0$, то

$$\beta = 180^0 - 90^0 - \alpha = 90^0 - \alpha,$$

тоді

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(90^0 - \alpha)} = n \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ а } \alpha = \operatorname{arctg} n.$$

Задача 7. Промінь світла переходить з скла “легкий крон” у воду. Кут падіння поступово збільшують. Визначити граничний кут повного внутрішнього відбивання.

Розв'язування: Згідно закону заломлення відношення

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

дорівнює відносному показнику заломлення води

$$\frac{n_2}{n_1}$$

відносно скла n_1 . При граничному куті падіння α_0 кут заломлення рівний 90^0 , тому

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^0} = \frac{n_2}{n_1},$$

або

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1},$$

звідки

$$\alpha_0 = \operatorname{arcsin} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arcsin} 0,847$$

або

$$\alpha_0 \approx 58^\circ .$$

Задача 8. Промінь світла падає з повітря на плоско паралельну пластинку льоду під кутом 45° і заломлюється в ній під кутом 30° . Визначити показник заломлення і граничний кут для льоду. Яка уявна глибина, на якій знаходиться під поверхнею льоду крупинка вугілля, що вмерзла в нього на глибині 1,41 см, якщо промінь зору направлений нормально до цієї поверхні ?

Розв'язування: Показник заломлення льоду

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} .$$

Граничний кут β_0 для льоду знаходимо з співвідношення

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \beta_0} = n ;$$

звідки

$$\beta_0 = \arcsin \frac{1}{n} = \arcsin \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} .$$

Підставляючи дані, отримаємо

$$n = \frac{0,707}{0,5} = 1,41; \quad \beta_0 = \arcsin \frac{0,5}{0,7} = \arcsin 0,7 = 45^\circ ,$$

тобто при переході променя з льоду в повітря граничний кут рівний 45° .

На рис.7 зображений загальний хід променя, що падає під деяким кутом α на поверхню льоду і після заломлення, що йде до крупинки B . Око побачить не крупинку, а її зображення в точці B' . Як видно з рисунку

$$h_1 = \frac{BC}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad h = \frac{BC}{\operatorname{tg} \beta};$$

звідки

$$\frac{h_1}{h} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \sin \alpha} .$$

Замінімо $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$, тоді

$$\frac{h_1}{h} = \frac{\cos \alpha}{n \cos \beta} = \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}.$$

Згідно умови, $\alpha = 0$, отже, і $\beta = 0$. Тому

$$h_1 = \frac{h}{n} = 1 \text{ см.}$$

Задача 9. На плоско паралельну пластинку з показником заломлення n падає промінь світла під кутом α (рис.8), частина світла відбивається, а частина, заломившись, проходить в пластинку, відбивається від її нижньої поверхні і, заломившись повторно, виходить з неї на відстані d . Визначити товщину пластинки h .

Розв'язання: На рис.8 зображений хід променів. Очевидно, що після відбивання від нижньої поверхні пластинки, другий промінь падає на її верхню поверхню під кутом β і після заломлення вийде з пластинки під кутом α , тобто паралельно першому променю.

З $\triangle AEC$ маємо

$$h = EC = \frac{AE}{\text{tg} \beta}.$$

З $\triangle ADB$ сторона

$$AB = \frac{d}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{d}{\cos \alpha}.$$

Повернувшись до виразу для h , отримаємо

$$h = \frac{d}{2\text{tg} \beta \cos \alpha}.$$

Згідно із законом заломлення світла,

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}.$$

В свою чергу

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1 - \sin^2\beta}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

Підставивши значення $\operatorname{tg}\beta$ у виразі для h , остаточно отримаємо

$$h = \frac{d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sin 2\alpha}$$

Задача 10. Перпендикулярно до площини поверхні скляного напівциліндра радіусом R , падають світлові промені. Який по товщині світловий шар проникає через напівциліндр? Показник заломлення скла n .

Розв'язування: На рис.9 приведений розріз напівциліндра в площині, перпендикулярній до осі циліндра, що проходить через точку O . Чим далі від прямої OC розташований падаючий на напівциліндр промінь, тим під більшим кутом він падає на бічну поверхню циліндра. Допустимо, що для променя AB цей кут рівний граничному куту повного відбивання γ_0 . Після заломлення промінь AB буде направлений по дотичній до поверхні напівциліндра. Промені, що проходять вище за промінь AB , будуть зазнавати повного відбивання і з бічної поверхні циліндра не вийдуть. Тому шукана товщина світлового шару $H = 2h$. Із $\triangle ABO$

отримаємо, що $h = R \sin \gamma_0$. Оскільки $\sin \gamma_0 = 1/n$, то $H = \frac{2R}{n}$. Чим більший показник заломлення n , тим меншої товщини шар світла буде проникати через напівциліндр.

Задача 11. Промінь світла падає на передню грань тригранної призми із заломлюючим кутом φ . Після заломлення він потрапляє на задню грань призми і виходить в повітря. Визначити кут відхилення світлового променя δ , якщо кут падіння променя на передню грань рівний α , а показник заломлення матеріалу призми n .

Розв'язування: Хід променя в призмі показаний на рис.10. Як зовнішній кут $\triangle AEC$, кут відхилення

$$\delta = (\alpha - \gamma) + (\alpha_1 - \gamma_1). \quad (1)$$

Крім того, $\angle ABC = \angle ADK = \varphi$ як кути, утворені взаємно перпендикулярними сторонами. Кут ADK є зовнішнім кутом $\triangle ADC$, тому

$$\varphi = \gamma + \gamma_1. \quad (2)$$

Об'єднавши рівняння (1) і (2), отримаємо

$$\delta = \alpha - \varphi + \alpha_1. \quad (3)$$

Згідно із законом заломлення, можна записати

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n \quad ; \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = n.$$

З виразу (2), $\gamma_1 = \varphi - \gamma$, тому

$$\sin \alpha_1 = n \sin(\varphi - \gamma) = n(\sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma). \quad (4)$$

Підставимо в формулу (4) значення

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}.$$

Тоді

$$\sin \alpha_1 = \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \varphi \sin \alpha. \quad (5)$$

З урахуванням рівності (3) і (5), отримуємо вираз для кута δ

$$\delta = \alpha - \varphi + \arcsin(\sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \varphi \sin \alpha).$$

Від'ємне значення δ буде відповідати відхиленню променя вгору по відношенню до початкового.

Задача 12. Рівнобедрена скляна призма з малими заломлюючими кутами α вміщена в паралельний пучок променів, що падають нормально до її основи (рис.11). Коефіцієнт заломлення скла $n = 1,57$, розмір основи $2a = 5$ см. Знайти величину заломлюючого кута α , якщо в середині екрана, розташованого на відстані $L = 100$ см від призми, утвориться темна смуга шириною $2d = 1$ см.

Розв'язування: Поява темної смуги на екрані зрозуміла з побудови, приведеної на рис.12. Пучок паралельних променів, що падають на призму, розділяється на два пучки, кожний з яких відхиляється на деякий кут φ по відношенню до напрямку падаючих пучків (кожен пучок зображений на рис.12). Знайдемо зв'язок між заломлюючим кутом призми α і кутом відхилення променів φ . Для цього досить розглянути заломлення променів на другій поверхні призми. Кут падіння променів на цю поверхню рівний α , кут заломлення $\alpha + \varphi$, отже,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{1}{n}$$

Як видно з рис.12

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a + d}{L} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Кут φ є малим, а отже і кут α буде малим. Замінімо синуси і тангенси малих кутів самими кутами, тоді

$$\frac{\alpha}{\alpha + \varphi} = \frac{1}{n}, \quad \alpha = \frac{\varphi}{n - 1} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{0,57} \text{ рад} = 3^{\circ}$$

Розв'язок показує, що наше припущення про малість заломлюючого кута α було правильним.

Задача 13. На заломлюючу грань тригранної призми з показником заломлення 1,6 падає промінь світла під кутом 50° . Заломлюючий кут призми рівний 60° . Під яким кутом промінь вийде з призми ?

Розв'язування: Накреслимо хід променів в призмі (рис.13). Згідно із законом заломлення

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n,$$

звідки

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1 \quad (1)$$

Зовнішній кут φ при вершині F трикутника DFE рівний

заломлюючому куту A призми, оскільки сторони цих кутів взаємно перпендикулярні. Тому

$$\varphi = A = \beta + \beta_1 \quad ; \quad \beta_1 = A - \beta .$$

Підставимо значення β_1 в формулу (1)

$$\sin \alpha_1 = n \sin(A - \beta) . \tag{2}$$

Кут β визначимо із закону заломлення $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, звідки

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \quad ; \quad \beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right) .$$

Підставимо значення β в формулу (2), отримаємо, що

$$\sin \alpha_1 = n \sin\left[A - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right] .$$

Таким чином,

$$\alpha_1 = \arcsin 0,8336 = 56^{\circ}28' .$$

Задача 14. Показник заломлення матеріалу призми рівний 1,414, а кожний кут при основі - 30° (рис.14). Два промені, a і b , входять в призму нормально до її основи. Визначити кут між променями, коли вони виходять з призми.

Розв'язування: Накреслимо хід променів a і b . Кут

$$r = \alpha = 30^{\circ} . \text{ Оскільки } \frac{\sin i}{\sin r} = 1,414, \text{ то}$$

$$\sin i = \sin 30^{\circ} \cdot n = 0,5 \cdot 1,414 = 0,707 .$$

У трикутнику ABC :

$$\angle CAB = \angle CBA = 45^{\circ} + 30^{\circ} = 75^{\circ} .$$

Отже, кут β між напрямками променів, що вийшли з призми, рівний

$$\beta = 180^{\circ} - 2 \cdot 75^{\circ} = 30^{\circ} .$$

Задача 15. Світло від джерела, що висить над акваріумом, падає конусом з кутом розхилу 2α . Акваріум висотою h_0 заповнений водою, на ньому, дотикаючись до

води, лежить плоске скло товщиною h . На скільки зміниться радіус світлової плями на дні акваріума, якщо забрати скло і злити воду? Показники заломлення скла і води рівні n і n_0 , $n_0 < n$.

Розв'язування: Розглядаючи хід променів на рис.15, запишемо

$$(h_0 + h)tg\alpha - htg\beta - h_0tg\gamma = \Delta r ,$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n , \quad \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{n_0}{n} ,$$

тобто

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_0 .$$

Звідки

$$\Delta r = h \left[tg\alpha - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right] + h_0 \left[tg\alpha - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha}} \right] .$$

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Кубічна посудина з непрозорими стінками розміщена так, що око спостерігача не бачить її дна, але повністю бачить стінку CD . Яку кількість води потрібно налити в посудину, щоб спостерігач міг побачити предмет, що знаходиться на віддалі $FN = b = 10$ см від точки попадання заломленого променя на дно посудини до нормалі. Ребро посудини $a = 40$ см, показник заломлення води $n = 4/3$.

Задача 2. На плоско паралельну пластинку з скла “важкий флінт” падає з повітря промінь світла під кутом 60° . Товщина пластинки 2 см. Знайти поперечне зміщення променя.

Задача 3. На скляну призму з заломлюючим кутом 60° і показником заломлення 1,5 падає промінь світла під кутом 30° . Який кут заломлення світла при виході його з призми?

Задача 4. Заломлюючий кут скляної призми 60° . Під яким кутом промені повинні падати на призму, щоб виходити з неї вздовж протилежної грані? Показник заломлення скла 1,6.

Задача 5. На якій відстані від скляної кулі радіусом r необхідно помістити точкове джерело світла S , щоб його зображення S' опинилось з іншої сторони від кулі на такій же відстані? Показник заломлення світла рівний n . Зображення створюється вузьким пучком променів, близьких до оптичної осі.

Задача 6. Всередині скляної кулі радіусом $r = 0,1$ м, зліва від його центру, поблизу поверхні, знаходиться точкове джерело світла S . На якій відстані зправа від центру кулі радіус світлового пучка, що вийшов з кулі, буде рівний r ? Показник заломлення скла $n = 2$.

Задача 7. В середині скляної кулі радіусом r знаходиться точкове джерело світла S , яке рівномірно випромінює світло у всі сторони. Куля пропускає в оточуюче

середовище (повітря) половину світлового потоку, що виходить від точки S . Знайти відстань від точки S до центру кулі. Поглинанням світла в кулі знехтувати. Показник заломлення скла $n = 1,5$.

Задача 8. Визначити бокове зміщення променя після його проходження через плоско паралельну скляну пластину товщиною 6 см з показником заломлення $1,6$. Кут падіння променя світла при вході у пластину 40° .

Задача 9. Занурена у воду призма із заломлюючим кутом 45° дає кут найменшого відхилення 10° . Який кут найменшого відхилення дає ця призма у повітрі?

Задача 10. Промінь світла падає під кутом 30° на плоско паралельну скляну пластину і виходить з неї паралельно першому променю. Показник заломлення скла $1,5$. Яка товщина пластини, якщо при проходженні крізь неї промінь зміщується на $1,94$ см?

Задача 11. Знайти граничні кути повного внутрішнього відбивання для поверхні розділу: алмаз-повітря, вода-повітря, алмаз-вода.

Задача 12. На дно посудини, в яку налитий гліцерин до висоти 10 см, поміщене точкове джерело світла. На поверхні гліцерину плаває кругла непрозора пластинка таким чином, що її центр знаходиться над джерелом світла. Який найменший радіус повинна мати ця пластинка, щоб ні один промінь не міг вийти у повітря через поверхню гліцерину?

Задача 13. Знайти зміщення променя, який проходить через плоско паралельну льодяну пластинку товщиною 5 см, якщо кут падіння при вході на пластинку 45° .

Задача 14. Поперечний переріз скляної призми являє собою прямокутний трикутник. Промінь світла падає на гіпотенузу і тоді на катет, що утворює з гіпотенузою кут 30° , причому кут падіння на катет 0° . Знайти кут падіння на гіпотенузу і кут відхилення променя.

Задача 15. Визначити швидкість світла в рідині, для

якої граничний кут повного внутрішнього відбивання $45^{\circ}35'$.

Задача 16. Горизонтальна плоско паралельна пластинка із скла в одному випадку межує безпосередньо з повітрям, а в другому – між нею і повітрям знаходиться шар води. В обох випадках на верхню поверхню пластинки із скла під кутом падає промінь світла. Показати, що промінь світла в обох випадках вийде з повітря під одним і тим же кутом.

Задача 17. Показати, що найменше відхилення паралельного променя в призмі виникає при симетричному ході променя в призмі. Зв'язати кут найменшого відхилення з показником заломлення речовини призми і із заломлюючим кутом призми.

Задача 18. Показати, що якщо промінь світла, який виходить із точки A , попадає в точку B після заломлення на плоскій границі розділу двох середовищ, то оптична довжина даного променя менша оптичної довжини будь-якого іншого шляху, який з'єднує A і B .

Задача 19. Довести, що якщо світловий промінь проходить декілька середовищ, які розділені плоско паралельними границями, то напрямок променя, який виходить, залежить тільки від напрямку променя, який входить і від показника заломлення першого і останнього середовища.

Задача 20. Два дзеркала нахилені один до одного і утворюють двогранний кут α . На них падає промінь, що лежить в площині, яка перпендикулярна до ребра кута. Показати, що кут δ відхилення цього променя від початкового напрямку після відбивання від обох дзеркал не залежить від кута падіння. Обрахувати δ .

МОДУЛЬ III. ОПТИЧНІ СИСТЕМИ

Тема 4. Тонкі лінзи

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§ 4.3 - 4.9.
2. Білий М.У., Скубенко А.Т. Загальна фізика. Оптика. - Київ: Вища школа, 1987. - С. 169-184.
3. Ландсберг Г. С. Оптика. М.: Гостехиздат, 1957. - §§ 61-69, 74, 76, 80-83, 86, 87.
4. Савельев І.В. Курс общей физики. Т.ІІІ. - М.: Наука, 1971. - §§8-15.
5. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. Т.ІІІ.- М.-Л.: Физматгиз, 1962. - §§316-320, 322, 323, 326, 329, 330.
6. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Эткін В.С. Курс общей физики. Оптика и атомная физика.-М.:Просвещение, 1981. - §§5.5-5.11.
7. Фізичний практикум. Ч.2. Під ред. В.П. Дуценка.- Київ: Вища школа, 1984. - С.160-184.
8. Беднарчук Д.Й. Фізичний практикум. - Рівне: РДПІ, 1993. - С.9-19.
9. Загальна фізика: Збірник задач: Навч. посібник / В.М. Барановський, П.В. Бережний, П.О. Возний та ін.; За заг. ред. І.Т. Горбачука. - Вища школа, 1993. -С. 190-197.

Конспект основних питань

Тонкі лінзи. Формула тонкої лінзи. Закони заломлення світла на сферичних поверхнях і в лінзах.

Тонкі лінзи. Формула лінзи

Оптичною лінзою називають тіло з прозорої речовини (скло, кристали, пластмаси і ін.), обмежене двома сферичними, циліндричними, параболічними або іншої форми поверхнями. Зображення формується лінзою за рахунок заломлення на її

поверхнях. Лінза є найпростішою центрованою оптичною системою.

Сферичні лінзи діляться на опуклі і угнуті. Кожну з лінз можна уявно розглядати як сукупність призм. Паралельний пучок променів після заломлення на опуклій лінзі перетворюється в збіжний пучок (рис.1а) – збірна лінза; після заломлення на угнутій лінзі він перетворюється в розбіжний пучок (рис.1б) – розсіювальна лінза. В залежності від форми обмежуючих поверхонь, збірні лінзи діляться на *плосковипуклі*, *угнатовипуклі* і *двоопуклі* (рис.2а) (товщі посередині), а розсіювальні - на *плосковгнуті*, *двогнуті* і *випукловгнуті* (рис.2б) (товщі по краях).

Лінзи бувають тонкими і товстими. Лінзу вважають тонкою, якщо її товщиною можна знехтувати порівняно з радіусами кривизни поверхонь.

Тонкі лінзи зображені товстими лініями для наочності креслення. Насправді полюси поверхонь тонкої лінзи лежать настільки близько один від одного, що їх можна замінити однією точкою O , яка називається *оптичним центром лінзи*. Будь-який промінь, що проходить через оптичний центр лінзи, практично не заломлюється. Головною оптичною віссю тонкої лінзи називають пряму, проведену через її оптичний центр та центри кривизни поверхонь, які обмежують лінзу.

Всяка пряма AA' , проведена через оптичний центр лінзи під кутом до головної оптичної осі, називається *побічною оптичною віссю*.

Якщо на збиральну лінзу падає пучок променів, паралельний головній оптичній осі, то після заломлення в лінзі ці промені збираються в точці F , яка лежить на головній оптичній осі лінзи і вона називається *фокусом лінзи* (рис.3а). У фокусі розсіювальної лінзи перетинаються продовження променів, що складали до падіння на лінзу пучок, паралельний її головній оптичній осі, і розсіяні після заломлення на лінзі (рис.3б). Фокус розсіювальної лінзи уявний.

Площина, що проходить через головний фокус лінзи перпендикулярно до головної оптичної осі, називається *фокальною площиною*. Пучок променів, який падає на лінзу

паралельно до будь-якої побічної оптичної осі, збирається в точці перетину цієї осі з фокальною площиною (рис.4).

Відстань FO від фокуса до оптичного центра лінзи називається *фокусною відстанню*. Якщо фокус дійсний, фокусну відстань вважають додатною, якщо фокус уявний, то фокусну відстань вважають від'ємною.

Закони заломлення світла на сферичних поверхнях і в лінзах

При побудові зображення світлової точки (предмета) користуються параксіальними променями, тобто променями, які утворюють з оптичною віссю малі кути, для яких тангенси і синуси кутів можна замінити самими кутами, причому пучок таких променів, які падають на сферичну поверхню, є гомоцентричним, тобто має точковий фокус.

Для такого пучка зображення світної точки (або будь-якої точки предмета) також є точкою. Самі точки (предмет і зображення) називаються спряженими.

Нехай сферична поверхня (рис.5) з радіусом кривизни R , яка розділяє два середовища з показниками заломлення n і n' , тоді параксіальний (приосьовий) промінь SM після заломлення дасть зображення S' точки S . Промінь SS' є головною оптичною віссю, оскільки проходить через центр кривизни поверхні C і полюс O поверхні. Закон заломлення в точці M запишеться

$$n \sin(-\alpha) = n' \sin(-\beta)$$

З умови параксіальності

$n(-\alpha) = n'(-\beta)$ та трикутників SMC і $MS'C$:

$-\alpha = \varphi - u$; $-\beta = \varphi - u'$ отримаємо: $n(\varphi - u) = n'(\varphi - u')$. З

рис.5 випливає, що

$$u = \frac{h}{-d}; \quad u' = \frac{h}{f}; \quad \varphi = \frac{h}{R}.$$

Звідки

$$n\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{d}\right) = n'\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{f}\right) \quad \text{або}$$

$$\frac{n'}{f} - \frac{n}{d} = \frac{n' - n}{R}. \quad (4.1)$$

Це рівняння нульового інваріанта Аббе для сферичної поверхні, де n і n' – показники заломлення першого і другого середовищ; R – радіус кривизни сферичної поверхні; f і d – віддалі предмета і зображення від вершини сферичної поверхні.

В геометричній оптиці користуються правилами знаків. Лінійні відрізки вздовж осі вважаються додатними, якщо напрям відліку їх від оптичної системи збігається з напрямом поширення світла; радіус кривизни поверхні додатний, якщо центр кривизни знаходиться праворуч від поверхні; кут між променем і оптичною віссю чи перпендикуляром до поверхні вважається додатним, якщо для суміщення осі чи перпендикуляра з променем їх потрібно повертати за рухом стрілки годинника.

Для тонкої лінзи (товщина якої мала в порівнянні з радіусами кривизни поверхонь) почергове застосування формули (4.1) поверхонь (рис.6) дає формулу тонкої лінзи.

$$\frac{n_2}{f'} - \frac{n_1}{d} = \frac{n_2 - n_1}{R_1};$$

Для першої поверхні f' для другої

$$\frac{n_1}{f} - \frac{n_2}{f'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}.$$

поверхні f f' R_2 . Додаючи ці вирази, отримуємо

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \quad (4.2)$$

Цей вираз і називають рівнянням або формулою тонкої лінзи. Така формула придатна для будь-якої лінзи. Якщо не враховувати правило знаків, то для опуклих (збірних) лінз в абсолютних величинах відрізків приходимо до формули, яка зручніша для запам'ятовування

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.3)$$

Як правило, при незмінному показнику заломлення навколишнього середовища, права частина формули є величина стала і її називають оптичною силою збірної лінзи, тобто

$$D = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.4)$$

Одиницею оптичної сили є діоптрія (дп) – оптична сила такої лінзи у повітрі, фокусна відстань якої дорівнює 1 м.

Якщо $d \rightarrow \infty$, тобто промені падають на лінзу паралельним пучком, то вони збираються у фокусі лінзи, який називають другим або заднім фокусом F_2 , причому $f = F_2$. Якщо зображення знаходиться на нескінченності ($f \rightarrow \infty$), то $d = F_1$ і ця точка називається першим або переднім фокусом лінзи. В загальному для будь-якої лінзи

$$|F_1| = |F_2| = \frac{1}{(n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Для збірної лінзи маємо формулу

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D. \quad (4.5)$$

З рівняння нульового інваріанта Аббе

$$\frac{n'}{f} - \frac{n}{d} = \frac{n' - n}{R},$$

видно, що величина у правій частині виразу (4.1) в конкретному випадку стала і її називають оптичною силою заломлюючої поверхні

$$D = \frac{n' - n}{R}. \quad (4.6)$$

Сферична поверхня характеризується переднім і заднім

головними фокусами, з умови $d \rightarrow \infty$ отримуємо

$$f = \frac{n'}{n' - n} R = \frac{n'}{D} = F' \quad \text{– задній головний фокус,}$$

а при $f \rightarrow \infty$

$$d = \frac{n}{n' - n} R = \frac{n}{D} = F \quad \text{– передній головний фокус (рис.7).}$$

Звідки

$$\frac{F'}{F} = -\frac{n'}{n}. \quad (4.7)$$

Отже, головні фокусні віддалі сферичної поверхні пропорційні показникам заломлення речовин, в яких лежать фокуси. Поділивши рівність (4.1) на

$$\frac{n' - n}{R}, \text{ отримуємо}$$

$$\frac{1}{f} \frac{n'}{n' - n} - \frac{1}{d} \frac{n}{n' - n} R = 1,$$

а враховуючи значення головних фокусів, матимемо

$$\frac{F'}{f} + \frac{F}{d} = 1. \quad (4.8)$$

Якщо положення предмета і зображення відрахувати від положень головних фокусів (рис.7) то, враховуючи, що

$$-d = -F - x;$$

$$f = F' + x', \text{ матимемо}$$

$$\frac{F'}{F' + x'} + \frac{F}{F + x} = 1,$$

або

$$F'(F + x) + F(F' + x') = (F' + x')(F + x).$$

Розкриваючи дужки і зводячи подібні члени, прийдемо до виразу

$$x \cdot x' = F \cdot F'. \quad (4.9)$$

Цю формулу називають формулою Ньютона.

У випадку, наприклад, двох поверхонь, що знаходяться

на значній відстані (товста лінза), маємо (рис.8): для першої сферичної поверхні по формулі (6)

$$\frac{F'_1}{F_1} = -\frac{n'_1}{n_1} = -n, \quad (4.10)$$

а для другої поверхні

$$\frac{F'_2}{F_2} = -\frac{n'_2}{n_2} = -\frac{1}{n}. \quad (4.11)$$

Тут враховано, що товста лінза знаходиться у повітрі і виготовлена з матеріалу, показник заломлення якого n . Для двох сферичних поверхонь існують і головні фокуси системи, що видно з ходу променів I та II. Для кожної поверхні і для системи в цілому справджується формула Ньютона.

Сферична поверхня сформує зображення $A \square S \square$ висотою

h_1 , предмета AS висоти h . Величину $\beta = \frac{h_1}{h}$ називають лінійним збільшенням. З трикутників ASF і FON (рис.7) випливає

$$-\frac{h_1}{h} = -\frac{F}{-x}.$$

Враховуючи формулу Ньютона, отримаємо

$$\beta = -\frac{F}{x} = -\frac{x'}{F'}.$$

З трикутників AOS і $A \square OS \square$ маємо

$$h = -d \sin \alpha \quad -h_1 = f \sin \beta \Rightarrow \beta = -\frac{f \sin \beta}{d \sin \alpha}.$$

З врахуванням закону заломлення отримуємо, що

$$\beta = -\frac{fn}{dn_1}.$$

З трикутників $SMO \square$ і $MS \square O \square$ (рис.7) матимемо, що

$$y = -d \sin(-u) = f \sin(u').$$

За умови малості кутів n і $n \square$ маємо

$$\frac{f}{d} = \frac{u}{u'}$$

Тоді

$$\beta = \frac{h_1}{h} = \frac{un}{u'n'}$$

або

$$h_1 u' n' = h n n. \quad (4.12)$$

Добуток $h n n$ називають інваріантом Лагранжа-Гельмгольца, який виражає умову параксіальності променів. Якщо апертура (розкриття) світлового пучка велика, тобто умова параксіальності порушується, тоді замість інваріанта Лагранжа-Гельмгольца користуються умовою синусів Аббе

$$h_1 n' \sin u' = h n \sin u \quad (4.13)$$

Кути u і u' – це кути, під якими видно предмет і зображення з вершини сферичної поверхні. Величину

$$\gamma = \frac{tgu'}{tgu} = \frac{u'}{u}$$

називають кутовим збільшенням. Як видно з формули (4.12)

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{hn}{h_1 n'}$$

і

$$\beta = -\frac{h_1}{h} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\gamma}. \quad (4.14)$$

Оскільки для даної пари речовин відношення $\frac{n}{n'}$ стало, то лінійне збільшення обернено пропорційне кутовому.

Якщо будь-який з фокусів брати за початок системи відліку, то фокус F'_C відносно F'_2 матиме координату x_2 , а F_C відносно F_1 координату $-x_1$. Згідно формули Ньютона (4.9), матимемо:

для першої поверхні $(+x_1) \cdot \Delta = (+F_1)F_1'$,

для другої поверхні $(-\Delta) \cdot x_2 = F_2F_2'$.

Звідки

$$x_1 = \frac{F_1F_1'}{\Delta}; \quad x_2 = -\frac{F_2F_2'}{\Delta}.$$

З подібності трикутників з спільними вершинами для F_2 і F_C , отримуємо

$$-\frac{h}{h_1} = \frac{F_C}{-x_1 - F_1} = \frac{F_C}{-\frac{F_1F_1'}{\Delta} - F_1}; \quad -\frac{h}{h_1} = \frac{F_2}{-F_1' - \Delta}.$$

Прирівнюючи праві сторони рівностей, отримуємо

$$F_C' = -\frac{F_1F_2}{\Delta}.$$

Аналогічно для задньої фокусної відстані всієї системи можна знайти

$$F_C' = -\frac{F_1'F_2'}{\Delta}. \quad (4.15)$$

Оптична сила системи, за аналогією з (4.6) і врахуванням значення передньої чи задньої фокусної відстані, буде рівна

$$D = \frac{n_2'}{F_C'} = \frac{n_1}{F_C} = -\frac{n_2'\Delta}{F_1'F_2'} = -\frac{\Delta}{n} \frac{n_1 n_2'}{F_1' F_2'},$$

але

$$\frac{n}{F_1'} = D_1, \quad \frac{n_2'}{F_2'} = D_2, \quad \Delta = L - F_1' - (-F_2) = L - F_1' + F_2.$$

Тепер маємо

$$D = -\frac{L - F_1' + F_2}{n} D_1 D_2 = \frac{F_1'}{n} D_1 D_2 - \frac{F_2}{n} D_1 D_2 - \frac{L}{n} D_1 D_2.$$

Враховуючи, що

$$\frac{n}{F_1'} = D_1, \text{ а } \frac{n}{F_2} = -D_2,$$

отримаємо

$$D = D_1 + D_2 - \frac{L}{n} D_1 D_2, \quad (4.16)$$

де n – показник заломлення середовища між першою і другою сферичною поверхнями.

Якщо знехтувати відстанню між поверхнями, то $D = D_1 + D_2$. Оптична сила тонкої лінзи дорівнює сумі оптичних сил двох поверхонь. Дві тонкі лінзи, що знаходяться на відстані L у повітрі створюють систему з оптичною силою $D = D_1 + D_2 - LD_1 D_2$. Фокусні відстані пов'язані співвідношенням

$$\frac{1}{F_C} = \frac{1}{F_{зб}} + \frac{1}{F_{роз}} - \frac{L}{F_{зб} F_{роз}},$$

звідси

$$F_{роз} = F_C \frac{F_{зб} - L}{F_{зб} - F_{роз}}. \quad (4.17)$$

Збільшення, що дає лупа,

$$k = \frac{l}{F},$$

де l – відстань найкращого зору, яка для нормального ока $l = 25$ см.

Зображення точкового джерела – це точка, в якій збираються промені від джерела, що заломлені лінзою. Якщо після заломлення промені, що йдуть від джерела, перетинаються в деякій точці, то таке зображення називається *дійсним* (рис.9); якщо після заломлення в лінзі промені розходяться, а перетинається їх продовження, то таке зображення називається *уявним*.

Можливі випадки:

1) Предмет знаходиться на відстані, яка більша

подвійної фокусної відстані $d > 2F$. Зображення дійсне, обернене, зменшене (рис.9а).

2) При $d = 2F$ зображення дійсне обернене. Розміри зображення рівні розміру предмета (рис.9б).

3) При $F < d < 2F$ зображення дійсне, обернене і збільшене (рис.9в).

4) При $d = F$ зображення немає. Промені, що йдуть від кожної точки джерела, виходять під різними кутами з лінзи паралельними потоками (рис.9г).

5) При $d < F$ зображення створюється з тієї ж сторони, що і предмет. Зображення уявне, пряме, збільшене (рис.9д).

6) На рис.9е показані графіки залежності відстані від зображення до оптичного центра, від відстані предмета до оптичного центра лінзи.

На рис.10 показана залежність f від d для розсіювальної лінзи. Для розсіювальної лінзи справедлива формула, аналогічна (4.2).

Запишемо формулу лінзи в загальному випадку

$$\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}.$$

Зліва знак „плюс” береться у випадку збірної, знак „мінус” – у випадку розсіювальної лінзи. При першому члені в правій частині рівняння знак „плюс” береться у випадку дійсного джерела, знак „мінус” – у випадку, коли на лінзу падає збіжний пучок променів, який перетнувся в деякій точці S за лінзою на відстані d від неї, якщо б лінзи не було. Точкове джерело можна трактувати як уявне, тому в цьому випадку у формулі (4.3) береться $-1/d$. При другому члені знак „плюс” береться у випадку дійсного зображення, знак „мінус” – у випадку уявного.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

Назва роботи: Визначення фокусної віддалі тонкої збірної лінзи.

Мета роботи: Вивчити основні положення геометричної оптики, визначити фокусні віддалі тонкої збірної лінзи.

Завдання УДРС: Теоретично оцінити радіуси кривизни сферичних поверхонь лінз.

Прилади і матеріали: Оптична лава, джерело світла, екран, лінза, рейтери (2 шт.), тримач лінзи, сітка з комплекту “Свет”.

Опис експериментальної установки

На оптичній лаві встановлюємо джерело світла (1) з сіткою, тримач з лінзою (2) та екран (3) в рейтерах, як показано на рис.11.

Лінзу і предмет встановлюють так, щоб центри їх були розташовані вздовж однієї осьової лінії. Добившись чіткого зображення предмета і вимірюючи d і f з формули (4.4), знаходимо

$$F = \frac{d \cdot f}{d + f} \quad (4.18)$$

Отримавши зображення, визначимо його положення і розміри (рис.12). Поперечне збільшення

$$k = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}$$

З цього виразу

$$d = \frac{hf}{h'}$$

тоді

$$F = \frac{hf}{h + h'} \quad (4.19)$$

де h і h' – розміри предмета та його зображення на екрані.

Якщо положення предмета і екрана залишити незмінними, то є два положення лінзи, де спостерігається на екрані чітке зображення предмета (один раз збільшене і один раз зменшене) (рис.13).

Оскільки використовується одна і та ж лінза, то за формулою (4.18), отримуємо

$$\frac{df}{d+f} = \frac{d'f'}{d'+f'} = F.$$

З рис.13 видно, що $d+f = d'+f' = L$, отже

$$d \cdot f = d' \cdot f'. \quad (4.20)$$

Крім того, $d' - d = f - f' = l$; тоді $d' = l + d$, а $f' = f - l$.

Підставивши дані рівняння в (4.20), маємо

$$d \cdot f = (f - l)(l + d), \text{ або } f - d = l.$$

Враховуючи, що $d + f = L$ і розв'язуючи систему рівнянь, знаходимо, що

$$f = \frac{L+l}{2}; \quad d = \frac{L-l}{2},$$

і підставивши їх в формулу (4.19), маємо

$$F = \frac{L^2 - l^2}{4l}. \quad (4.21)$$

Порядок виконання роботи

Знайдемо головну фокусну відстань збиральної лінзи трьома способами.

Спосіб 1. Вимірювання відстаней предмета і його зображення від лінзи

1. Розмістивши екран на достатній віддалі від предмета, переміщуючи лінзу, отримати на екрані різке зображення предмета. Виміряти відстань лінзи від предмета d і до зображення f .
2. Змінити положення екрана і повторити дослід. Вимірювання провести не менше 3 раз при різних положеннях екрана, лінзи і предмета.
3. За формулою (4.18) розрахувати фокусну відстань для кожного вимірювання, знайти середнє значення і оцінити похибку вимірювань.

Спосіб 2. Вимірювання розмірів предмета, зображення і відстані зображення від лінзи

1. Переміщенням лінзи добитись різкого збільшеного зображення предмета на екрані.
2. Виміряти розмір зображення h_{\square} , предмета h і відстань зображення від лінзи f . Вимірювання провести 3 рази для різних положень екрана.
3. Для кожної серії вимірювань обчислити F за формулою (4.19), знайти середнє значення і обчислити похибку вимірювань.

Спосіб 3. Вимірювання за методом Бесселя

1. Розмістити на оптичній лаві предмет і екран, приблизно на відстані більшій $4F$.
2. Помістити між предметом і екраном лінзу і отримати різке збільшене зображення предмета. Зафіксувати на лаві це положення лінзи.
3. Не змінюючи положення предмета і екрана, переміщенням лінзи отримати різке зменшене зображення предмета на екрані. Зафіксувати положення лінзи на оптичній лаві.
4. Визначити різницю l для двох положень лінзи.

5. Виміряти відстань L між екраном і предметом.
6. Змінити відстань між екраном і предметом та повторити аналогічні вимірювання.
7. Підрахувати з трьох вимірювань за формулою (4.21) значення F , визначити середнє значення і обчислити похибку вимірювань. Результати вимірювань та підрахунків внести у звітну таблицю.

№ п/п	перший спосіб			другий спосіб				метод Бесселя		
	d , мм	f , мм	F , мм	h' , мм	h , мм	f , мм	F , мм	l , мм	L , мм	F , мм

Контрольні питання

1. Що таке лінза, тонка лінза і які існують типи лінз?
2. Які пучки світла називаються гомоцентричними?
3. Які світлові промені називаються параксіальними?
4. Які рівняння описують заломлення на сферичній поверхні?
5. Виведіть формулу для тонкої двоопуклої лінзи. Чи буде вона застосовна для тонких сферичних лінз будь-якого типу?
6. Сформулюйте правила знаків в геометричній оптиці.
7. Дайте означення фокусів, фокусних віддалей. Що таке фокальна площина, головна оптична вісь лінзи?
8. Що називають оптичною силою лінзи? В яких одиницях її вимірюють?
9. Які промені з всього потоку променів, які падають на лінзу, вибирають для побудови зображення ?
10. Що називається лінійним збільшенням лінз ? Який знак має збільшення для дійсних зображень ? Для уявних зображень ?
11. Що таке головні площини, головні і вузлові точки товстої

лінзи ?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

Назва роботи: Визначення фокусної віддалі розсіювальної лінзи.

Мета роботи: Вивчити основні положення геометричної оптики, визначити фокусну віддаль розсіювальної лінзи.

Завдання УДРС: Яка оптична сила двох тонких лінз, які розміщені на різних відстанях?

Прилади і матеріали: Джерело світла, збирна та розсіювальна лінзи, екран, оптична лавка, рейтери (4 шт.), тримачі лінз (2 шт.), сітка з комплекту “Свет”.

Опис експериментальної установки

На оптичній лаві встановлюємо джерело світла (1) з сіткою, тримачі (2) з лінзами та екран (3) в рейтерах, як показано на рис.14. Розсіювальні лінзи не дають дійсного зображення предмета на екрані, тому використовується збиральна центрована система з розсіювальної і збиральної лінзи. При цьому допоміжна збиральна лінза береться більшої оптичної сили ніж розсіювальна. За допомогою тонкої збиральної лінзи (рис.15), фокусна відстань якої відома, або визначається за методом Бесселя, отримують на екрані дійсне зображення предмета E . Розмістивши між лінзою та екраном розсіювальну лінзу, різке зображення предмета тепер отримують, перемістивши екран в положення E (рис.15).

Оскільки роль предмету та для розсіювальної лінзи відіграє зображення, утворене за допомогою збиральної лінзи, то для розсіювальної лінзи

$$F = \frac{df}{f - d}. \quad (4.22)$$

Порядок виконання роботи

Спосіб 1. Методом створення збиральної центрованої системи

1. За схемою рис.14 визначаємо методом Бесселя (див.

попередню роботу – спосіб 3) фокусну відстань збиральної лінзи або вона відома.

2. Встановити в оправі розсіювальну лінзу з невідомою фокусною відстанню і збиральну – з відомою.
3. Визначити фокусну відстань системи за формулою

$$F_C = \frac{f + d}{f \cdot d} \quad \text{з рис.15.}$$

4. Підрахувати фокусну відстань розсіювальної лінзи за співвідношенням

$$F_{роз} = F_C \frac{F_{зб} - L}{F_{зб} - F_C}$$

5. Дослід провести для трьох різних значень d чи L .

Спосіб 2. Методом подвійного фокусування

1. Розмістити на оптичній лаві збиральну лінзу і отримати різке зображення предмета. Встановити розсіювальну лінзу і виміряти відстань від неї до екрану (d для розсіювальної лінзи – рис. 15).
2. Переміщуючи екран, отримати різке зображення предмета (f для розсіювальної лінзи – рис. 15).
3. За формулою (4.22) обчислити фокусну відстань розсіювальної лінзи, дослід провести тричі, для різних значень d і f .
4. Обчислити похибки вимірювань фокусної відстані розсіювальної лінзи обома методами, порівняти їх між собою, результати вимірювань внести у звітну таблицю.

№	перший спосіб					другий спосіб		
	d , мм	L , мм	f , мм	F_C , мм	$F_{роз}$, мм	d , мм	f , мм	$F_{роз}$, мм

Контрольні питання

1. Як визначають оптичну силу сферичної поверхні; тонкої лінзи; центрованої оптичної системи?
2. Виведіть формулу Ньютона.
3. Яку лінзу називають товстою?
4. Сформулюйте умову інваріанта Лагранжа-Гельмгольца.
5. Що таке лінійне збільшення і кутове збільшення? Як їх визначають, який зв'язок між ними?
6. Як впливає середовище на оптичну силу центрованої системи, що знаходиться між сферичними поверхнями лінз?
7. У чому полягає явище аберації лінз ?
8. Що таке сферична аберация, хроматична аберация, астигматизм ?
9. Що таке дисторсія зображень і її види ?
10. Які точки називаються спряженими ?
11. Яка оптична система називається центрованою ?

Методичні вказівки і поради

Розв'язування задач, в яких розглядається заломлення або відбивання світла на сферичних поверхнях поділу (сферичні дзеркала, тонкі лінзи, складні оптичні системи) здебільшого полягає у визначенні параметрів зображення: його збільшення, відстані від оптичної системи і т.і.

Розв'язування задач слід починати з побудови чіткого і правильного рисунка ходу променів, який по можливості відповідає умові задачі. Досить часто саме в цьому полягає основна частина роботи. При розв'язуванні цих задач дуже важливим є правило знаків, якого потрібно додержуватись, користуючись відповідними формулами. Додержання правила знаків забезпечує знаходження правильного числового значення шуканої величини, крім того дає можливість відразу, іноді без складної побудови ходу світлових променів, визначити важливі особливості розв'язку.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. На рис.1 зображений промінь AB , який проходить через розсіювальну лінзу. Побудувати хід променя до лінзи, якщо положення її фокусів відоме.

Розв'язування: Шукана побудова зображена на рис.1а. Продовжимо AB до перетину з фокальною площиною лінзи MN . Пучок паралельних променів після заломлення на лінзі піде таким чином, що продовження заломлених променів повинні перетинатися в точці F_1 . Промінь F_1O не заломлюється, бо йде вздовж побічної оптичної осі. Відповідно до лінзи промінь CA , який проходить через точку A , йде паралельно F_1O .

Задача 2. На рис.2 зображена світна точка і її

зображення, яке отри-мується за допомогою лінзи, оптична вісь якої N_1N_2 . Знайти положення лінзи і її фокусів.

Розв'язування: Проведемо промінь SO в такому напрямку, щоб його уявне продовження пройшло через зображення. Тоді перетин променя SO визначає положення лінзи O . Припустимо, що лінза збірна (рис.2а), тоді один промінь проходить через точку O (оптичний центр лінзи), а другий – паралельно головній оптичній осі, тоді він заломиться в лінзі в такому напрямку, щоб його уявне продовження пройшло через зображення S' . Промінь AF перетне головну оптичну вісь у фокусі F . Відкладемо відстань OF з іншого боку від лінзи, тоді предмет і його зображення будуть знаходитися між фокусом і лінзою, отже лінза є збіркою, а зображення уявне.

Якщо S' – дже-рело, а S – зображення, то лінза розсіювальна. Відповідна побудова подана на рис.2б.

Задача 3. На заданій оптичній осі N_1N_2 лінзи знайти побудовою оптичний центр лінзи і її головні фокуси, якщо відомо положення джерела S і положення зображення S' (рис.3.).

Розв'язування: Центр лінзи O – точка перетину прямих SS' і N_1N_2 . Фокуси F легко знаходяться побудовою променів, паралельних головній оптичній осі (рис.3а).

Задача 4. Дані положення оптичної осі N_1N_2 , хід променя AB , який падає на лінзу, і заломлений промінь BC (рис.4). Знайти положення лінзи та її характерних точок.

Розв'язування: Опустивши перпендикуляр BO на пряму N_1N_2 , знаходимо точку O – оптичний центр лінзи (рис.4а). Проведемо побічну оптичну вісь DO , паралельно променю AB .

Продовжимо пряму BC до перетину з DO в точці E , яка лежить в фокальній площині. Опустивши із E перпендикуляр на N_1N_2 , знайдемо точку F – один із головних фокусів лінзи. Використовуючи властивість оборотності променя, аналогічно можна знайти другий головний фокус F' .

Задача 5. Збірна лінза дає зображення джерела S на головній оптичній осі. Положення центра лінзи O і її фокусів F відомо. Причому $OF < OS$. Знайти побудовою положення джерела S .

Розв'язування: Положення S може бути дійсним або уявним. В обох випадках для знаходження джерела проведемо довільний промінь ADS і паралельну йому побічну оптичну вісь BOC (рис.5а). З'єднавши прямими точки B і C (побічної осі з фокальними площинами) з точкою D , знайдемо положення джерела S_1 (якщо зображення S дійсне) і S_2 (якщо зображення S уявне). $OF > OS$, то положення знаходиться з рис. 5б.

Задача 6. На рис. 6а показані положення предмета AB . Побудувати зображення предмета.

Розв'язування: Побудова зображень показана на рис. 7 а і з. Додамо пояснення до побудови.

Щоб побудувати зображення предмета AB , який лежить на головній оптичній осі (рис.6а), необхідно знайти зображення A_1 і B_1 точок A і B . Проведемо з точки A два промені: один, який проходить вздовж головної оптичної осі, другий — який падає на лінзу під довільним кутом (рис.7а). Напрямок першого променя після проходження через лінзу не змінюється. Для визначення ходу другого променя проведемо побічну оптичну вісь, паралельну цьому променю, і фокальну площину, яка проходить через задній фокус лінзи. Точка перетину побічної оптичної осі з фокальною площиною — побічним фокусом F_1 . Через нього повинен пройти другий промінь після заломлення в лінзі. Точка A_1 — точка перетину першого і другого променів, які пройшли через лінзу і точку F_1 , — відображенням точки A . Таким же чином будується зображення B_1 точки B .

У випадку розсіювальної лінзи побудова виконується аналогічно (рис.6б). Відмінність полягає у тому, що промінь,

який йде паралельно побічній оптичній ос³, після заломлення в лінз³ йде таким чином, що його продовження проходить через побічний фокус, який ° точкою перетину ц³о_і побічно_і ос³ з фокальною площиною, проведеною через передній фокус.

Для побудови зображення предмета AB , який розміщений п³д деяким кутом до головної оптичної ос³ (рис.6 з), будуюмо зображення A_1 ³ B_1 точок A ³ B . Для цього беремо по два промені, як³ виходять ³з кожної точки, П промінь, який йде паралельно головній оптичній ос³, ³ промінь, який йде через оптичний центр лінзи (рис.7 в, з). Перший промінь, заломлюючись в збірній лінз³, проходить через _іі фокус, якщо ж лінза розс³ювальна, то промінь після заломлення в лінзі йде так, що його продовження проходить через передній фокус лінзи. Подальші побудови зрозумілі з рисунків.

Задача 7. Збірна лінза L_1 створює в точці S_1 дійсне зображення точкового дже-рела S , розташованого на оптичній осі лінзи. Між L_1 і S_1 поставлена розсію-вальна лінза L_2 , положення фокусів якої задані (рис.8). Знайти побудовою нове положення зображення джерела. Розглянути випадок, коли відстань між S_1 і F_2 більша фокусної відстані лінзи L_2 .

Розв'язування: Проведемо допоміжний промінь aa' паралельно променю BC через оптичний центр лінзи L_2 (рис.8а). Промінь aa' повинен перетнути продовження заломленого променя CD в фокальній площині ff' лінзи L_2 . Таким чином, уявне зображення джерела S буде в точці S_2 . Як видно з побудови, на лінзу L_2 падає пучок променів, що сходиться в S_1 . У подібних випадках прийнято говорити, що S_1 є для лінзи L_2 “уявним” джерелом.

Задача 8. За допомогою збірної лінзи отримують зображення двох точкових джерел A і B . Одне з них розташоване на оптичній осі на подвійній фокусній відстані від лінзи; інше зміщене від осі на невелику відстань так, що лінія, яка з'єднує обидва джерела, утворить з оптичною віссю

кут $\varphi = 30^\circ$ (рис.9). Під яким кутом до оптичної осі потрібно розташувати плоский екран, щоб одночасно отримати на ньому чіткі зображення обох джерел?

Розв'язування: Побудуємо зображення джерел A і B . Зображення джерела A буде на головній оптичній осі в точці A' на відстані $2F$ від лінзи. З рис.9а випливає, що шуканий кут визначається з співвідношення

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{y}{b - 2F}, \quad (1)$$

де y – відстань від зображення B' до головної оптичної осі, b – відстань від B' до лінзи. З іншого боку

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{2F - a}, \quad (2)$$

де x і a – відстані від джерела B до головної оптичної осі і лінзи. З подібності трикутників BCO і $B'C'O$ маємо

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}. \quad (3)$$

З формули лінзи $1/a + 1/b = 1/F$, звідки

$$b = \frac{F \cdot a}{a - F}. \quad (4)$$

Обчислимо відношення $\operatorname{tg}\psi/\operatorname{tg}\varphi$, використовуючи рівняння (1) – (3)

$$\frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{y(2F - a)}{x(b - 2F)} = \frac{b(2F - a)}{a(b - 2F)}. \quad (5)$$

Враховуючи вираз (4), отримаємо $\operatorname{tg}\psi/\operatorname{tg}\varphi = 1$. Отже, $\psi = 30^\circ$.

Очевидно, що коли розташувати екран під кутом 30° до головної оптичної осі так, щоб він перетинав її в точці, віддаленій на відстані $2F$ від лінзи, то зображення обох джерел будуть чіткими.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Знайти хід променя AB після заломлення в збиральній лінзі (рис.1).

Задача 2. Побудувати зображення предмета AB (рис.2) в розсіювальній лінзі. Положення характерних точок лінзи відоме.

Задача 3. Відомий хід променя SA після його заломлення в розсіювальній лінзі. Знайти за допомогою геометричної побудови положення головних фокусів лінзи (рис.3).

Задача 4. Побудувати зображення точки S , яка лежить на головній оптичній осі розсіювальної лінзи на відстані, яка більша за фокусну. Положення фокусів лінзи задані (рис.4).

Задача 5. На рис.5 вказаний хід одного променя ABC через тонку розсіювальну лінзу. Визначити побудовою фокусну відстань лінзи.

Задача 6. На рис.6 вказаний хід одного променя ABC через тонку збиральну лінзу. Побудувати хід променя DE . Розглянути випадки, коли точка перетину променів AB і DE лежить зліва і праворуч від лінзи.

Задача 7. Збірна лінза L_1 в точці S_1 створює дійсне зображення точкового джерела S , яке розташоване на оптичній осі лінзи. Між джерелом S і лінзою L_1 поставлена ще одна збірна лінза L_2 , положення фокусів якої задані на рис.7. Знайти побудовою нове положення зображення джерела. Розглянути випадок, коли відстань між S і L_2 менша фокусної відстані лінзи L_2 .

Задача 8. Який діаметр дійсного зображення Сонця, якщо це зображення утворюється за допомогою лінзи з фокусною відстанню 3 м? Діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^6$ км, відстань від Сонця до Землі $150 \cdot 10^6$ км (рис.8).

Задача 9. Збірна лінза дає дійсне зображення із збільшенням у два рази. Визначити фокусну відстань лінзи, якщо відстань між лінзою і зображенням дорівнює 24 см.

Задача 10. Невелике джерело світла розташоване на оптичній осі розсіювальної лінзи. Зображення джерела розглядається оком. З яких точок простору можна одночасно

бачити як джерело, так і його зображення? Заштрихувати цю область на кресленні. Чи існує таке положення джерела, при якому такої області не буде?

Зауваження: Уявне зображення джерела світла, що утворюється розсіювальною лінзою, завжди розташовується ближче до лінзи, ніж саме джерело.

Задача 11. Опукле сферичне дзеркало має радіус кривизни 60 см. На відстані 10 см від дзеркала знаходиться предмет висотою 2 см. Знайти положення і висоту зображення. Зробити рисунок.

Задача 12. Знайти фокусну відстань лінзи, яка занурена у воду, якщо її фокусна відстань у повітрі 0,2 м. Показник заломлення скла, з якого виготовлена лінза 1,6.

Задача 13. Горизонтально розташоване угнуте дзеркало заповнене водою на невелику глибину. Радіус дзеркала 60 см. Яка фокусна відстань такої системи?

Задача 14. Лінза з фокусною відстанню 16 см дає чітке зображення предмета на екрані при двох її положеннях, відстань між якими 60 см. Знайти відстань від предмета до екрана. У скільки разів розміри зображення при одному положенні лінзи більші, ніж при іншому?

Задача 15. Збиральна і розсіювальна лінзи складені досить тісно. Відстань від предмета до такої системи лінз 45 см, а відстань від системи лінз до отриманого зображення 90 см. Визначити головну фокусну відстань розсіювальної лінзи, якщо для збиральної лінзи вона рівна 20 см.

Задача 16. Визначити оптичну силу і фокусну відстань тонкої скляної лінзи, яка занурена у хлороформ, оптична сила її у повітрі – 10 дптр.

Задача 17. Промені білого світла падають на плоско-випуклу лінзу діаметром 10 см паралельно головній оптичній осі. Радіус кривизни сферичної поверхні лінзи 2,4 м. За лінзою перпендикулярно головній оптичній осі помістили екран в трьох місцях послідовно: 1) в площині, де сходяться червоні промені; 2) в площині, де сходяться фіолетові промені; 3) посередині між вказаними площинами. Знайти діаметр світлого кола, що утворюється видимими променями в даних випадках. Показник заломлення скла, із якого виготовлена лінза для червоних променів 1,6, а для фіолетових – 1,63.

Задача 18. Є дві тонкі симетричні лінзи: одна – збірна із скла з показником заломлення 1,7, і друга – розсіювальна із скла з показником заломлення 1,52. Обидві лінзи мають однаковий радіус кривизни поверхонь – 12 см. Лінзи щільно склали і занурили у воду, а тоді у бензин. Визначити оптичну силу такої системи у воді, а також у бензині.

Задача 19. Дослідити формулу тонкої лінзи для випадку опуклих і угнутих поверхонь лінзи, повітряної лінзи (бульбашка) всередині води, скляної лінзи в повітрі, вказавши, в яких випадках лінза збиральна і в яких – розсіювальна.

Задача 20. Дві товсті лінзи розміщені так, що їх осі збігаються і відстань між фокусами дорівнює Δ . Визначити фокусну відстань одержаної складної системи.

Тема 5. Оптичні прилади

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§ 4.10 - 4.14.
2. Білий М.У., Скубенко А.Ф. Загальна фізика. (Оптика). - Київ: Вища школа, 1987. - С.184-218.
3. Лабораторный практикум по физике. Под. ред. А.С.Ахматова. -М.: Высшая школа, 1980. - С.219-234.
4. Горбань І.С. Оптика. - Київ: Вища школа, 1979. - С. 81-83.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. - М: Наука, 1980. - §§ 2, 4.
6. Фізичний практикум. ч.2. Під ред. Дущенко В.П. - Київ: Вища школа, 1984. - С. 166-174.
7. Беднарчук Д.Й. Фізичний практикум. - Рівне: РДП, 1993. - С. 20-32.
8. Загальна фізика: Збірник задач: Навч. Посібник / В.М. Барановський, П.В. Бережний, П.О. Возний та ін.; За заг. ред. І.Т. Горбачука. - Вища школа, 1993. -С. 190-197.

Конспект основних питань

Центрована оптична система. Оптичні прилади.
Роздільна здатність оптичних приладів.

Центрована оптична система

Оптична система може складатися з лінз, дзеркал та інших оптичних систем, в яких послідовно отримуються зображення предмета. Зображення, отримане в першій лінзі, є предметом для другої лінзи. Зображення, отримане другою лінзою, в свою чергу є предметом для третьої лінзи і т.д.

Щоб усунути недоліки при одержанні зображень, використовують складні центровані оптичні системи, які містять значну кількість заломлюючих і відбиваючих поверхонь. Оптична система, яка здатна давати зображення скінчених розмірів за допомогою широких пучків, називається

ідеальною. Теорію такої системи розробив К. Гаусс у 1841 році.

Центровану оптичну систему (рис.1) характеризують переднім F або першим фокусом системи і заднім або другим фокусом системи F' .

Площини, перпендикулярні до головної оптичної осі AA' , які проходять через фокуси системи, називаються, відповідно, передньою або задньою фокальними площинами. В системі є дві спряжені площини, які відображають одна одну з лінійним збільшенням $\beta = \pm 1$, які називають передньою або задньою головними площинами оптичної системи. На рис.1 це площини N і N' . Точки H і H' їх перетину з оптичною віссю називаються головними точками системи, фокальні і головні площини називаються кардинальними площинами оптичної системи, а головні точки і фокуси - кардинальними точками.

Для оптичної системи справджується співвідношення

$$\frac{F}{F'} = -\frac{n}{n'}, \quad (5.1)$$

а величина

$$D = \frac{n'}{F'} = -\frac{n}{F} \quad (5.2)$$

називається оптичною силою системи.

Для системи справджується формула Ньютона

$$X \cdot X' = F \cdot F'. \quad (5.3)$$

Для предмета AB і зображення $A'B'$ лінійне або поперечне збільшення центрованої оптичної системи дорівнює:

$$\beta = \frac{Y'}{Y} = -\frac{F}{X} = -\frac{X'}{F'}. \quad (5.4)$$

Для опису зображень просторових предметів вводять поздовжнє збільшення, яке визначається через відношення довжини зображення dX' до довжини предмета dX , розміщеного вздовж оптичної осі, тобто

$$q = \frac{dX'}{dX}. \quad (5.5)$$

Врахувавши (5.3), матимемо $X dX' + X' dX = 0$, звідки

$$q = \frac{dX'}{dX} = -\frac{X'}{X}. \quad (5.6)$$

Між лінійним (β), кутовим (γ) і поздовжнім збільшеннями (q) існує співвідношення

$$\beta = \gamma \cdot q. \quad (5.7)$$

Оскільки

$$q = -\frac{X'}{X} \frac{F}{F'} \frac{F'}{F} = -\frac{F'}{F} \beta^2, \quad (5.8)$$

з врахуванням (5.1)

$$q = \frac{n'}{n} \beta^2. \quad (5.9)$$

Кутове збільшення

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta}. \quad (5.10)$$

Оптичні прилади. Роздільна здатність оптичних приладів

Якщо за допомогою оптичної системи одержано зображення предмета, то для характеристики оптичної системи вводять поняття роздільної здатності. Під нею розуміють ту найменшу відстань між точками зображення предмета, які розрізняються. Поняття роздільної здатності оптичних приладів пов'язане з хвильовою природою світла і детально вивчається при розгляді дифракції світла.

Гранична роздільна здатність людського ока рівна одній кутовій хвилині. Розширити її для ока можна з допомогою оптичних приладів, по чинаючи з простої лінзи (лупа) і до складних оптичних систем - телескоп, мікроскоп і інші. Для збільшення кута зору при розгляданні віддалених предметів використовують зорові труби (телескопи). Особливістю телескопічних систем є те, що промені в систему входять у вигляді майже паралельних пучків. Найпростіша телескопічна

система складається з двох елементів: об'єктива та окуляра (рис.2).

В такій системі (система Кеплера) об'єктив дає зменшене, обернене зображення майже у задньому фокусі об'єктива, а окуляр пра цює як лупа. На рис.2 зображений хід променів для зорової труби, предмет знаходиться далеко за подвійною фокусною відстанню. Кутове збільшення телескопічної системи

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{F_{Ob}}{F_{Ok}}. \quad (5.11)$$

При цьому предмет AB достатньо віддалений, положення заднього фокуса об'єктива майже співпадає з положенням переднього фокуса окуляра. Загальна довжина зорової труби

$$L = F_{Ob} + F_{Ok}. \quad (5.12)$$

Якщо використати окуляр з розсіювальною оптичною системою, то така система називатиметься **системою Галілея**. Зображення предмета отримується пряме, довжина тубуса дещо менша. Для телескопічної системи вхідний і вихідний пучки майже паралельні, тому кутове збільшення

$$\gamma = \frac{D_2}{D_1}, \quad (5.13)$$

де D_1 і D_2 – відповідно, діаметр вхідного і вихідного пучка. Оскільки лінійне і кутове збільшення пов'язані співвідношенням $\gamma \square \beta = 1$, то лінійне збільшення

$$\beta = \frac{D_1}{D_2}. \quad (5.14)$$

Оскільки $D_1 < D_2$, то зорова труба створює зменшення лінійних розмірів при утворенні зображень предме тів.

Розрізняють телескопічні системи: лінзові (рефрактори), дзеркальні (рефлектори) і дзеркально-лінзові (меніскові системи). Їх використовують у дальномірах та висотомірах, в геодезичних приладах: нівеліри, теодоліти і ін.

У 1941 р. Д.Д. Максutowим була створена безабераційна оптична система (менісковий телескопічний об'єктив), яка складається із угнутого сферичного дзеркала і випуклої сферичної лінзи (меніска). Дзеркало і меніск окремо володіють великими абераціями (сферичними), які мають протилежні знаки; в менісковому об'єктиві ці аберації повністю компенсуються. Меніскові оптичні системи з великим успіхом застосовуються в телескопах (менісковий телескоп Максutowа), фотоапаратах і інших оптичних приладах.

Крім збільшення, телескопічні системи характеризуються полем зору δ , збиральною здатністю S , роздільною здатністю труби R . Полем зору називають найбільшу кутову відстань, яку видно в зорову трубу

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{S}{l} \quad (5.15)$$

При малих кутах $\delta = \frac{S}{l}$ (δ – в радіанах), де S – найбільша довжина видимості в зоровій трубі частини максимальної шкали (в см), яка розміщена на відстані l від об'єктива труби.

Збиральна здатність телескопічної системи визначається відношенням площі поверхні об'єктива до площі зіниці ока

$$S = \frac{S_{ob}}{S} \quad (5.16)$$

Роздільна здатність телескопа обмежується явищем дифракції і залежить від апертури D_{an} труби і довжини хвилі світла λ

$$R = \frac{D_{an}}{k\lambda} \quad (5.17)$$

де k - коефіцієнт пропорційності ($k = 1,22$). Чим менша апертура, тим сильніший вплив дифракції і менше R .

Щоб розглядати дрібні предмети на невеликих

відстанях від ока, використовують лупу або мікроскоп. При цьому збільшення визначається як відношення кута, під яким видно предмет через прилад, до кута, під яким він був би видний неозброєним оком. При цьому використовують просту збиральну лінзу, частіше всього плоско опуклу, яка забезпечує 8-ми кратне збільшення. Складна центрована система лінз, працюючи як лупа, забезпечує якісне збільшення до 40 разів. Збільшення лупи визначається за формулою

$$\beta = \frac{L}{F}, \quad (5.18)$$

де L – відстань найкращого зору (0,25 м) і F – фокусна відстань.

Мікроскоп – це система, що складається з короткофокусного об’єктива і окуляра з набагато більшою фокусною відстанню, ніж у об’єктива (рис.3).

Збільшення мікроскопа

$$\beta = \frac{\text{tg}\alpha'}{\text{tg}\alpha}, \quad (5.19)$$

де α' – кут, під яким видно предмет через мікроскоп, α – кут під яким видно предмет безпосередньо оком з відстані найкращого зору.

Збільшення системи рівне добутку збільшення об’єктива на збільшення окуляра

$$\beta = \beta_{\text{ок}} \cdot \beta_{\text{об}}. \quad (5.20)$$

Об’єктив дає дійсне, обернене і збільшене зображення предмета, розміщеного на малій відстані перед переднім фокусом об’єктива. Причому

$$\beta_{\text{об}} = -\frac{\Delta}{F_{\text{ок}}}, \quad (5.21)$$

де Δ – оптична довжина тубуса мікроскопа чи відстань між заднім фокусом об’єктива і переднім фокусом окуляра. Оскільки об’єктиви короткофокусні (при збільшенні 100–120 разів близько 2 мм), а зображення формується дещо далі

переднього фокуса окуляра, то відстань до зображення приймається рівною Δ . Окуляр діє як лупа, а тому загальне збільшення мікроскопа

$$\beta = -\frac{\Delta \cdot L}{F_{Ok} \cdot F_{Ok}} = \frac{0,25 \cdot \Delta}{F_{Ob} \cdot F_{Ok}}. \quad (5.22)$$

В сучасних мікроскопах об'єктив – це багатолінзова складна оптична система. Об'єктив, розрахований Аббе і виготовлений фірмою Цейсса в 1886 р., складається з 10 лінз. Це іммерсійний об'єктив, анахромат з фокусною відстанню 2 мм. Окуляр теж, як правило, складні оптичні системи. Частіше всього використовують окуляри Гюйгенса, Рамсдена і інші. Двохлінзовий окуляр має колективну лінзу (ближчу до об'єкта) і очну (з боку ока). Колективна лінза виконує роль конденсора.

Збільшення мікроскопа сягає 1000 разів і обмежується дифракційними явищами.

Роздільна здатність мікроскопа Y залежить від довжини світлової хвилі λ і числової апертури об'єктива A

$$Y = \frac{0,61 \cdot \lambda}{A} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{n \sin \gamma}, \quad (5.23)$$

де n – показник заломлення середовища, в якому знаходиться тіло, що розглядається в мікроскоп, γ – величина вхідного отвору об'єктива. Числову апертуру збільшують, використовуючи іммерсійні рідини (іммерсійне масло з $n = 1,515$; водний розчин гліцерину, воду), апертура при цьому збільшується у n разів. Перехід до ультрафіолетового освітлення теж покращує роздільну здатність. Глибина різкого зображення b для мікроскопа оцінюється за формулою

$$b = \frac{2L}{\beta^2}, \quad (5.24)$$

і зменшується при збільшенні β .

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

Назва роботи: Визначення фокусної віддалі і положення головних точок складного об'єктиву.

Мета роботи: Вивчити основні положення геометричної оптики, визначити кардинальні точки складної центрованої оптичної системи, визначення кардинальних точок складного об'єктиву.

Завдання УДРС: Дослідити розсіювальну систему лінз.

Прилади і матеріали: Джерело світла, лінзи (3 шт.), тримач об'єктива, зорова труба, оптична лава, рейтери (5 шт.), тримач лінзи, тримач екрану, сітка з комплекту "Свет".

Опис експериментальної установки

На оптичній лаві встановлюється освітлювач з сіткою, складний об'єктив та екран. Фокусна відстань складного об'єктиву визначається за способом Аббе.

Предмет, лінійні розміри якого Y (рис.1), знаходиться на відстані $-X_1$ від першого головного фокуса додатної оптичної системи. Розміри зображення предмета - Y_1 . Лінійне збільшення

$$\beta_1 = -\frac{Y_1}{Y} = -\frac{F}{X_1} = -\frac{F'}{X_1} \quad (5.25)$$

Якщо перемістити предмет в положення, що визначається відрізком X_2 , то лінійне збільшення

$$\beta_2 = -\frac{Y_2}{Y} = -\frac{F}{X_2} = \frac{F'}{X_2} \quad (5.26)$$

З (5.25) і (5.26) отримуємо

$$F' = \frac{\Delta X}{\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}}, \quad (5.27)$$

де $\Delta X = X_2 - X_1$ – переміщення предмета.

Віддаль від передньої поверхні об'єктива до предмета

(S_F) легко виміряти, якщо замість екрана розмістити на оптичній лаві зорову трубу 3 і спостерігати оком через складний об'єктив 2 зображення сітки 1 (рис.2).

Порядок виконання роботи

1. Розмістити на оптичній лаві освітлювач з предметом, складний об'єктив і екран. Отримати чітке збільшене зображення предмета.
2. Вимірявши розміри предмета (Y) і зображення (Y_1), визначити збільшення системи (β_1).
3. Переміщенням предмета і екрана добитися чіткого зменшеного зображення предмета на екрані.
4. Аналогічним способом виміряти розмір зображення (Y_2) і підрахувати збільшення (β_2).
5. За формулою (5.27) підрахувати фокусну відстань F .
6. Замість екрана встановити зорову трубу і проспостерігати чітке зображення предмета. Виміряти відстань від предмета до першої сферичної поверхні S_F (рис.2). Виміряти відстань S_F від задньої поверхні об'єктива до предмета (на рис.2 не показано).
7. Відклавши від першого і другого головних фокусів відрізки $-S_F$ і S_F , а також F і F , знайти положення головних фокусів і головних точок об'єктива відносно його крайніх заломлюючих поверхонь.
8. Накреслити в масштабі зовнішні поверхні об'єктива, положення його кардинальних, головних площин і головних фокусів.

Контрольні питання

1. Яку систему називають складною центрованою оптичною системою, ідеальною складною центрованою оптичною системою?
2. Що називають фокусом системи, фокальною площиною, головними площинами системи, головними точками

системи?

3. Від чого залежить оптична сила системи?
4. Дати означення поперечному, поздовжньому і кутовому збільшенню. Встановити зв'язок між ними.
5. Від чого залежить якість зображення, глибина різкості?
6. Вивести формулу, за якою визначається фокусна відстань по методу Аббе.
7. Де знаходяться кардинальні точки і площини для сферичної поверхні, тонкої лінзи, товстої лінзи, розсіювальної складної оптичної системи?
8. Як потрібно розташувати дві збірні лінзи, щоб паралельний пучок променів, пройшовши обидві лінзи, залишився паралельним?
9. Як треба розташувати збиральну і розсіювальні лінзи, щоб паралельні промені, пройшовши через лінзи, залишилися паралельними? Чи для всіх лінз можливо розв'язати задачу?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

Назва роботи: Моделювання зорової труби.

Мета роботи: Ознайомлення з оптичними схемами коліматора, зорової труби Кеплера і Галілея. Моделювання цих схем з простих лінз.

Завдання УДРС: Провести моделювання з двохлінзовим об'єктивом.

Прилади і матеріали: Джерело світла, лінзи (4 шт.), зорова труба, тримач екрана, оптична лава, рейтери (5 шт.), сітка, тримачі лінз (4 шт.) з комплекту “Свет”.

Опис експериментальної установки і порядок виконання роботи

Вся установка збирається на оптичній лаві, довжиною не меншій 1 м з відліковою шкалою, ціна поділки якої не більша 1 мм. На одному кінці лави жорстко закріплюється освітлювач з шкалою (сіткою). Положення сітки освітлювача відповідає нульовому відліку на шкалі оптичної лави. Наступні деталі встановлюються на лаву в міру необхідності.

Завдання 1. Юстування лінз

Для отримання центрованої оптичної системи лінзи юстуються.

1. Методика юстування лінз подана на рис.1. Спочатку встановлюється збірна довгофокусна лінза 1, а потім рейтер із розсіювальною лінзою 2. Зображення предмета має бути симетричним відносно сітки екрану в першому і другому випадках.

Аналогічно юстують всі лінзи, які будуть використовуватись у роботі.

Завдання 2. Моделювання зорової труби Кеплера

Для роботи зорової труби з допомогою систем, що називаються коліматорами, формується паралельний пучок променів від освітлювача, який знаходиться на скінченній відстані. На рис.2 представлена схема коліматора разом із

зоровою трубою.

Точкове джерело світла 1, розміщене у першому фокусі об'єктива коліматора, створює паралельний пучок променів, направлений на допоміжну зорову трубу 3, попадає в око 4. Перед початком використання допоміжної зорової труби її слід настроїти на віддалений предмет (на нескінченність).

1. Використавши лінзу 2 з невеликою фокусною відстанню, зібрати коліматор за схемою (рис.2). Предмет, зображений на освітлювачі, має бути в передньому фокусі об'єктива коліматора.
2. Встановити на оптичній лаві допоміжну зорову трубу 3 і перемищуючи лінзу 2, добитись чіткого зображення предмета. Положення лінзи 2 зафіксувати.
3. Вибрати довгофокусну і короткофокусну лінзи в ролі об'єктива і окуляра труби Кеплера. Розмістити об'єктв поблизу лінзи 2 коліматора, а потім встановити лінзу-окуляр так, щоб хід променів був телескопічним. Це досягається з допомогою допоміжної зорової труби. Регулюючи положення лінзи-окуляра, добитись чіткого зображення предмету 1 через дві труби – модельовану та досліджувану.
4. Виміряти діаметри D_1 і D_2 , вхідного і вихідного пучків змодельованої труби. Діаметр D_2 можна визначити за допомогою шкали на екрані в положенні лінзи, коли розмита світлова пляма стає чіткою (зображення опра ви об'єктива, що дає окуляр).
5. Підрахувати збільшення зорової труби γ і β за формулами (5.11), (5.13) і (5.14).

Завдання 3. Моделювання зорової труби Галілея

1. Зібрати коліматор, як показано в завданні 2.
2. Вибрати довгофокусну лінзу для об'єктива і короткофокусну для окуляра.
3. Зібрати модель труби Галілея по схемі рис.3. Врахувати, що і тут різке зображення предмета через допоміжну зорову трубу спостерігатиметься при співпаданні заднього фокуса об'єктива і заднього фокуса окуляра.

4. По формулі (5.11) розрахувати збільшення труби Галілея.
5. Визначити експериментально збільшення труби Галілея. Для цього предмет освітлювача спочатку спостерігається через трубу Галілея і допоміжну трубу, потім – знявши трубу Галілея – тільки через допоміжну трубу. Звідки Γ , де Γ – результат вимірювання з двома трубами, l – спостереження шкали через одну трубу.
6. Результати вимірювань внести у звітну таблицю, оцінити похибки вимірювань та роздільну здатність змодельованих приладів.

Контрольні питання

1. Які існують телескопічні системи, де їх використовують?
2. Які вимоги до окуляра, як він працює?
3. Вивести формули збільшення для зорової труби.
4. Які основні параметри характеризують зорову трубу?
5. Як покращують роздільну здатність телескопів?
6. Пояснити роботу телескопа Максудова.
7. У будь-який телескоп зірки видні як світні точки. У чому перевага спостереження зірок у телескопи перед спостереженням неозброєним оком?
8. Чому за допомогою телескопа можна вдень бачити зірки?
9. Чи можна в телескоп побачити муху, що сіла на об'єktiv цього телескопа?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

Назва роботи: Моделювання мікроскопа.

Мета роботи: Ознайомлення з оптичними схемами мікроскопа і його моделювання з простих лінз.

Завдання УДРС: Внести зміни в модель мікроскопа для одержання мікрофотографії.

Прилади і матеріали: Оптична лава, джерело світла, лінзи (2 шт.), рейтери (4 шт.), тримач екрана, тримачі лінз (2 шт.), сітка з комплекту “Свет”, мікроскоп, міра, окулярний мікрометр.

Опис експериментальної установки та порядок виконання роботи

Вся установка монтується на оптичній лаві довжиною не меншій 1 м. На одному кінці встановлюється освітлювач з зображенням на ньому предметом (нульове положення на шкалі оптичної лави). Наступні деталі встановлюються на лаву в міру необхідності.

Завдання 1. Юстування лінз

Проводиться аналогічно до завдання 1 лабораторної роботи № 7.

Завдання 2. Моделювання мікроскопа

Модель мікроскопа складається з двох збірних лінз: короткофокусної лінзи - об'єктива та довгофокусної лінзи – окуляра. Предметом є стрілка освітлювача.

1. Встановити лінзу – об'єктив в такому положенні, щоб предмет знаходився на відстані дещо більшій фокусної відстані лінзи.
2. Розмістити за лінзою екран і знайти проміжне положення зображення предмета, яке формує лінза – об'єктив. Врахувати, що проміжне зображення формується на відстані $(F_{об} + \Delta)$ від лінзи об'єктива і зручно брати $\Delta = 190$ мм.
3. Знявши екран, розмістити лінзу-окуляр на оптичну лаву і добитись різкого зображення предмета окуляром. Схема отриманої моделі має відповідати рис.1.

4. Підрахувати збільшення змодельованого мікроскопа по формулі (5.22).

Завдання 3. Ознайомлення з сучасним мікроскопом

1. Користуючись заводською інструкцією, вивчити будову і правила роботи з мікроскопом. Змінюючи об'єктиви та окуляри, провести спостереження різних предметів.
2. Визначити збільшення мікроскопу, розглядаючи стандартний предмет з використанням окулярного

$$\beta = \frac{C_1 N_1}{C_2 N_2}$$

- мікромметра (де N_1 і N_2 – число поділок міри та окулярного мікромметра, C_1 і C_2 , відповідно, – ціна шкали міри та окулярного мікромметра). Порівняти отримане значення з розрахунком по формулі (5.20).
3. Оцінити роздільну здатність мікроскопа, встановивши міру перед об'єктивом. Найменшу роздільну відстань визначити з таблиці по номеру останнього квадрату міри, штрихи якого ще видно роздільними. Порівняти отримані дані з розрахованими за формулою (5.23), вважаючи, що $\lambda = 550$ нм.
 4. Порівняти глибину різкого зображення, яке визначене за формулою (5.24), з величиною переміщення мікрометричного гвинта мікроскопа, в межах якого ще зберігається різке зображення предмета.
 5. Результати вимірювань представити у звітній таблиці. Порівняти результати змодельованого мікроскопа і стандартного. Накреслити оптичну схему мікроскопа.

Контрольні питання

1. Чому плоско опукла лінза, що діє як лупа, дає краще зображення у випадку її розміщення плоскою поверхнею до ока?
2. Які вимоги ставляться до об'єктива та до окуляра?
3. Як визначити розміри мікрооб'єкта за допомогою мікроскопа?
4. Яка конструкція і особливості об'єктива Аббе, окулярів

Гюйгенса, Рамсдена?

5. Як досягають максимальної роздільної здатності у мікроскопах?
6. В чому суть фазовоконтрастної мікроскопії?
7. У мікроскопах з великим збільшенням у простір між об'єктивом і покривним склом уводять кедрову олію, що має показник заломлення такий же, як і в покривного скла. Для чого це робиться?
8. Спостерігач з нормальним зором встановив мікроскоп на чітке бачення предмета. Що повинний буде зробити спостерігач з короткозорими очима, щоб у цей мікроскоп ясно побачити предмет - опустити тубус мікроскопа або підняти його?
9. Чи можна за допомогою оптики мікроскопа побачити зірку?
10. Яким чином можна перебудувати оптику мікроскопа (телескопа), щоб можна було фотографувати спостережуваний об'єкт?

Методичні вказівки і поради

Розв'язування задач на оптичні системи лінз аналогічне розв'язуванню задач для системи дзеркал. Розрахунок величини і положення кінцевого зображення ґрунтується на принципі оборотності світлових променів, з якого слідує, що зображення, створюване першою лінзою, можна розглядати як предмет для другої і т. д. В оптичних системах, складених з лінзи і дзеркала, перетворення світлового потоку відбувається тричі. Промені від предмета падають на лінзу, заломлюються на ній і потрапляють на дзеркало. Відбиваючись від дзеркала, вони знову заломлюються на лінзі і дають кінцеве зображення. При складанні рівнянь і проведенні розрахунків потрібно враховувати, чи є проміжне зображення уявним або дійсним предметом для наступної лінзи.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Плоска поверхня плоско опуклої лінзи посріблена. Фокусна відстань лінзи 0,3 м. Визначити де буде знаходитися зображення предмета, розташованого на відстані 60 см від лінзи.

Розв'язування: 1-ий спосіб. Промені, що йдуть від предмета, заломлюються, потім відбиваються від дзеркала і заломлюються другий раз, виходячи з лінзи (рис.1). Якби поверхня не була посріблена, то зображення предмета розташовувалося б на відстані $2F$ від лінзи, що впливає з форми

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Для побудови зображення беремо промені 1 і 2. За відсутності лінзи, при відбиванні від дзеркальної поверхні, отрималося б зображення A_2B_2 (A_1B_1 є предметом для дзеркала). Промені 3 і 4 – це промені, відбиті від поверхні дзеркала, які заломлюються лінзою. Зображення A_2B_2 –

ув'язний предмет для лінзи, а його зображення A_3B_3 є дійсне. Для визначення заломленого променя 3 намалюємо побічну оптичну вісь, паралельну йому, яка перетне фокальну площину в точці O , в цю ж точку, заломившись, потрапить промінь 3. Промінь 4 не змінює свого напрямку, оскільки він проходить через оптичний центр лінзи. Перетин променів 5 і 4 в точці A_3 дає зображення точки A . Тоді по формулі лінзи маємо:

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{2F} + \frac{1}{f},$$

$$f = \frac{2}{3}F, \quad f = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}.$$

2-ий спосіб. Оскільки, завдяки дзеркалу промінь два рази заломлюється на опуклій поверхні лінзи, можна розглянути лінзу з двома заломлюючими сферичними поверхнями. Відповідно, фокусна відстань цієї лінзи F_1 рівна

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F} = \frac{2}{F}; \quad F_1 = \frac{F}{2}.$$

Тоді за формулою лінзи отримаємо

$$\frac{2}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad \frac{2}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{f}, \quad f = \frac{2}{3}F.$$

Завдяки дзеркалу предмет і його зображення знаходяться зліва від лінзи.

Задача 2. У фокусі збірної лінзи знаходиться предмет. Побудувати зображення предмета, якщо за лінзою перпендикулярно до головної оптичної осі знаходиться плоске дзеркало.

Розв'язання: Від кожної точки предмета йдуть промені, які після заломлення утворюють паралельні пучки. Після відбивання від дзеркала кожний з паралельних пучків, знов пройшовши через лінзу, збирається в деякій точці фокальної площини (рис.2). Наприклад, промінь AB після заломлення йде через фокус і падає на дзеркало в точці C і відбиваючись, йде до лінзи по CD . Провівши побічну оптичну

вісь, знайдемо точку $A \square$ – точка перетину заломленого променя CD з фокальної площиною. У цю ж точку потрапить промінь AO , відбившись від дзеркала і заломившись в лінзі. Трикутник $AOA \square$ рівнобедрений. Отже, лінійні розміри зображення рівні розмірам предмета.

Задача 3. З трьох, розташованих впритул одна до одної лінз, складена плоско паралельна пластинка. Причому оптична сила системи першої і другої лінз рівна 5 дптр, системи з другої і третьої – 4 дптр. Знайти фокусні відстані лінз.

Розв'язування: Оптична сила системи першої і другої лінз рівна

$$D_{1,2} = D_1 + D_2. \quad (1)$$

Оптична сила системи другої і третьої лінз рівна

$$D_{2,3} = D_2 + D_3. \quad (2)$$

Оскільки лінзи утворюють плоско паралельну пластинку, то падаючі паралельні промені, не заломлюються і виходять паралельними пучком. Отже, оптична сила плоско паралельної пластинки рівна нулю.

З іншого боку, оптична сила всієї системи рівна сумі оптичних сил кожної лінзи і рівна нулю

$$D_1 + D_2 + D_3 = 0. \quad (3)$$

Таким чином, маємо систему трьох рівнянь (1), (2), (3) відносно трьох невідомих D_1 , D_2 і D_3 . З (1) і (2) отримуємо

$$D_1 = D_{1,2} - D_2, \quad D_3 = D_{2,3} - D_2$$

Підставивши в (3), отримаємо

$$D_2 = D_{1,2} + D_{2,3}.$$

Тоді $D_1 = -D_{2,3}$, $D_3 = -D_{1,2}$, і остаточно маємо $D_1 = -4$ дптр, $D_3 = -5$ дптр, $D_2 = 9$ дптр. Отже, $F_1 = 0,25$ м, $F_2 = 1/9$ м, $F_3 = 0,2$ м.

Задача 4. На рис.3 зображена лінза, що складається з двох збірних тонких лінз. Якщо залишити тільки першу лінзу,

то вона дає збільшення предмета $k_1 = 2$. Якщо залишити лише другу лінзу, то збільшення стане рівним $k_2 = 4$. Відстань від предмета до лінзи не змінюється. Визначити збільшення k , від системи двох лінз.

Розв'язування: Збільшення лінзи визначається співвідношенням

$$k = f/d.$$

Із формули лінзи

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D,$$

виразивши f , отримаємо для k

$$\frac{1}{k} = \frac{d}{d \cdot D - 1} = d \cdot D - 1.$$

Тоді

$$\frac{1}{k_1} = D_1 d - 1, \quad \frac{1}{k_2} = D_2 d - 1.$$

За умовою задачі тонкі лінзи складені разом, тому оптична сила системи цих лінз $D = D_1 + D_2$ і збільшення k визначиться за виразом

$$\frac{1}{k} = (D_1 + D_2)d - 1.$$

Виразимо D_1 і D_2 через k_1 і k_2 :

$$D_1 = \left(\frac{1}{k_1} + 1 \right) \frac{1}{d}, \quad D_2 = \left(\frac{1}{k_2} + 1 \right) \frac{1}{d}.$$

Тоді

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + 1, \quad \frac{1}{k} = 0,5 + 0,25 + 1 = 1,75, \quad k = \frac{1}{1,75} = \frac{4}{7}.$$

Збільшення при незмінній відстані d залежить тільки від оптичної сили лінзи. Якщо предмет знаходиться на однаковій відстані від лінз з різними оптичними силами ($D_1 > D_2 > D_3 \dots$) і при цьому за фокусом лінзи, то збільшення лінз буде тим менше, чим більша оптична сила лінзи

$(k_1 < k_2 < k_3 < \dots)$.

Задача 5. Світло від віддаленого джерела відповідає довжинам хвиль для червоних і зелених променів і паралельним пучком падає перпендикулярно на одну із заломлюючих граней призми з малим кутом заломлення α . За призмою встановлена лінза з фокусною відстанню F так, що її оптична вісь співпадає за напрямком з падаючим на призму пучком світла. Відстань між зображеннями джерела в фокальній площині лінзи для світла, що відповідає червоним і зеленим довжинам хвиль, дорівнює l . Визначити різницю значень показника заломлення матеріалу призми для червоного і зеленого світла. Для простоти розрахунків кути відхилення променів від оптичної осі лінзи вважати малими, так щоб синуси і тангенси цих кутів можна приблизно замінювати самими кутами.

Розв'язування: Розглянемо спочатку хід променів з довжиною хвилі λ_1 (рис.4). На передній грані промені не заломлюються. Для заломлення на задній грані можна записати

$$n_1 \alpha = \varphi_1 + \alpha.$$

Звідси визначається кут відхилення променів від первинного напрямку

$$\varphi_1 = \alpha(n_1 - 1).$$

Очевидно, що φ_1 – кут між напрямом заломлених променів і оптичною віссю лінзи. На екрані промені зберуться в точці, віддаленій від оптичної осі на відстань

$$l_1 \approx \varphi_1 F = \alpha(n_1 - 1)F.$$

Для променів з довжиною хвилі λ_2

$$l_2 \approx \varphi_2 F = \alpha(n_2 - 1)F.$$

Віднімаючи отримані рівняння, отримаємо

$$n_1 - n_2 = \frac{l}{\alpha F}.$$

Задача 6. Для вимірювання показника заломлення n

скляної призми з заломлюючим кутом $\alpha = 30^\circ$, була використана схема, наведена на рис.5. Призма розміщувалася перед збірною лінзою так, щоб грань AB була перпендикулярна до оптичної осі лінзи. У фокальній площині лінзи розміщувався екран, на якому при освітленні грані AC розсіяним світлом можна було спостерігати дві області: освітлену і неосвітлену. Відрізок, що з'єднує ці області (точку D) з центром лінзи, виявився розташованим під кутом 30° до оптичної осі лінзи. Визначити показник заломлення n призми.

Розв'язування: Розглянемо заломлення світла в деякій точці a , яка розташована на грані AC (рис.6). Ця грань за умовою задачі освітлюється променями довільних напрямків (розсіяне світло). Оскільки скляна призма є більш оптично густим середовищем у порівнянні з повітрям, то кут заломлення не може бути більшим деякого граничного кута r_0 , що визначається співвідношенням

$$\sin r_0 = \frac{1}{n}.$$

Крайні промені світлового конуса, що виходять з точки a , будуть падати на грань AB під кутами $r'_0 = r_0 - \alpha$ і $r''_0 = r_0 + \alpha$ в точках b і e . Оскільки $r'_0 < r_0$, а $r''_0 > r_0$, то промінь ab не здійснює повного відбивання на межі скло-повітря, в той час як промінь ae повністю відіб'ється.

Кут заломлення i_0 променя, що виходить з призми в точці b , знайдеться з умови співвідношення

$$\frac{\sin r'_0}{\sin i_0} = \frac{1}{n},$$

або

$$\frac{\sin(r_0 - \alpha)}{\sin i_0} = \frac{\sin \alpha \cos r_0 - \cos \alpha \sin r_0}{\sin i_0} = \frac{\sin \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} - \cos \alpha \cdot \frac{1}{n}}{\sin i_0} = \frac{1}{n}.$$

Звідси отримаємо

$$n = \sqrt{\left(\frac{\sin i_0}{\sin \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha\right)^2 + 1}$$

Всі промені, що виходять з призми під кутом i_0 , зберуться в деякій точці фокальної площини лінзи (точка D), напрям на яку з центра лінзи складає кут i_0 з оптичною віссю. Вище за точку O світло потрапити не може (неосвітлена область), оскільки промені, що виходять з призми, не можуть бути відхилені вверх від оптичної осі на кут, більший ніж i_0 . Нижче за точку O розташовується освітлена область; кут відхилення променів від оптичної осі вниз може бути будь-яким в інтервалі від 0 до 90° . У нашому випадку $\alpha = 30^\circ$, $i_0 = 30^\circ$ і, отже,

$$n = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} = 1,87$$

Задача 7. Двоопукла лінза з скла ($n = 1,5$) має оптичну силу 5 дптр. Коли її занурюють у рідину з показником заломлення $n_1 = 1,67$, вона діє як розсіювальна. Визначити оптичну силу і фокусну відстань лінзи в рідині. Побудувати зображення точки, яка лежить на головній оптичній осі на відстані трьох фокусів від лінзи. Знайти положення зображення точки для обох випадків.

Розв'язування: Якщо лінза буде в повітрі, то формула лінзи запишеться у вигляді

$$D_1 = \frac{1}{F_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни сферичних поверхонь, які обмежують лінзу, $F_1 = 1/D_1 = 0,2$ м, а D_1 – оптична сила лінзи. Звідси

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{D_1}{n-1}. \quad (1)$$

У другому випадку, коли лінзу занурено в рідину ($n_1 = 1,67$) і

$$D_2 = \frac{1}{F_2} = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Підставивши (1) в (2), отримаємо

$$D_2 = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \frac{D_1}{n - 1}. \quad F_2 = \frac{1}{D_2}.$$

Здійснюючи обчислення, отримаємо: $D_2 = -1,015$ дптр;
 $F_2 = -0,99$ м.

Знак мінус вказує, що лінза, занурена в рідину, діє як розсіювальна. Побудуємо зображення точки S у збірній (рис.7 а) і розсіювальній (рис.7 б) лінзах.

У першому випадку зображення S' точки дійсне. За формулою тонкої лінзи визначимо f_1 – відстань зображення від лінзи

$$f_1 = F_1 d_1 / (d_1 - F_1).$$

Тут d_1 – відстань від предмета до лінзи. Оскільки за умовою задачі $d_1 = 3F_1$, то

$$f_1 = \frac{F_1 \cdot 3F_1}{3F_1 - F_1} = \frac{3F_1}{2} = 0,3 \text{ м.}$$

У другому випадку лінза працюватиме як розсіювальна. Зображення S' уявне, тому F_2 і f_2 , будуть від'ємні

$$f_2 = \frac{F_2 d_1}{F_2 + d_1} = \frac{3F_1 \cdot F_2}{F_2 + 3F_1} = 0,37 \text{ м.}$$

Задача 8. Зорова труба налаштована для спостереження Місяця. На яку відстань і в яку сторону необхідно пересунути окуляр, щоб можна було розглядати предмети, віддалені від труби на 50 м? Фокусна відстань об'єктива 0,6 м.

Розв'язування: Зорові труби (телескопи) складаються із об'єктива $L_{об}$ і окуляра $L_{ок}$.

Дійсне, зменшене і обернене зображення, що

отримується об'єктивом $L_{об}$, розглядається через окуляр $L_{ок}$, який або залишає зображення оберненим, як в астрономічних трубах, або за допомогою додаткового пристрою (призматичний бінокль) дає пряме зображення. Око людини сприймає паралельні промені, тому для спостереження нескінченно віддалених предметів зорову трубу настроюють так, щоб промені, які в неї входять і із неї виходять були паралельні. Це можливо, якщо задній фокус об'єктива співпадає з переднім фокусом окуляра.

Якщо предмет знаходиться не на нескінченності ($d_1 \neq \infty$), а на відстані d_2 від об'єктива, то окуляр встановлюється так, щоб зображення від об'єктива потрапило в фокус окуляра (рис. 8).

А якщо зорова труба налаштована на спостереження Місяця, то зображення отримується у фокальній площині об'єктива

$$f_1 = F_1,$$

де F_1 – фокусна відстань об'єктива. А у випадку розглядання предметів на відстані d_2 , зображення буде на відстані f_2 , яке більше від F_1 на величину x . Отже, щоб в око попадав пучок паралельних променів, окуляр повинен бути зміщений на відстань x

$$x = f_2 - F_1.$$

За формулою лінзи

$$f_2 = \frac{F_1 d_2}{d_2 - F_1}.$$

Отже,

$$x = \frac{F_1 d_2}{d_2 - F_1} - F_1 = 0,7 \text{ см.}$$

Задача 9. При фотографуванні віддаленого об'єкта перед фотоапаратом на потрійній фокусній віддалі об'єктива помістили тонку лінійку довжиною $2l$. Площина лінійки

перпендикулярна оптичній осі фотоапарата. Об'єktiv – тонка лінза діаметром $2r < 2l$. Знайти довжину тіні на плівці (тобто, розмір області, в якій лінійкою будуть затемнені всі промені, що виходять від об'єкта який фотографується).

Розв'язування: Побудуємо зображення тіні, враховуючи, що плівка в фотоапараті розташована в фокальній площині. З побудови (рис. 9) випливає, що

$$x = \frac{l-r}{3}$$

Можна знайти область тіні і іншим способом, попередньо знайшовши положення зображення лінійки.

Задача 10. Жука фотографують в двох масштабах, підносячи фотоапарат на відстань d , рівну спочатку потрібній, а потім п'ятикратній фокусній віддалі об'єктива. В скільки разів потрібно змінити діаметр діафрагми об'єктива, щоб освітленість зображення на плівці в обох випадках була однаковою? Вважати, що діаметр об'єктива в обох випадках набагато менший d .

Розв'язування: Маленька частина жука, лінійний розмір якої рівний x , дає зображення розміру x' (рис.10). Освітленість зображення $E = \Phi/S$, де Φ – світловий потік, що виходить від частини жука, розмір якої рівний x і поширюється в тілесний кут $\Omega \sim D^2/d^2$, а $S \sim (x')^2$. Оскільки $x/x' = d/f$, отримаємо

$$E \sim \left(\frac{d}{f}\right)^2 \frac{D^2}{d^2} = \frac{D^2}{f^2} = \frac{D^2(d-F)^2}{d^2 F^2}$$

В останній рівності величина f виражена через відстань d і фокусну відстань F по формулі лінзи. Прирівнюючи освітленості для $d_1 = 3F$ і $d_2 = 5F$ і різних діаметрів діафрагми об'єктива, отримаємо

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{d_1(d_2 - F)}{d_2(d_1 - F)} = \frac{6}{5}$$

Задача 11. При фотографуванні Місяця з Землі за допомогою об'єктива, що має фокусну віддаль F , отримане

нечітке зображення Місяця у вигляді круга радіусом r_1 . Чітке зображення Місяця повинно мати радіус r_2 . На яку відстань потрібно змістити фотопластинку, щоб зображення стало чітким? Діаметр лінзи дорівнює D . Областю зображення вважати ту область, куди попадає хоча б один промінь від Місяця. Дифракцію світла на діафрагмі об'єктиву не враховувати.

Розв'язування: З побудови на рис. 11 випливає подібність трикутників ODF і FBC

$$\frac{OF}{FB} = \frac{OD}{BC} \Rightarrow FB = \frac{OF \cdot BC}{OD} = \frac{F \cdot r_2}{D/2}$$

Із подібності трикутників ODF і FKL

$$\frac{OF}{FK} = \frac{OD}{KL} \Rightarrow FK = \frac{OF \cdot KL}{OD} = \frac{F \cdot r_1}{D/2}$$

Тоді шукана величина x рівна

$$x = S' - l = (OF + FB) - (OF + FK) = FB + FK$$

Підставляючи відповідні значення, отримаємо

$$x = \frac{F \cdot r_2}{D/2} + \frac{F \cdot r_1}{D/2} = \frac{2F(r_2 + r_1)}{D}$$

Задача 12. Паралельний пучок світла розсіюється, проходячи крізь пластинку (рис.12). Максимальний кут відхилення променів від початкового напрямку для кожної точки пластинки рівний α . Який найменший радіус світлової плями можна отримати, поставивши за пластинкою збиральну лінзу, що має фокусну віддаль F ?

Розв'язування: Паралельний пучок дає зображення в фокальній площині $r = Ftg\alpha$. Якщо ж розмір лінзи такий, що $r/F < tg\alpha$, то мінімальний розмір плями рівний діаметру лінзи d , отримується, якщо лінзу розмістити впритул до екрану.

Задача 13. Плоску поверхню плоско випуклої лінзи, фокусна віддаль якої дорівнює F , покрили сріблом. Знайти фокусну віддаль отриманого дзеркала, якщо світло падає зі сторони скла.

Розв'язування: Відбившись від дзеркала, світло повторно проходить через ту ж лінзу, так, що посріблення плоскої поверхні лінзи еквівалентно подвоєнню її оптичної сили, що зменшує вдвоє фокусну віддаль лінзи $F_{\square} = F/2$.

Задача 14. Дві однакові збірні лінзи, що мають кожна фокусну віддаль F , розташовані так, що їх головні оптичні осі утворюють кут α і головна оптична вісь другої лінзи проходить через центр першої (рис. 13). У фокусі першої лінзи розташоване точкове джерело світла S . Знайти відстань між джерелом світла і його зображенням в парі лінз. Відстань між центрами лінз дорівнює $2F$.

Розв'язування: Проведемо промінь з джерела S так, щоб, пройшовши через першу лінзу, він далі пішов через фокус другої лінзи (рис.14). Тоді за першою лінзою цей промінь піде паралельно її головній оптичній осі, а за другою лінзою – паралельно головній оптичній осі цієї лінзи і перетне фокальну площину в точці S_{\square} . Ця точка і є зображення джерела S в системі даних лінз. Опустимо перпендикуляр SA на пряму O_1O :

$$O_1A = F \cos \alpha, \quad OB = F \operatorname{tg} \alpha = DS'$$

$$AD = AO_1 + O_1O + OD = 3F + F \cos \alpha$$

Відстань між джерелом S і його зображенням S_{\square} по вертикалі

$$H = SA + DS_{\square}, \quad DS_{\square} = F \operatorname{tg} \alpha;$$

$$H = F \sin \alpha (1 + 1/\cos \alpha).$$

Таким чином

$$SS' = \sqrt{H^2 + AD^2} = F \sqrt{(1 + 1/\cos \alpha)^2 \sin^2 \alpha + (3 + \cos \alpha)^2}.$$

Зображення дійсне (перетинаються в знайденій точці самі промені, а не їх продовження).

Задача 15. У широку плоску посудину з водою, показник заломлення якої рівний n , вміщена лінза. Фокусна відстань цієї лінзи у воді дорівнює F . Лінза розміщена горизонтально на відстані F від дна посудини і оточена непрозорим плоским екраном. Поверхня води освітлюється

розсіяним світлом. Знайти діаметр світлої плями на дні посудини.

Розв'язування: Припустимо, що на поверхню води падає під кутом i паралельний пучок світла (рис.15). Кут заломлення такого пучка отримаємо з умови $\sin r = \sin i / n$. Паралельний пучок заломлених променів, пройшовши через лінзу, збереться в деякій точці фокальної площини, яка за умовою задачі співпадає з дном посудини. Відстань x від точки сходження променів до оптичної осі лінзи рівна $F \operatorname{tg} r$, або

$$x = \frac{F \sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Для променя, що ковзає ($i = 90^\circ$), ця відстань приймає максимальне значення

$$x_{\max} = \frac{F}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

При освітленні поверхні води розсіяним світлом, тобто світлом, що складається з променів довільних напрямів, на дні посудини утвориться світла пляма, діаметр d якої рівний $2x_{\max}$

$$d = 2x_{\max} = \frac{2F}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

Задача 16. Світна точка S за допомогою лінзи C , фокусна відстань якої 10 см, і обертового дзеркала LL_1 проектується на круглий екран AA_1 (рис. 16). Визначити лінійну швидкість v , з якою переміщується зображення точки на екрані, якщо дзеркало обертається навколо осі O з кутовою швидкістю $\omega = 1$ рад/с. Відстань від центру лінзи до осі дзеркала $I = 300$ см, відстань світної точки до центру лінзи $d = 10,2$ см.

Розв'язування: Якби не було дзеркала LL_1 , зображення точки S знаходилося у точці S_2 , причому $CS_2 = d/(d-F) = 51$ см. При наявності дзеркала зображення точки S отримується в

точці S_1 , причому $OS_2 = OS_1$. Тому що $OC = I = 300$ см, радіус екрана $R = OS_1 = 210$ см. При повороті дзеркала на кут α промінь OOS_1 повертається на кут 2α ; таким чином, кутова швидкість точки S_1 дорівнює 2ω . Отже, $v = 2\omega R = 420$ см/с.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Зображення предмета, який сфотографований з відстані 10 м, утворилось на плівці висотою 17,9 мм, а з відстані 6 м - висотою 30 мм. Знайти оптичну силу об'єктива.

Задача 2. Збірна лінза з фокусною відстанню 20 см знаходиться на відстані 10 см від розсіювальної лінзи з фокусною відстанню 60 діоптрій. Знайти, на якій відстані від другої лінзи буде знаходитись зображення точки, якщо сама точка, що світиться, знаходиться на відстані 30 см від першої лінзи.

Задача 3. Межі акомодациї в короткозорї людини лежать між 10 і 25 см. Визначити, як зміняться ці межі, якщо людина використовує окуляри з оптичною силою -4 дптр.

Задача 4. Короткозора людина без окулярів розглядає предмет, що знаходиться на деякій відстані під поверхнею води. Виявилось, що коли око розташоване поблизу поверхні води, то максимальне занурення предмета, при якому людина ще розрізняє його дрібні деталі, дорівнює 30 см. Якщо показник заломлення води рівний 1,3, визначити, які окуляри варто носити цій людині.

Задача 5. Людина носить окуляри. З нормального положення вона поступово віддаляє їх, увесь час дивлячись крізь скло окулярів. При віддаленні видимі предмети зменшуються. Які вона носить окуляри: для короткозорих або для далекозорих? Одним оком людина дивиться крізь скло окулярів, а іншим - без окулярів на віддалений предмет, порівнюючи обидва зображення. Друге зображення, отримане неозброєним оком, їй видається в 1,5 рази більше першого. При цьому відстань скла окулярів від ока дорівнює 20 см. Визначити оптичну силу цих окулярів.

Задача 6. Об'єктив фотоапарата складається з двох лінз: додатної лінзи з фокусною відстанню $F = +6$ см, повернутої до об'єкта, і негативної лінзи з фокусною відстанню $F_2 = -2,5$ см. Відстань між лінзами $d = 4$ см. На якій

відстані від негативної лінзи повинна розташовуватися фотоплівка при фотографуванні віддалених предметів?

Задача 7. При фотографуванні предмета об'єктивом з фокусною відстанню F_1 розмір зображення виявився рівним h_1 . Яким буде розмір зображення, якщо на об'єктиві розмістити розсіювальну лінзу з фокусною відстанню F_2 ($F_2 > F_1$). Відстань від предмета до об'єктива в обох випадках однакова і дорівнює a .

Задача 8. Фотоапаратом, об'єктив якого має фокусну відстань $F = 50$ мм, а розмір кадру 24×35 мм, фотографують креслення розміром 480×600 мм. З якої відстані потрібно здійснити фотографування, щоб одержати максимальний розмір зображення? Яка частина кадру (по площі) буде при цьому зайнята зображенням?

Задача 9. Яку витримку потрібно зробити при фотографуванні стрибка у воду з вишки, якщо фотографується момент занурення у воду з вишки висотою 5 м, а фотограф знаходиться в човні на відстані 10 м від місця занурення стрибуну. Об'єктив фотоапарата має фокусну відстань 10 см. На негативі допускається розмиття зображення 0,5 мм.

Задача 10. При фотографуванні віддаленого точкового джерела на фотографії через невисоку якість об'єктива утворюється світле коло діаметром $d = 0,1$ мм. З якої максимальної відстані можна сфотографувати в тих же умовах два точкових джерела, розташованих на відстані $l = 1$ см одне від одного, щоб на фотографії їх зображення не перекривались? Фокусна відстань об'єктива $F = 5$ см.

Задача 11. У мікроскопі головна фокусна відстань об'єктива $F_1 = 5,4$ мм, а окуляра $F_2 = 2$ см. Предмет знаходиться від об'єктива на відстані $a_1 = 5,6$ мм. Визначити лінійне збільшення мікроскопа для нормального ока і довжину мікроскопа (відстань між об'єктивом і окуляром), поклавши, що око акомодоване на відстань найкращого зору $d = 25$ см.

Задача 12. Об'єктив зорової труби має фокусну

відстань $F_1 = 30$ см, а окуляр - фокусну відстань $F_2 = 4$ см. Труба встановлена на нескінченість. У якому місці потрібно поставити діафрагму, щоб поле зору було різко обмеженим? Який розмір кута поля зору, якщо діаметр діафрагми 12 мм? Яке кутове збільшення труби ?

Примітка. Кутовим збільшенням називають відношення тангенсів кутів, утворених вихідними і вхідними пучками з оптичною віссю.

Задача 13. Між джерелом світла і зоровою трубою на відстані $l_1 = 85$ см від джерела розміщена розсіювальна лінза з фокусною відстанню $F_1 = -15$ см. Де в проміжку між джерелом і розсіювальною лінзою потрібно помістити збиральну лінзу з фокусною відстанню $F_2 = 16$ см, щоб джерело світла було чітко видно в зорову трубу, що встановлена на нескінченість? При якому з можливих положень лінзи зображення в трубі буде мати найбільші кутові розміри?

Задача 14. Об'єктив зорової труби має фокусну відстань $F_1 = 25$ см і діаметр 5 см, а окуляр - фокусну відстань $F_2 = 5$ см. Труба встановлена на нескінченість. Якщо за окуляром помістити матове скло, то при деякому його положенні світний кружок на матовому склі має найменші розміри і різко обмежені краї. Чому дорівнює при цьому відстань від матового скла до окуляра і чому дорівнює діаметр кружка?

Примітка. У подібних випадках рекомендується розв'язувати задачу, припустивши, що око акомодоване на нескінченість.

Задача 15. Зорова труба переміщенням окуляра може сфокусуватися на предмети, що знаходяться на відстані від $a_1 = 2$ м до $a_2 = 10$ м. Яку лінзу потрібно прикласти до об'єктива, щоб труба могла настроюватися на нескінченість ? Де при цьому буде знаходитися ближня точка фокусування ?

Задача 16. Перед об'єктивом зорової труби Кеплера (із збірною лінзою в якості окуляра) розміщений предмет на відстані $a < F_1$. Відношення фокусних відстаней об'єктива й окуляра $F_1/F_2 = 10$. Труба встановлена на нескінченість. Знайти лінійне збільшення та характер зображення.

Задача 17. Перед об'єктивом зорової труби Галілея (із розсіювальною лінзою у якості окуляра) поміщений предмет на відстані $a > F_1$. Відношення фокусних відстаней об'єктива й окуляра $F_1/F_2 = -10$. Труба наведена на нескінченість. Знайти лінійне збільшення $\beta = y/x$, де x – розмір предмета, y – розмір зображення. Визначити характер зображення.

Задача 18. Зорова труба має фокусну відстань об'єктива $F_1 = 50$ см і фокусну відстань окуляра $F_2 = 10$ см. Чому дорівнює кут, під яким видно через трубу два віддалених предмети, якщо при спостереженні незброєним оком цей кут дорівнює 30° ? Труба встановлена на нескінченість.

Задача 19. Об'єктив і окуляр зорової труби Галілея мають фокусні відстані, що рівні $F_1 = 57$ см і $F_2 = -4$ см. Труба наведена на Сонце. На відстані $b = 12$ см від окуляра розташований білий екран. При якій відстані L між об'єктивом і окуляром на екрані утвориться чітке зображення Сонця? Який буде діаметр D цього зображення, якщо кутовий розмір Сонця $\alpha = 30'$? Розв'язати задачу, коли використана труба Кеплера з фокусними відстанями об'єктива й окуляра $F_1 = 40$ см, $F_2 = 3$ см, а екран розташований на відстані $b = 15$ см від окуляра.

Задача 20. Спостерігач із нормальним зором розглядає Місяць у телескоп, об'єктив якого має фокусну відстань $F_1 = 2$ м, а окуляр $F_2 = 5$ см. Око спостерігача акомодовано на відстань найкращого зору $d = 25$ см. На скільки потрібно перемістити окуляр для того, щоб одержати зображення Місяця на екрані на відстані $d = 25$ см від окуляра? Чому рівні при цьому розміри зображення Місяця на екрані, якщо його

кутові розміри $\alpha = 30^\circ$?

Задача 21. Глядач з нормальним зором дивиться на сцену, що знаходиться на відстані $a = 15$ м, у бінокль. Фокусна відстань об'єктива бінокля $F_1 = 20$ см, окуляра $F_2 = -5$ см. На якій відстані повинні бути розташовані об'єктив і окуляр бінокля, щоб глядач найбільш чітко бачив сцену, якщо зображення розглядається з відстані найкращого зору $d = 25$ см?

Задача 22. Об'єктивом зорової труби Кеплера є лінза з фокусною відстанню $F_1 = 500$ мм, що має діаметр $D = 75$ мм. Яка фокусна відстань окуляра, якщо при спостереженні за допомогою цієї труби Місяць здається в чотири рази менш яскравим в порівнянні із спостереженням необзброєним оком? Діаметр зіниці прийняти рівним 3 мм.

Задача 23. В скільки разів зміниться освітленість зображення Місяця на сітківці ока при переході від спостереження необзброєним оком до спостереження за допомогою телескопа (труба Кеплера)? Об'єктив телескопа має діаметр 100 мм; збільшення труби дорівнює 50. Діаметр зіниці ока вважати рівним 3 мм.

Задача 24. За допомогою зорової труби, що складається з об'єктива із фокусною відстанню $F_1 = 50$ см і діаметром $d_1 = 10$ см і окуляра з фокусною відстанню $F_2 = 2,5$ см і діаметром $d_2 = 0,5$ см, отримане зображення Сонця на екрані, який розташований на відстані $b = 20$ см за окуляром. Визначити, у скільки разів освітленість зображення більша освітленості екрана прямими сонячними променями. Кутовий діаметр Сонця $\alpha = 0,01$ рад. Втратами світла в оптичній системі знехтувати.

Задача 25. Зображення Сонця отримано за допомогою об'єктива, що складається з збиральної і розсіювальної лінз ($F_1 = +10$ см, $F_2 = -10$ см), розташованих на відстані $l = 5$ см. Посередині між лінзами розміщена кругла діафрагма діаметром $D = 0,75$ см. Припускаючи, що лінзи мають достатньо великі розміри і не обмежують світлових пучків,

визначити, у скільки разів освітленість зображення більша освітленості екрана прямими сонячними променями. Кутовий діаметр Сонця α прийняти рівним 0,01 рад. Втратами світла в лінзах знехтувати.

Тема 6. Волоконна оптика

Література

1. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика. - Київ: Вища школа, 1991. - §§4.16.
2. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. -М.: Сов.энциклопедия. 1988. Т.1. - С. 333 - 335.
3. Оптика и связь: Оптическая передача и обработка информации. Пер. с фр. / А.Козанне, Ж.Флере, Г.Мэтр, М. Руссо. - М.: Мир, 1984. - С. 207 - 210
4. Тарасов Л. В., Тарасова Л. В. Беседы о преломлении света / Под ред. В. А. Фабриканта. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. - С. 156 - 163.
5. Оокоси Т. Оптоэлектроника и оптическая связь: Пер. с япон. А. А. Генина / Под ред. и с предисловием М. И.Беловолова. - М.: Мир, 1988. - 96 с.
6. Сборник задач по физике: Учебное пособие / Баканина Л.П., Белонучкин В., Е., Козел С. М., Мазанько И. П.; Под ред. Козела С. М. -М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. - С. 112 - 113, 134 - 135.

Конспект основних питань

Предмет волоконної оптики. Поширення світла в прямому і зігнутому циліндричних волокнах. Промені в кінцічному волокні. Вплив згину волокна. Градієнтні оптичні волокна. Тонкі волокна. Властивості волоконних систем. Деякі відомості про поширення світла в атмосфері.

Предмет волоконної оптики

Звернемо увагу на ще один напрямок геометричної оптики, що сформувався у другій половині 50-х років минулого століття. Цей напрямок одержав назву „волоконна оптика”. Його інтенсивний розвиток у наші дні значною мірою пов’язаний з розвитком оптичних ліній зв’язку, оптико-електронних систем обробки інформації, діагностики машин, новітніх технологічних процесів, медичної апаратури і т.д. У результаті успішного розвитку волоконної оптики відкрились великі можливості подальшого розвитку науки і техніки, зокрема, зв’язку. Адже, тільки по одному провіднику світла можна вести одночасно 10 тисяч телефонних розмов. Якщо із таких провідників утворити кабель діаметром 7 мм, то можна вести до 2млн. телефонних розмов одночасно. Якщо використати світлопровід діаметром 100 мкм, то можна одночасно передавати програми 12 каналів телебачення. Такі світлопроводи виготовляють із надзвичайно чистих прозорих діелектриків, які являють собою джгут тонких прозорих волокон. Отже, оптичні зображення можна передавати на відстань не тільки за допомогою системи лінз, а й за допомогою світлопроводів.

Волоконна оптика – це розділ геометричної оптики, в якому вивчаються поширення оптичного випромінювання по волоконним світлопроводам і явища, які при цьому виникають. Основним елементом у волоконній оптиці є світлопровід. Зазвичай його виготовляють із кварцового скла з оптичними втратами ≈ 1 дБ/км (1 дБ – десята частина 1 бела (1 Б)) в найближчій ІЧ-області спектру (пропускання таких світлопроводів складає $\sim 50\%$ при довжині світлопроводу в декілька км). Ці світлопроводи використовуються в системах далекого оптичного зв’язку, в бортових системах зв’язку, системах передачі телеметричної інформації, в датчиках різних фізичних полів (магнітні, температурні, акустичні та ін.).

В залежності від матеріалу, волоконні світлопроводи поділяють на світлопроводи з кварцового скла, з

багатокомпонентного скла (звичайне скло високої степені очищення) та з спеціальних високопрозорих пластмас. Світлопроводні кабелі в своїй конструкції можуть не мати металевих частин. Ресурси сировини основного компоненту світлопроводів – кварцового скла – практично не обмежені. Тому волоконно-оптичний зв'язок набирає все більшого застосування, адже даний вид зв'язку має низькі втрати (0,2 дБ/км), широку смугу пропускання (від декілька тисяч до декілька десятків тисяч телефонних каналів), малу товщину (діаметр кабелю 125 мкм), гнучкість (радіус згинання 2 мм), малу масу (27 г/км); високу міцність; несприйнятливості сторонніх електромагнітних полів, тобто висока захищеність від зовнішніх впливів, відсутність іскріння (експлуатаційна безпека).

Волоконний світлопровід являє собою довгу гнучку нитку, серцевина якої виготовлена із високопрозорого діелектрика з показником заломлення n_1 . Вона оточена оболонкою з показником заломлення $n_2 < n_1$.

Існує три типи світлопроводів: 1) багатомодові (моди – число типів коливань, які можуть поширюватись по світлопроводу) із ступінчатим профілем показника заломлення; 2) багатомодові із градієнтним профілем показника заломлення; 3) одномодові, в яких квадрат діаметра серцевини $\approx 5-10$ мкм, в багатомодових – від декількох десятків до декількох сотень мкм. Різниця Δn для багатомодових $\sim 1-2\%$, для одномодових – декілька десятих долей процента. Повний діаметр світлопроводів $\sim 10^2-10^3$ мкм.

Поширення світла по волоконним світлопроводам обумовлено повним внутрішнім відбиванням світла на межі серцевини – оболонки. Промені, які падають на дану межу під кутом $\alpha \geq \alpha_{zp}$, де

$$\sin \alpha_{zp} = \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.1)$$

знають повного внутрішнього відбивання. При цьому кут

падіння складає $n_1\alpha$. Меридіальні промені, що падають на таку ж межу під кутом $\alpha > \alpha_{2p}$ (штрихова лінія на рис.1), частково відбиваючись на межі розділу, частково заломлюються в оболонці і поглинаються зовнішнім покриттям. Отже, вираз

$$n_1\alpha_{sp} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.2)$$

є мірою можливості волоконного світлопроводу поглинати світло. Синус кута $n_1\alpha_{sp}$ називається числовою апертурою світлопроводу.

Поширення світла по волоконному світлопроводу супроводжується такими оптичними явищами як затухання оптичного сигналу, розширення коротких імпульсів світла, виникненням нелінійних процесів.

Уявлення про поширення світла по вигнутому волокну можна одержати, якщо проробити наступний дослід. У нижній частині бічної стінки посудини, наповненої водою, є отвір, через який безперервним струменем виливається вода. Проти отвору поміщене джерело світла, світлові промені якого фокусуються саме на отвір. Світло попадає усередину водяного струменя і ніби біжить по ній. Створюється враження, ніби вода захоплює світло; при цьому струмінь води світиться зсередини.

Всі ми багато разів милувалися у вечірній час яскравим видовищем підсвічених знизу фонтанів. При відповідним чином налаштованому підсвічуванні, струмені води такого фонтану світяться як і у досліді, описаному вище.

Світний струмінь води – це прообраз оптичного волокна. В обох випадках ми маємо справу з явищем повного внутрішнього відбивання світла. Саме це явище й «змушує» світло бігти по волокну, по всіх його вигинах.

Поширення світла в прямому і зігнутому циліндричних волокнах

Світлові промені можуть поширюватись як у прямому, так і у зігнутому циліндричному волокні, а також і в кінцінному волокні. При розв'язуванні задач розглядають лише меридіальні промені – це промені, які лежать в площині, яка

проходить через вісь волокна. У прямому і зігнутому циліндричному волокні (рис.2) хід світлового променя не залежить від величини кута падіння на торець волокна.

Нехай промінь входить у торець світлопроводу під кутом падіння α (рис.2.). Після заломлення промінь падає на бічну поверхню під кутом $\theta = 90^0 - \beta$, де β – кут заломлення. Повне внутрішнє відбивання буде при виконанні умови

$$\sin \theta \geq \frac{1}{n}, \quad (6.3)$$

де n – показник заломлення речовини світлопроводу. З прямокутного трикутника ABC можна записати, що

$$\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha = \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}.$$

Враховуючи (6.3), дістанемо

$$\sin \alpha \leq \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{n^2 - 1}.$$

Якщо $\alpha \rightarrow 90^0$, то

$$n \geq \sqrt{2}. \quad (6.4)$$

Тобто, якщо промінь падає на торець світлопроводу під кутом навіть близьким до 90^0 , то він також зазнаватиме повного внутрішнього відбивання при виконанні умови (6.4).

Промені, що падають на торець під занадто великим кутом, не утримуються усередині волокна; вони вийдуть через бічну поверхню.

Промені в кінцічному волокні

Хід променів в кінцічному волокні дещо відрізняється від попереднього. При поширенні світла по такому волокні, кут θ , під яким промінь падає на бічну поверхню волокна, збільшується з кожним відбиванням до тих пір, доки не порушиться умова повного внутрішнього відбивання. Після цього промінь залишить волокно (рис.3).

Вплив згину волокна. Градієнтні оптичні волокна. Тонкі волокна

Ми розглянули випадки, коли траєкторія світлового променя усередині волокна складається з відрізків прямих. Таке припущення треба розглядати лише як перше наближення. На практиці воно часто виявляється непридатним. Насамперед варто врахувати, що на вигині волокна його область із внутрішньої сторони піддається стискуванню, а із зовнішньої сторони – розтягу. В результаті показник переломлення волокна із внутрішньої сторони вигину виявляється більшим, ніж із зовнішньої. Це приводить до викривлення світлового променя у волокні. Викривлення відбувається таким чином, щоб опуклість траєкторії була звернена убік меншого значення показника переломлення; інакше кажучи, напрямку вигину променя буде відповідати напрямку вигину волокна. Таким чином, траєкторія світлового променя у вигнутому волокні складається не з прямих, а з кривих ділянок, як це показано на рис.4.

З метою більш ефективного утримання світла всередині волокна застосовують **градієнтні оптичні волокна**. Останнє часто виготовляють так, щоб показник заломлення був максимальний вздовж осі волокна й плавно зменшувався до країв. На рис.4 показано траєкторію світлового променя в такому волокні. На рис.5 наведені характерні для подібного волокна розміри. При діаметрі волокна 200 мкм його центральна (світлоносна) область має діаметр близько 50 мкм; відносне зменшення показника заломлення при переході від осі волокна до його краю становить в розглянутому випадку не більше 1%. Нині розроблена техно-логія виготовлення оптичних волокон із змінним по перетині показником заломлення; ці волокна називають **градієнтними**.

Вище розглянуті волокна, діаметр яких значно більший від довжини хвилі світла, тобто **товсті волокна**. Використовуються також тонкі волокна. Їх діаметр

порівнюється з довжиною хвилі світла й навіть менший її. Діаметр тонкого волокна може досягати 0,1—1 мкм. Очевидно, що при розгляді поширення світла по такому волокну принципово не можна говорити про якусь траєкторію світлового променя. Тут можуть використовуватись тільки хвильові уявлення. Поле світлової хвилі, що поширюється вздовж тонкого волокна, заповнює весь об'єм волокна й, більше того, займає також частину простору поблизу волокна.

Висловлені зауваження дозволяють якоюсь мірою відчутти степінь складності питань, які доводиться розв'язувати при розробці, виготовленні й застосуванні волоконних світлопроводів. Ці світлопроводи використовуються для передачі сигналів на відстані від декількох метрів до декількох кілометрів. Зрозуміло, що довгі волокна повинні характеризуватися дуже малим поглинанням світла, а також дуже малим розсіюванням світла через бічну поверхню. Відповідно до сучасних вимог, які обумовлюються довжиною світлопроводів, інтенсивність поглинутого світла має зменшуватись не більше ніж у 2 рази на 7 кілометрів довжини світлопроводу. Вимоги до світлопроводів, які застосовуються для передачі сигналів на малі відстані і вимірюються метрами й десятками метрів, є, природно, менш жорсткими.

Властивості волоконних систем

Передача оптичних зображень здійснюється по **волоконному джгуту**. Оптичні волокна широко використовуються для передачі по них не тільки світлових сигналів, але й оптичних зображень (двовірних картинок). Для цього волокна компонуєть у джгут. На рис. 6 показаний поперечний розріз такого джгута з відносно малим числом волокон. У джгутах, які застосовують на практиці, число волокон може досягати до мільйона. Кожне волокно, що входить у джгут, має оболонку, що перешкоджає просочуванню світлової енергії з даного волокна в сусідні.

Принцип передачі зображення по волоконному джгуті досить простий. Можна сказати, що світлові промені, відбиті

(або випущені) тим або іншим елементом переданого зображення, уловлюються відповідним волокном у джгуті, проходять по всій довжині джгута й на виході відтворюють даний елемент зображення. Образно кажучи, ми ніби «опановуємо» окремо кожним променем, який іде від об'єкта або вихідного зображення, і за допомогою волокна направляємо цей промінь туди, куди буде потрібно. Зберігаючи на виході джгута таке ж взаємне розташування волокон, що й на вході, ми можемо відтворити на виході те зображення, що подавалося на вхід, тобто тим самим можемо здійснити передачу зображення на відстані.

В окремих випадках ми можемо приймати зображення об'єктів, що перебувають у важкодоступних порожнинах, тобто у тих місцях, куди ми самі (разом з нашою звичайною оптикою) заглянути не можемо. Це важливо при дослідженні внутрішніх органів людини; волоконна оптика відкриває великі можливості проглядування людського організму зсередини. Волоконна оптика знаходить широке застосування у кабельному телебаченні, багатоканальному зв'язку, у діагностиці машин, медицині, новому типі бібліотечного і лекційного обслуговування, технологічних процесах, внутрішньому зв'язку на підприємствах і в установах, у створенні окремих приладів і елементів електронно-обчислювальних машин тощо.

Відзначимо ще одну властивість волоконної оптики. На рис.7 показаний так званий **волоконний вирівнювач світлового поля**, що дозволяє усунути аберації, створювані системою лінз. На рисунку: 1-лінзова система, 2-волоконнооптичний коре-гувальний пристрій, 3-фотопластинка. Під час відсутності волоконно-оптичного пристрою світлові промені приходили б на фотопластинку так, як це показано штриховими стрілками; тепер же вони приходять так, як показано суцільними стрілками. Корегування ходу променів здійснено так, щоб усунути аберації лінзової системи.

У якості ще одного конкретного прикладу розглянемо застосування волоконної оптики у **високошвидкісній фотографії**. Нехай потрібно сфотографувати якийсь швидкоплинний процес; для цього необхідно швидко переміщати фотоплівку в кіноапараті. Звісно, виникають обмеження, пов'язані з певними технічними можливостями здійснення швидкого переміщення плівки, а також з необхідністю витримувати деякий проміжок часу, необхідний для експозиції. У цьому випадку можна скористатися волоконнооптичним пристроєм – дисектором зображення. Він поелементно перетворить двовимірну картинку в рядок (рис.8).

Двовимірна картинка як би розрізається на сукупність рядків і всі ці рядки викладаються в єдиний рядок. Фотоплівка переміщається щодо зображення в напрямку, показаною на малюнку стрілкою. На одній і тій же довжині плівки можна вмістити набагато більше кадрів, якщо вони будуть мати вигляд рядків, а не двовимірних картинок. Згодом зафіксоване у вигляді таких рядків зображення може бути перетворене за допомогою того ж самого волоконного дисектора у звичайне двовимірне зображення й перенесене на нову плівку. При цьому перша плівка повинна переміщатися більш повільно. При звичайній швидкості переміщення другої плівки ми будемо бачити знятий процес в уповільненому варіанті.

Приведемо приклад **природної волоконнооптичної системи**, якою є сітківка людського ока. На рис.9 виділена й схематично показана область сітківки в районі жовтої плями. Потрапляючи на сітківку, світло спочатку проходить через шар 1, що складається з нервових клітин і волокон, а потім сприймається світлочутливими елементами, які знаходяться в шарі 2. Цей останній шар подібний волоконнооптичному пристрою. Він містить волокна двох типів (вони виділені на рисунку): більш тонкі волокна 3 і товстіші волокна 4. Перші прийнято називати паличками, другі – колбочками. В останні роки росте переконання в тому, що в природі

волоконнооптичні пристрої і елементи зустрічаються значно частіше, ніж це прийнято вважати.

Деякі відомості про поширення світла в атмосфері

У табл.1 представлені втрати для двох довжини хвиль у вакуумі, з якої видно, що навіть при значних відстанях втрати будуть не дуже великими.

Таблиця 6.3.
Наближена оцінка послаблення оптичного сигналу при поширенні у вакуумі між антенами радіусом 1 м (дифракційні втрати)

λ , мкм	L , км	
	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$
0,63	0 дБ	20 дБ
10,6	20 дБ	40 дБ

Але атмосфера – це не вакуум. Реальне середовище ще складніше. В атмосфері є три головних фактори, що погіршують її світлопровідні характеристики.

1. *Молекулярне поглинання.* Воно сильно залежить від довжини хвилі й визначається властивостями газів, що входять до складу атмосфери. На рис.10 показана залежність коефіцієнта поглинання від довжини хвилі для різних компонентів атмосфери, де суцільна лінія відноситься до пари води, а штрихова – до вуглекислого газу; жирна суцільна – до озону. Як видно з рис.10, є так звані вікна прозорості атмосфери, тобто ділянки спектру, що придатні для зв'язку.

2. *Поглинання, яке обумовлене аерозолями* (до яких відносяться, крім туману, завислі в повітрі дрібні тверді частинки). Єдиний спосіб боротьби із цим видом поглинання – збільшити довжину хвилі, щоб вона була більшою за розмірами від частинок (працювати в інфрачервоній області спектра).

3. *Атмосферна турбулентність.* Показником

заломлення повітря є часткова функція координат і часу; таким чином, у параметрах прийнятої хвилі є статистичні невизначеності. Основні наслідки атмосферної турбулентності такі: а) зсув пучка в точці прийому; б) зміна амплітуди й фази хвилі в площині прийому.

Надійність передачі звичайно оцінюється часом, протягом якого атмосферні втрати не перевищують деяку задану величину, і виражається у відсотках від часу передачі. Вона має бути рівна 90, навіть 99,5 або 99,9%. Експеримент показує, що забезпечити таку високу надійність зв'язку можна тільки у виняткових кліматичних умовах. Звідси випливає необхідність проведення попередніх досліджень при створенні оптичних систем зв'язку у відкритому просторі. Такий вид оптичного зв'язку може використовуватись, наприклад, для систем космічного зв'язку (правда, при цьому виникають труднощі входження у зв'язок).

Для усунення шкідливого впливу атмосфери доводиться використовувати поширення світла в замкнутому середовищі і, отже, різні способи напрямленого поширення світла у світлопроводах.

Із цією метою були запропоновані й вивчені багато методів. Ми торкнемося лише основних.

1. *Діафрагмовий світлопровід.* Після проходження світловим пучком ряду діафрагм устанавлюється конфігурація поля з найменшими втратами. За допомогою діафрагм діаметром 4,5 см, які розташовані на відстані 100 м одна за одною, можна отримати втрати в 1 дБ/км. Головна трудність полягає в точному розміщенні діафрагм.

2. *Лінзовий світлопровід.* Тонка лінза вносить таку ж зміну оптичного шляху променя, що й угнуте дзеркало з тим же радіусом кривизни. Втрати в лінзових світлопроводах досить незначні (0,5 дБ/км). Але такі світлопроводи складні в здійсненні: залежність від положення лінз, труднощі напрямку світла по кривій і т.і. До таких пристроїв відносяться системи газових лінз, дія яких ґрунтується на залежності показника

заломлення від температури газу. За певних умов ці середовища із градієнтом показника заломлення стають фокусуючими, але їхнє практичне застосування пов'язане з великими труднощами.

Найпростішими у застосуванні світлопроводами все ж таки залишаються **оптичні волокна**.

Методичні вказівки і поради

Розв'язування задач на волоконну оптику полягає у знанні насамперед закону повного внутрішнього відбивання, також слід знати показники заломлення різних речовин і тригонометричні формули. Перш ніж почати розв'язувати задачу слід зробити правильний рисунок на побудову ходу світлових променів.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти максимальний кут падіння α променя на торець прямого волокна, що має показник заломлення n .

Розв'язування: На рис.1 показаний вид волокна з торця, а також хід променя всередині волокна. Щоб світло втримувалося у волокні, кут θ не повинен перевищувати граничного кута повного внутрішнього відбивання. Оскільки в задачі розглядається гранична ситуація, то прирівняємо кут θ згаданому куту, тобто покладемо

$$\sin\theta = 1/n. \quad (1)$$

Закон заломлення в точці A запишемо у вигляді $\sin\alpha / \sin\beta = n$,

або (оскільки $\beta = 90^\circ - \theta$)

$$\sin\alpha / \cos\theta = n. \quad (2)$$

Використовуючи (1), перепишемо (2) у вигляді

$$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - (1/n)^2}} = n.$$

Звідси випливає, що

$$\alpha = \arcsin \sqrt{n^2 - 1}. \quad (3)$$

Якщо, наприклад, $n = 1,3$, то $\alpha = 56^\circ$.

Задача 2. Дано діаметр D і показник заломлення n волокна, зігнутого у вигляді частини окружності. Світловий промінь входить у торець волокна під кутом α . Знайти

мінімально допустимий (з точки зору умови повного внутрішнього відбивання) радіус вигину волокна R .

Розв'язування: Застосуємо теорему синусів до трикутника OAB (рис.2). Одержимо наступну пропорцію

$$\frac{AO}{\sin \theta} = \frac{OB}{\sin(90^\circ + \beta)}. \quad (1)$$

З огляду на те, що $AO = R$, $OB = R + D/2$, перепишемо (1) у вигляді

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{R + D/2}{\cos \beta}. \quad (2)$$

Далі врахуємо, що $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}$ і що кут θ потрібно прирівняти граничному куту повного внутрішнього відбивання (6.3). У результаті співвідношення (2) набере вигляд

$$Rn = \frac{R + D/2}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}}.$$

Отже,

$$R = \frac{D}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - 1}. \quad (3)$$

Припустимо, що $\alpha=0$ (світловий промінь входить у волокно тільки вздовж його осі). У цьому випадку (3) перетвориться до виду

$$R = \frac{D}{2(n-1)}. \quad (4)$$

При $n = 1,5$ одержуємо звідси $R = D$.

Отже, у розглянутому випадку припустимий мінімальний радіус вигину волокна може дорівнювати діаметру самого волокна. Звичайно, такі сильні вигини на практиці не реалізуються; адже до всього іншого варто брати

до уваги пружність і міцність реального волокна. Однак зрозуміло, що оптичне волокно як світлопровід нечутливе до вигинів, а це, звичайно, дуже важливо.

Задача 3. Світло падає під кутом α на торець конічного звуженого волокна з кутом розкриття конуса φ ; показник заломлення волокна n , діаметр вхідного торця D . Знайти довжину L , на якій промінь утримується всередині волокна.

Розв'язування: Розглянемо рисунок 3. Реальну траєкторію променя, що має вигляд ламаної лінії, можна «розгорнути» у пряму лінію (пряма AB на рисунку), яка перетинає розташовані віялом конічні волокна. Шукана відстань $L = FB$ визначається з умови, що перпендикуляр до FC , встановлений з B , повинен утворювати з прямою AB кут θ , який дорівнює куту повного внутрішнього відбивання

$$\sin\theta = 1/n. \quad (1)$$

Внаслідок малості кута φ можна прийняти $AC = FC = D/\varphi$. Запишемо теорему синусів для трикутника ABC

$$\frac{AC}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{BC}{\sin\beta}.$$

або

$$\frac{D/\varphi}{\cos\theta} = \frac{D/\varphi - L}{\sin\alpha/n}. \quad (2)$$

З урахуванням формули (1), перепишемо (2) у вигляді

$$\frac{D/\varphi}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{D/\varphi - L}{\sin\alpha},$$

звідки й знаходимо шукану довжину

$$L = \frac{D}{\varphi} \frac{\sqrt{n^2 - 1} - \sin\alpha}{\sqrt{n^2 - 1}}. \quad (3)$$

Отже, замкнути випромінювання в звуженому конічному волокні не вдається.

Задача 4. Розглянути попередню задачу у випадку, якщо на бічну поверхню волокна нанести дзеркальне покриття. Хід променя в такому волокні показаний на рис.4.

Розв'язування: Промінь проникає у волокно на глибину L_0 , а потім повертається назад. Відстань L_0 легко знайти, звернувшись до рисунку 2. Оскільки трикутник AB_1C прямокутний, то $B_1C = (D/\varphi)\sin\beta$ і, таким чином,

$$L_0 = \frac{D}{\varphi}(1 - \sin\beta) = \frac{D}{\varphi}\left(1 - \frac{\sin\alpha}{n}\right). \quad (1)$$

Якщо прийняти, що $n \gg 1$, то формулу (1) можна отримати з формули (3) попередньої задачі.

Нехай α_1 – кут падіння променя на вхідний торець конічного світлопроводу, а α_2 – кут, під яким промінь залишає світлопровід на його вихідному торці. Отже, у звуженому світлопроводі $\alpha_2 > \alpha_1$, а в розширеному, навпаки, $\alpha_2 < \alpha_1$.

Задача 5. Довгу і тонку нитку світлопроводу виготовлено з прозорого матеріалу з показником заломлення n . Один з кінців нитки притиснутий до джерела розсіяного світла S . Другий кінець нитки розміщений на відстані L від екрана. Знайти діаметр D світлової плями на екрані, вважаючи, що діаметр світлопроводу $d \ll D$.

Розв'язування: На лівий торець світлопроводу потрапляють промені різного напрямку, однак пройдуть його лише ті промені, які падають на бічну поверхню під кутом φ , що перевищує кут повного відбивання (рис.5). Інші промені при кожному відбиванні будуть втрачати енергію, внаслідок заломлення, і до кінця світлопроводу практично не дійдуть. На екрані буде спостерігатися кругла освітлена пляма, межі якої визначаються променями, що йдуть всередині світлопроводу під граничним кутом повного відбивання φ і що виходять з торця світлопроводу. Ці промені після заломлення покинуть світлопровід під кутом γ по відношенню до торцевої площини. Промені, що йдуть всередині світлопроводу під кутом більшим φ , при виході з світлопроводу будуть мати кут заломлення, який менший γ , тобто вони будуть створювати освітлення екрана всередині плями.

Закон заломлення для променів, які утворюють границю плями, запишеться у вигляді

$$\sin \gamma = n \sin \alpha$$

В свою чергу

$$\sin \alpha = \cos \varphi = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

Тобто

$$\gamma = \arcsin \sqrt{n^2 - 1}$$

З ΔABC випливає $\frac{D-d}{2} = L \operatorname{tg} \gamma$. Оскільки $d \ll D$, тоді можемо записати

$$D = 2L \operatorname{tg}(\arcsin \sqrt{n^2 - 1})$$

Задача 6. На осі довгої тонкої трубки радіусом $r = 1$ см із внутрішніми стінками, які дзеркально відбивають, розташоване точкове джерело S (рис.6), що має силу світла 10 кд. Біля торця трубки, на відстані $L = 1$ м від джерела розташований фотоелемент. Промені від джерела можуть досягати світлочутливої поверхні як без відбивання на стінках трубки, так і після декількох відбивань. Знайти світловий потік, який попадає на фото-елемент після трьохкратного відбивання на стінках.

Розв'язування: Як видно із рис.6а, промені, які ні разу не відбиваються на шляху до фотоелемента, ідуть всередині конуса з тілесним кутом

$$\Omega_0 = \pi r^2 / L^2.$$

Промені, які один раз відбилися від стінки, ідуть всередині полого конуса між кутами Ω_0 і

$$\Omega_1 = \pi r^2 / (L/3)^2 = 9\pi r^2 / L^2,$$

два відбивання – між кутами Ω_1 і

$$\Omega_2 = \pi r^2 / (L/5)^2 = 25\pi r^2 / L^2,$$

три відбивання – між кутами Ω_2 і

$$\Omega_3 = \pi r^2 / (L/7)^2 = 49\pi r^2 / L^2.$$

Тілесний кут

$$\Omega_3 - \Omega_2 = 24 \pi r^2 / L^2.$$

Світловий по-тік всередині цього тілесного кута

$$\Phi = I(\Omega_3 - \Omega_2) = 24 \pi I r^2 / L^2 = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ лм.}$$

Контрольні питання і задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Чи можливо намотати світловий промінь на руку, як намотують шнур?

Задача 2. Від чого залежить хід світлового променя у волокні?

Задача 3. Який зв'язок між кутом падіння і кутом, під яким виходить світловий промінь у конічних і циліндричних світлопроводів?

Задача 4. Волокно має показник заломлення $n = 1,5$. Знайти кут падіння променя на а)пряме і б)зігнуте волокно.

Задача 5. У якій мірі світлопровід критичний до вигинів?

Задача 6. Світловий промінь входить в торець зігнутого волокна під кутом 30° , радіус згину волокна 1мм. Знайти діаметр волокна.

Задача 7. Чи можливо застосувати волокно, у якого поступово зменшується діаметр, для збільшення густини світлової енергії?

Задача 8. Чому не можна утримати світловий промінь у конічному волокні?

Задача 9. На рис.1 зображений рух світлових променів у скляному стержні, де 1 – джерело світла, 2- стержень. Дати пояснення до рисунку.

Задача 10. Сильно вигнуте скловолокно має радіус кривизни 2 мм. Зігнута частина волокна знаходиться у повітрі. Світловий промінь входить у волокно строго по його осі, тобто $\alpha = 0$. Прослідкувати хід світлового променя. Знайти діаметр цього волокна.

Задача 11. Розглянути попередню задачу при умові, що зігнуту частину світлопроводу занурили в бензин.

Задача 12. Скляна нитка радіусом r на згині має радіус кривизни R . Визначити граничний кут відхилення променя від осьового напрямку, при якому для всіх променів має місце

повне внутрішнє відбивання, якщо нитка знаходиться у: повітрі, воді. Показник заломлення скла n .

Задача 13. Для нитки (умови попередньої задачі) визначити граничний радіус кривизни, при якому тільки для променя осьового напрямку має місце повне внутрішнє відбивання.

Задача 14. На дні посудини, яка наповнена водою до висоти h , знаходиться точкове джерело світла S . На поверхні води плаває круглий диск так, що центр диску знаходиться над джерелом світла. При якому радіусі диску ні один промінь не вийде через поверхню води? Показник заломлення води рівний n .

Задача 15. Прямокутна скляна посудина наповнена рідиною і освітлюється знизу лампочкою, яка розташована під посудиною поблизу її дна. Який найменший показник заломлення рідини n , при якому лампочку не можна побачити крізь бокові стінки посудини?

Задача 16. Світлопровід виготовлений із прозорого матеріалу з показником заломлення $n = 1,2$. Один торець світлопроводу притиснутий до джерела розсіяного світла, другий торець розміщений на відстані $L = 5$ см від екрану. Знайти діаметр світлової плями на екрані.

Задача 17. Пучок тонких довгих ниток, виготовлених із прозорого матеріалу з показником заломлення $n = 1,41$, утворює світлопровід. Під яким максимальним кутом до осі світлопроводу може падати світловий промінь на торець, щоб пройти світлопровід без ослаблення?

Задача 18. Два плоских дзеркала однакової ширини (5 см) поставлені під кутом 120° один до одного (рис.2) і утворюють світлопровід. Відстань між правими краями дзеркала 2 см. Ліві краї опираються на світлочутливу циліндричну поверхню фотоприймача. Під яким максимальним кутом до осі світлопроводу може падати світловий промінь, щоб потрапити на фотоприймач?

Задача 19. У скляну капілярну трубку налита рідина,

показник заломлення якої менший показника заломлення скла. При яких відношеннях між внутрішнім і зовнішнім радіусами капіляра будь-який промінь, що падає на зовнішню поверхню капіляра, частково проникає в рідину?

Задача 20. У середині скляної капілярної трубки знаходиться газ при низькому тиску, в якому створений електричний розряд так, що увесь стовп газу є джерелом розсіяного випромінювання. Під яким максимальним кутом до радіуса може вийти світловий промінь через зовнішню стінку капіляра? Внутрішній радіус капіляра 2 мм, а зовнішній – 4 мм.

Задача 21. Паралельний пучок променів падає на скляну кулю. Промені, які зазнали два рази заломлення на границі скло-повітря (рис.3), виходять із кулі у напрямку, який із початковим складає кут ϕ , що не перевищує 90^0 . Визначити показник заломлення скла.

Задача 22. На половину кулі радіусом 2 см, яку виготовлено із скла з показником заломлення 1,41, падає паралельний пучок променів. Визначити радіус світлої плями на екрані, який розташований на відстані 4,82 см від центра кулі.

Для нотаток

Наукове видання

Мосієвич Олександр Степанович
Панченко Ігор Михайлович
Панченко Михайло Самсонович
Поліщук Наталія Володимирівна

ФОТОМЕТРІЯ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

Навчальний посібник
для студентів фізичних спеціальностей

За загальною редакцією **Шута Миколи Івановича**

Комп'ютерний набір: **Поліщук Н.В.**
Комп'ютерна верстка: **Третяк О.Ю.**

Наклад 300 прим. Зам. № 84/2

Видавництво “Волинські обереги”
33028, м.Рівне, вул. 16 Липня, 38; тел./факс: (0362) 62-03-97
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єкта видавничої справи ДК № 270 від 07.12.2000 р.

Надруковано у редакційно-видавничому відділі
Рівненського державного гуманітарного університету
33028, м.Рівне, вул.С.Бандери, 12

УДК 535.24+535.31

Ф 81

ББК 22.341.3я73

ФОТОМЕТРИЯ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА.

МОДУЛІ 1–3: Навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей / О.С. Мосієвич, І.М. Панченко, М.С. Панченко, Н.В. Поліщук. - Рівне: Волинські обереги, 2005. – 206 с.

Рецензенти: **Власюк Анатолій Павлович** - доктор технічних наук, професор (НУВГіП);
Джунь Йосип Володимирович - доктор фізико-математичних наук, професор (МЕГУ імені акад. С. Дем'янчука);
Нікітчук Віктор Іванович - кандидат фізико-математичних наук, доцент (РДГУ)

Навчальний посібник вміщає в себе короткі відомості модулів 1–3 кредитно-модульної системи навчання та організації самостійної роботи студентів фізичних спеціальностей при вивченні розділу „Фотометрія. Геометрична оптика”. В посібнику передбачено конспект основних питань лекційного курсу, лабораторні роботи, тематика практичних занять, які рекомендовано виконати згідно програми МОН України, приклади розв’язування задач та питання і задачі для самостійного розв’язування, що увійшли до модулів 1 – 3. Ряд питань, які досить повно викладаються під час лекцій, не включено до конспекту основних питань. Разом з тим до посібника включено питання, які, як правило, виносяться на самостійне опрацювання.

Посібник розрахований на викладачів, студентів фізичних та технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Таблиць 3, рисунків 191.

ISBN – 966-8306-95-3

© О.С. Мосієвич, І.М. Панченко, М.С. Панченко,
Н.В. Поліщук

Навчальне видання

Мосієвич Олександр Степанович
Панченко Ігор Михайлович
Панченко Михайло Самсонович
Поліщук Наталія Володимирівна

ФОТОМЕТРІЯ. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

Навчальний посібник
для студентів фізичних спеціальностей

Комп'ютерний набір **Поліщук Н.В.**
Комп'ютерна верстка **Третяк О.Ю.**

Наклад 300 прим. Зам. № 84/2

Видавництво “Волинські обереги”
33028, м.Рівне, вул. 16 Липня, 38; тел./факс: (0362) 62-03-97
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єкта видавничої справи ДК № 270 від 07.12.2000 р.

Надруковано у редакційно-видавничому відділі
Рівненського державного гуманітарного університету
33028, м.Рівне, вул.С.Бандери, 12