

**Міністерство освіти і науки України  
Рівненський державний гуманітарний університет**

**Л.О. Гладун**

# **Моделювання економіки**

***Інтерактивний комплекс  
навчально-методичного забезпечення***

Кредитно-модульна система  
організації навчального процесу

**Рівне – 2009**

**УДК 657**

**ББК 65.261.3в73**

**Г 47**

*Затверджено методичною комісією факультету ДКМ (протокол № 4 від 23 січня 2009 р.)*

**Рецензенти:** **Б.М. Юськів**, кандидат економічних наук, професор кафедри міжнародної інформації Рівненського інституту слов'янознавства „КСУ”;

**С.В. Барановський**, канд. техн. наук, завідувач кафедри економічної кібернетики РДГУ.

**Гладун Лариса Олексіївна**

**Г 47** Моделювання економіки: Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення- Рівне: РДГУ, 2009. – 160 ст.

Навчально-методичний комплекс містить робочу програму, вказівки щодо вивчення тем, плани семінарських і практичних занять, вправи, задачі, теми рефератів, контрольні запитання до кожної теми, тематику самостійної та індивідуальної роботи, контрольну тестову програму, а також список рекомендованої літератури, використання яких можуть бути корисними при самостійному вивченні дисципліни, в умовах кредитно-модульної організації процесу.

Призначений для студентів, аспірантів, слухачів магістратури економічних спеціальностей.

**УДК 657**

**ББК 65.261.3в73**

© Гладун Л.О., 2009

© РДГУ, 2009

## ЗМІСТ

Передмова.....	4
Опис предмета навчальної дисципліни .....	5
Мета та завдання навчальної дисципліни .....	6
Структура залікового кредиту курсу .....	7
Програмний матеріал змістовних модулів .....	8
Теми лабораторних робіт .....	12
Методичні рекомендації до вивчення змістовних модулів .....	12
Питання із завдання для самоконтролю та перевірки знань .....	123
Рекомендації для виконання контрольної роботи для студентів заочної форми навчання .....	133
Зразки обчислення практичних завдань для виконання контрольної роботи .....	138
Теми рефератів .....	144
Індивідуальне науково-дослідне завдання.....	147
Самостійна робота .....	148
Контрольна тестова програма.....	149
Термінологічно-тлумачний словникт.....	154
Рекомендована література .....	156
Інформаційні ресурси.....	159
Структурно – логічна схема.....	159

## ПЕРЕДМОВА

Моделювання — основний специфічний метод науки, що застосовується для аналізу та синтезу систем управління. Це особливий пізнавальний спосіб, коли суб'єкт дослідження замість безпосереднього досліджуваного об'єкта пізнання обирає чи створює подібний до нього допоміжний об'єкт — образ чи модель, досліджує його, а отримані нові знання переносить на об'єкт-оригінал. Завдяки активній ролі суб'єкта сам процес моделювання має творчий, активний характер.

Актуальність курсу „Моделювання економіки” зумовлена тим, що сучасна економічна теорія і практика потребують значного рівня формалізації. Для вивчення різних економічних процесів та явищ економісти використовують їхні спрощені формалізовані описи, що дістали назву економічних моделей.

Для аналізу й синтезу систем управління в економіці використовуються різноманітні економіко-математичні методи та моделі. Важливими є умова та особливості їх застосування залежно від мети дослідження, прийнятої системи гіпотез тощо.

У наш час математичне моделювання вступає в третій, принципово важливий етап свого розвитку, «вбудовуючись» у структуру так званого *інформаційного суспільства*.

Без володіння інформаційними «ресурсами» не можна й думати про розв'язання дедалі різноманітніших проблем, що постають перед світовою спільнотою. Однак інформація як така здебільшого мало що дає для аналізу й прогнозу, для прийняття рішень і контролю за їх виконанням. Необхідні надійні способи переопрацювання інформаційної «сировини» в готовий «продукт», тобто в точне знання. Історія методології математичного моделювання економіки переконує: вона може й повинна бути інтелектуальним ядром інформаційних технологій, усього процесу інформатизації суспільства.

Економічні системи, що вивчаються сучасною наукою, з великими труднощами піддаються дослідженню звичайними (вербальними) теоретичними методами. Прямий експеримент над ними неможливий. Ціна помилок і прорахунків велика, тому математичне моделювання є неминучою складовою науково-технічного прогресу.

Як методологія та інструментарій математичне моделювання не підміняє собою ні математику, ні економічну теорію, ні фінанси, ні жодну з економічних дисциплін і не конкурує з ними. Навпаки, важко

переоцінити його синтезуючу роль. Створення й застосування тріади «модель—алгоритм—програма» неможливе без опори на різноманітні методи і підходи якісного (вербального) аналізу нелінійних економічних моделей, сучасних мов програмування. Воно дає нові додаткові імпульси й стимули для розвитку економічної науки та її практичного використання.

*Предметом моделювання економіки* є математичні моделі реальних економічних об'єктів. Об'єктом вивчення моделювання економіки як навчальної дисципліни є економіка та її підрозділи.

*Мета інтерактивного комплексу навчально-методичного забезпечення* — дати можливість студенту подивитись на економіку очима дослідника, навчитися застосовувати методологію, методику та інструментарій економіко-математичного моделювання в теоретичних дослідженнях та використовувати здобуті знання у практичній діяльності. Для успішного опанування викладеного в посібнику матеріалу необхідні знання з низки фундаментальних і професійно орієнтованих дисциплін, засвоєння яких передбачене освітньо-професійною програмою вищої освіти за спрямуванням «бакалавр з економіки та підприємництва». Це, зокрема, політекономія, макро- та мікроекономіка, фінанси, менеджмент, маркетинг, вища математика, теорія ймовірностей і математична статистика, інформатика та комп'ютерна техніка, математичне програмування, економетрія, аналіз, моделювання та управління ризиком, дослідження операцій.

## 1. ОПИС ПРЕДМЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ „МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ”

<b>Курс: Підготовка бакалаврів</b>	<b>Напря́м, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень</b>	<b>Характеристика навчального курсу</b>
<p>Кількість кредитів, відповідних ECTS:5</p> <p>Модулів 4</p> <p>Змістовних модулів: 4</p> <p>Загальна кількість годин: 162</p> <p>Тижневих годин: <i>лекцій – 2</i></p> <p><i>лабораторних робіт – 2</i></p> <p><i>практичних робіт – 2</i></p> <p><i>самостійна робота (СРС) та ІНД 3 – 5</i></p>	<p style="text-align: center;"><b>Шифр та назва напряму:</b> <i>0305 “Економіка і підприємництво”</i></p> <p style="text-align: center;"><b>Шифр та назва спеціальності:</b> <i>6.030502 “Економічна кібернетика”</i></p> <p style="text-align: center;"><b>Освітньо-кваліфікаційний рівень:</b> <i>бакалавр</i></p>	<p>Обов’язковий</p> <p>Рік підготовки: 4-ий</p> <p>Семестр: 7-ий</p> <p>Лекції (теоретична підготовка): <i>40 годин (денна ф.н.)</i> <i>16 годин (заочна ф.н.)</i></p> <p>Лабораторні: <i>20 годин (денна ф.н.)</i> <i>8 годин (заочна ф.н.)</i></p> <p>Практичні: <i>20 годин (денна ф.н.)</i> <i>8 годин (заочна ф.н.)</i></p> <p>Самостійна робота: <i>70 годин (денна ф.н.)</i> <i>ІНД 3 – 12 годин</i> <i>92 годин (заочна ф.н.)</i></p> <p>Вид контролю: іспит</p>

## 2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Метою** вивчення дисципліни “Моделювання економіки” є формування у майбутніх фахівців знань методології, методики та інструментарію побудови моделей, їх аналізу та використання.

Для успішного вивчення матеріалу дисципліни необхідні знання з низки фундаментальних і професійно орієнтованих дисциплін: політекономії, макрота мікроекономіки, фінансів, менеджменту, інформатики та комп’ютерної техніки, теорії ймовірностей та математичної статистики, економетрії, ризикології, дослідження операцій, економічного та системного аналізу.

**Студент повинен оволодіти** методологією побудови економіко-математичних моделей для проведення активного системного аналізу соціально-економічних систем, явищ та процесів на мега-, мезо-, макро- та мікроекономічних рівнях.

**Студент повинен вміти** реалізувати на ПК моделі конкретних економічних об’єктів. **Студент повинен вміти** перевіряти адекватність побудованих моделей.

### 3. СТРУКТУРА ЗАЛКОВОГО КРЕДИТУ КУРСУ

Тема	Кількість годин, відведених на:									
	Денна форма					Заочна форма				
	Лекції	Лабораторні заняття	Практичні заняття	Самост.робота, ІНДЗ	Всього	Лекції	Лабораторні заняття	Практичні заняття	Самост.побота	Всього
<b>Змістовний модуль 1</b>										
1. Економіка як об'єкт моделювання	2	2	2	5	11	—	—	—	7	7
2. Концептуальні засади математичного моделювання економіки	4	2	2	6	14	1	—	—	8	9
3. Алгоритмічні (імітаційні) моделі в економіці та підприємстві	2			5	7				8	8
4. Виробничі функції	6	4	4	10	24	2	1	1	16	20
5. Рейтингове оцінювання та управління в економіці	4	2	2	7	15	—	1	1	14	16
<b>Змістовний модуль 2.</b>										
6. Моделі поведінки споживачів	2	2	2	6	12	1	1	1	16	19
7. Моделі поведінки виробників на конкурентних ринках	2	2	2	9	15				9	9
8. Моделі взаємодії споживачів та виробників	4	2	2	8	16	2	2	2	10	16
<b>Змістовний модуль 3</b>										
9. Модель міжгалузевого балансу	6	2		5	13	2	2	2	12	17
10. Балансові моделі в економіці та підприємстві.	2		2	6	10	1	1	1	14	17
<b>Змістовний модуль 4</b>										
11 Традиційні макроекономічні моделі	2	2		5	9				8	8
12. Моделі аналізу макроекономічної політики.	2		2	4	8				8	8
13. Динаміка державного боргу	2			6	8				8	8
<b>Усього годин</b>	<b>40</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>82</b>	<b>162</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>138</b>	<b>162</b>

## 4. ПРОГРАМНИЙ МАТЕРІАЛ ЗМІСТОВНИХ МОДУЛІВ

### Змістовний модуль 1

#### Тема 1: Економіка як об'єкт моделювання

1. Деякі аспекти характеристики економіки, її структури як об'єкта моделювання.
2. Дисципліна “Моделювання економіки”. Предмет та об'єкт її вивчення.
3. Невизначеність, ризик та конфліктність розвитку соціально – економічних процесів.
4. Історичний розвиток процесу моделювання.
5. Розв'язування задач.
6. **Знати визначення:** соціально-економічна система, модель, метод моделювання, об'єкт моделювання.

#### Фіксовані виступи

- a. Механізм формування цілей та критеріїв функціонування економічного об'єкта.
- b. Роль державного регулювання економіки та концептуальні моделі різних варіантів втручання держави у ринковий механізм.
- c. Конкуренція в економіці та її роль у генеруванні нової інформації.
- d. Проблеми формалізації інвестування соціально-економічної сфери. Інвестиції в освіту і науку та підходи до їх кількісного оцінювання.

#### Рекомендована література

[10],[8],[16],[19],[36],[40]

#### Тема 2: Концептуальні засади математичного моделювання економіки

1. Модель. Економіко- математична модель. Сутність моделювання
2. Моделювання як метод наукового пізнання.
3. Перевірка адекватності моделей.
4. Основні підходи щодо класифікації економіко-математичних моделей.
5. Основні кроки процесу створення та розбудови економіко-математичної моделі.
6. Розв'язування задач.
7. **Знати визначення:** модель, економіко-математична модель від Вітлінського, теоретичні моделі, прикладні, балансові, трендові, динамічні, статичні, адекватність моделі, кількість етапів створення моделі

#### Фіксовані виступи

1. Математичні моделі в системах моніторингу економічних процесів.
2. Інтелектуальні системи і теорія прийняття рішень в економіці.
3. Математичні моделі в проблемах захисту економічної та підприємницької інформації.
4. Математичне моделювання економіки та його роль у розвитку економічної теорії

#### Рекомендована література

[8],[18],[21],[29],[31],[39].

#### Тема 3: Алгоритмічні (імітаційні) моделі в економіці та підприємстві

1. Моделювання випадкових подій. Датчики псевдовипадкових чисел.
2. Моделювання випадкових величин із різними законами розподілу ймовірностей.



3. Послідовність розроблення математичних імітаційних моделей.
4. Приклади використання імітаційних моделей в економіці і підприємстві.
5. Розв'язування задач.
6. **Знати визначення:** імітаційна модель, імітаційне моделювання.

#### **Фіксовані виступи**

1. Побудова імітаційної моделі прийняття рішень з використанням кількох критеріїв.
2. Імітаційне моделювання ризиків інвестиційних проектів.
3. Імітаційна модель руху фондів на підприємстві.
4. Узагальнений алгоритм аналізу ієрархій у рейтинговому оцінюванні.

#### **Рекомендована література**

[6],[8], [37],[48].

#### **Тема 4: Моделі виробничих функцій**

1. Загальне поняття виробничої функції. Економічний зміст виробничої функції.
2. Модель виробничої функції Кобба – Дугласа. Приклади.
3. Типові ВФ: лінійні та нелінійні, одно – та багато факторні. Функція Леонтьєва, функція CES. Приклади.
4. Графічне зображення виробничих функцій. Приклади.
2. Розв'язування задач.
3. **Знати визначення:** модель виробничої функції, аналітичне та графічне зображення моделі, дво- та багато факторні моделі, модель Кобба – Дугласа, ізокванта, ізокдіналь.

#### **Фіксовані виступи**

1. Основні етапи та методи побудови виробничих функцій.
2. Основні критерії оцінювання параметрів виробничої функції. Навести приклади.
3. Багатофакторні функції Солоу.
4. Динаміка капітального чинника виробництва.

#### **Рекомендована література**

[22],[8],[23],[42],[43],[48].

#### **Тема 5: Рейтингове оцінювання та управління в економіці**

1. Рейтингова концепція в управлінні. Актуальність проблеми.
2. Моделювання системи рейтингового оцінювання.
3. Методи процесу обчислення рейтингу економічної системи (ЕС)
4. Моделі обчислення рейтингу вищого навчального закладу.
5. Розв'язування задач.
6. **Знати визначення:** рейтинг, рейтингове оцінювання, рейтингове управління, комплексна та інтегрована оцінка.

#### **Фіксовані виступи**

1. Поясніть сутність концепції рейтингового управління.
2. Поясніть, у чому полягає сутність основних етапів та інструментарію статистичного аналізу даних, необхідних для рейтингового оцінювання.
3. Розкрийте сутність трендового аналізу в рейтинговому оцінюванні та управлінні.
4. Структура рейтингового управління.
5. Рейтинг як засіб класифікації економічних об'єктів. Наведіть приклади.
6. Сутність методу експертних оцінок.

7. Способи проведення експертизи.
8. Методи обробки експертної інформації.
9. Поясніть сутність рейтингового оцінювання ВНЗ.
10. Поясніть сутність побудови рейтингової оцінки акцій.

***Рекомендована література***

[6],[37],[8]

## Змістовний модуль 2

### Тема 6: Моделі поведінки споживачів

1. Система переваг споживача та його функція корисності.
2. Гранична норма заміщення, її сутність.
3. Модель поведінки споживача.
4. Рівняння Слуцького та елементи його аналізу.
5. Сутність ефекту доходу за Слуцьким та Хіксом.
6. Розв'язування задач.
7. **Знати визначення:** модель принципу раціональності споживача, функція корисності, модель Слуцького.

#### Фіксовані виступи

1. Ціноутворення на монополізованому ринку.
2. Ціноутворення в умовах олігополії пропозиції.
3. Стратегія зниження витрат.
4. Стратегія організаційного розвитку.

***Рекомендована література***

[8],[15],[20],[31],[35],[50].

### Тема 7: Моделі поведінки виробників

1. Моделі поводження виробника на конкурентних ринках.
2. Функція пропозиції – реакція виробника на одночасну зміну ціни випуску й цін ресурсів.
3. Сутність стратегії Курно. Модель Курно. Приклади.
4. Моделі рівноваги та нерівноваги за Стакельбергом. на олігопольному ринку.
5. Модель Бертрана та її порівняння з моделлю Курно.
6. Розв'язування задач.
7. **Знати визначення:** моделі виробника, рівновага Курно, моделі рівноваги та нерівноваги Стакельберга, модель Бертрана.

#### Фіксовані виступи

1. Стратегія диверсифікації продукції та сегментів ринку.
2. Стратегія організаційного розвитку.
3. Стратегія зниження витрат.
4. Базові стратегії для формування конкурентних переваг.

***Рекомендована література***

[8],[15],[20],[35],[29],[35],[50].

### Тема 8: Моделі взаємодії споживачів і виробників

1. Модель Еванса.
2. Модель Вальраса.
3. Альтернативні підходи щодо моделювання взаємодії виробників і споживачів на фінансовому ринку, на ринку товарів та послуг.
4. Розв'язування задач.
5. **Знати визначення:** рівноважна ціна на ринку, графічна модель Еванса,

модель Вальраса в широкому та вузькому розумінні.

#### **Фіксовані виступи**

1. Еволюційний розвиток ринкової поведінки.
2. Діаграма Еджворта. Крива трансформації виробничих потужностей.
3. Сутність та використання концепції раціональних очікувань у моделюванні ринкової рівноваги.
4. Мікроекономічна оцінка стратегії вертикальної інтеграції.

#### **Рекомендована література**

[8],[15],[20],[35],[29],[35],[50].

### **Змістовний модуль 3**

#### **Тема 9: Модель міжгалузевого балансу**

1. Балансові моделі. Види балансових моделей.
2. Принципова схема міжгалузевого балансу.
3. Технологічна матриця – основа інформаційного забезпечення МГБ.
4. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу (МГБ).
5. Коефіцієнти прямих матеріальних витрат.
6. Розв'язування задач.
7. **Знати визначення:** балансові моделі, квадранти та їх зміст, економіко-математична модель МГБ, коефіцієнти прямих матеріальних витрат..

#### **Фіксовані виступи**

1. Основні сфери використання в економіці моделей МГБ. Навести приклади.
2. Сутність поняття запасомісткості.
3. Схема обчислення та практичного застосування матриці коефіцієнтів запасомісткості.

#### **Рекомендована література**

[8], [21],[31],[42],[43],[48]

#### **Тема 10: Балансові моделі в економіці та підприємстві**

1. Модель Леонтьєва або модель "витрати - випуск"
2. Світове застосування моделі Леонтьєва.
3. Матриця опосередкованих матеріальних витрат.
4. Умова продуктивності технологічної матриці .
5. Коефіцієнти повних матеріальних витрат.
6. Коефіцієнти квазі повних матеріальних витрат.
7. Розв'язування задач.
8. **Знати визначення:** модель Леонтьєва, моделі повних, квазі повних матеріальних витрат, матриця опосередкованих матеріальних витрат.

#### **Фіксовані виступи**

1. Використання балансових моделей та моделі МГБ в задачах маркетингу.
2. Використання статичної моделі міжгалузевого балансу для прогнозування цін.
3. Динамічна модель міжгалузевого балансу.
4. Основні сфери використання в економіці моделей МГБ.

#### **Рекомендована література**

[8], [21],[31],[42],[43],[48]

## Змістовний модуль 4

### Тема 11: Традиційні макроекономічні моделі

1. Класична модель ринкової економіки.
2. Об'єднана (загальна) модель.
3. Модель Кейнса.
4. Розв'язування задач.
5. **Знати визначення:** ринок товарів, ринок грошей, ринок робочої сили, модель Кейнса.

#### Фіксовані виступи

1. Подібність і відмінність кейнсіанського й монетаристського підходів до управління економікою.
2. Пояснити, у яких випадках інфляція позитивно впливає на економіку.
3. Лінійні моделі інфляції.
4. Класифікація інфляційних режимів у перехідній економіці.

#### Рекомендована література

[8][18],[21],[31],[38],[43],[49].

### Тема 12: Моделі аналізу макроекономічної політики.

1. Аналіз макроекономічної політики.
2. Стабілізація системи.
3. Макроекономічна політика і „критика Лукаса”.
4. Розв'язування задач.
5. **Знати визначення:** сутність „критики Лукаса”, макроекономічна політика.

#### Фіксовані виступи

1. Модель політики Національного банку малої перехідної економіки.
2. Модель малої відкритої перехідної економіки.
3. Модель інфляції в перехідній економіці.
4. Взаємодія конкуренції та інфляції.

#### Рекомендована література

[8][18],[21],[31],[38],[43],[49].

### Тема 13: Динаміка державного боргу.

1. Ринкова ставка відсотку
2. Рівняння динаміки суспільного боргу
3. Загальні умови стабілізації державного боргу.
4. Розв'язування задач.
5. **Знати визначення:** державний борг, механізм державного боргу..

#### Фіксовані виступи

1. Модель обмінного курсу для перехідної економіки.
2. Взаємодія конкуренції та інфляції.
3. Особливості кількісного аналізу перехідної економіки.
4. Вибір стратегії стабілізації процесу боргових позичок для перехідної економіки.

#### Рекомендована література

[5],[8],[18],[21],[30],[32],[38]

## 5. ТЕМИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Мод.	№ з/п	Тема	Кількість годин	
			Денна ф.	Заочна ф.
I	1	Моделі в графічній, табличній та аналітичній формах	2	2
	2	Моделі економічного зростання. Динамічні моделі.	2	—
	3	Моделі виробничих функцій. Модель Кобба-Дугласа	2	2
	4	Графічні моделі виробничих ф-цій: ізокванти, ізокліналії.	2	—
	5	Рейтинг акцій. Рейтинг ВНЗ – графічна модель	2	2
II	6	Модель поведінки споживача. Функція корисності споживача	2	—
	7	Модель поведінки виробника. Модель оптимального вибору фірми	2	—
	8	Моделювання стратегій реагування фірм – дуополістів у конкуренції за обсягами у моделі Курно.	2	—
III	9	Модель Леонтєва „витрати-випуск”. Обчислення планових обсягів валової продукції, міжгалузевих потоків, умовно чистої продукції, кінцевої продукції.	2	2
IV	10	Застосування балансових моделей у задачах маркетингу	2	—
<b>Всього</b>			<b>20</b>	<b>8</b>

## 6. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ ЗМІСТОВНИХ МОДУЛІВ ТА ТЕМ ДИСЦИПЛІНИ

### Змістовний модуль 1.

#### Тема1. ЕКОНОМІКА ЯК ОБ’ЄКТ МОДЕЛЮВАННЯ

##### 1.1. Деякі аспекти характеристики економіки та її структури як об’єкта моделювання

Основне призначення економіки — забезпечення суспільства предметами споживання та послугами, котрі створюють умови для життя та безпеки людини, родини, суспільства, країни. У зв’язку з цим є сенс розглядати, досліджувати та моделювати *соціально-економічні системи*.

Зазначимо, що під *соціально-економічною системою* мають на увазі складну ймовірнісну динамічну систему, що охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу й

споживання матеріальних та інших благ. Соціально-економічні системи належать до класу кібернетичних, тобто керованих, систем.

Економіка складається з елементів — господарських одиниць (підприємств, фірм, банків тощо). Надсистема економіки — природа та суспільство, дві її головні підсистеми — виробнича та фінансово-кредитна.

Центральним поняттям кібернетики є поняття «система». Єдиного означення цього поняття поки що не існує; можливим є таке формулювання: *системою називають комплекс взаємопов'язаних елементів разом із відношеннями між цими елементами та між їхніми атрибутами, які спільно реалізують певні цілі.*

Досліджувану множину елементів можна розглядати як систему, якщо вона характеризується такими ознаками:

- 1) цілісність системи, тобто принципова незведеність властивостей системи до суми властивостей окремих її елементів;
- 2) наявність цілей і критеріїв щодо дослідження даної множини елементів;
- 3) наявність більш загальної — зовнішньої стосовно до даної системи, котру називають «надсистемою», чи «середовищем».
- 4) можливість виокремлення в даній системі певних частин («підсистем»).

Виконуючи своє призначення, економічна система забезпечує розміщення ресурсів, виробляє продукцію, розподіляє предмети споживання та здійснює накопичення (рис. 1.1)<sup>1</sup>.

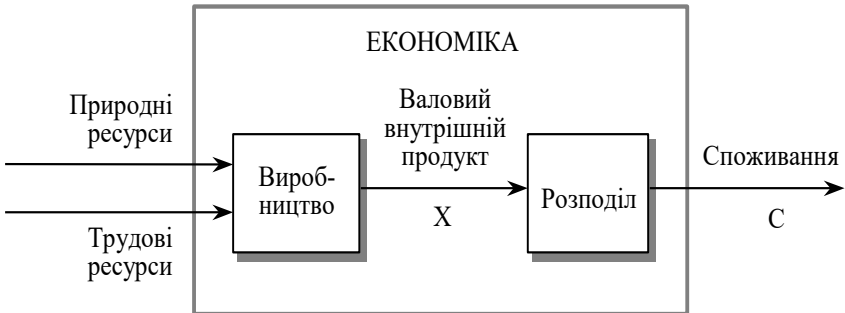


Рис. 1.1. Економіка як підсистема природи і суспільства

Соціально-економічні системи належать, як правило, до так званих складних систем. Складним системам притаманна низка властивостей, які потрібно враховувати в їх моделюванні, інакше неможливо твердити про адекватність побудованої моделі. Серед цих властивостей зазначимо, зокрема, такі:

- *емерджентність* як прояв у найскравішій формі властивості цілісності системи, тобто наявність у економічної системи таких властивостей, які не є притаманними жодному з її елементів, котрий розглядається окремо, поза системою. Емерджентність — це результат виникнення між елементами системи

<sup>1</sup> Колемаев В. А. Математическая экономика: Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ, 1998.

так званих синергетичних зв'язків, які забезпечують збільшення загального ефекту до більших обсягів, ніж сума ефектів окремо взятих елементів системи, що діють (функціонують) незалежно. Тому соціально-економічні системи потрібно досліджувати й моделювати зважаючи на синергізм;

- *динамічність* економічних процесів, що полягає в зміні у часі параметрів і структури економічних систем під впливом як внутрішніх, так і зовнішніх чинників (навоколишнього середовища);

- *невизначеність* щодо розвитку економічних явищ (процесів). Економічні явища та процеси мають нелінійний, випадковий характер. Невизначеність іманентно притаманна економічним системам, тому для вивчення їх потрібно застосовувати економіко-математичні моделі на базі теорії ймовірностей і математичної статистики, а також на базі теорії нечітких (розпливчастих) множин тощо. Важливою також є розбудова *ризикології* (науки про економічний ризик) тощо;

- *неможливість* ізолювати процеси, котрі здійснюються в економічних системах незалежно від процесів у навоколишньому середовищі, з тим щоб спостерігати та досліджувати їх окремо;

- *активна* реакція на нові чинники, що з'являються. Спроможність соціально-економічних систем до активних, не завжди передбачуваних дій залежно від ставлення суб'єктів управління та самої системи загалом до цих чинників, способів і методів їх впливу тощо.

Дві **особливості економіки** як об'єкта моделювання:

1. В економіці неможливо використовувати моделі подібності, котрі широко застосовуються в техніці. Неможливо побудувати точну копію економічної системи в масштабі 1:1000 і на ній моделювати різні варіанти економічної політики.

2. В економіці можливості локальних економічних експериментів гранично обмежені, оскільки всі її складові тісно взаємопов'язані, а отже, «чистий» експеримент є практично неможливим.

Залишається спиратися на власний досвід, досвід інших країн, безпосередні експерименти зі всією економікою та на математичне моделювання.

Досвід як інших країн, так і власний важко переоцінити, але далеко не завжди він, як показав, зокрема, досвід країн СНД, може бути використаний в умовах конкретної економічної ситуації без адаптації.

Легко дійти висновку, що економіка належить до класу складних систем. Можливості, навіть кваліфікованого колективу фахівців, відтворити на вербально-логічному рівні картину поведінки економічних об'єктів (об'єктів керування), що перебувають під впливом великої кількості внутрішніх та зовнішніх чинників, досить обмежені. Тому доводиться залучати на допомогу математичні моделі, котрі доповнюють логіко-описові уявлення щодо поведінки економічних об'єктів і процесів. Існує й відповідний досвід, що має свою досить тривалу (не одного століття) історію.

Як приклад економічної моделі розглянемо спрощений (ідеалізований) варіант так званої «павутиноподібної моделі», яка описує процес формування попиту і пропозиції певного товару чи виду послуг на конкурентному ринку (випадок досконалої конкуренції).

Ідеться про формалізацію економічного закону попиту та пропозиції, згідно з яким:

- кількість товару, що його можна продати на ринку (тобто попит), змінюється у напрямку, протилежному зміні ціни товару;
- кількість товару, який виробляють і доставляють на ринок (тобто пропозиція), змінюється у тому самому напрямку, що й ціна;
- водночас реальна ринкова ціна формується на рівні, на якому попит і пропозиція наближено дорівнюють одне одному (приблизно збігаються з деякою заданою точністю), тобто перебувають у рівновазі.

Першим, хто спробував математично сформулювати цей закон, був французький учений А. Курно.

**Подано математичну формалізацію положень цього закону.**

Нехай  $X_t$  — ціна товару в момент часу  $t$ , а  $D_t$  і  $S_t$  — кількість товару, купленого і пропонованого відповідно на ринку в той самий момент часу  $t$ . Тоді, з урахуванням одного інтервалу часу, необхідного виробникам-продавцям для того, щоб «зреагувати» на ціну  $X$ , можна математично сформулювати наведені закономірності:

$$S_t = f(X_{t-1}), D_t = g(X_t),$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(X_{t-1}) = \lim_{t \rightarrow \infty} g(X_t); \lim_{t \rightarrow \infty} X_t = \bar{X}_q,$$

де  $f(X)$  — деяка монотонно зростаюча і  $g(X)$  — монотонно спадна функції від аргумента  $X$  (тобто від ціни),  $\bar{X}_q$  — рівноважна ціна.

Математичні співвідношення, що відображають закон попиту і пропозиції, можуть бути проілюстровані.

Як бачимо на рис. 1.3, процес формування рівноважної ціни почався з призначення в перший (початковий) момент часу ціни на рівні  $X_1$ . Продовження цього процесу (індексовано стрілками) павутиноподібно прямує до точки перетину кривих  $g(X)$  і  $f(X)$ .

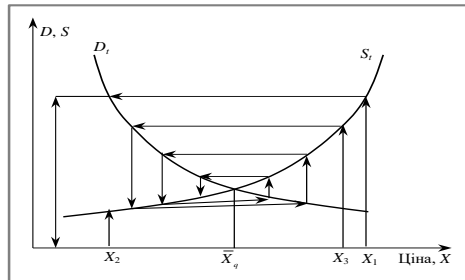




Рис. 1.3. Графік процесу формування попиту і пропозиції

Реальна модель закону попиту і пропозиції, звичайно, складніша. Зокрема,  $D$  і  $S$  залежать не лише від ціни  $X$ . Крім цього, зв'язок (наближений) між  $D$  і  $S$ , з одного боку, і ціною  $X$  — з другого, має не детермінований, а стохастичний характер.

Щоб описана вище модель з економічної перетворилася в економетричну, потрібно вести мову не взагалі про закон попиту і пропозиції, а про конкретну дію його в даному секторі економіки в певний час і стосовно конкретного товару (чи виду послуг). Відповідно, конкретизація виду функцій  $g(X)$  і  $f(X)$ , повинна проводитися на підставі статистичних даних щодо значень  $X_t, S_t, D_t$ , де  $t \in \{1, \dots, T\}$ ,  $T$  — кількість періодів, протягом яких здійснювався моніторинг і отримані дані



*Павутиноподібної моделі» фірми*

Підприємець збирається вкласти кошти у створення фірми, яка випускатиме товар і реалізовуватиме його на ринку. Його цікавить, як буде поводити себе ціна товару за змін обсягів виробництва. Він розуміє, що при збільшенні обсягів виробництва ціна одиниці товару спадатиме. Йому важливо знати, за яких умов ціна буде стабільною.

У науковій літературі описано кілька варіантів відповідної моделі. У них приймається низка гіпотез, зазвичай припускається, що попит на деякий продукт упродовж певного (заданого) проміжку часу залежить від ціни (та інших чинників) на цьому проміжку. Що стосується пропозиції, то вона визначається цінами попереднього проміжку часу (тиждень, місяць, квартал тощо). Окрім цього, приймається гіпотеза, згідно з якою ринок перебуває в умовах локальної рівноваги. Як уже зазначалось, історично така модель отримала назву «павутиноподібної».

### **Аналіз і розв'язання**

Існують як мінімум чотири варіанти відповідної моделі: детермінована, стохастична, модель з навчанням та модель із запасами. У детермінованій моделі відсутнє урахування випадкових чинників. У стохастичній моделі враховується вплив на попит непередбачуваних коливань уподобань і доходів споживачів, а також інших випадкових чинників, які впливають на попит. Пропозиція на попередньому проміжку часу також вважається залежною від впливу випадкових чинників, усі вони відображають вплив коливань у технологічному процесі тощо. Умова локальної рівноваги означає збіг (незначну різницю) попиту і пропозиції з точністю до певної заданої величини.

У моделі з навчанням приймається гіпотеза, за якою постачальники (виробники), урахувавши тенденцію зміни цін, планують випуск продукції на наступний проміжок часу. В останніх двох моделях ціни встановлюються на такому рівні, щоб забезпечити локальну рівновагу лише за рахунок поточного

виробництва, і жодних запасів продукції не створюється (зокрема, тому що продукція швидко псується).

У модель із запасами вводиться додаткова група учасників ринкового механізму, котрих можна назвати комерсантами. Вони тримають запаси та організовують торгівлю.

### Розгляньмо випадок стохастичної моделі.

Припустимо, що попит на  $t$ -му проміжку часу лінійно залежить від поточної ціни (це припущення не є обов'язковим. Навпаки, воно досить жорстке. У реальних процесах припускається, що така залежність буде нелінійною. Вид залежності визначається на підставі застосування економетричних методів і моделей).

Окрім цього, вважатимемо, що попит на ринку має випадковий розкид. Для формалізованого опису необхідно в наших припущеннях обчислити на підставі доступної інформації відповідно оцінки коефіцієнтів лінійного рівняння та похибку як випадкову величину, що має певний закон розподілу.

У результаті відповідних обчислень можна отримати, зокрема, такий вираз:

$$D_t = A - BX_t + u_t, \quad (1.1)$$

де  $D_t$  — попит на  $t$ -му проміжку часу;  $A, B$  — коефіцієнти лінійної регресії ( $B > 0$ );  $X_t$  — ціна одиниці продукції на  $t$ -му проміжку часу;  $u_t$  — випадкова величина, що має заданий закон розподілу.

Логічно припускати, що попит симетрично коливається відносно деякого середнього значення, котре визначається постійними коефіцієнтами лінійного рівняння (їхніми оцінками). Тому, зокрема, можна обрати нормальний закон розподілу з нульовим математичним сподіванням і заданим середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_u$ .

Припустимо, що пропозиція впродовж поточного проміжку часу також лінійно (в середньому) залежить від ціни, але не поточної, а такої, що являє собою комбінацію цін на двох попередніх проміжках часу. У найпростішому випадку це може бути середнє значення цін протягом двох попередніх проміжків часу. Отже, для обчислень пропозиції можна (якщо для цього є підстави) використовувати таку залежність:

$$S_t = C + KX(\rho) + v_t, \quad (1.2)$$

де  $S_t$  — пропозиція впродовж  $t$ -го проміжку часу;  $C, K$  — коефіцієнти лінійної регресії ( $K > 0$ );  $X(\rho)$  — середнє (середньозважене) значення ціни на двох попередніх проміжках часу;  $v_t$  — випадкова величина, що має заданий закон розподілу. Можна, зокрема, для спрощення обрати нормальний закон розподілу випадкової величини  $v_t$  з нульовим математичним сподіванням і заданим середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_v$ .

Ціна  $X(\rho)$  може визначитися згідно з формулою:

$$X(\rho) = X_{t-1} - \rho(X_{t-1} - X_{t-2}), \quad (1.3)$$

де  $X_{t-1}$  — ціна на  $(t-1)$ -му проміжку часу;  $X_{t-2}$  — ціна на  $(t-2)$ -му проміжку часу;  $\rho$  — ваговий коефіцієнт, значення котрого задається в моделі в діапазоні  $(0 \leq \rho \leq 1)$ . Якщо  $\rho = 0$ , то середньозважена ціна  $X(\rho) = X_{t-1}$ . Це означає, що навчання в модель не закладене. Для другого граничного випадку ( $\rho = 1$ ) середньозважена ціна  $X(\rho) = X_{t-2}$ . Це також означає, що навчання у моделі відсутнє, але для визначення пропозиції використовується віддалене в часі значення ціни. За умови  $\rho = 0,5$  середньозважена ціна  $X(\rho)$  дорівнює середньоарифметичному значенню цін  $X_{t-1}$  та  $X_{t-2}$ .

До моделі треба ще долучити рівняння локальної рівноваги ринку:

$$S_t = D_t + w_t, \quad (1.4)$$

де  $S_t$  — пропозиція на  $t$ -му проміжку часу;  $D_t$  — попит на  $t$ -му проміжку часу;  $w_t$  — випадкова величина, котра має заданий закон розподілу.

Можна прийняти гіпотезу, що  $w_t$  має нормальний закон розподілу з нульовим значенням величини математичного сподівання та із середньоквадратичним відхиленням —  $\sigma_w$ .

Система рівнянь (1.1)—(1.4) після відповідних простих перетворень зводиться до такого виразу:

$$X_t = F(X_{t-1}, X_{t-2}), \quad (1.5)$$

де  $F(X_{t-1}, X_{t-2})$  — функція, що є оцінкою кореляційно-регресійного зв'язку між змінними  $X_t, X_{t-1}, X_{t-2}$ .

Спочатку необхідно якимось наближеним способом визначити ціну для перших двох проміжків часу. Після цього можна проводити обчислення згідно з виразом (1.5) певну кількість разів (ітерацій). Результати обчислень можуть бути подані також у графічному вигляді.

Задача аналізу полягає у дослідженні впливу параметрів системи на характер залежності ціни у часі (як функції часу), а також у знаходженні рівноважної ціни.

## 1.2 Дисципліна „Моделювання економіки”.

### Предмет і об'єкт її вивчення. Мета моделювання

Моделювання економіки як науковий напрям сформувався у 60-ті роки минулого століття, хоча має давню й багату передісторію. У його основу, окрім економічних, покладено низку фундаментальних дисциплін (математику, теорію ймовірностей, теорію систем, інформатику, статистику, теорію автоматичного управління тощо).

**Об'єкт** вивчення дисципліни «Моделювання економіки» — соціально-економічні системи, економіка та її підрозділи, окремі господарські одиниці, процеси, які в них відбуваються.

**Предмет** дисципліни — методологія та методика моделювання, математичні моделі реальних економічних (соціально-економічних) об'єктів та їх аналіз.

**Методами**, що їх використовують у моделюванні економіки (соціально-економічних систем), є *синергетичний і системний аналіз економіки* як складної нестабільної динамічної системи.

З погляду системного аналізу економіку слід віднести до класу динамічних, слабоструктурованих систем великої складності. Ця система складається з величезної кількості господарських комірок, які перебувають у тісній, неперервній взаємодії одна з одною. Окрім того, економіка має яскраво виражену ієрархічну, багаторівневу структуру, за якої вищий рівень ієрархії інтегрує за певними правилами (алгоритмами) інформаційні сигнали (потоки) нижчих рівнів ієрархії та оперує інформаційними агрегатами.

Водночас сама економіка постає як підсистема стосовно до суспільства загалом; що ж до існування останнього, то його розвиток далеко не вичерпується суто економічними процесами. Суспільство з певною соціальною структурою, політичною системою, потенціалом культури, морально-етичними принципами, ментальністю являє собою зовнішнє середовище, з елементами якого економіка взаємодіє. Ця взаємодія не є детермінованою (однозначною). Вона відбувається за двома напрямками — від зовнішнього середовища та навпаки. Використовуючи *системний підхід* щодо дослідження економіки на підставі математичних моделей, виокремлюють, зокрема, макро- та мікроекономічні моделі. Перші відображають функціонування та розвиток усієї економічної системи чи її великих підсистем, другі — господарських комірок та їх об'єднань.

Іншим методом, що їх використовують у моделюванні економіки, є синергетика — наука, яка має метою виявлення спільних принципів еволюції, самоорганізації та адаптації складних систем у різних галузях знань на підставі побудови та дослідження нелінійних динамічних математичних моделей. Важливим поняттям синергетики є «катастрофа», «біфуркація», «граничний цикл», «дивний атрактор», «дисипативна структура», «біжуча хвиля» тощо<sup>2</sup>.

Синергетика акцентує увагу передусім на тому, що економічні системи можуть проходити через ієрархію нестійкого розвитку, і в них (системах) розвиваються дедалі більш складні структури. Такі нестійкості викликані зміною зовнішніх параметрів і можуть привести до нової просторово-часової організації системи. Зокрема, це демонструється виникненням раптових (структурних) змін, існуванням граничних циклів і хаосу, роллю, яку відіграють стохастичні процеси в економічній еволюції, ефектами часових асових масштабів і швидкостей установаження відносної рівноваги в економічному аналізі тощо

Синергетична економіка надає особливого значення, на відміну від лінійних, нелінійним аспектам економічного еволюційного процесу: не стійкості, а нестійкості, не неперервності, а розривам (дискретності), не постійності, а структурним змінам. Синергетична економіка трактує нелінійність і нестійкість як джерело розвитку різноманіття та складності економічної динаміки. Водночас треба враховувати ще й неповноту і невизначеність інформації.

У синергетичній економіці економічна еволюція тлумачиться як незворотний

---

<sup>2</sup> Занг В. Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной экономической теории / Пер. с англ. — М.: Мир, 1999.

процес. Синергетична економіка все ж таки розвивається на підставі традиційної. Вона відхиляє деякі ідеї традиційної економіки і трактує її результати лише як часткові, а не загальні випадки.

Синергетична економіка ґрунтується на чітких послідовних стадіях економічного аналізу. У своїх «Основах економічного аналізу» Пауль А. Самуельсон поділяє розвиток аналітичної економіки на п'ять великих стадій. По-перше, у Вальраса можна побачити кульмінацію опису детермінованих рівноваг на статичному рівні. Паретто та інші вчені зробили наступний крок, який є основою теорії порівняльної статистики. Третій крок, що характеризує мінімізацію витрат у межах економічної одиниці, був зроблений Джонсоном, Слуцьким, Хіксом, Алленом та іншими економістами. Четверте досягнення — це відкриття принципу відповідності. Природним — п'ятим — кроком, котрий необхідно зробити після того, як досліджено відгук системи на зміну заданих параметрів, полягає в тому, щоб дослідити поведінку системи як функцію часу. Далі Самуельсон наголошує: «Користь від будь-якої теоретичної побудови полягає в тім, що вона прояснює перебіг зміни економічних даних — змінних величин — чи параметрів, від яких вони залежать». Означене загальне положення є справедливим у сфері як динаміки, так і статички. Наступний логічний крок — перехід до створення теорії порівняльної динаміки, яка повинна включати в себе теорію порівняльної статички та кожен з попередніх п'яти кроків як часткові випадки і водночас бути значно ширшою. Цей крок здійснюється через відносно тривалий проміжок часу, бо лише в наш час математика забезпечила нас потужними аналітичними методами, необхідними для розуміння суті динамічної поведінки економічних систем

Основним інструментальним та ефективним методом дослідження систем є **метод моделювання**, тобто спосіб теоретичних і практичних дій, спрямованих на створення та використання моделей

А під **моделлю можна розуміти образ реального об'єкта (процесу) в матеріальній чи ідеальній формі (тобто такий, який описано знаковими засобами певною мовою), що відображає суттєві властивості модельованого об'єкта (процесу) й заміщує його в ході дослідження й управління. Метод моделювання ґрунтується** на принципі аналогії, тобто можливостях вивчення реального об'єкта не безпосередньо, а шляхом дослідження подібного йому й більш доступного цьому дослідженню об'єкта — його моделі. У подальшому йтиметься лише про **економіко-математичне моделювання, тобто про опис соціально-економічних систем знаковими математичними засобами.**

Практичними завданнями **економіко-математичного моделювання** є: *по-перше*, аналіз економічних об'єктів і процесів; *по-друге*, економічне прогнозування, передбачення розвитку економічних процесів; *по-третє*, вироблення управлінських рішень на всіх рівнях господарської ієрархії управління.

Зазначимо, що не в усіх випадках дані, отримані в результаті економіко-математичного моделювання, можуть використовуватися безпосередньо як

готові управлінські рішення. Швидше всього вони можуть розглядатись як «консультуючі» засоби. Прийняття управлінських рішень залишається за людиною. Отже, *економіко-математичне моделювання є лише однією з важливих компонент у людино-машинних системах аналізу, планування й управління економічними системами. Воно спрямоване на отримання нових знань про об'єкт дослідження.*

Одним із важливих аспектів у економіко-математичному моделюванні, як і в інших концепціях моделювання, є поняття **адекватності моделі**, тобто відповідності моделі модельованому об'єктові чи процесові. *Адекватність моделі* — дещо умовне поняття, оскільки повної відповідності моделі реальному об'єктові не може бути. Це є характерним і для економіко-математичного моделювання. Йдеться не просто про адекватність, а про відповідність тим властивостям, які вважаються суттєвими для дослідника, відповідають меті дослідження та усталеній системі гіпотез. Зазначимо, що перевірка адекватності економіко-математичних моделей не є простою. Вона обтяжена складністю вимірювання економічних величин. Але без такої перевірки застосування результатів моделювання в аналізі та управлінських рішеннях може не лише виявитися малокорисним, а й призвести до негативних наслідків.

*Мета моделювання* — полягає в тому, щоб не просто описати систему, а щоб цей опис дозволяв глибше зрозуміти її поведінку (отримати нові знання). Йдеться й про те, що витлумачувати реальні події в економіці (постійні збурення) має така теорія, котра ґрунтується на принципі адаптивних змін і зазвичай на таких ключових припущеннях: напрямком адаптивної реакції збігається з напрямком максимізації прибутку (чи — ширше — зі зростанням ринкової вартості); адаптивні процеси збігаються до нового квазірівноважного стану.

Важливе місце в еволюційній економіці займають також моделі, пов'язані з інноваціями, з науково-технічним прогресом тощо.

### **1.3. Економіка як складна система з внутрішньо притаманним ризиком та невизначеністю.**

Економічна кібернетика розглядає економіку, її структурні та функціональні блоки як системи, в яких відбуваються процеси регулювання й управління, що реалізуються рухом і перетворенням інформації. Наголосимо, що інформація, з одного боку, є генератором розвитку соціально-економічної системи, і в той же час, з іншого — джерелом невизначеності та породженого цим ризику в економіці. Тут принципово важливим є інноваційний характер інформації, а вона за означенням не може бути повністю передбачуваною.

Спинімося на деяких питаннях щодо невизначеності в економіці. *Невизначеність* — це те, що не піддається однозначній оцінці, а для суб'єктів у галузі економіки і бізнесу треба враховувати й особистісний чинник, який впливає на аналіз ситуації та прийняття рішень.

В дослідженнях з економічного прогнозування і планування розрізняють два типи невизначеності: «істинну», зумовлену властивостями економічних процесів, і інформаційну, пов'язану з неповнотою і неточністю наявної інформації про ці

процеси. Істинну невизначеність не можна плутати з об'єктивним існуванням різних варіантів економічного розвитку і можливості свідомого вибору з-поміж них ефективних варіантів. Ідеться про принципову неможливість точного вибору єдиного оптимального варіанта.

У розвитку економіки невизначеність викликається двома головними причинами. *По-перше*, перебіг планованих і керованих процесів, а також зовнішній вплив на ці процеси не можуть бути точно передбаченими через вплив випадкових чинників і обмеженість людського пізнання в кожний момент. Особливо характерно це для прогнозування науково-технічного прогресу, потреб суспільства, економічної поведінки. *По-друге*, загальнодержавне планування й управління не лише не всеохоплюючі, але і не всесильні, а наявність множини самостійних економічних суб'єктів з особливими інтересами не дозволяє точно передбачити результати їх взаємодії. Неповнота і неточність інформації про об'єктивні процеси й економічну поведінку підсилює істинну невизначеність.

На перших етапах дослідження з моделювання економіки застосовувалися в основному моделі детермінованого типу. У цих моделях усі параметри вважалися точно відомими. Однак детерміновані моделі не можна сприймати механічно й ототожнювати з моделями, які позбавлені всіх ступенів вибору (можливості вибору) і мають єдиний допустимий розв'язок. Класичним прикладом жорстко детермінованих моделей є оптимізаційна модель народного господарства, застосовувана для визначення найкращого варіанта економічного розвитку серед множини допустимих варіантів.

Невизначеність економічної інформації об'єктивно наявна завжди на стадії проектування та прийняття рішень. **Основне джерело цієї невизначеності** — неточність, неповнота інформації, наприклад, про мінерально-сировинну базу та інші природні ресурси, можливості й наслідки науково-технічного прогресу, тенденції можливих змін попиту та пропозиції тощо.

Оскільки невизначеність, неповнота інформації в економічній діяльності існують завжди, то економічні теорії, а особливо теорії прийняття рішень, планування, які цього не враховують, слід вважати лише першими наближеннями до реальної дійсності. В останні роки теорія оптимального стохастичного програмування, теорія нечіткої (розмитої) оптимізації, теорія гри, імітаційне моделювання тощо дають досить зручний апарат для переходу до другого наближення.

У ринковій економіці підвищуються вимоги до забезпечення прийняттого рівня ризику та надійності планів і економічних рішень. Адже за «ненадійність», недоцільний ризик доводиться розраховуватися власними коштами. Зокрема, якщо економічна система матиме низькі маневрені властивості, то це не дасть змоги швидко реагувати на зміни зовнішніх умов її функціонування та розвитку (зміни в номенклатурі та попиті, науково-технічному прогресі тощо).

Імовірно, що одним із основних напрямів урахування невизначеності, неповноти інформації в теорії оптимального планування є концепція адаптивності плану

. Частковим видом невизначеності постає випадковість ситуації, коли вид (множина) подій є відомим, але окрема подія може як настати, так і не настати. Тобто можна ввести деяке поле подій (сценаріїв) — таку їх множину, один з елементів якої настає.

Оскільки здебільшого обраний показник ефективності (якості) господарських (фінансових) операцій (проектів) є недетермінованою величиною, то зазвичай припускається гіпотеза, за якою цю величину є сенс вважати випадковою чи розпливчастою (нечіткою).

В економіці та бізнесі у низці випадків з огляду на обрані цілі доводиться приймати рішення на підставі побудови системи гіпотез, зокрема, через відсутність вичерпної, достовірної інформації. А це призводить до ризику відхилення від цілей, до недоотримання очікуваних результатів, можливих збитків, які можуть виникнути через недостатню обґрунтованість (помилковість, неадекватність) тих чи інших гіпотез (припущень). Щоб урахувати ступінь ризику й хоча б частково уникнути можливих збитків, потрібно, якщо є така змога, перевіряти істинність гіпотез (припущень). Це можна здійснити, зокрема, за допомогою методів перевірки статистичних гіпотез, котрі мають універсальний характер, оскільки у вигляді гіпотез можна подати майже будь-яке припущення зі сфери економіки та бізнесу. Техніка перевірки статистичних гіпотез зводиться до обчислення фактичних значень спеціальних, адекватних цілям та ситуації, критеріїв і порівняння їх із табличними значеннями для певного, заданого рівня значущості (чи ризику).

Невизначеність спричиняє ризик.

Отже, ризик внутрішньо притаманний економіці та бізнесу. Економічний ризик породжується невизначеністю (невідомістю, недостовірністю, неоднозначністю), конфліктністю. Наголосимо, що ризик виникає за умов наявності альтернатив рішень, планів, інвестиційних та інноваційних проектів тощо. Якщо відсутні альтернативи, то відсутній і ризик, але й відсутня свобода вибору, що позбавляє людину основної з її характерних ознак (розум, вільна воля, здатність творити).

Ступінь ризику залежить також від ставлення суб'єкта прийняття рішень (управлінської команди) до нього: схильності, несхильності, байдужості. Тому всі чинники невизначеності, конфліктності та зумовленого ними ризику поділяють на об'єктивні та суб'єктивні.

Отже, можна дати таке означення економічного ризику, що базується на принципах системного аналізу.

**Ризик**, яким обтяжена економічна діяльність, — це економічна категорія, що відбиває характерні особливості сприйняття заінтересованими суб'єктами економічних відносин об'єктивно існуючих невизначеності та конфліктності, іманентних процесам цілепокладання, управління, прийняття рішень, оцінювання.



Наголосимо, що ризик має діалектичну об'єктивно-суб'єктивну структуру.

Оцінка ризику є багатовимірною величиною, що характеризує можливі відхилення від цілей, від бажаного (очікуваного) результату, можливу невдачу (збитки) з урахуванням впливу контрольованих (керованих) і неконтрольованих (некерованих) чинників, прямих і зворотних зв'язків.

Існує ціла система показників кількісної оцінки ступеня ризику. Але від жодного кількісного показника (кількісної оцінки) ступеня ризику не слід очікувати, що він показуватиме адекватні результати за будь-яких обставин. Іншими словами, встановлення певного єдиного показника як кількісної міри (ступеня) ризику є спробою подолати невизначеність, характеризуючи випадкову величину (ефективність, збитки) одним (єдиним) показником (числом). На нашу думку, кількісна оцінка ризику є багатовимірною величиною (вектором), компоненти якої відбивають різні грані ризику й формуються залежно від мети дослідження, взятої системи гіпотез, суб'єктивного чинника, який характеризує ставлення суб'єкта ризику (управлінської команди) до невизначеності та ризику, тощо.

Однією з головних якостей сучасного керівника, економіста, підприємця, системного аналітика є вміння здійснювати правильний аналіз, робити вибір із множини альтернативних варіантів, здатність йти на ризик у розумних межах, навички раціонально працювати в умовах невизначеності, неповноти та асиметрії інформації, конфліктності. Чим складнішим і невизначенішим є соціально-економічне середовище, тим актуальнішим є необхідність урахування ризику, побудова й удосконалення адекватного інструментарію його аналізу, моделювання та управління ризиком на засадах синергетичного та системного підходів.

Можна говорити також про взаємопроникнення у застосуванні інструментарію різних гілок економічних наук та ширше використання ними принципів математичного моделювання як методологічної бази, а також про розвиток інструментарію математичного моделювання на підставі досягнень інших галузей науки. Це принципово важливо, бо у протилежному випадку занепадатимуть різні форми міждисциплінарного діалогу, збіднюватимуться економічна наука та освіта України

### ***Контрольні завдання та теми для обговорення***

1. Об'єкт дисципліни «Моделювання економіки».
2. Предмет дисципліни «Моделювання економіки».
3. Методи, що використовуються в моделюванні економіки.
4. Особливості економіки як об'єкта моделювання.
5. Поясніть сутність дефініції «економіка як кібернетична система».
6. Обгрунтуйте твердження, згідно з яким економіка характеризується як слабоформалізована система.
7. Сутність процесів, що відбуваються в перехідній економіці.
8. Поясніть, що, на вашу думку, є характерним для економіки: стаціонарний стан чи постійні зміни, еволюція соціально-економічного буття?
9. Обгрунтуйте сутність поняття «ефективно функціонуюча економіка».

10. Поясніть, що може, а чого не здатний реалізувати ринок.
11. Сутність нової парадигми в економічній теорії.
12. Економіка та її взаємодія з політикою та культурою.
13. Поясніть, що може означати термін «суб'єктивність економіки».
14. Поясніть, що є причиною генерування нової інформації в соціально-економічній системі.
15. Розкрийте поняття «блок зворотних зв'язків» в економіці та підприємстві.
16. Перелічіть основні проблеми, що виникають у макро- та мікроекономічному аналізі.
17. Розкрийте сутність концепції «еволюційна економіка».
18. Поясніть сутність концептуальних положень, що утворюють поняття «синергетична економіка».
19. Поясніть, чому економіці внутрішньо притаманні невизначеність і ризик.
20. Перелічіть основні системні характеристики економічних рішень. Сутність цих системних характеристик.

### *Теми рефератів*

1. Взаємодія суспільства та економічної системи, їх формалізація.
2. Проблеми побудови концептуальної моделі управління економічними об'єктами та процесами з урахуванням взаємодії із суспільством і біологічним середовищем.
3. Сутність категорії мети в діяльності економічних систем та її формалізація для здійснення кількісного аналізу.
4. Формалізація процесів функціонування окремих економічних систем у категоріях «цілі» й «засоби».
5. Ринковий інтерес та суспільна доцільність. Аспекти їх концептуалізації та графічного подання.
6. Механізм формування цілей та критеріїв функціонування економічного об'єкта.
7. Конкуренція в економіці та її роль у генеруванні нової інформації.
8. Роль державного регулювання економіки та концептуальні моделі різних варіантів втручання держави у ринковий механізм.
9. Проблеми формалізації інвестування соціально-економічної сфери. Інвестиції в освіту та науку та підходи до їх кількісного оцінювання.
10. Моделювання економічних процесів розвитку з урахуванням надійності.

### *Завдання для самостійної роботи*

1. Сутність проблем, що виникають у процесах макроекономічного аналізу.
2. Основні аспекти та концептуальні засади еволюційної теорії економічного розвитку.
3. Основні концептуальні підходи синергетичної економіки.
4. Теорія ризику та її роль у розвитку економічної теорії та в практиці господарювання.
5. Сутність проблем, що виникають у дослідженні олігопольних ринків.  
Павутиноподібна модель

## **Тема 2. КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ**

### **2.1 Модель. Економіко-математична модель. Сутність моделювання**

Термін «модель» широко використовується в різних сферах діяльності людини і має безліч семантичних значень. Розглядатимемо тільки такі моделі,

котрі є інструментами для одержання нових знань. Термін «модель» походить від латинського слова «modulus» — зразок, норма, міра.

**Модель — це**

- 1) *об'єкт, що заміщує оригінал і відбиває найважливіші риси і властивості оригіналу для даного дослідження, даної мети дослідження за обраної системи гіпотез.*
- 2) *об'єкт, котрий створюється системним аналітиком для отримання нових знань про об'єкт-оригінал і відбиває лише суттєві (з погляду системного аналітика) властивості об'єкта-оригіналу*

А під **моделлю в економіці можна розуміти** образ реального об'єкта (процесу) в матеріальній чи ідеальній формі (тобто такий, який описано знаковими засобами певною мовою, графіками, таблицями), що відображає суттєві властивості модельованого об'єкта (процесу) економічної системи й заміщує його в ході дослідження й управління

Важливе місце в еволюційній економіці займають також моделі, пов'язані з інноваціями, з науково-технічним прогресом тощо

*Умовою розробки моделі є принцип так званої інформаційної достатності. Це означає, що системний аналітик повинен мати достатньо чітке уявлення про те, що вважати за вхідні та вихідні змінні досліджуваної системи, які чинники суттєво впливають на процес її функціонування. Якщо рівень інформаційної достатності низький, то створити модель, за допомогою котрої можна було б отримати нові знання про об'єкт-оригінал, майже неможливо.*

У низці випадків у науковій та навчальній літературі для спрощення обмежуються здебільшого лінійними моделями, хоча в наш час бурхливо розвивається науковий підхід — «синергетична економіка», — який спирається на суттєву нелінійність еконо-мічних процесів, досліджує час і зміни в нелінійній економічній теорії<sup>3</sup>.

Аналізуючи сутність зазначеного вище, можна зробити, зокрема, такі висновки:

- а) будь-яка модель є суб'єктивною, вона несе в собі характерні риси індивідуальності системного аналітика;
- б) будь-яка модель є гомоморфною, тобто в ній відбиваються (віддзеркалюються) не всі, а лише суттєві властивості об'єкта-оригіналу виходячи з цілей дослідження, узятій системи гіпотез тощо;

в) можливе існування множини моделей одного й того самого об'єкта-оригіналу, які відрізняються цілями дослідження, ступенем адекватності тощо.

---

<sup>3</sup> Занг В.-Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной экономической теории / Пер. с англ. — М.: Мир, 1999.

Прямі експерименти з економікою, як свідчить історія, дуже дорого коштують, ми знаємо чи чули про колективізацію, індустріалізацію, гіперінфляцію, приватизацію тощо. Разом з тим неможливо безпосередньо передбачити середньо- та довготермінові наслідки окремих рішень. Це можна зробити лише на підставі концептуальних моделей розвитку економіки, що спираються на минулий досвід. У свою чергу концептуальні моделі, власне, і становлять фундамент математичних моделей. Побудовою моделей займається дисципліна моделювання.

Необхідність використання моделювання визначається тим, що багато об'єктів (чи аспектів, які стосуються цих об'єктів) безпосередньо досліджувати чи взагалі неможливо, чи це вимагає багато часу і коштів.

*Під моделюванням* розуміють процес побудови, вивчення й використання моделей. Він тісно поєднаний з такими категоріями, як абстракція, аналогія, гіпотеза тощо

*Процес моделювання* включає три системовірних елементи:

- суб'єкт дослідження (системний аналітик);
- об'єкт дослідження;
- модель, яка опосередковує відносини між об'єктом, який вивчається, та суб'єктом, який пізнає (системним аналітиком).

**Головна особливість моделювання** полягає у тому, що це метод опосередкованого пізнання за допомогою об'єктів-замішувачів

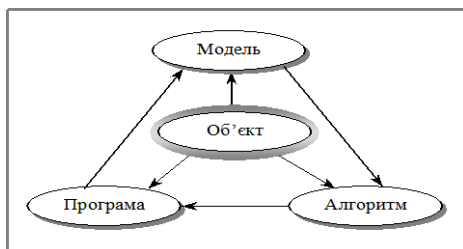
Модель постає як своєрідний інструмент пізнання, що його дослідник (системний аналітик) ставить між собою та об'єктом і за допомогою якого вивчає об'єкт, який його цікавить. Саме ця особливість моделювання визначає специфічні форми використання абстракцій, аналогій, гіпотез, інших категорій і методів пізнання.

Неможливо уявити собі сучасного моделювання без широкого застосування математичного моделювання.

**Математична модель** — це абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінені відношеннями між математичними категоріями. Ці відношення зазвичай подаються у формі рівнянь і/чи нерівностей, відношеннями формальної логіки між показниками (змінними), які характеризують функціонування реальної системи, що моделюється.

Формування **математичних моделей** є досить тривалим процесом, який потребує знань і праці, але ще важче створити модель, досить адекватну щодо реальності. Отже, для опрацювання правильних економічних рішень необхідно аналізувати весь минулий досвід, результати, що отримані на підставі застосування концептуальних і математичних моделей, що є найбільш адекватними для даної економічної ситуації.

Уже сама постановка питання щодо математичного моделювання будь-якого об'єкта породжує *чіткий план дії*, який умовно можна поділити на три етапи: модель—алгоритм—програма (рис. 2.1)<sup>4</sup>.



**Рис. 2.1.** Узагальнена схема математичного моделювання

На *першому етапі* обирається (чи будується) «еквівалент» об'єкта, що відображає в математичній формі найважливіші (ключові) його властивості — закони, яким він підпорядковується, зв'язки, що притаманні складовим його частинам, тощо. Математична модель (чи її фрагменти) досліджуються теоретичними методами, що дозволяє отримати важливі (концептуального характеру) нові знання про об'єкт

*Другий етап* — вибір (чи розроблення) алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері. Модель подається у формі, зручній для застосування числових методів, визначається послідовність обчислювальних і логічних операцій, котрі необхідно здійснити, щоб отримати шукані величини із заданою точністю. Обчислювальні алгоритми не повинні спотворювати основні властивості моделі, а отже, вихідного об'єкта (оригіналу), бути економними та адаптивними щодо особливостей розв'язання задач і використання комп'ютерів

На *третьому етапі* створюються програми, що «переносять» модель і алгоритм на доступну комп'ютерну мову. До них також висуваються вимоги економності та адаптивності. Їх можна назвати «електронним» еквівалентом досліджуваного об'єкта, що є придатним для безпосереднього експериментування на комп'ютері.

Створивши *тріаду*: «модель—алгоритм—програма», дослідник (системний аналітик) отримує універсальний, гнучкий і відносно дешевий інструмент, який тестується в «пробних» обчислювальних експериментах. Після того як *адекватність* (достатній рівень відповідності, зважаючи на цілі та взятую систему гіпотез) тріади щодо вихідного об'єкта засвідчена, з моделлю проводять різноманітні та детальні «досліди», які дають нову інформацію про необхідні якісні та кількісні властивості й характеристики об'єкта. Процес моделювання супроводжується поліпшенням та уточненням, за необхідності, всіх складових (ланок) тріади.

<sup>4</sup> Самарский А. А., Михайлова А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. — М.: Физматлит, 2001. — 320 с.

Математичні моделі, що описують механізм функціонування певної гіпотетичної економічної чи соціально-економічної системи, економічні процеси чи явища називають економіко-математичними моделями чи просто економічними. *Під економіко-математичною моделлю* розуміють концентроване вираження найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь. Мистецтво побудови економіко-математичної моделі полягає в тому, щоб узгоджувати якомога більшу лаконічність у її математичному описі з достатньою адекватністю та точністю модельного відтворення тих сторін аналізованої економічної реальності, які, власне, і цікавлять дослідника згідно з цілями та взятими гіпотезами.

### **Основні характеристики економіко-математичних моделей**

1. Економіко-математичні моделі вирізняються серед інших математичних моделей тим, що об'єктом моделювання є економічні процеси, а сама модель відображає економічні взаємозв'язки та відносини, що існують у реальній дійсності (в реальних процесах та явищах). Здійснюючи ідентифікацію та інтерпретацію економіко-математичних моделей, використовують економічні показники.

2. Кожна економіко-математична модель реального явища характеризується:

- а) об'єктом моделювання; б) системним описом об'єкта;
- в) цілями щодо побудови моделі; г) принципами моделювання;

д) апаратом моделювання; е) способами ідентифікації й інтерпретації результатів.

3. Об'єктом моделювання може бути або реальна господарська система, або один чи кілька процесів, що розвиваються в такій системі. Для побудови моделі треба не просто вказати найменування об'єкта, а й дати його опис у вигляді системи, тобто виявити суттєві грані його взаємодії із зовнішнім середовищем, його структуру. Моделі, що відображають (заміщують) один і той самий об'єкт з різних поглядів, слід вважати різними

4. Апарат моделювання визначається типом математичних конструкцій, що використовуються для побудови моделі. Найпоширенішими є моделі, побудовані за допомогою апарату лінійної алгебри, регресійного аналізу, лінійних диференціальних рівнянь. Інколи кажуть про специфічний апарат — «апарат виробничої функції». Вибір

того чи іншого апарату економіко-математичного моделювання значною мірою ґрунтується на гіпотезах, що покладені в основу побудови моделі.

## 2.2 Моделювання як метод наукового пізнання

*Сутність цієї методології* полягає в заміні вихідного об'єкта його «образом» — математичною моделлю — і подальшим вивченням (дослідженням) моделі на підставі аналітичних методів та обчислювально-логічних алгоритмів, які реалізуються за допомогою комп'ютерних програм. Робота не із самим об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість відносно швидко і безболісно досліджувати його основні (суттєві) властивості та поведіння за будь-яких імовірних ситуацій (це переваги теорії). Водночас обчислювальні (комп'ютерні, симулятивні, імітаційні) експерименти з моделями об'єктів дозволяють, спираючись на потужність сучасних математичних та обчислювальних методів і технічного інструментарію інформатики, ретельно та досить глибоко вивчати об'єкт у достатньо детальному вигляді, що недоступно суто теоретичним підходам (це перевага експерименту). Не дивно, що методологія математичного моделювання бурхливо розвивається, охоплюючи аналіз надзвичайно складних економічних і соціальних процесів.

Моделювання в наукових дослідженнях, яке почали застосовувати ще в глибоку давнину, охоплює нині все нові й нові сфери наукових знань. Однак методологія моделювання впродовж тривалого часу розвивалась незалежно від інших наук. Була відсутня єдина система понять, єдина термінологія. Лише згодом почали усвідомлювати роль моделювання як *універсального методу наукового пізнання*.

Професор філософії О. Г. Спіркін наголошує<sup>5</sup>, що в наш час усі основні науки теоретико-економічного блоку (політекономія — як одна з найскладніших галузей людського знання, а також макро- та мікроекономіка) спираються на економіко-математичне моделювання, що надає цим наукам додаткової точності, строгості щодо систематизації та осмислення фактів, теоретичного витлумачення їх, орієнтованого на істинність та максимально можливе практичне втілення. А професор економіки Олег Гаврилишин<sup>6</sup> пише про необхідність ширшого використання в економіці аналітичних підходів, зокрема теорії динамічних систем. Професор Ю. Козелецький, відомий учений у галузі психологічної теорії рішень в економіці, у своїй монографії<sup>7</sup> широко використовує

---

<sup>5</sup> Спіркін А. Г. Философия: Учебник. — М.: Гардарики, 1999.

<sup>6</sup> Гаврилишин О. Основні елементи теорії ринкової системи. — К.: Наук. думка, 1992.

<sup>7</sup> Козелецький Ю. Психологическая теория решений. — М.: Прогресс, 1979.

економіко-математичні методи і моделі, алгоритмічні стратегії, теорію ризику стосовно до теорії рішень як предмета наукового дослідження.

Можна говорити також про взаємопроникнення у застосуванні інструментарію різних гілок економічних наук та ширше використання ними принципів математичного моделювання як методологічної бази, а також про розвиток інструментарію математичного моделювання на підставі досягнень інших галузей науки. Це принципово важливо, бо у протилежному випадку занепадатимуть різні форми міждисциплінарного діалогу, збіднюватимуться економічна наука та освіта України.

Потрібно наголосити: це стосується кожного з нас, усе, що є об'єктом нашого пізнання, є часткою нашого життя. Заклик «Пізнай самого себе», накреслений на архітраві старовинного храму у Дельфах, — це свідчення фундаментальної істини, котру як елементарне правило доречно застосовувати до різних гілок економічної науки й економічної кібернетики особливо.

Дедалі більше вчених-економістів твердять, що оскільки соціально-економічна система не має об'єктивно заданого зовнішнього імпульсу розвитку, то вона може характеризуватися як така, що саморозвивається. «Пальним», що забезпечує розвиток цієї системи, є нова інформація. Академік Російської академії наук Микола Петраков детально аналізує різні аспекти генерування нової інформації у соціально-економічній системі: «...Навіть залишаючись у межах відносно простої схеми «потреби індивіда та механізми їх задоволення», ми зіштовхуємося з постійною і неповністю передбачуваною пульсацією соціально-економічної системи. Особа, котра ще недавно перебувала в стані задоволення навколишнім соціально-економічним середовищем, «раптом» починає висувати нові вимоги культурного, соціального, естетичного характеру, виказує незадоволення умовами праці тощо. Ці вимоги створюють відповідний інформаційний «шум» у системі, вводять елемент непередбачуваності й випадковості. Власне, цей «шум» є будівельним матеріалом для генерування нової інформації у соціально-економічній системі. Ми маємо постійний фон випадкових збурень, на котрому й виникають «соціально-економічні мутації»<sup>8</sup>.

В економіці постійним стимулом генерування нової інформації є також конкуренція, котра автоматично відкриває дорогу науково-технічним винаходам. Можна вказати й на множинність цілей суб'єктів, які є джерелом невизначеності, тощо.

---

<sup>8</sup> Петраков Н. Я. Русская рулетка: экономический эксперимент ценою 150 миллионов жизней. — М.: Экономика, 1998.



У наш час математичне моделювання входить у третій принципово важливий етап свого розвитку, «вбудовуючись» у структури так званого *інформаційного суспільства*. Бурхливий прогрес засобів аналізу, опрацювання, передачі та зберігання інформації відповідає сучасним тенденціям соціального буття. Без володіння інформаційними «ресурсами» не варто й думати про розв’язання дедалі більш складних та різноманітних проблем, які постають перед світовою спільнотою. Однак інформація сама по собі здебільшого мало що дає для аналізу та прогнозування, для прийняття рішень і контролю за їх виконанням. Необхідні надійні способи опрацювання інформаційної «сировини» в готовий «продукт», тобто в точні знання. Історія методології математичного моделювання переконує: вона може й повинна бути *інтелектуальним ядром* інформаційних технологій, усього процесу інформатизації суспільства.

Технічні, технологічні, економічні, політичні та інші системи, що їх вивчає сучасна наука, все меншою мірою піддаються дослідженню (в необхідній комплексності та точності) звичайними теоретичними методами, хоча останні є надзвичайно важливими. Безпосередній натурний експеримент над ними є надто тривалим, дорогим, часто навіть небезпечним чи просто неможливим, особливо це стосується економічних систем і процесів. Тому *математичне моделювання є неминучою складовою науково-технічного прогресу*.

**Як методологія** математичне моделювання не підміняє собою математику, економічну теорію, фінанси та інші дисципліни, не конкурує з ними. Навпаки, важко переоцінити його синтезуючу роль. Створення та застосування тріади можливе лише за умови використання різноманітних методів і підходів — від якісного аналізу нелінійних моделей до сучасних мов програмування. Воно дає додаткові стимули різним напрямкам науки.

У широкому аспекті моделювання наявне майже в усіх видах творчої активності людей різних спеціальностей — дослідників і підприємців, політиків і військових. Привнесення в ці сфери точного знання допомагає обмежити інтуїтивне «моделювання», розширює межі застосування раціональних методів. Звичайно ж, математичне моделювання плідне лише за умови виконання професійних вимог: чітке формулювання основних понять і гіпотез, апостеріорний аналіз, щоб пересвідчитися в адекватності використовуваних моделей, гарантована точність обчислювальних алгоритмів тощо.

Якщо ж аналізувати проблеми моделювання економічних систем, де необхідно брати до уваги «людський чинник», тобто коли йдеться про аналіз слабоформалізованих об’єктів, то до цих вимог необхідно додати

ще низку, зокрема, акуратне розмежування математичних і побутових термінів, завбачливе застосування вже готового математичного апарату до вивчення явищ і процесів (пріоритетним є шлях «від задачі до методу», а не навпаки) та інші.

Розв'язуючи проблеми інформаційного суспільства, було б наївним покладати надію лише на потужність комп'ютерів та інші засоби інформатики. *Постійне вдосконалення тріади математичного моделювання та її впровадження у сучасні інформаційно-моделюючі системи — методологічний імператив.* Лише його виконання дає можливість отримати таку необхідну високотехнологічну, конкурентоспроможну та різноманітну матеріальну й інтелектуальну продукцію. Отже, моделювання стало *універсальним методом наукового пізнання.*

### 2.3. Перевірка адекватності моделі

Складність економічних процесів і явищ та інші зазначені вище особливості економічних систем утруднюють не лише побудову математичних моделей, а й перевірку їх *адекватності, істинності одержаних результатів.*

Одним із важливих аспектів у економіко-математичному моделюванні, як і в інших концепціях моделювання, є поняття **адекватності моделі**, *тобто відповідності моделі модельованому об'єктові чи процесові.* **Адекватність моделі** — дещо умовне поняття, оскільки повної відповідності моделі реальному об'єктові не може бути. Це є характерним і для економіко-математичного моделювання. Йдеться не просто про адекватність, а про відповідність тим властивостям, які вважаються суттєвими для дослідника, відповідають меті дослідження та усталеній системі гіпотез. Зазначимо, що перевірка адекватності економіко-математичних моделей не є простою. Вона обтяжена складністю вимірювання економічних величин. Але без такої перевірки застосування результатів моделювання в аналізі та управлінських рішеннях може не лише виявитися малокорисним, а й призвести до негативних наслідків

У природничих науках достатньою умовою істинності результатів моделювання й будь-яких інших форм пізнання є тотожність результатів дослідження з чинниками, що спостерігаються. Категорія «практика» збігається тут із категорією «дійсність». В економіці та інших суспільних науках таким способом визнаний принцип «практика — критерій істини», котрий більше застосовується щодо простих дескриптивних моделей, які використовуються для пасивного опису і пояснення дійсності (аналізу попереднього розвитку, короткострокового прогнозування некерованих економічних процесів тощо).

Однак головне завдання економічної науки конструктивне: розроблення наукових методів аналізу й управління економікою. Тому поширений тип математичних моделей економіки — це моделі керованих і регульованих економічних процесів, які використовуються для перетворення економічної дійсності. Такі моделі *називають нормативними*. Якщо орієнтувати нормативні моделі тільки на підтвердження дійсності, то вони не зможуть слугувати інструментом вирішення якісно нових соціально-економічних завдань.

Специфіка верифікації нормативних моделей економіки полягає у тому, що вони, як правило, «конкурують» з іншими, такими, що вже знайшли практичне застосування, методами аналізу планування й управління. Разом з тим далеко не завжди можна поставити чіткий експеримент з верифікації моделі, усунувши впливи інших керуючих чинників на керований об'єкт. Ситуація ще більше ускладнюється, коли виникає питання про верифікацію моделей довгострокового прогнозування і планування (як описативних, так і нормативних). Адже не можна 10—15 років і більше пасивно чекати настання подій, щоб перевірити правильність концептуальних положень моделі. Незважаючи на зазначені ускладнюючі обставини, відповідність моделі об'єкта (процесу) фактам і тенденціям реального економічного буття залишається важливим критерієм, який визначає напрям удосконалення моделей. Всебічний аналіз розходжень, які виникають між моделлю та дійсністю, зіставлення результатів, одержаних на базі конкретної економіко-математичної моделі, з результатами застосування інших методів пізнання дійсності допомагає визначити шляхи корекції моделей.

Значна роль у *перевірці адекватності моделей* належить логічному аналізу, в тому числі й засобами самого математичного моделювання. Такі формалізовані прийоми верифікації моделей, як доведення існування рішення, перевірка істинності статистичних гіпотез про зв'язки між параметрами і змінними моделі, зіставлення розмірності величин тощо, дозволяє звузити клас потенційно «правильних» моделей. Внутрішня несуперечність положень перевіряється також шляхом порівняння одержуваних за допомогою даної моделі результатів з результатами «конкуруючих» моделей.

Модель вважається **адекватною об'єкту-оригіналу**, якщо вона з достатнім ступенем наближення, на рівні розуміння системним аналітиком модельованого процесу відображає закономірності процесу функціонування реальної економічної системи у зовнішньому щодо об'єкта дослідження середовищі. Поняття адекватності моделі має кілька різних граней. *По-перше*, можна вести мову про адекватність моделі щодо досліджуваного реального процесу, розуміючи під цим ступінь

відповідності його характеристик характеристикам об'єкта. По-друге, потрібно оцінювати адекватність моделі щодо поставленої задачі (цілей). Оцінюючи сучасний стан проблеми адекватності математичних моделей в економіці, необхідно визнати, що створення конструктивної *комплексної методики верифікації моделей*, котра враховує як об'єктивні особливості модельованих об'єктів, так і особливості їх пізнання, залишається одним із найактуальніших завдань економіко-математичних досліджень.

Існують різні *форми зображення* математичної моделі. Різновид їх обмежується чотирма найтиповішими групами — інваріантною, алгоритмічною, аналітичною, схемною.

*Інваріантна форма* — зображення математичної моделі безвідносно до методів, за допомогою яких може розв'язуватись поставлена задача моделювання.



інваріантної форми:

$$\frac{\partial y(Z, p)}{\partial Z} + a \frac{\partial y(Z, p)}{\partial p} + by(Z, p) = cf(Z, p),$$

де  $a, b, c$  — відомі характеристики об'єкта;  $f(Z, p)$  — відома функція;  $y(Z, p)$  — невідома функція.

*Алгоритмічна форма* — зображення математичної моделі у вигляді послідовності дій, які необхідно виконати, щоб при розв'язанні поставленої задачі моделювання перейти від відомих даних до шуканого результату.



алгоритмічної форми:

1. Визначити значення характеристик об'єкта  $a, b, c$ .
2. Обчислити  $d$ :  $d = \sqrt{b^2 - 4ac}$ .
3. Якщо  $d \geq 0$ , то обчислення значення результату  $(x, y)$ :

$$x = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, \quad y = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}.$$

*Аналітична форма* — зображення математичної моделі у вигляді формул та співвідношень між математичними виразами, за допомогою яких шукані в задачі моделювання результати визна-

чаються через відомі дані.



аналітичної форми:

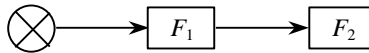
$$y = 3,5 \cos(\ln(x^2 + b^2) + \sqrt{x^2 + a^2}),$$

де  $a, b$  — відомі характеристики об'єкта,  $x$  — змінна,  $y$  — результат.

*Схемна форма* — зображення математичної моделі у вигляді таблиць даних, діаграм, схем, графів, графіків.



схемної форми:



Тут  $F_1, F_2$  — передаточні функції об'єкта.

*Використання аналогів у побудові моделей.* Аналоги в побудові моделей використовуються у величезній кількості випадків: або за спроби побудувати модель деякого об'єкта, або коли неможливо прямо вказати фундаментальні закони чи варіаційні принципи, котрим він підпорядковується, або коли з погляду наших сьогоденних знань взагалі немає впевненості в існуванні подібних законів, що допускають математичну формалізацію. Одним із плідних підходів до такого роду об'єктів є *використання аналогів* з уже вивченими явищами.

Здавалося б, що є спільного між радіоактивним розпадом і динамікою популяцій, зокрема, зміною чисельності населення нашої планети? Однак на простому рівні дослідження така аналогія проглядається, про що свідчить одна з найпростіших моделей популяцій — *модель Мальтуса*. У підґрунті моделі Мальтуса — просте твердження: швидкість зміни у чисельності населення з часом  $t$  пропорційна його поточній чисельності  $N(t)$ , помноженій на алгебраїчну суму коефіцієнтів народжуваності  $\alpha(t) \geq 0$  та смертності  $\beta(t) \geq 0$ .

У результаті маємо рівняння

$$\frac{dN(t)}{dt} = [\alpha(t) - \beta(t)]N(t), \quad (2.1)$$

яке дуже схоже на рівняння радіоактивного розпаду й збігається з ним за умови  $\alpha < \beta$  (якщо  $\alpha$  і  $\beta$  постійні). Це не дивно, бо для виведення їх використовувались однакові міркування. Інтегрування рівняння (2.1) дає:

$$N(t) = N(0) \exp \left( \int_{t_0}^t [\alpha(t) - \beta(t)] dt \right),$$

де  $N(0) = N(t = t_0)$  — початкова чисельність.

Якщо  $\alpha = \beta$ , то чисельність залишається постійною, тобто в цьому випадку розв'язком є рівноважна величина  $N(t) = N(0)$ . Рівновага між народжуваністю й смертністю нестійка в тому розумінні, що навіть невелике порушення рівності  $\alpha = \beta$  приводить з плином часу до все більшого відхилення функції  $N(t)$  від рівноважного значення  $N(0)$ . За умови  $\alpha < \beta$  чисельність населення знижується й прямує до нуля, коли  $t \rightarrow \infty$ , а за  $\alpha > \beta$  — зростає за певним експоненціальним законом до нескінченності, якщо  $t \rightarrow \infty$ . Остання обставина й слугувала підставою для побоювань Мальтуса щодо майбутнього, пов'язаного з перенаселенням землі з усіма випливаючими звідси наслідками. Як у даному прикладі, так і в низці інших випадків можна вказати на чимало очевидних обмежень щодо застосування побудованої моделі. Звичайно ж, дуже складний процес зміни чисельності населення, що залежить до того ж від свідомого втручання самих людей, не може описуватись якимись простими закономірностями. Навіть в ідеальному випадку ізольованої біологічної популяції запропонована модель не відповідає реаліям повною мірою, хоча б зважаючи на обмежені ресурси, необхідні для її існування. Зроблене зауваження аж ніяк не применшує ролі аналогій у побудові математичних моделей дуже складних явищ.

Наголосимо, що використання аналогій ґрунтується на одній з дуже важливих властивостей моделей — їхній універсальності, тобто використанні їх щодо об'єктів принципово різної природи. Так, припущення (гіпотеза) типу «швидкість зміни величини пропорційна значенню самої величини (чи деякої функції від неї)» широко використовується в економіці.

*Ієрархічний підхід до формування моделей.* Лише в небагатьох випадках буває зручною і виправданою побудова математичних моделей навіть щодо простих об'єктів відразу в усій повноті, з урахуванням усіх

суттєвих чинників. Тому природним є підхід, що реалізує принцип «від простого — до складного», коли наступний крок робиться після досить детального вивчення не дуже складної моделі. Отже, виникає ланцюжок (ієрархія) усе більш деталізованих моделей, кожна з яких узагальнює попередні, включаючи їх як частковий випадок.

Зазначимо, що на практиці використовують банк моделей і здійснюють адаптацію відомої моделі.

#### **2.4. Класифікація економіко-математичних моделей**

Для класифікації цих моделей використовують різні класифікаційні ознаки.

За *цільовим призначенням* економіко-математичні моделі поділяються на теоретико-аналітичні, що використовуються під час дослідження загальних властивостей і закономірностей економічних процесів, і прикладні, що застосовуються у розв'язанні конкретних економічних задач (моделі економічного аналізу, прогнозування, управління). Економіко-математичні моделі можуть призначатися для дослідження різних сторін функціонування народного господарства (зокрема, його виробничо-технологічної, соціальної, територіальної структури) і його окремих частин. У класифікації можна виокремити моделі народного господарства загалом і його підсистем — галузей, регіонів тощо; комплекси моделей виробництва, споживання, формування і розподілу доходів, трудових ресурсів, ціноутворення, фінансових зв'язків тощо. Спинімося більш докладно на характеристиці таких класів економіко-математичних моделей, що мають особливості методології і техніки моделювання.

Відповідно до загальної класифікації математичних моделей вони поділяються на **функціональні та структурні**, а також проміжні форми (структурно-функціональні). У дослідженнях на народногосподарському рівні частіше застосовуються структурні моделі, оскільки для планування та управління велике значення мають внутрішні залежності між елементами систем. Типовими структурними моделями є моделі міжгалузевих зв'язків. Функціональні моделі широко застосовуються в економічному регулюванні, коли на поведінку об'єкта («вихід») впливають шляхом зміни «входу». Прикладом може слугувати модель поведінки споживачів в умовах товарно-грошових відносин. Один і той самий об'єкт може описуватись одночасно і структурною, і функціональною моделями. Наприклад, для планування окремої галузевої системи використовується структурна модель, а на народногосподарському рівні кожна галузь може бути подана функціональною моделлю.

Моделі поділяють на *дескриптивні* та *нормативні*. Дескриптивні моделі відповідають на запитання: як це відбувається чи як це найімовірніше може розвиватися далі? Іншими словами, вони лише пояснюють факти, які спостерігалися, чи дають прогноз. Нормативні моделі відповідають на запитання: як це має бути? Тобто передбачають цілеспрямовану діяльність. Типовим прикладом нормативних моделей є моделі оптимального (раціонального) планування, що формалізують у той чи інший спосіб мету економічного розвитку, можливість і засоби її досягнення. Застосування дескриптивного підходу в моделюванні економіки пояснюється необхідністю емпіричного виявлення суттєвих залежностей в економіці, встановлення статистичних закономірностей економічної поведінки соціальних груп, вивчення ймовірних шляхів розвитку якихось процесів за незмінних умов чи таких, що відбуваються без зовнішніх впливів. Прикладом дескриптивних моделей є виробничі функції та функції купівельного попиту, побудовані на підставі опрацювання статистичних даних.

Чи є економіко-математична модель дескриптивною або нормативною — це залежить не лише від її математичної структури, а й від характеру використання моделі. Наприклад, *модель міжгалузевого балансу є дескриптивною, якщо вона використовується для аналізу пропорцій минулого періоду. Але ця сама математична модель стає нормативною, якщо застосовується для розрахунків збалансованих варіантів розвитку народного господарства, які задовольняють кінцеві потреби суспільства за умови планових нормативів виробничих витрат.* Багато економіко-математичних моделей поєднують ознаки дескриптивних і нормативних моделей. Типовою є ситуація, коли нормативна модель складної структури об'єднує окремі блоки, котрі є частковими дескриптивними моделями. Наприклад, *міжгалузева модель може включати функції купівельного попиту, які описують поведінку споживачів за зміни доходів. Подібні приклади характеризують тенденцію ефективного поєднання дескриптивного і нормативного підходів. Дескриптивний підхід широко застосовується в імітаційному моделюванні.*

За характером відображення причинно-наслідкових аспектів розрізняють *моделі жорстко детерміновані і моделі, що враховують випадковість і невизначеність.* Треба розрізнити невизначеність, яка описується ймовірнісними законами, і невизначеність, для опису котрої закони теорії ймовірностей застосовувати не можна. Другий тип невизначеності набагато складніший для моделювання: мається на увазі теорія нечітких множин та нечітка логіка.

За способами відображення чинника часу економіко-математичні моделі поділяються на *статичні й динамічні.* У статичних моделях усі залежності відносять до одного моменту чи періоду часу. Динамічні моделі



характеризують зміни економічних процесів у часі. За тривалістю розглянутого періоду розрізняють моделі короткотермінового (до року), середньотермінового (до 5 років), довготермінового (10—15 і більше років) прогнозування і планування. Час в економіко-математичних моделях може змінюватися неперервно або дискретно.

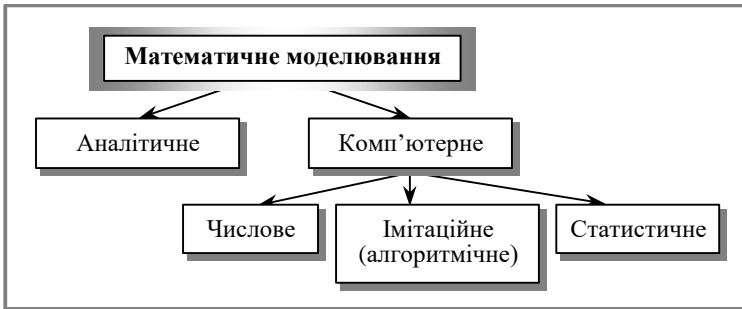
Моделі економічних процесів надзвичайно різноманітні за формою математичних залежностей. Важливо виокремити клас *лінійних моделей*, що набули великого поширення завдяки зручності їх використання. Відмінності між лінійними і нелінійними моделями є суттєвими не лише з математичної точки зору, а й у теоретико-економічному відношенні, бо багато залежностей в економіці мають принципово нелінійний характер: ефективність використання ресурсів за зростання виробництва, зміни попиту і споживання населення, збільшення виробництва, зміни попиту населення зі зростанням доходів тощо. Теорія «лінійної економіки» істотно відрізняється від теорії «нелінійної економіки». Від того, чи вважаються множини виробничих потужностей підсистем (галузей, підприємств) опуклими чи неопуклими, суттєво залежать висновки про можливість поєднання централізованого планування й господарської самостійності економічних підсистем.

За співвідношенням *екзогенних і ендогенних змінних*, які включаються в модель, вони поділяються на *відкриті і закриті*. Повністю відкритих моделей не існує; модель повинна містити хоча б одну ендогенну (таку, що визначається за допомогою моделі) змінну. Повністю закриті економіко-математичні моделі, тобто такі, що не містять екзогенних змінних, надзвичайно рідкісні; побудова їх потребує повного абстрагування від «середовища», тобто серйозного огрублення економічних систем, які завжди мають зовнішні зв'язки. Переважна більшість економіко-математичних моделей посідає проміжну позицію і розрізняється за ступенем відкритості (закритості).

Для моделей народногосподарського рівня важливим є поділ на *агреговані та деталізовані*. Залежно від того, містять народногосподарські моделі просторові чинники й умови чи не містять, розрізняють моделі *просторові і точкові*.

Значимо, що під математичним моделюванням мається на увазі також процес установлення відповідності для деякої даної реальної системи  $S$  з деякою, що відповідає наведеним вище вимогам, математичною моделлю  $M$  і дослідження цієї моделі ( $M$ ), що дозволяє отримати як характеристики, так і оцінки поведінки реальної системи в певних інтервалах значень її показників і параметрів.

**Класифікація видів математичних моделей** може проводитися й за такими ознаками: аналітичне та комп'ютерне моделювання (рис. 2.3)<sup>9</sup>.



**Рис. 2.3.** Аналітичне та комп'ютерне моделювання

Для *аналітичного моделювання* характерним є те, що процеси функціонування елементів системи записують у вигляді деяких математичних співвідношень (алгебраїчних, інтегро-диференційних, кінцево-різницевих тощо) чи логічних умов.

Аналітична модель може досліджуватися такими методами:

а) аналітичним, коли прагнуть у загальному вигляді отримати деякі залежності для шуканих характеристик;

б) числовим;

в) якісним, коли, не маючи явного розв'язку, все ж знаходять деякі властивості рішень.

*Комп'ютерне моделювання* характеризується тим, що математична модель системи (використовуючи основні співвідношення аналітичного моделювання, — на цьому необхідно зробити наголос) подається у вигляді деякого алгоритму та програми, придатної для її реалізації на комп'ютері, що дозволяє проводити з нею обчислювальні експерименти. Залежно від математичного інструментарію (апарату), що використовується в побудові моделі, та способу організації обчислювальних експериментів можна виокремити три взаємопов'язані види моделювання: числове, алгоритмічне (імітаційне) та статистичне.

За *числового моделювання* для побудови комп'ютерної моделі використовуються методи обчислювальної математики, а обчислювальний експеримент полягає в числовому розв'язанні деяких математичних рівнянь за заданих значень параметрів і початкових умов.

*Алгоритмічне (імітаційне) моделювання* (може бути як детермінованим, так і стохастичним) — це вид комп'ютерного моделювання, для якого характерним є відтворення на комп'ютері (імітація) процесу функціонування досліджуваної складної системи. Тут імітуються (з використанням аналітичних залежностей і моделей) елементарні явища, що становлять процес, зі збереженням їхньої логічної та семантичної структури, послідовності плину в часі, що дозволяє отримати нову інформацію про стан системи  $S$  у задані моменти часу.

*Статистичне моделювання* — це вид комп'ютерного моделювання, який

<sup>9</sup> Варфоломеев В. И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 2000.

дозволяє отримати статистичні дані відносно процесів у модельованій системі *S*. Зазначимо, що все частіше (і це логічно) в економіці використовується комбіноване моделювання, системотвірним елементом якого є *аналітичні моделі*.

У побудові та використанні комбінованих моделей попередньо проводять декомпозицію процесу функціонування моделі на складові елементи.

З розвитком економіко-математичних досліджень ускладнюється й проблема класифікації моделей, що використовуються. Разом із виникненням нових типів моделей (особливо змішаних типів) і нових ознак їх класифікації здійснюється процес інтеграції моделей різних типів у більш складні модельні конструкції

## **2.5 Етапи економіко-математичного моделювання**

Проаналізуємо послідовність і зміст етапів одного циклу економіко-математичного моделювання.

**1. Постановка економічної проблеми та її якісний аналіз.** Головне тут — чітко сформулювати сутність проблеми (цілі дослідження), припущення, які приймаються, і ті питання, на які необхідно одержати відповіді. Цей етап включає виокремлення найважливіших рис і властивостей об'єкта, що моделюється, і абстрагування від другорядних; вивчення структури об'єкта і головних залежностей, що поєднують його елементи; формулювання гіпотез (хоча б попередніх), що пояснюють поведінку і розвиток об'єкта.

**2. Побудова математичних моделей.** Це — етап формалізації економічної проблеми, вираження її у вигляді конкретних математичних залежностей і відношень (функцій, рівнянь, нерівностей тощо). Спочатку зазвичай визначається основна конструкція (тип) математичної моделі, а потім уточнюються деталі цієї конструкції (конкретний перелік змінних і параметрів, форма зв'язків). Таким чином, побудова моделі має кілька стадій. Неправильно думати, що чим більше чинників ураховує модель, тим краще вона «працює» і ліпші дає результати. Те саме можна сказати й про такі характеристики складності моделі, як використовувані форми математичних залежностей (лінійні та нелінійні), урахування чинників випадковості й невизначеності тощо. Надмірна складність і деталізованість моделі утруднює процес дослідження. Треба не лише враховувати реальні можливості інформаційного і математичного забезпечення, а й порівнювати витрати на моделювання з одержуваним ефектом (зі зростанням складності моделі приріст витрат може перевищити приріст ефекту). Однією з важливих особливостей математичних моделей є потенційна можливість їх використання для вирішення різноманітних проблем. Тому, навіть зустрічаючись з новою економічною задачею, не треба намагатися «винаходити» модель; спочатку необхідно спробувати застосувати для розв'язання цієї задачі вже відомі моделі (адаптувати їх до задачі).

У процесі побудови моделі здійснюється зіставлення двох систем наукових знань — економічних і математичних. Звичайно, треба прагнути того, щоб одержати модель, яка належить до добре вивченого класу математичних

задач. Часто це вдається зробити шляхом деякого спрощення вихідних положень моделі, які не спотворюють суттєві риси модельованого об'єкта. Однак можлива й така ситуація, коли формалізація економічної проблеми приводить до невідомої раніше математичної структури. Проблеми економічної науки і практики в середині ХХ ст. сприяли розвиткові математичного програмування, теорії гри, функціонального аналізу, обчислювальної математики. Цілком імовірно, що в майбутньому розвиток економічної науки стане важливим стимулом для створення нових розділів математики.

**3. Математичний аналіз моделі.** Метою цього етапу є з'ясування загальних властивостей моделі. Тут часто застосовують математичні прийоми дослідження. Найважливіший момент — доведення існування рішень у сформованій моделі (теорема існування). Якщо поталанить довести, що математична задача не має рішення, то необхідність у наступній роботі за первісним варіантом моделі відпадає; слід скоригувати чи постановку економічної задачі, чи модифікувати її математичну формалізацію. В аналітичному дослідженні моделі можуть постати такі питання, як, наприклад: чи взагалі є та чи єдине рішення; які змінні (невідомі) можуть входити у рішення; які будуть співвідношення між ними; в яких межах і залежно від яких вихідних умов вони змінюються; якими є тенденції цих змін тощо. Аналітичне дослідження моделі порівняно з емпіричним (числовим) має ту перевагу, що одержувані висновки зберігають свою силу за різноманітних конкретних значень зовнішніх і внутрішніх параметрів моделі. Знання загальних властивостей моделі має настільки велике значення, що часто задля доведення подібних властивостей дослідники свідомо йдуть на ідеалізацію первинної моделі. І все-таки моделі складних економічних об'єктів з великими труднощами піддаються аналітичному дослідженню. У тих випадках, коли аналітичними методами не вдається з'ясувати загальні властивості моделі, а спрощення моделі спричиняється до недопустимих (неадекватних) результатів, переходять до числових методів дослідження

#### **4. Підготовка вихідної інформації**

Модельовання висуває жорсткі вимоги до системи інформації. Водночас реальні можливості одержання інформації обмежують вибір моделей, які пропонуються до практичного використання. Разом з тим береться до уваги не лише принципова можливість підготовки інформації (за певний період), але й витрати на підготовку відповідних інформаційних масивів. Ці витрати не повинні перевищувати ефект від використання додаткової інформації.

У процесі підготовки інформації широко використовуються методи теорії ймовірностей, теоретичної і математичної статистики. У статистичному економіко-математичному моделюванні результуюча інформація, використовувана в одних моделях, є вихідною для функціонування інших моделей.

**5. Числові розв'язки.** Цей етап включає розробку алгоритмів для числового розв'язування задачі, складання програм на ЕОМ і безпосереднє проведення

розрахунків. Труднощі цього етапу зумовлені передусім великою розмірністю економічних задач, необхідністю опрацювання значних масивів інформації. Звичайно розрахунки на підставі використання економіко-математичної моделі мають багатоваріантний характер. Завдяки високій швидкодії сучасних ЕОМ вдається проводити числові «модельні» експерименти, вивчаючи «поведінку» моделі при різних значеннях деяких умов. Дослідження, які проводяться за допомогою числових методів, можуть стати суттєвим доповненням до результатів аналітичного дослідження. Зазначимо, що клас економічних задач, які можна розв'язувати числовими методами, значно ширший, ніж клас задач, доступних аналітичному дослідженню.

**6. Аналіз числових результатів та їх використання.** На цьому, завершальному, етапі циклу виникає питання про правильність і повноту результатів моделювання, про рівень практичного застосування останніх.

Математичні методи перевірки можуть виявляти некоректність підходу до побудови моделі і тим самим звужувати клас потенційно правильних моделей. Неформальний аналіз теоретичних висновків і числових результатів, які одержують за допомогою моделі, зіставлення їх із знаннями, якими володіємо, і фактами дійсності також дозволяють знаходити недоліки постановки економічної задачі, сконструйованої математичної моделі, її інформаційного і математичного забезпечення

**Взасмозв'язки етапів.** Звернімо увагу на зворотні зв'язки етапів, які виникають унаслідок того, що в процесі дослідження виявляються недоліки попередніх етапів моделювання.

Уже на етапі побудови моделі може з'ясуватися, що постановка задачі суперечлива і призводить до надто складної математичної моделі. Відповідно до цього постановка економіко-математичної задачі коригується. Подальший математичний аналіз моделі (етап 3) може показати, що невелика модифікація постановки задачі чи її формалізації дає корисний аналітичний результат.

Найчастіше необхідність повернення до попередніх етапів моделювання виникає під час підготовки вихідної інформації (етап 4). Може виявитися, що необхідна інформація відсутня чи затрати на її підготовку занадто великі. Тоді доводиться повертатися до постановки задачі та її формалізації, змінюючи їх так, щоб пристосуватися до наявної інформації

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Сутність та особливості системного підходу до аналізу економічних систем і процесів.
2. Сформулюйте поняття «модель» та «метод моделювання».
3. Охарактеризуйте основні етапи економіко-математичного моделювання.
4. Назвіть основні класифікаційні ознаки економіко-математичних моделей.
5. Розкрийте сутність економічних спостережень і вимірів та особливості використання їх у моделюванні.
6. Поясніть причини, що породжують необхідність використання нелінійних динамічних математичних моделей як найбільш адекватних.

7. Назвіть причини існування невизначеності та асиметрії інформації в економічних системах.
8. Основні принципи, що використовуються в моделюванні економіки. Їхня сутність.

### **Теми рефератів**

1. Аналітичне планування на підставі методу аналізу ієрархій.
2. Методи прийняття рішень на підставі теорії нечітких множин.
3. Математичні моделі комбінаторного морфологічного аналізу та синтезу раціональних систем управління в економіці та підприємстві.
4. Математичні моделі в проблемах захисту економічної та підприємницької інформації.
5. Математичні моделі в управлінні фінансовими ресурсами.
6. Математичні моделі в управлінні інформаційними ресурсами.
7. Моделювання та фінансова інформатика.
8. Математичні моделі в аналізі та виборі інноваційно-інвестиційних проєктів.
9. Математичні моделі аналізу проблем глобалістики.
10. Математичні моделі адаптивних і раціональних очікувань в економіці та підприємстві.
11. Моделі макроекономічного прогнозування.
12. Експертні методи, оцінки та їх використання в побудові прикладних економіко-математичних моделей управління економічними об'єктами.
13. Математичні моделі в галузевому регулюванні.
14. Комплекс математичних моделей у регіональному регулюванні.
15. Аналіз та моделювання трудових показників.
16. Моделювання еколого-економічних процесів.
17. Концептуальні засади математичного моделювання економічної безпеки країни.
18. Методологічні аспекти математичного моделювання агропромислової політики.

### **Тема 3. АЛГОРИТМІЧНЕ (ІМІТАЦІЙНЕ) МОДЕЛЮВАННЯ.**

#### **3.1 Основні аспекти імітаційного моделювання**

Як зазначалося в попередньому матеріалі, за однією з класифікаційних ознак математичні моделі можна класифікувати як аналітичні, імітаційні (алгоритмічні) та комбіновані.

*З розвитком обчислювальної техніки і дискретного аналізу дедалі ширшого розвитку та використання набувають алгоритмічні (імітаційні) моделі. Серед основних етапів процесу імітаційного моделювання можна виокремити такі:*

- аналіз характеристик і закономірностей функціонування керованого (досліджуваного) об'єкта: виокремлення на змістовному (вербальному, концептуальному) рівні системи обмежень (ресурсних, фізичних, правових, соціальних тощо), визначення показників вимірювання та оцінки результатів, формулювання цілей, гіпотез та проблем розвитку;

- конструювання імітаційної моделі: перехід від реального об'єкта до логічних схем, які імітують його поведінку, та алгоритмів (моделей), формальна постановка задач, що розв'язуються за допомогою імітаційного моделювання;

- підготовка системи даних для моделі: формування інформаційного забезпечення, необхідного для функціонування імітаційної моделі, зокрема, визначення структури та способів подання даних, джерел їх отримання, форм і режимів зберігання, встановлення взаємозв'язків і взаємозалежності між різними масивами та базами даних;

- програмна реалізація імітаційної моделі: створення чи адекватне використання існуючих програмних продуктів, що забезпечують можливість безпосередньої практичної реалізації моделі на персональних комп'ютерах;

- оцінка адекватності моделі: порівняння результатів, накопичених у процесі дослідної експлуатації моделі, на підставі інформації, отриманої про реальний об'єкт, який імітується, виявлення та аналіз розбіжностей і в разі необхідності внесення корекцій до моделі;

До позитивних якостей імітаційного моделювання можна віднести:

- надання дослідникові (системному аналітику) можливості спостереження як кінцевого результату стосовно до показників аналізованого об'єкта, так і процесу його функціонування, що дає змогу одержати шуканий результат;

- широкі можливості щодо масштабування в процесі функціонування модельованого об'єкта;

- забезпечення багатоваріантності досліджень;

- багатофункціональність імітаційних моделей, що відображається в можливостях гнучкого вибору та наступних модифікаціях системи цілей і критеріїв, які бажано розглянути під час проведення імітаційних експериментів;

Звернімо увагу також на недоліки, що притаманні імітаційним моделям:

- ◆ оскільки імітаційні моделі за своєю природою є лише засобом для проведення деякого числового експерименту, то результати, отримані за їх допомогою, являють собою не що інше, як поодинокі випадки (можливі варіанти) розвитку модельованого об'єкта. Отже, всі висновки та твердження, зроблені на їх підставі, мають евристичний характер і в певних випадках можуть суттєво викривляти дійсний стан речей;

- ◆ у багатьох випадках отримання оцінок стосовно до ступеня наближення (чи невідповідності) між імітаційною моделлю (результатами імітаційного моделювання) і функціонуванням реального об'єкта виявляються проблематичними;

- ◆ здебільшого в основу процесу імітації покладено деякий статистичний експеримент, у ході якого використовуються генератори псевдовипадкових величин. Похибки, що об'єктивно притаманні таким генераторам, можуть істотно викривляти результати, отримані в ході імітаційного моделювання.

Імітаційні (алгоритмічні) моделі можуть бути детермінованими і стохастичними. В останньому випадку за допомогою датчиків (генераторів) випадкових чисел імітується вплив (дія) невизначених і випадкових чинників. Такий метод імітаційного моделювання дістав назву методу статистичного моделювання (статистичних прогонів, чи методу Монте-Карло). На даний час цей метод вважають одним із найефективніших методів дослідження складних

систем, а часто і єдиним практично доступним методом отримання нової інформації щодо поведінки гіпотетичної системи (на етапі її проектування).

*Алгоритмічне (імітаційне) моделювання* — це числовий метод дослідження систем і процесів за допомогою моделюючого алгоритму.

### 3.2. Теоретичні основи методу статистичного моделювання

Метод статистичного моделювання (чи метод Монте-Карло) — це спосіб дослідження невизначених (стохастичних) економічних об'єктів і процесів, коли не повністю (до певної міри) відомими є внутрішні взаємодії в цих системах.

Цей метод полягає у модельному відтворенні процесу за допомогою стохастичної математичної моделі та обчисленні характеристик цього процесу. Одне таке відтворення можливого (випадкового) стану функціонування модельованої системи називають реалізацією (чи імітаційним прогоном; далі — прогоном).

Після кожного прогону реєструють сукупність параметрів, що характеризують випадкову подію (її реалізацію). Метод ґрунтується на багатократних прогонах (випадкових реалізаціях) на підставі побудованої моделі з подальшим статистичним опрацюванням отриманих даних з метою визначення числових характеристик досліджуваного об'єкта (процесу) у вигляді статистичних оцінок його параметрів. Процес моделювання економічної системи зводиться до машинної імітації досліджуваного процесу, котрий моделюється на ЕОМ з усіма суттєвими невизначеностями, випадковостями і породженим ними ризиком. Імітаційне моделювання нерідко має назву симулятивного моделювання. Перші відомості про метод Монте-Карло були опубліковані в кінці 40-х рр. ХХ століття. Авторами методу є американські математики — економісти Дж. Нейман і С. Улам.

Під законом великих чисел розуміють кілька теорем. Наприклад, *одна з теорем П. Л. Чебишева* формулюється таким чином: «За необмеженого збільшення кількості незалежних випробувань ( $n$ ) середнє арифметичне вільних від систематичних помилок і рівноточних результатів спостережень  $\xi_i$  випадкової величини  $\xi$ , яка має скінченну дисперсію  $D(\xi)$ , збігається за ймовірністю до математичного сподівання  $m_\xi = M(\xi)$  цієї випадкової величини».

Це можна записати так:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} - m_\xi \right| < \varepsilon \right\} = 1, \quad (3.1)$$

де  $\varepsilon$  — як завгодно мале додатне число.

*Теорема Бернуллі* формулюється так: «За необмеженого збільшення числа незалежних спроб ( $n$ ) за одних і тих самих умов відносна частота  $\frac{m}{n}$  настання випадкової події збігається за ймовірністю до  $p$ , тобто:



$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{m_i}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} = 1, \quad (3.2)$$

де  $\varepsilon$  — як завгодно мале додатне число».

Значимо, що будь-які твердження стосовно до характеристик модельованої системи повинні ґрунтуватися на результатах відповідних перевірок за допомогою методів математичної статистики.

Оскільки випадкові події й випадкові функції можуть подаватися з використанням випадкових величин, то й моделювання випадкових подій і випадкових функцій проводиться за допомогою випадкових величин.

### 3.2.1. Моделювання випадкових величин

Для моделювання випадкової величини потрібно знати закон її розподілу. Найзагальнішим способом отримання послідовності випадкових чисел, що є послідовністю реалізацій випадкової величини, котра розподілена за довільним законом, є спосіб, в основі якого — процес формування їх з вихідної послідовності випадкових чисел. Ця послідовність є послідовністю реалізацій випадкової величини, що розподілена в інтервалі (0; 1) згідно з рівномірним законом розподілу.

Згадану послідовність випадкових чисел з рівномірним законом розподілу можна отримати трьома способами:

- використанням таблиць випадкових чисел;
- застосуванням генераторів випадкових чисел;
- методом псевдовипадкових чисел.

Для перетворення послідовності випадкових чисел, що є реалізаціями випадкової величини з рівномірним законом розподілу в інтервалі (0; 1), у послідовність випадкових чисел, що є реалізаціями випадкової величини із заданою інтегральною функцією розподілу  $F(x)$ , треба із сукупності випадкових чисел з рівномірним законом розподілу в інтервалі (0; 1) вибрати випадкове число  $\xi$  і розв'язати рівняння:

$$F(x) = \xi \text{ відносно } x. \quad (3.5)$$

У випадку, коли задана функція щільності ймовірності  $f(x)$ , співвідношення (3.5) набирає вигляду:

$$\int_{-\infty}^x f(x) dx = \xi. \quad (3.6)$$

Для низки законів розподілу отримано аналітичний розв'язок рівняння (3.6), результат якого наведено в таблиці 3.1.

### Таблиця 3.1

#### ФОРМУЛИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Закони розподілу випадкової величини	Щільність розподілу	Формули моделювання випадкових величин
Експоненційний	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \xi_i$
Вейбула	$f(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{a}\right)^{a-1} \exp \left[ -\left(\frac{x}{b}\right)^a \right]$	$x_i = -b(\ln \xi_i)^{1/a}$
Гама-розподіл ( $\eta$ — цілі числа)	$f(x) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} e^{-\lambda x} x^{\eta-1}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{\eta} \ln(1 - \xi_{ij})$
Нормальний	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$x_i = m + \sigma \left( \sum_{j=1}^{12} \xi_{ij} - 6 \right)$

### 3.2.2. Моделювання випадкових подій

**Моделювання випадкових подій** полягає у відтворенні факту появи чи не появи випадкової події відповідно до заданої ймовірності. Моделювання повної групи несумісних подій  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , ймовірності котрих  $P(A_i) = p_i, i = 1, \dots, n$  відомі, можна привести до моделювання дискретної випадкової величини  $Y$ , яка має закон розподілу  $P(y_i) = p_i$ , де ймовірність її можливих значень


$$P(y_i) = P(A_i) = p_i.$$

Тобто прийняття дискретною випадковою величиною  $Y$  можливого значення  $y_i$  еквівалентне появі події  $A_i$ . Для практичної реалізації даного способу спочатку на одиничному відрізку числової осі відкладають інтервали  $\Delta_i = p_i$ .

Генерують рівномірно розподілену на інтервалі  $(0; 1)$  випадкову величину, реалізацією котрої є випадкове число  $\xi_j$ , і перевіряють умову:

$$\sum_{i=1}^{k-1} p_i \leq \xi_j < \sum_{i=1}^k p_i. \quad (3.7)$$

При виконанні умови (3.7) вважають, що за цього випробування відбулася подія  $A_k$ .

 Ймовірність появи події  $A$  у кожному випробуванні дорівнює  $P(A) = 0,75$ . Необхідно змоделювати три випробування і визначити послідовність реалізації події  $A$ .

**Розв'язання.** Відкладемо на одиничному відрізку числової осі точку  $E = 0,75$  і вважатимемо, що коли випадкове число  $\xi_i < E$ ,

то у випробуванні настала подія  $A$ . У протилежному випадку (при  $\xi_i \geq E$ ) настала подія не  $A$  ( $\bar{A}$ ), тобто подія  $A$  не мала місця.

Припустимо, наприклад, що з відповідної таблиці обрані випадкові числа  $\xi_1 = 0,925$ ,  $\xi_2 = 0,135$ ,  $\xi_3 = 0,088$ . Тоді за трьох випробувань отримаємо таку послідовність реалізації подій:  $\bar{A}, A, A$ .

**Моделювання сумісних (залежних і незалежних) подій** можна виконати двома способами.

*Перший спосіб.* На першому етапі моделювання визначають усі можливі варіанти появи сумісних подій у випробуванні. Знаходять повну групу несумісних подій та обчислюють їх імовірності.

На другому етапі вчиняють так само, як і в моделюванні повної групи несумісних подій.

### 3.3 Послідовність створення математичних імітаційних моделей

У процесі створення та машинної реалізації математичних імітаційних моделей здійснюють такі (узагальнені) етапи<sup>10</sup>:

- побудова концептуальної моделі;
- побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю системи;
- створення комп'ютерної програми;
- машинні експерименти з моделлю системи.

#### 3.3.1. Побудова концептуальної моделі

*Побудова концептуальної моделі складається з таких кроків:*

- постановка задачі моделювання;
- визначення вимог щодо первісної інформації та способів її отримання;
- формування гіпотез і припущень;
- визначення параметрів та змінних моделі;
- обґрунтування вибору показників і критеріїв ефективності системи;
- складання змістовного опису моделі.

У здійсненні постановки задачі моделювання економічних об'єктів і процесів використовується чітке формулювання цілей і задач дослідження реальної системи, обґрунтовується необхідність імітаційного (комп'ютерного) моделювання, обирається методика розв'язування задачі з урахуванням наявних ресурсів, визначаються необхідність і можливість декомпозиції задачі на окремі взаємопов'язані підзадачі тощо.

Розроблення концептуальної моделі завершується складанням змістовного опису, котрий використовується як основний документ, що характеризує результати опрацювання концептуальної постановки задачі (розуміння її всіма суб'єктами, зацікавленими у результатах дослідження).

#### 3.3.2. Побудова алгоритму згідно з концептуальною

---

<sup>10</sup> Варфоломеев В. И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 2000.

моделлю системи

Побудова алгоритму містить такі складові:

- побудова логічної схеми алгоритму;
- формування математичних співвідношень (аналітичних моделей);
- перевірка достовірності алгоритму.

### **3.3.3. Створення комп'ютерної програми**

Розроблення програми для ПК включає такі кроки:

- вибір обчислювальних засобів;
  - програмування (чи налаштування відповідних параметрів існуючих програмно-методичних комплексів);
- тестування програмних засобів

### **3.3.4. Проведення машинних експериментів з моделлю системи**

На цьому етапі провадяться серійні обчислення за допомогою програми. Етап складається з таких кроків:

- планування машинного експерименту;
- проведення робочих обчислень;
- відповідне подання результатів моделювання (у табличній та графічній формах);
- подання рекомендацій щодо оптимізації режиму функціонування реальної системи.

Результати моделювання можуть бути подані у вигляді таблиць, графіків, діаграм, схем тощо. Зазвичай найпростішою формою вважаються таблиці, хоча графіки ілюструють результати моделювання економічного об'єкта (системи) у більш наочній формі. Доцільно передбачити інтерактивний режим функціонування комплексу, виведення результатів на екран дисплея та на принтер.

Інтерпретація результатів моделювання має на меті перехід від інформації, отриманої в результаті машинного експерименту з моделлю, до висновків щодо процесу функціонування об'єкта-оригіналу<sup>11</sup>.

### ***Контрольні завдання та теми для обговорення***

1. Послідовність розроблення математичних імітаційних моделей.
2. Поясніть функціонування генератора випадкових чисел з рівномірним розподілом.
3. Моделювання повної групи несумісних подій.
4. Способи моделювання дискретної випадкової величини.
5. Способи моделювання випадкових величин з нормальним розподілом.

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Випадкова похибка дохідності цінного папера «А» становить  $\pm 10\%$ . Теоретично її можна розглядати як випадкову величину  $X$ , що має рівномірний закон розподілу.
  - А. Провести імітаційне моделювання значень випадкової величини  $X$  (100 прогонів).
  - Б. Визначити її математичне сподівання і середньоквадратичне відхилення.

---

<sup>11</sup> Петров А. А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. — М.: Наука, 1996.

## Тема 4. МОДЕЛІ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

### 4.1 Загальне поняття виробничої функції.

Виробнича функція (ВФ) - особливий вид економіко-статистичних моделей. *Виробнича функція* (ВФ) відображає залежність результату від витрат ресурсів. формалізованому описі економіки (точніше, її виробничої підсистеми) за допомогою ВФ ця підсистема розглядається як «чорна скринька», на вхід якої постачають ресурси  $R_1, \dots, R_n$ , а на виході отримують результати у вигляді річних обсягів виробництва різних видів продукції  $X_1, \dots, X_m$ .

Як ресурси (чинники виробництва) на макрорівні здебільшого розглядаються накопичена (уречевлена) праця у формі виробничих фондів (капітал)  $K$  і поточна (жива) праця  $L$ . А як результат — валовий випуск  $X$  (чи валовий внутрішній продукт  $Y$ , чи національний дохід  $N$ ). У всіх випадках результат узагальнено називатимемо випуском і позначатимемо через  $X$ .

Стосовно до обґрунтування чинника  $K$  можна твердити, що минула праця втілена в основних і обігових, виробничих і невиробничих фондах.

Вибір конкретної структури  $K$  визначається метою дослідження, а також структурою розвитку виробничої і невиробничої сфер упродовж досліджуваного періоду часу. Якщо в цей період у невиробничу сферу вкладається приблизно постійна частка ново-створеної вартості, і невиробнича сфера має приблизно однаковий вплив на виробництво, то це є підставою для того, щоб у ВФ враховувати лише виробничі фонди. Виробничі фонди складаються з основних і обігових. Якщо структура їх (співвідношення між цими складовими) приблизно постійна впродовж періоду, за який вивчається об'єкт дослідження, то достатньо враховувати у ВФ лише основні виробничі фонди.

Отже, економіка заміщується своєю моделлю у формі нелінійної ВФ:

$$X = F(K, L), \quad (4.9)$$

*тобто випуск продукції є функцією від затрат ресурсів (фондів і праці).*

Виробнича функція як економіко-математична модель характеризується наступними ознаками: об'єктом моделювання, системним описом об'єкта, цілями щодо побудови моделі, принципами моделювання, апаратом моделювання, способами ідентифікації й інтерпретації результатів.

Розгляньмо з цією метою зміст кожної з ознак.

*А. Об'єкт моделювання.* Безпосереднім об'єктом моделювання щодо ВФ є процеси виробництва продукції в реально функціонуючих протягом певного відрізка часу господарських системах на підприємстві (фірмі), в галузі, регіоні чи в народному господарстві загалом. Відповідно, щодо рівня модельованої системи виробничі функції поділяються на макроекономічні, регіональні, галузеві, а також виробничі функції підприємства.

У низці випадків як самостійний об'єкт моделювання розглядається не вся господарська система, а її частина, що складається з технічно відносно однорідних виробничих одиниць.

*Б. Системний опис об'єкта.* У теорії виробничих функцій виробничий процес аналізується з погляду перетворення ресурсів у продукт (продукцію). Входами є потоки ресурсів різноманітного виду, повністю чи частково використовувані у виробництві, виходом — готова до реалізації продукція. Функціонуючі в системі ресурси (чинники), технологія та умови організації виробництва визначають потенційні можливості та стан процесу (системи).

*В. Цілі моделювання.* ВФ будується для розв'язання певних економічних задач, що стосуються аналізу, прогнозування й планування (у вузькому розумінні слова). Використовуються ВФ як самостійно, так і в складі більш загальних економіко-математичних моделей. Мету побудови ВФ можна охарактеризувати як аналіз чинників щодо суттєвого впливу їх на обсяги випуску продукції.

Однак у кожній конкретній ситуації ця мета має свої особливості, що істотно впливають на процес побудови функції. Доцільно розрізняти такі можливі способи використання ВФ:

1) визначення обсягів випуску за фіксованих обсягів та показників основних ресурсів (випадок, коли ці обсяги несуттєво відрізняються від тих, що спостерігались у минулому);

2) те саме щодо випадку обсягів ресурсів, котрі суттєво відрізняються від усіх, що спостерігались в минулому;

3) визначення обсягів випуску за заданих значень обсягів ресурсів, що належать до деякої неперервної області (зокрема таких, що змінюються в заданих межах);

4) визначення впливу на обсяг випуску малої зміни обсягів одного чи кількох ресурсів;

5) визначення (виявлення) характеристик виробничого процесу, що виражається через параметри ВФ.

*Г. Принципи моделювання.* В основі найпоширенішого поняття ВФ лежать принципи, котрі виражають роль аксіоматичних положень теорії виробничих функцій:

1) обсяг випуску продукції, виробленої даною виробничою системою за певний період, визначається обсягами засобів та предметів праці й живої праці, що беруть участь у процесі виробництва впродовж цього періоду;

2) зв'язок між обсягами випуску й обсягами засобів праці, предметів праці й живої праці є для даної виробничої системи закономірним і відносно стійким;

3) у низці випадків додатково береться гіпотеза, що в певних межах будь-яка незалежна зміна аргументів ВФ допускає реальну інтерпретацію.

*Д. Апарат моделювання.* Основним «матеріалом» для побудови виробничої функції є залежності  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ , де  $y$  — показник випуску (обсяг),  $x_1, \dots, x_n$  — обсяги виробничих ресурсів (чинників) (кількість чинників ВФ, як правило, не

перевищує 10). Функція  $f(\cdot)$  вважається визначеною в досить широкій області  $n$ -мірного евклідового простору ( $R^n$ ) та такою, що обчислюється в області свого визначення. Останнє означає, що системний аналітик повинен мати у своєму розпорядженні алгоритм, який дозволяв би обчислювати значення  $f(\cdot)$  у будь-якій точці, де вона визначена. Як правило, ВФ  $y = f(x_1, \dots, x_n)$  будується шляхом підбору найбільш адекватних функцій із певного параметричного класу  $F = \{y = f(x_1, \dots, x_n, a_1, \dots, a_k)\} = f(x, a)$ , де  $a = (a_1, \dots, a_k)$  — вектор параметрів.

Отже, безпосереднім апаратом моделювання в межах даної концепції ВФ є параметричні класи функцій, що залежать від  $n \leq 10$  змінних. Як правило, залежність функції  $f(\cdot)$  від змінних і параметрів задається в явному вигляді (або режимі) чи у вигляді функціональних диференціальних чи інтегральних рівнянь. *Е. Ідентифікація й інтерпретація моделі.* Змінні  $y, x_1, \dots, x_n$  ототожнюються з показниками обсягів випуску й основними, які беруть участь у виробництві, чинниками (ресурсами). Припускається можливість специфікації параметрів  $a_1, \dots, a_k$  ВФ на підставі статистичних (чи експертних) даних щодо ресурсів та випуску продукції за попередні періоди, а також планових і опосередкованих даних. Метод оцінки параметрів не визначається однозначно, він залежить від цілей побудови ВФ, особливостей модельованого процесу та вихідних даних. Інтерпретація параметрів, у свою чергу, залежить від методу їх оцінювання. Часто для інтерпретації виокремлених параметрів залучаються їх вирази через

$$\frac{\partial y}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

значення показників, а також значення часткових похідних

#### 4.2 Економічний зміст макроекономічної виробничої функції

Використовуючи групові характеристики ресурсів і продукції, можна вести мову про групову (агреговану) технологію — спосіб переробки різного виду сировини, матеріалів, напівфабрикатів у готову продукцію заданих функціональних груп. Така технологія описує взаємодію ресурсів уже не на рівні окремих видів обладнання, оснащення, матеріалів і працівників, а на рівні узагальнених агрегованих показників — витрат ресурсів. Побудова таких показників (окрім трудових) спирається в основному на вартісні категорії. Технологічний розвиток підприємств (фірм), поєднаний, зокрема, зі змінами елементарних технологій, — процес безперервний. Однак чим більш агреговано розглядається економічна система, чим вищий рівень агрегування показників, тим стабільнішою є агрегована технологія. У цьому розумінні можна говорити про технологічну еволюцію як про форму динаміки економічної технології (хоча впродовж короткого часового інтервалу такий еволюційний підхід правомірно використовувати й для підприємств, фірм, галузей). Отже, наявним є економічний стрибок.

Оскільки ВФ призначена для відображення певної агрегованої економічної технології, моделювання для відповідного періоду доцільно здійснювати так, щоб ураховувався технологічний стрибок.

Питання щодо стійкості агрегованої економічної технології пов'язане не лише зі стабільністю структури й інтенсивністю застосовуваної технології, але й з незмінністю показників, що використовуються для вимірювання ресурсів і випуску продукції. Найвищий ступінь агрегування ресурсів досягається тоді, коли всі виробничі ресурси характеризуються двома узагальнюючими чинниками, що відображають відповідно обсяги матеріалізованої (минулої) та живої праці.

Виокремлюють такі етапи побудови ВФ:

*Етап 1.* Формулювання цілей побудови ВФ.

*Етап 2.* Системний аналіз об'єкта, що моделюється.

*Етап 3.* Економічний якісний аналіз об'єкта.

*Етап 4.* Визначення системи показників виробничої функції ( $\mu$ ,  $\nu$ ).

*Етап 5.* Формування інформаційної бази для аналізу технології та для побудови ВФ.

*Етап 6.* Аналіз існування та властивості економічної технології.

*Етап 7.* Визначення принципів порівняння функцій щодо їх наближення до технології  $\tau$  (формування відношення)  $\rho = \rho_\tau$ .

*Етап 8.* Визначення обчислювального алгоритму  $V$  для оптимізації відношення  $\rho_\tau$ .

*Етап 9.* Підготовка (вибір) програмного забезпечення щодо реалізації алгоритму на комп'ютері.

*Етап 10.* Обчислення ВФ та її використання.

### **4.3. Двофакторні виробничі функції**

У наведеному нижче списку функцій вони розташовуються в порядку зростаючої складності їх у запису й, відповідно, збільшення кількості необхідних для цього параметрів. Усі ці функції допускають можливість їх модифікації:

1. *Функція з фіксованими пропорціями чинників (функція Леонт'єва).*

$$y = \min \left( \frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2} \right), \quad (4.1)$$

де  $a_1, a_2$  — параметри.

Відомо кілька альтернативних систем (гіпотез), що виокремлюють функції цього виду:

а) гранична продуктивність першого чинника є дворівневою кусково-

$$\frac{x_1}{a_1}$$

постійною незростаючою функцією від співвідношення  $\frac{x_2}{x_1}$  з нульовим нижнім рівнем. Гранична продуктивність другого чинника — неспадна кусково-постійна

$$\frac{x_2}{a_2}$$

функція від  $\frac{x_2}{x_1}$  з нульовим нижнім рівнем;

б) функція є розв'язком такої задачі математичного програмування:



$y \rightarrow \max,$

$a_1 y \leq x_1,$

$a_2 y \leq x_2,$

де  $y$  — змінна, яку оптимізують;

в) функція є однорідною, а еластичність заміни чинників дорівнює нулю;

г) функція може бути отримана з функції з постійною еластичністю виду

$$y = \left( \left( \frac{x_1}{a_1} \right)^{a_3} + \left( \frac{x_2}{a_2} \right)^{a_3} \right)^{\frac{1}{a_3}}$$

шляхом граничного переходу:  $a_3 \rightarrow -\infty$ .

Функція Леонтєва призначена в основному для моделювання строго детермінованих технологій, які не допускають відхилення від технологічних норм і нормативів щодо використання ресурсів на одиницю продукції. Як правило, вона використовується для формалізованого опису дрібномасштабних або цілком автоматизованих об'єктів.

## 2. Функція Кобба—Дугласа

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \quad (4.2)$$

Тут також використовується кілька систем гіпотез, що виокремлюють клас функцій Кобба—Дугласа серед двічі диференційованих функцій від двох змінних:

а) еластичності випуску за чинниками є постійними:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{x_1}{y} = a_1; \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{x_2}{y} = a_2$$

Розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку належить до класу функцій Кобба—Дугласа;

б) еластичність функції за одним із чинників є постійною, і функція є однорідною;

в) функція є однорідною, а еластичності зменшення чинників за Алленом та Михайловським дорівнюють одиниці;

г) гранична продуктивність кожного чинника є пропорційною його середній продуктивності;

д) функція є однорідною як функція від  $x_1, x_2$  і як функція від  $x_1$  за будь-якого фіксованого  $x_2$ ;

е) функція може бути отримана з функції з постійною еластичністю шляхом здійснення заміни виду

$$y = a_0 (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{\frac{1}{a_3}}$$

та граничного переходу  $a_3 \rightarrow 0$ . Функція Кобба—Дугласа найчастіше використовується для формалізованого опису середньомасштабних господарських об'єктів та економіки країни.

### 3. Лінійна функція

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (4.3)$$

Передумови та гіпотези:

а) граничні продуктивності чинників є постійними:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1; \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = a_2,$$

а в нулі функція набуває нульового значення;

б) гранична продуктивність одного з чинників є постійною, і функція однорідна першого степеня:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1, \quad \frac{\partial y}{\partial x_1} + \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1;$$

в) функція однорідна, її еластичність заміни чинників, за Алленом, є нескінченною;

г) еластичність випуску за чинниками обернено пропорційна їхній середній продуктивності.

Лінійна функція застосовується для моделювання великомасштабних систем (велика галузь, народне господарство в цілому), у яких випуск продукції є результатом одночасного функціонування великої кількості різноманітних технологій. Особливу роль відіграє гіпотеза постійності граничних виробничих чинників чи їх необмеженого заміщення.

### 4. Функція Аллена:

$$y = a_0 x_1 x_2 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2 \quad (4.4)$$

визначається за такими умовами: швидкості зростання граничних продуктивностей є постійними, і функція є однорідною.

Функція Аллена за  $a_1, a_2 > 0$  призначається для формалізованого опису виробничих процесів, у яких надмірне зростання будь-якого з чинників негативно впливає на обсяг випуску продукції. Зазвичай така функція використовується для формалізованого опису дрібномасштабних виробничих систем з обмеженими можливостями переробки ресурсів.

### 5. Функція постійної еластичності заміщення чинників (функція CES):

$$y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{a_4}. \quad (4.5)$$

Передумови та гіпотези:

Функція є однорідною, її еластичність заміщення чинників є постійною.

Функція CES застосовується у разі відсутності точної інформації щодо рівня взаємозаміни виробничих чинників, і разом з тим є підстави вважати, що цей рівень суттєво не зміниться за зміни обсягів залучених ресурсів, тобто коли економічна технологія має властивість певної стійкості щодо певних пропорцій чинників. Функція CES (за наявності засобів оцінки її параметрів) може використовуватись для моделювання систем будь-якого рівня.

6. *Функція Солоу:*

$$y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_4})^{a_5} \quad (4.6)$$

характеризується тим, що величина відсоткової зміни граничної норми заміщення чинників, що пов'язане зі зміною одного з чинників на один відсоток, не залежить від початкового рівня чинників.

Дана функція може використовуватись приблизно в тих самих ситуаціях, що й функція CES. Функція Солоу може використовуватись у моделюванні системи різних масштабів.

7. *Багаторежимна функція:*

$$y = (a_{11} x_1^{a_0} + a_{21} x_2^{a_0})^{a_1} \dots (a_{1k} x_1^{a_0} + a_{2k} x_2^{a_0})^{a_k} \quad (4.7)$$

Функція є однорідною, еластичність функції за першим аргументом є згладженою k-рівневою спадною ступінчастою функцією.

Багаторежимна функція — одна з найзагальніших. Вона використовується для формалізованого опису та моделювання процесів, у яких рівень віддачі кожної додаткової одиниці ресурсу стрибкоподібно змінюється залежно від співвідношення чинників. Функцію доцільно застосовувати за наявності апіорної інформації щодо кількості режимів k, а інколи й щодо величини «перехідної» області між режимами (чим більше  $|a_0|$ , тим чіткіше виокремлюються режими).

#### 4.4 Модель функції Кобба—Дугласа

Основні характеристики неокласичної мультиплікативної функції Кобба—Дугласа та деяких інших, що використовуються в економічних моделях на макроекономічному рівні наступні.

Виробничу функцію  $X = F(K, L)$  називають *неокласичною*, якщо вона є гладкою і задовольняє умови, які мають чітку, несуперечливу, обґрунтовану економічну інтерпретацію:

1)  $F(0, L) = F(K, 0) = 0$  — за відсутності одного з ресурсів виробництво не є можливим;

2)  $\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0$  — зі зростанням обсягів ресурсів зростає й випуск;

$$3) \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

— зі зростанням обсягів ресурсів швидкість зростання випуску знижується;

4)  $F(+\infty, L) = F(K, +\infty) = \infty$  — за необмеженого зростання обсягів одного з ресурсів випуск також необмежено зростає.

Мультиплікативна ВФ задається виразом:

$$X = AK^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}, \quad \alpha_1 > 0, \quad \alpha_2 > 0, \quad (4.10)$$

де  $A$  — коефіцієнт нейтрального технічного прогресу;  $\alpha_1, \alpha_2$  — коефіцієнти еластичності за фондами  $K$  і працею  $L$  відповідно. Отже, ВФ (4.10) має властивість 1, що є адекватним реальній економіці: за відсутності одного з ресурсів виробництво неможливе.

**Модель - функція Кобба—Дугласа:**

$$X = AK^\alpha \cdot L^{1-\alpha}, \quad \alpha_1 = \alpha, \quad \alpha_2 = 1-\alpha. \quad (4.11)$$

Наприклад, виходячи з даних за 1960—1994 рр. можна подати виробничу функцію (валовий випуск) колишнього Радянського Союзу (млрд руб.) залежно від вартості основних виробничих фондів (млрд руб.) і чисельності зайнятих у народному господарстві (млн осіб) (усі вартісні показники наведено у порівнянних цінах для даного періоду):

$$X = 0,931K^{0,539}L^{0,594}.$$

*Здійснимо економічну інтерпретацію параметрів  $A, \alpha_1, \alpha_2$  мультиплікативної ВФ.*

Параметр  $A$  здебільшого інтерпретують як *параметр нейтрального технічного прогресу*: за тих самих значень  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  випуск у точці  $(K, L)$  буде тим більшим, чим більше  $A$ .

Для інтерпретації параметрів  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  скористаємось поняттям **коефіцієнтів еластичності**. Існує поняття еластичностей як логарифмічних виробничих чинників:

$$\alpha_K = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln K} = \lim_{\Delta K \rightarrow 0} \frac{\left( \frac{\Delta X}{X} \right)}{\frac{\Delta K}{K}}, \quad (4.15)$$

$$\alpha_L = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln L} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\left( \frac{\Delta X}{X} \right)}{\frac{\Delta L}{L}}.$$

Оскільки у нашому випадку

$$\ln X = \ln A + \alpha_1 \ln K + \alpha_2 \ln L,$$

то

$$\alpha_K = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln K} = \alpha_1, \quad \alpha_L = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln L} = \alpha_2,$$

тобто  $\alpha_1$  — коефіцієнт еластичності випуску за основними фондами, а  $\alpha_2$  — коефіцієнт еластичності випуску за працею.

Із (4.15) видно, що коефіцієнт еластичності чинника показує, на скільки відсотків збільшиться випуск, якщо чинник зросте на 1 %.

Наприклад, згідно з ВФ (4.11) збільшення основних фондів (ОФ) на 1 % приведе до зростання валового випуску на 0,539 %, а збільшення зайнятих на 1 % — на 0,594 %. Якщо  $\alpha_1 > \alpha_2$ , то має місце працеощадне (інтенсивне) зростання.

Якщо  $\alpha_1 + \alpha_2 > 1$ , то випуск зростає швидше, ніж у середньому зростають чинники, а якщо  $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$  — повільніше. Якщо  $\alpha_1 + \alpha_2 > 1$ , то ВФ описує зростаючу економіку.

#### 4.5. Багатофакторні виробничі функції

В економіко-математичному моделюванні широко використовують багатофакторні виробничі функції.

Один із найбільш раціональних способів переходу від двофакторних до багатофакторних функцій полягає в такому.

Розгляньмо двофакторну функцію:

$$y = \varphi_1(x_1, x_2). \quad (4.8)$$

Аргумент  $x_2$  цієї функції розглянемо як узагальнений показник, що залежить також від двох інших чинників  $x_3, x_4$ :

$$x_2 = \varphi_2(x_3, x_4),$$

де  $\varphi_2$  — деяка функція. Підставляючи цей вираз у формулу (4.8), отримаємо трифакторну функцію

$$y = \varphi_1(x_1, \varphi_2(x_3, x_4)),$$

що виражає залежність показника  $y$  від аргументів  $x_1, x_3, x_4$ . Цей процес можна продовжити, вважаючи, зокрема, що  $x_3$ , у свою чергу, залежить від деяких чинників.

У загальному вигляді: якщо задано  $(n - 1)$  двофакторних функцій  $\varphi_1(x_1, x_2), \varphi_2(x_3, x_4), \varphi_{n-1}(x_{2n-3}, x_{2n-2})$ , то дістанемо  $n$ -факторну функцію:

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$

у результаті послідовної підстановки їх. Операція такої підстановки (суперпозиції) має очевидний економічний сенс: другий аргумент, наприклад двофакторної функції, послідовно подається у вигляді залежності від показників нижчих (деталізованих) рівнів

#### 4.6 Графічне зображення моделей ВФ

Лінією рівня на площині  $K, L$ , чи *ізоквантою*, називають множину тих точок площини, для котрих  $F(K, L) = X_0 = \text{const}$ .

Для мультиплікативної ВФ ізокванта має вигляд:

$$AK^{\alpha_1}L^{\alpha_2} = X_0 = \text{const}, \quad \text{або} \quad K^{\alpha_1} = \frac{X_0}{A} L^{-\alpha_2},$$

тобто це є степенева гіпербола, асимптотами якої є осі координат.

Для різних обсягів  $K, L$ , що лежать на конкретній ізокванті, випуск дорівнює значенню  $X_0$ , що є еквівалентним твердженню про взаємозаміщення ресурсів

*Ізокліналями* називають лінії найшвидшого зростання ВФ. Ізокліналі ортогональні лініям нульового зростання, тобто ортогональні ізоквантам. Оскільки напрямок найшвидшого зростання у кожній точці  $(K, L)$  задається градієнтом

$$\text{grad } F = \left( \frac{\partial F}{\partial K}, \frac{\partial F}{\partial L} \right),$$

то рівняння ізокліналі можна записати таким чином:

$$\frac{dK}{\partial F / \partial K} = \frac{dL}{\partial F / \partial L}.$$

Зокрема, для мультиплікативної ВФ маємо:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \alpha_1 \frac{X}{K}, \quad \frac{\partial F}{\partial L} = \alpha_2 \frac{X}{L},$$

тому ізокліналь можна задати диференціальним рівнянням:

$$\frac{1}{\alpha_1} K dK = \frac{1}{\alpha_2} L dL,$$

котре має розв'язок

$$K = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} L^2 + a, \quad a = \text{const},$$

$$a = K_0^2 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} L_0^2,$$

де  $K_0, L_0$  — координати точки, через яку проходить ізокліналь.

Якщо припустити, що  $a = 0$ , то отримуємо рівняння ізокліналі, що проходить через відповідні точки площини (вона є прямою лінією):

$$K = L \sqrt{\alpha_1 / \alpha_2}.$$

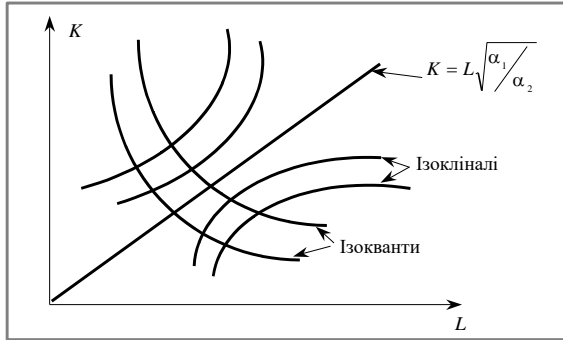


Рис. 4.1. Ізокванти та ізокліналі мультиплікативної ВФ

#### 4.7 Гранична норма заміщення (заміни) праці і фондами.

Оскільки на ізокванті  $F(K, L) = X_0 = \text{const}$ , то

$$dF = \frac{\partial F}{\partial K} dK + \frac{\partial F}{\partial L} dL = 0. \quad (4.18)$$

У цьому співвідношенні  $\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0$ , тому  $dK$  і  $dL$  мусять мати різні знаки: якщо  $dL < 0$ , що означає скорочення обсягів праці, то  $dK > 0$ , тобто зменшення в обсязі  $|dL|$ , праця заміщується фондами в обсязі  $dK$ .

Слушним є таке означення, що випливає з (4.18). Граничною нормою заміщення (заміни) праці фондами  $S_K$  називають відношення модулів диференціалів ОФ і праці:

$$S_K = \frac{|dK|}{|dL|} = -\frac{dK}{dL} = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K}.$$

І, відповідно, гранична норма заміщення фондів працею ( $S_L$ ):

$$S_L = -\frac{dL}{dK} = \frac{\partial F / \partial K}{\partial F / \partial L}.$$

Легко помітити, що  $S_K \cdot S_L = 1$ .

Для мультиплікативної виробничої функції норма заміщення праці фондами пропорційна фондоозброєності:

#### 4.7 Обчислення масштабу та ефективності виробництва за допомогою ВФ

Це можна здійснити, якщо випуск і витрати будуть виражені у співвимірних одиницях, наприклад у вартісній формі. Найпростіше перейти до відносних (безрозмірних) показників вимірювання. У даному випадку ВФ можна подати так:

$$\frac{X}{X_0} = \left( \frac{K}{K_0} \right)^{\alpha_1} \left( \frac{L}{L_0} \right)^{\alpha_2}, \quad (4.20)$$

де  $X_0, K_0, L_0$  — значення обсягів випуску і витрат фондів і праці в базовому році.

Безрозмірну форму (4.20) треба просто привести до початкового вигляду:

$$X = \frac{X_0}{K_0^{\alpha_1} L_0^{\alpha_2}} K^{\alpha_1} L^{\alpha_2} = AK^{\alpha_1} L^{\alpha_2}.$$

Отже, коефіцієнт  $A$  отримує економічно прозорий зміст:

$$A = \frac{X_0}{K_0^{\alpha_1} L_0^{\alpha_2}},$$

який зіставляє ресурси з випуском. Якщо позначити випуск і ресурси у відносних (безрозмірних) одиницях вимірювання через  $\tilde{X}, \tilde{K}, \tilde{L}$ , то ВФ у формі (4.20) можна подати таким виразом (через  $\tilde{X}, \tilde{K}, \tilde{L}$ ):

$$\tilde{X} = \tilde{K}^{\alpha_1} \tilde{L}^{\alpha_2}, \quad (4.21)$$

$$\tilde{X} = \frac{X}{X_0}; \quad \tilde{K} = \frac{K}{K_0}; \quad \tilde{L} = \frac{L}{L_0}.$$

де

Відшукаємо тепер аналітичний вираз стосовно до ефективності економіки, скориставшись виразом (4.21).

Нагадаймо, що ефективність — це відношення результату до витрат. У нашому випадку — два види витрат: витрати минулої праці у вигляді фондів  $\tilde{K}$  і живої праці  $\tilde{L}$ . Отже, маємо два часткових показники ефективності:  $\frac{\tilde{X}}{\tilde{K}}$  — фондівіддача,  $\frac{\tilde{X}}{\tilde{L}}$  — продуктивність праці.

Оскільки часткові показники мають однакову розмірність (вони безрозмірні), то можна знаходити будь-які середні з них. Оскільки ВФ виражена в мультиплікативній формі, то і середнє природно взяти у такій самій формі, тобто як зважене середньгеометричне часткових показників ефективності:

$$E = \left( \frac{\tilde{X}}{\tilde{K}} \right)^{\alpha} \left( \frac{\tilde{X}}{\tilde{L}} \right)^{1-\alpha}, \quad (4.22)$$

роль вагових коефіцієнтів тут відіграють відносні еластичності:

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad 1 - \alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2},$$



тобто часткові ефективності входять до загальної (узагальненої) ефективності з такими самими пріоритетами, з якими входять у ВФ відповідні ресурси.

Із (4.22) випливає, що за допомогою коефіцієнта економічної ефективності ВФ можна подати у формі, яка зовнішньо збігається з функцією Кобба—Дугласа:

$$\tilde{X} = E \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^{1-\alpha}, \quad (4.23)$$

але у співвідношенні (4.23)  $E$  — не постійний коефіцієнт, а функція від ( $K, L$ ).

Оскільки масштаб виробництва  $M$  подається в обсягах витрачених ресурсів, то, враховуючи ті самі міркування, що й у випадку побудови узагальненого показника економічної ефективності, визначимо і зважене середньгеометричне використаних ресурсів (як масштаб виробництва):

$$M = \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^{1-\alpha}. \quad (4.24)$$

Із (4.23) і (4.24) отримаємо, що випуск  $\tilde{X}$  є добутком економічної ефективності та масштабу виробництва:

$$\tilde{X} = EM. \quad (4.25)$$

Розгляньмо знайдену за даними 1995 — 2006 рр. виробничу функцію валового внутрішнього продукту США:



$$X = 2,248K^{0,404} L^{0,803}$$

Обчислимо масштаб та ефективність виробництва.

Валовий внутрішній продукт США, що вимірюється в млрд дол. у цінах 1997 р., зріс з 1995 до 2005 р. у 2,82 рази, тобто  $\tilde{X} = 2,82$ ; основні виробничі фонди за цей самий період збільшились у 2,88 рази ( $\tilde{K} = 2,88$ ), а чисельність зайнятих — у 1,93 рази ( $\tilde{L} = 1,93$ ).

*Розв'язання.* Обчислимо відносні еластичності за фондами і працею:

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{0,404}{0,404 + 0,803} = 0,3347, \quad 1 - \alpha = 0,6653.$$

Визначимо тепер часткові ефективності ресурсів

$$E_K = \frac{\tilde{X}}{\tilde{K}} = \frac{2,82}{2,88} = 0,98,$$

$$E_L = \frac{\tilde{X}}{\tilde{L}} = \frac{2,82}{1,93} = 1,46,$$

а також знайдемо узагальнений показник ефективності як зважене середньгеометричне часткових показників:

$$E = E_K^\alpha E_L^{1-\alpha} = 0,98^{0,3347} \cdot 1,46^{0,6653} \approx 1,278.$$

Масштаб обчислюємо як зважене середньгеометричне темпів зростання ресурсів:

$$M = \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^{1-\alpha} = 2,88^{0,3347} \cdot 1,93^{0,6653} \approx 2,207.$$

Отже, загальне зростання ВВП з 1995 до 2005 р. у 2,82 раза стало можливим завдяки зростанню масштабу виробництва у 2,307 раза і підвищенню ефективності виробництва у 1,278 раза ( $2,82 = 1,273 \cdot 2,207$ ).

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Поясніть сутність та основні характеристики виробничих функцій. Наведіть приклади.
2. Охарактеризуйте основні види виробничих функцій. Наведіть приклади.
3. Перелічіть основні етапи та методи побудови виробничих функцій. Охарактеризуйте їх.
4. Поясніть сутність поняття: «Область визначення виробничої функції».
5. Поясніть, у чому полягають основні критерії оцінювання параметрів виробничої функції. Наведіть приклади.
6. Розкрийте сутність основних аспектів обчислювальних методів оцінки параметрів виробничих функцій.
7. Поясніть сутність виробничої функції, підприємства (фірми), яка виражає узгодженість між витратами ресурсів і випуском. Наведіть приклади.

### **Завдання для самостійної роботи**

Функцію валового випуску деякої гіпотетичної країни Лапландія визначено за декілька попередніх років. Вона має вигляд:  $X = F(K, L) = 0,95 K^{0,5} L^{0,6}$ .

За базовий період досліджень валовий випуск Лапландії зріс у 3,5 раза, обсяги виробничих фондів — у 5 разів, чисельність зайнятих у — 2,5 раза. Визначити, яка частка зростання випуску пояснюється зростанням масштабу виробництва, а яка — підвищенням ефективності.

## **Тема 5. РЕЙТИНГОВЕ ОЦІНЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЦІ**

### **5.1 Актуальність проблеми**

Виявлення ключових аспектів щодо оцінювання стану та динаміки функціонування економічних систем стає однією з актуальних проблем в економічній практиці та науці. Важливою складовою цієї проблеми є аналіз стану досліджуваної економічної системи. У зв'язку зі складністю одночасного контролю великої кількості різноманітних показників у фінансово-економічному аналізі значного поширення набули процедури комплексної оцінки, на підставі яких може обчислюватися рейтинг як узагальнена оцінка діяльності економічної системи (ЕС). **Під рейтингом розуміють комплексну характеристику ЕС згідно з певною шкалою, де значення рейтингу — це елемент лінійно напівоупорядкованої множини.**

В Україні рейтингові системи лише починають використовуватися. У нас поки що немає можливості адекватно використовувати такі вельми поширені на Заході методики оцінки економічних систем, як модель Дюпона чи Z-модель Альтмана, розраховані, власне, для американських підприємств 60-х років ХХ ст. В Україні розроблена й використовується низка методик, зокрема, щодо рейтингової оцінки діяльності банків, вищих навчальних закладів тощо, зроблені перші кроки до побудови єдиної методології й методики рейтингового аналізу діяльності господарських одиниць, які були б узгоджені із західною системою стандартів і водночас урахували б особливості вітчизняного соціально-економічного буття.

До *недоліків* існуючих підходів, наприклад, можна віднести:

1. Непрозорість більшості рейтингових методик оцінки ЕС, відсутність чітких критеріїв використання їх на практиці.
2. Спотворення економічного сенсу деяких показників (що є вихідним матеріалом для обчислення рейтингів) через недосконалість існуючої системи обліку й моніторингу.
3. Орієнтація розробників методик обчислення рейтингів ЕС на лінійні моделі взаємозв'язку показників без обґрунтування умов, у яких допускається їх застосування.
4. Обмеженість і неповнота інформаційної бази в обчисленні рейтингів через небажання керівників достатньо повною мірою та об'єктивно надавати інформацію щодо стану ЕС.
5. У методиках, як правило, ігноруються показники, що характеризують динаміку функціонування ЕС, а також слабоформалізовані показники (у зв'язку зі складністю їх опрацювання).

Нині відбувається процес формування методологічних засад та практики рейтингового управління.

Складність і громіздкість розв'язання перелічених вище проблем, а також зростаюча роль інформаційних технологій у прийнятті управлінських рішень визначає актуальність як проблеми розроблення теорії рейтингового управління, так і розроблення й застосування науково обґрунтованих методик.

## **5.2 Концепція рейтингового управління**

Природним способом зниження як складності, так і трудомісткості управління й, зокрема, розроблення стратегічних і тактичних планів ЕС, а отже, і зниження ступеня ризику щодо прийняття некоректних рішень, є факторизація набору показників, що дозволяє суттєво скоротити їх кількість. Така факторизація може бути здійснена в результаті заміни тієї чи іншої групи показників їх інтегрованою комплексною оцінкою. Основні критерії, що висуваються до кожної такої оцінки, полягають у такому<sup>12</sup>:

*Критерій 1:* інтегрована комплексна оцінка повинна бути загально визнаною.

---

<sup>12</sup> Богатов О. И., Лысенко Ю. Г., Петренко В. Л., Скобелев В. Г. Рейтинговое управление экономическими системами. — Донецк: Юго-Восток, 1999.

*Критерій 2:* інтегрована комплексна оцінка має бути зрозумілою, тобто повинно бути ясно, які, власне, характеристики та в яких саме пропорціях зосереджені в ній.

Найповніше відповідає критеріям 1 та 2 така широко використовувана у світовій практиці оцінка стану ЕС, як *рейтинг*. **Рейтинг** являє собою оцінку тих чи інших аспектів діяльності досліджуваної ЕС за фіксованої шкали. Отже, рейтинг є комплексною інформацією щодо стану ЕС, яка подається в максимально згорнутому вигляді.

На жаль, до цього часу використання рейтингу не привело до суттєвої трансформації процедур прийняття рішень користувачами рейтингової інформації (що передусім пов'язано з відірваністю існуючих методик рейтингового оцінювання від реальної схеми прийняття рішень користувачами).

**Означення.** Під рейтинговим управлінням розуміють концепцію прийняття рішень потенційними користувачами на підставі використання рейтингів у процесі реалізації функцій управління.

Із цього означення випливає, що рейтингове управління є процесом, у якому рейтинг використовується для аналізу, контролю, обліку, прогнозування та регулювання діяльності ЕС. Тому методику обчислення рейтингу можна інтерпретувати як цільову функцію рейтингового управління, значення якої є індикатором стану ЕС.

Суттєвою характеристикою процесу рейтингового управління є те, що рейтингова оцінка одночасно виступає і як інструмент, і як ціль управління. Вибір методики обчислення рейтингу залежить від конкретної стратегії управління (реалізації стратегії планування). Остання визначається набором групи цілей, що відповідають різним аспектам функціонування ЕС, які впорядковані за їх пріоритетами. Кожна ціль поділяється на елементарні підцілі, що впорядковуються як за пріоритетами, так і за термінами їх реалізації.

З погляду рейтингового управління істотними є такі особливості рейтингового оцінювання:

1. Рейтинг є втіленням такої функції управління, як аналіз у його чистому вигляді, тобто «аналіз високого рівня».
2. У підґрунтя рейтингової оцінки закладено принцип відповідності функціонування ЕС низці критеріїв, тобто рейтинг є результатом процесу багатофакторного аналізу ЕС.

Для конкретної ЕС рейтингове управління може мати такі аспекти:

1. *Внутрішнє* рейтингове управління.
2. *Зовнішнє* рейтингове управління.

Об'єктом внутрішнього рейтингового управління є ЕС та її конкуренти. Останні відіграють роль бази для порівняння. Мета внутрішнього рейтингового управління полягає у зміні іміджу ЕС у зовнішньому середовищі.

Об'єктом зовнішнього рейтингового управління є партнери (та контрагенти) ЕС. Потенційними користувачами процедур зовнішнього рейтингового управління у вітчизняних умовах можуть виступати передусім інвестиційні інститути, банки, постачальники стратегічної сировини, абітурієнти та їхні батьки, роботодавці

тощо. Для ефективного застосування процедур *зовнішнього* рейтингового управління повинні виконуватися такі умови:

1. Ресурси (послуги), що їх отримують об'єкти зовнішнього рейтингового управління, є для них настільки значущими, що їх потрібно враховувати.
2. Кількість партнерів (контрагентів) ЕС є настільки великою, що для прийняття управлінських рішень необхідні опрацювання й аналіз великого масиву даних щодо різних партнерів (контрагентів) ЕС відповідно до єдиних стандартів.

Виокремлюється (формально) стратегія рейтингового планування як підклас класу всіх стратегій планування.

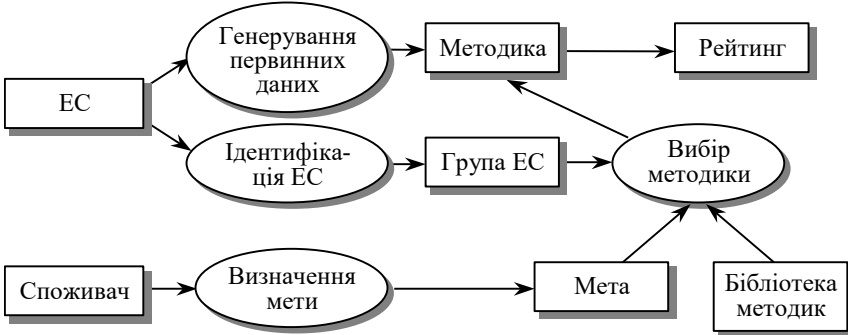
Нехай  $M$  — фіксована множина методик обчислення рейтингів.

Методики  $M_1$  та  $M_2$  ( $M_1, M_2 \in M$ ) називають порівнянними тоді й лише тоді, коли вони визначають одну й ту саму впорядкованість за рейтинговою оцінкою щодо досліджуваних об'єктів.

Загалом можна вважати, що  $M$  складається з попарно непорівнянних методик.

### 5.3. Моделювання системи рейтингового управління

Процес обчислення рейтингу є оцінкою масиву даних щодо всебічної оцінки діяльності ЕС за фіксованих шкал відповідно до методики, яка визначається з огляду на мету оцінки. Загальна структура процесу обчислення рейтингу схематично наведена на рис. 5.1<sup>13</sup>. Суттєвою характеристикою методики як алгоритму є те, що характер обчислень істотно залежить від входу, тобто від вихідної інформації. Розгляньмо процес обчислення рейтингу ЕС.



**Рис. 5.1.** Структура процесу обчислення рейтингу ЕС

#### Загальна схема процесу обчислення рейтингу

Можна виокремити таких п'ять основних етапів:

*Етап 1.* Підготовка первинних даних.

*Етап 2.* Опрацювання даних.

<sup>13</sup> Богатов О. И., Лысенко Ю. Г., Петренко В. Л., Скобелев В. Г. Рейтинговое управление экономическими системами. — Донецк: Юго-Восток, 1999.

Етап 3. Статистичний аналіз.

Етап 4. Трендовий аналіз.

Етап 5. Обчислення рейтингу.

### Етап 5. Обчислення рейтингу

Деталізація етапу зображена на рис. 5.4. Згідно з обраним алгоритмом обчислюють комплексну оцінку ЕС (блок 3). Вона є якісною характеристикою, отриманою експертним шляхом. Визначають відповідність стану ЕС щодо поставлених цілей, після чого здійснюють обчислення рейтингу (блок 6). Будь-яка обрана методика (блок 4) є обчислювальною процедурою (алгоритмом) і містить систему оцінних показників, що характеризують діяльність ЕС.

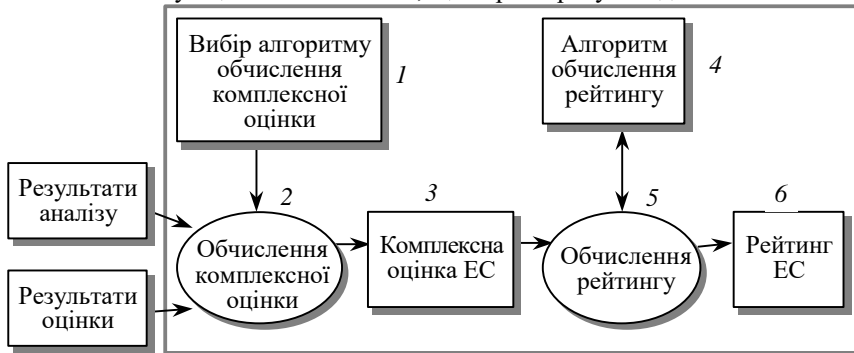


Рис. 5.4. Схема етапу визначення рейтингової оцінки

### 5.4 Методики обчислення рейтингу

два типи методик обчислення рейтингу. До *першого типу* відносять вибір функції корисності й обчислення її значення на підставі даної комплексної оцінки. До *другого типу* відносять обчислення рейтингу ЕС на підставі експертних процедур. Основним недоліком першого типу є відносно жорстка регламентація процесу обчислення рейтингу типу функції корисності. Основним недоліком методик другого типу є складність і великі витрати ресурсів у процесі обчислень. Але існують також змішані методики.

### 5.5 Методи і моделі процесу обчислення рейтингу

Адекватною математичною моделлю для аналізу набору показників є система  $S$ , що визначається як  $n$ -арне відношення. Будь-яка методика обчислення рейтингу зводиться до послідовної факторизації набору з  $n$  вихідних показників, результатом якої є елемент лінійно впорядкованої (напівупорядкованої) множини. Уніфікованим засобом опису процесу обчислення рейтингу на підставі аналізу комплексних оцінок (незалежно від конкретної методики) може бути його подання у вигляді дискретного перетворення  $M$ . Областю дії такого перетворення є  $n$ -мірний масив  $A$ , де  $n$  — кількість використаних комплексних характеристик.

Кожен індекс масиву відповідає одній із комплексних характеристик, а значення цього індексу — допустимі значення оцінок характеристики (обчислені за відповідною шкалою).

Перетворювач  $M$  функціонує таким чином. Якщо кількість вимірюваних характеристик дорівнює розмірності масиву, то  $M$  просто здійснює вибір елемента масиву. Якщо ж кількість обчислюваних характеристик менша, ніж розмірність масиву, то перетворювач  $M$  функціонує таким чином.

Нехай задано набір значень  $(\alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k})$ ,  $(1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n; k \leq n)$

характеристик, що визначаються індексами  $i_1, i_2, \dots, i_k$ . Реакцією

перетворювача  $M$  за вхідних даних  $(\alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k})$  є такі три числа  $\bar{m}$ ,  $\underline{m}$  та  $S$ ,

що  $\bar{m} = \max A(x_1, \dots, \alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k}, \dots, x_n)$ ,  $\underline{m} = \min A(x_1, \dots, \alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_k}, \dots, x_n)$ ,

де максимум і мінімум беруться за всіма допустимими значеннями  $x_1, \dots, x_n$ , а  $S$  — середнє значення (тобто математичне сподівання) по всіх допустимих

значеннях. Числа  $\bar{m}$  та  $\underline{m}$  називають відповідно оптимістичним і песимістичним рейтингами. У подальшому трійка  $(\bar{m}, \underline{m}, S)$  може бути перетворена в те чи інше число відповідно до обраної методики.

Важливу роль у переході від системи  $S$  до перетворювача  $M$  відіграють методи прогнозування (як статистичні, так і експертні) та класифікація економічних об'єктів (кластерний аналіз).

*Визначимо рейтинг ВНЗ як кількісну експертну оцінку позиції об'єкта дослідження, який аналізується серед групи однотипних об'єктів за системою якісних та кількісних показників (критеріїв) з урахуванням їхніх вагових коефіцієнтів.*

Відносно точна та якнайоб'єктивніша оцінка якості освітньої діяльності ВНЗ не може ґрунтуватися на довільному наборі показників. Сучасна соціально-економічна теорія сформувала підхід до оцінки якості діяльності різних об'єктів соціально-економічної сфери не лише як певну якісну характеристику, але і як кількісно вимірюване явище. Це дозволяє сформулювати загальні принципи побудови науково обґрунтованої методики визначення рейтингу однорідних груп об'єктів, зокрема ВНЗ. Як науковий метод порівняння групи ВНЗ з метою їх упорядкування за якістю й умовами надання освітніх послуг передбачає виокремлення адекватних критеріїв якісної та кількісної оцінки об'єкта дослідження, які фіксують органічні, суттєві характеристики і зв'язки між різними складовими, що забезпечують надання якісних освітніх послуг певним ВНЗ; характеристику взаємозалежностей, вагомості та підпорядкування критеріїв оцінювання.

#### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Поясніть сутність концепції рейтингового управління.
2. Проблеми підготовки вихідних даних для рейтингового оцінювання.

3. Поясніть, у чому полягає сутність основних етапів та інструментарію статистичного аналізу даних, необхідних для рейтингового оцінювання.
4. Розкрийте суть трендового аналізу в рейтинговому оцінюванні та управлінні.
5. Основні моделі та методи процесу обчислення рейтингу.
6. Структура рейтингового управління.
7. Поясніть, як визначається рейтингова оцінка акцій та облігацій?
8. Поясніть сутність рейтингової оцінки інвестиційної привабливості підприємств, організацій, регіонів.
9. Рейтинг як засіб класифікації економічних об'єктів. Наведіть приклади

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Рейтингові оцінки ризику країни. Їх аналіз, переваги і недоліки
2. Рейтингове оцінювання якості послуг вищих навчальних закладів.
3. Можливості щодо використання рейтингового оцінювання та управління у виробничій та невиробничій сферах діяльності.
4. Структура процесу рейтингового управління.
5. Схема рейтингового управління.
6. Механізм рейтингового управління.
7. Рейтингове управління в проблемах фінансової стійкості страхових компаній.
8. Фондові індекси та рейтинги

## **Змістовний модуль 2.**

### **Тема 6. МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧІВ**

Головне завдання під час вивчення питання щодо поведінки споживача полягає в тому, щоб установити, в яких обсягах він купує наявні товари та послуги за заданих цін і доходу.

#### **6.1 Переваги споживача та його функція корисності**

Рішення споживача щодо купівлі певного набору товарів математично можна подати як вибір точки у просторі товарів. Нехай  $n$  — скінченне число різноманітних товарів, де  $x = (x_1, \dots, x_n)'$  — вектор-стовпчик споживчих товарів (обсяги), що їх придбав споживач за певний термін (наприклад протягом року) за заданих цін, маючи певний обсяг доходів за цей самий період.

*Простір товарів* — це множина різноманітних наборів товарів  $x$  з невід'ємними координатами.

$$C = \{x : x \geq 0\}.$$

У теорії споживацького вибору припускається гіпотеза, що кожен споживач має свої пріоритети на певній підмножині простору товарів:

$$X \subset \{x : x \geq 0\}.$$

У теорії споживання припускаються гіпотези і вважається, що функція корисності має такі властивості:

$$1) \frac{\partial u}{\partial x_i} > 0 \quad \text{— зі зростанням споживання блага корисність зростає;}$$



2)  $\lim_{x_i \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial x_i} = \infty$  — невеликий приріст блага за його початкової відсутності різко збільшує корисність;

3)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} < 0$  — зі зростанням споживання блага швидкість зростання корисності зменшується (спадає);

4)  $\lim_{x_i \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x_i} = 0$  — коли є дуже великий обсяг блага, його подальше зростання не приводить до зростання корисності.

Умова 3 зазвичай використовується у більш широкому трактуванні — як матриця других похідних (матриця Гессе)

$$U(x) = \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \cdot \partial x_j} \right\|$$

і є від'ємно визначеною.

Гранична корисність товару

$$\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i}$$

показує, на скільки зростає корисність, якщо кількість товару зростає в малому обсязі.

### **Модель поведінки споживача**

У теорії споживання вважається (робоча гіпотеза), що споживач завжди прагне максимізувати свою корисність, і єдине, що його стримує, — це обмежений дохід:

$$\max_{x \in B \cap X} u(x) = \max_{px=M} u(x). \quad (6.3)$$

Ця задача на умовний екстремум приводиться до знаходження безумовного екстремума функції Лагранжа:

$$L(x) = u(x) - \lambda (px - M).$$

Необхідні умови локального екстремуму:

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j^* = M, \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i}(x_i^*) - \lambda^* p_i = 0, \quad i=1, \dots, n \quad (6.5)$$

Це дійсно визначає точку максимуму, бо матриця  $u$  — від'ємно визначена. З (7.5) бачимо, що споживач за фіксованого доходу так обирає набір  $x^*$ , що в цій точці відношення граничної корисності дорівнює відношенню цін:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} : \frac{\partial u}{\partial x_2} = p_1 / p_2, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_{n-1}} : \frac{\partial u}{\partial x_n} = p_{n-1} / p_n.$$

Якщо розв'язати (7.4), (7.5) відносно  $x^*$ , отримаємо функцію попиту споживача:  
 $x^* = x^*(p, M)$ .

## 6.2. Рівняння Слуцького

Розглянемо, як зміниться попит споживача, що визначається моделлю (7.3):

$$\max_{x \in B \cap X} u(x) = \max_{px=M} u(x),$$

якщо зміниться ціна одного з товарів.

Нехай ціна  $n$ -го товару зросла на  $dp_n$ , тоді згідно з (7.6) попит на кожен товар зміниться так:

$$dx_i^* = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} dp_n, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_n}$$

але, оскільки (7.6) — це лише інший запис (7.4) і (7.5), то рівняння для одержимо, диференціюючи за  $p_n$  ці співвідношення, тобто:

$$-\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} = x_n^*, \quad (6.7)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u(x^*)}{\partial x_i \partial x_j} \cdot \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} - p_i \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} = \begin{cases} 0, & i=1, \dots, n-1, \\ \lambda^*, & i=n. \end{cases}$$

### Зміна попиту за збільшення ціни з компенсацією

Розглянемо таке збільшення доходу на  $dM$ , яке компенсувало б споживачеві збільшення ціни на  $dp_n$  (на  $n$ -й товар, благо).

Згідно з теоремою споживання це означає, що корисність споживача збереглася на попередньому рівні, тобто:

$$du = 0.$$

Маємо використати рівняння (6.5), з якого отримаємо:

$$du = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i}(x^*) dx_i^* = \lambda^* \sum_{i=1}^n p_i dx_i^* = \lambda^* \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} dp_n = 0.$$

Звідси маємо, що:

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} dp_n = 0$$

або, остаточно, умова постійності корисності:

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} = 0. \quad (6.10)$$

Тепер можемо визначити  $dM$ , використовуючи (6.4) та (6.10):

$$dM = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} + x_n^* dp_n = x_n^* dp_n, \quad dM = x_n^* dp_n,$$

тобто дохід зріс рівно настільки, скільки необхідно було б додатково витратити споживачеві на придбання  $n$ -го товару в попередньому обсязі за зростання ціни на величину  $dp_n$ .

Диференціювання рівняння (6.5) за  $p_n$  приводить до тих самих результатів, що і раніше. Тому за компенсованої зміни ціни отримаємо такі рівняння для

$$\frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n}, \frac{\partial x^*}{\partial p_n};$$

$$-\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} = 0 \quad \text{впливає з } U = \text{const.}$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} (x^*) \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} - p_i \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} = \begin{cases} 0, & i=1, \dots, n-1, \\ \lambda^*, & i=n. \end{cases}, \quad (6.11)$$

які в матричній формі наберуть вигляду:

$$\begin{pmatrix} 0 & -p \\ -p' & U \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda^* \end{pmatrix}. \quad (6.12)$$

Розв'язок системи рівнянь (7.12) знову ж знаходимо за допомогою оберненої матриці:

Тобто друга складова у правій частині (7.9) — це зміна попиту, якщо зростання ціни  $n$ -го товару на  $dp_n$  компенсується збільшенням доходу на  $dM = x_n^* dp_n$ .

**Розгляньмо зміну попиту за зміни доходу.**

Нехай дохід змінюється на  $dM$ , тоді попит зміниться так:

$$dx^* = \frac{\partial x^*}{\partial M} dM.$$

Рівняння для  $\frac{\partial x^*}{\partial M}, \frac{\partial \lambda^*}{\partial M}$  знову ж таки отримаємо, диференціюючи за  $M$  співвідношення (7.4), (7.5):

$$\begin{cases} -\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j^*}{\partial M} = -1, \\ \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} (x^*) \frac{\partial x_j^*}{\partial M} - p_i \frac{\partial \lambda^*}{\partial M} = 0, & i=1, \dots, n \end{cases} \quad (6.14)$$

Об'єднуючи (7.9), (7.13), (7.16), отримаємо таке рівняння Слуцького, яке є серцевиною теорії корисності:

$$\frac{\partial x^*}{\partial p_n} = \left( \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \right)_{\text{comp}} - \frac{\partial x^*}{\partial M} x_n^*. \quad (6.17)$$

А оскільки вивчається зміна попиту за зростання ціни на  $n$ -й товар, що не компенсується підвищенням доходу, то друга складова в (7.17) (з від'ємним знаком) якраз і знімає штучний приріст попиту, що викликаний компенсуючим зростанням доходу.

*Попит на цінний товар спадає* за зростання ціни на нього, це безпосередньо випливає з рівняння Слуцького для ( $i$ -го) товару:

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} = \left( \frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} \right)_{\text{comp}} - \left( \frac{\partial x_i^*}{\partial M} \right) x_i^* < 0.$$

Згідно з (7.11)

$$\sum_{j=1}^n p_j \left( \frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} \right)_{\text{comp}} = 0,$$

тому обов'язково знайдеться такий товар  $l$ , для якого  $\left( \frac{\partial x_l^*}{\partial p_i} \right) > 0$ .

Тобто зменшення попиту на  $i$ -й товар  $\left( \frac{\partial x_i^*}{\partial p_i} \right)_{\text{comp}} < 0$  приводить до зростання попиту на  $l$ -й товар.

Такі товари називають *взаємозамінюваними*, наприклад, тваринні жири і рослинна олія.

Якщо ж  $\left( \frac{\partial x_m^*}{\partial p_i} \right)_{\text{comp}} < 0$ , то товари  $i$  та  $m$  утворюють взаємодоповнювальну пару (компенсоване зростання ціни на бензин спричинює спад попиту як на бензин, так і на автомобілі).

Продукт  $l$  називають *валовим замінником* продукту  $i$ , якщо

$$\frac{\partial x_l^*}{\partial p_i} > 0.$$

*Функція попиту*  $x^*(p, M)$  має властивість валової заміненості, якщо зі зростанням ціни на будь-який продукт  $i$  попит на решту продуктів не знижується:

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} \geq 0, \quad j \neq i,$$

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} > 0$$

Якщо ж  $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} > 0$ , то функція попиту має властивість *сильного валового заміщення*. Можна довести, що функція попиту, породжена функцією корисності

$$u(x) = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j^{\gamma_j}, \quad \mu_j > 0, \quad 0 < \gamma_j < 1,$$

має властивості *сильного валового заміщення*.

Ефекти заміщення та доходу за підвищення (зниження) ціни на один із товарів ілюструють рис. 7.1 та 7.2 відповідно.

**Ефект доходу** полягає у зміні споживання внаслідок зміни реального доходу, яка виникла через зміну цін.

**Ефект заміщення** полягає у зміні споживання внаслідок зміни відносних цін.

### Контрольні завдання та теми для обговорення

1. Покажіть, як можна формалізувати систему переваг (смаків) індивідуума, тобто побудувати функцію його корисності.
2. Визначте цілі особи як споживача.
3. Поясніть сутність та відмінності між кардиналістським та ординалістським підходами до визначення функції корисності.
4. Поясніть зміст першого та другого законів Госсена.
5. Розкрийте сутність коефіцієнта перехресної еластичності попиту.
6. Поясніть зміст гіпотези опуклості стосовно двох наборів благ.
7. Висвітліть сутність граничної норми заміщення.
8. Поясніть основні гіпотези, що припускаються у виведенні рівняння Слуцького, розкрийте його сутність.
9. Визначте, як зміниться попит, якщо станеться збільшення ціни та один із продуктів матиме компенсацію. Наведіть приклад.
10. Покажіть, як зміниться попит на товари зі зміненням доходу споживача. Наведіть приклад

### Завдання для самостійної роботи

1. Визначити функцію збуту (попиту) на підставі таких даних:

Ціна товару, грош. од.	54	50	55	59	60	59	64	65
Обсяг попиту, шт.	570	600	580	100	480	500	450	500

2. Функція корисності споживача має вигляд:

$$U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$$

Визначити максимальну корисність, якщо споживач має дохід у 100 грош. од., а ціни товарів дорівнюють відповідно 5 і 10 грош. од. / шт.

Якою буде норма заміщення другого товару першим в оптимальній точці?

## Тема 7. МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ ВИРОБНИКІВ

Максимізація прибутку — основний критерій, на який орієнтуються виробники. Але це не єдиний критерій. Максимізація поточного прибутку повинна співвідноситися зі стратегічним прогнозом розвитку фірми тощо.

### 7.1 Модель фірми

Нехай виробнича фірма випускає один продукт (чи багато продуктів, але з постійною структурою). Річний випуск у натурально-речовій формі  $X$  — це кількість одиниць продукту одного виду (чи кількість багатонаменклатурних агрегатів).

Використані ресурси:  $L$  — жива праця (у вигляді середньої чисельності зайнятих за рік чи відпрацьованих за рік людино-годин);  $K$  — засоби праці (основні виробничі фонди);  $M$  — предмети праці (витрачено за рік паливо, енергія, сировина, матеріали, комплектувальні вироби тощо).

Кожен з агрегованих видів ресурсів (праця, фонди, матеріали) має певну кількість різновидів.

Позначимо вектор-стовпчик можливих обсягів витрат різних видів ресурсів через  $x = (x_1, \dots, x_n)'$ . Тоді технологія фірми визначатиметься її виробничою функцією, яка виражає зв'язок між витратами ресурсів і випуском:

$$X = F(x). \quad (7.1)$$

Припускається гіпотеза, що  $F(x)$  двічі неперервно диференційована і неокласична, до того ж матриця її других похідних є від'ємно визначеною.

Якщо  $w = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_n)$  — вектор-рядок цін ресурсів, а  $p$  — ціна продукції, то кожному вектору витрат  $x$  відповідає прибуток:

$$П(x) = pF(x) - wx.$$

У (7.2)  $R = pX = pF(x)$  — вартість річного випуску фірми або її річний дохід,  $C = wx$  — витрати виробництва чи вартість витрат ресурсів за рік.

Якщо не вводити інших обмежень, окрім невід'ємних витрат ресурсів, то задача на максимум прибутку набере вигляду:

$$\max_{x \geq 0} [pF(x) - wx]. \quad (7.3)$$

Це задача нелінійного програмування з  $n$  умовами невід'ємності  $x \geq 0$ , необхідними умовами її розв'язання є умови Куна—Таккера:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = p \frac{\partial F}{\partial x} - w \leq 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} x = \left( p \frac{\partial F}{\partial x} - w \right) x = 0, \quad x \geq 0. \quad (7.4)$$

Якщо в оптимальному розв'язку використовуються всі види ресурсів, тобто  $x^* > 0$ , то умови (7.4) матимуть вигляд:

$$p \frac{\partial F(x^*)}{\partial x} = w, \quad (7.5)$$

або

$$p \frac{\partial F(x^*)}{\partial x_j} = w_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

тобто в оптимальній точці вартість граничного продукту даного ресурсу повинна дорівнювати його ціні.

Такий самий (за формою) розв'язок має задача на максимум випуску за заданого обсягу витрат

$$\max F(x), \quad wx \leq C, \quad x \geq 0. \quad (7.6)$$

Це задача нелінійного програмування з одним лінійним обмеженням і умовою невід'ємності змінних.

Побудуємо функцію Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = F(x) + \lambda (C - wx),$$

тепер максимізуємо її за умови невід'ємності змінних.



Випуск однопродуктової фірми задається виробничою функцією Кобба—Дугласа:

$$X = F(K, L) = 3K^{\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}.$$

Визначимо максимальний випуск, якщо на оренду фондів і оплату праці виділено 150 грош. од., вартість оренди одиниці фондів  $w_K = 5$  грош. од., ставка зарплати  $w_L = 10$  грош. од./люд.

Якою буде гранична норма заміни одного зайнятого фондами в оптимальній точці?

*Розв'язання.* Оскільки  $F(0, L) = L(K, 0) = 0$ , то в оптимальному розв'язку  $K^* > 0$ ,  $L^* > 0$ , тому умови (7.7) наберуть вигляду:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \lambda w_K, \quad \frac{\partial F}{\partial L} = \lambda w_L \quad (7.8)$$

або у нашому випадку:

$$\frac{2}{3} \frac{F(K^*, L^*)}{K^*} = \lambda w_K, \quad \frac{1}{3} \frac{F(K^*, L^*)}{L^*} = \lambda w_L.$$

Поділивши перше рівняння на друге, маємо:

$$\frac{2L^*}{K^*} = \frac{w_K}{w_L}.$$

Підставивши цей вираз в умову:

$$w_K K^* + w_L L^* = 150,$$

знайдемо

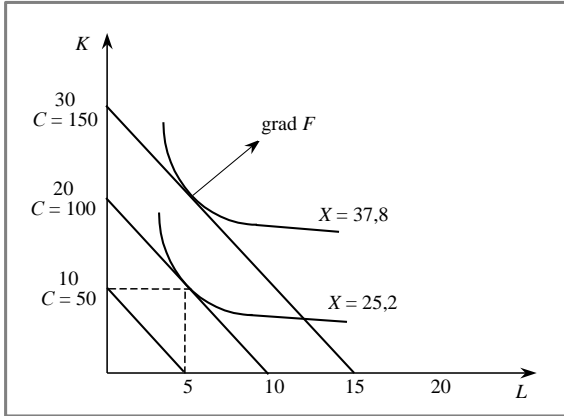
$$K^* = \frac{2 \cdot 150}{3 w_K} = 20, \quad L^* = 5.$$

Розв'язання можна проілюструвати геометрично. На рис. 7.1 зображені ізокости (лінії постійних витрат для  $C = 50, 100, 150$ ) та ізокванти (лінії постійних випусків для  $X = 25, 2; 37, 8$ ).

Ізокости мають такі рівняння:  $5K + 10L = C = \text{const}$ .

Ізокванти —

$$3K^{\frac{2}{3}} L^{\frac{1}{3}} = \text{const.}$$



**Рис. 7.1.** Ізокости постійних витрат та ізокванти постійних випусків

В оптимальній точці  $K^* = 20$ ,  $L^* = 5$  ізокванта  $X^* = 37,8$  та ізокоста  $C = 150$ , що проходять через цю точку, дотикаються, бо згідно з (7.8) нормалі до цих кривих,

задані градієнтами  $\left( \frac{\partial F}{\partial K}, \frac{\partial F}{\partial L} \right)$ ,  $(w_K, w_L)$ , колінеарні.

Норма заміщення праці фондами в оптимальній точці:

$$-\frac{dK}{dL} = S_K = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \frac{K^*}{L^*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{5} = 2,$$

тобто один працюючий може бути замінений двома одиницями фондів.

Розв'язуючи задачу моделі фірми (7.3) на максимум прибутку, знаходимо єдиний оптимальний набір ресурсів  $x^* > 0$  (розглядається випадок, коли всі ресурси входять до набору). Цьому набору відповідає єдине значення витрат:  $C^* = wx^*$ .

Розв'язуємо задачу моделі фірми (7.6) на максимум прибутку за заданих витрат

$C^*$ . Якщо  $F(x)$  — неокласична, то в оптимальному розв'язку  $\tilde{x}^* > 0$ , причому цей розв'язок єдиний.

Таким чином, з одного боку,

$$\frac{\partial F(x^*)}{\partial x} = \frac{1}{p} w, \quad wx^* = C^*, \quad \Pi(x^*) \geq \Pi(\tilde{x}^*),$$

а з іншого —

$$\frac{\partial F(\tilde{x}^*)}{\partial x} = \lambda w, \quad w\tilde{x}^* = C^*, \quad F(\tilde{x}^*) \geq F(x^*).$$

Оскільки

$$\Pi(x^*) = pF(x^*) - wx^* \geq pF(\tilde{x}^*) - w\tilde{x}^* = \Pi(\tilde{x}^*) \text{ та } wx^* = w\tilde{x}^* = C^*,$$



то

$$F(x^*) \geq F(\tilde{x}^*), \text{ але } F(\tilde{x}^*) \geq F(x^*), \text{ тому } F(\tilde{x}^*) = F(x^*).$$

Через те що розв'язок задачі (7.3) єдиний, то  $\tilde{x}^* = x^*$ .

Отже, якщо задача на максимальний прибуток має єдиний розв'язок  $x^* > 0$ , то їй відповідає задача на максимальний випуск за заданих витрат  $C^* = wx^*$ , причому

остання має такий самий розв'язок, як і перша (див. рис. 8.1):  $\tilde{x}^* = x^*$ .

Геометричне місце точок дотику ізокоств та ізоквант за різних значень витрат  $C$  визначає довготерміновий шлях розвитку фірми  $X(C)$ , тобто показує, як зростатиме (спадатиме) випуск, якщо витрати зростуть (зменшаться). Оскільки ця залежність монотонна, то існує обернена монотонна функція витрат  $C = C(X)$ . Оскільки  $X(C)$  — максимальний випуск за заданих витрат  $C$ , то витрати  $C(X)$ , які відповідають цьому максимальному випуску  $X$ , — мінімальні, а оптимальний обсяг випуску знову ж визначається за умови максимального прибутку:

$$\max_x \Pi(x), \quad \Pi(x) = pX - C(X) \quad (7.9)$$

Прирівнюючи до нуля похідну

$$\frac{d\Pi}{dX} = p - \frac{dC}{dX} = 0,$$

бачимо, що в оптимальній точці граничні витрати дорівнюють ціні випуску:

$$\frac{dC(X^*)}{dX} = p.$$

Окрім того, максимум прибутку досягається за

$$\frac{d^2C}{dX^2} > 0 \quad \left( \text{бо } \frac{d^2\Pi}{dX^2} < 0 \right).$$

виробничої функції (але  $H$  від'ємно визначений, тому дійсно  $|J| \neq 0$ ), тоді

$$x^* = x^*(p, w) \quad (7.10)$$

або

$$x_j = x_j(p, w), \quad j=1, \dots, n.$$

Ці  $n$  рівнянь задають *функцію попиту* (на ресурси), відшукані за допомогою моделі поведінки фірми. Функції попиту на ресурси можна також знайти експериментально за допомогою методів математичної статистики за відповідними вибірковими даними.

Функція пропозиції —

$$X^*(p, w) = F[x^*(p, w)].$$

Подібно до рівняння Слуцького, що показує реакцію споживача на зміни цін товарів, аналогічні рівняння описують реакцію виробника на зміну цін випуску і ресурсів.

За умови заданих цін  $p$ ,  $w$  поведінка виробника визначається таким співвідношенням (усього  $(n + 1)$  співвідношень):

$$\begin{cases} X^*(p, w) = F[x^*(p, w)], \\ p \frac{\partial F}{\partial x}[x^*(p, w)] = w. \end{cases} \quad \text{отже,}$$

$$\frac{\partial X^*}{\partial p} > 0, \quad (7.18)$$

тобто зі зростанням ціни випуску обсяг випуску продукції зростає.

Таким чином,  $[X^* = F(x^*(p, w))]$ ,

$$\frac{\partial X^*}{\partial p} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_j} \frac{\partial x_j^*}{\partial p} > 0. \quad (7.19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} > 0$$

Але (для неокласичної функції граничні продукти додатні), тому

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial p} > 0,$$

обов'язково деякі тобто зростання ціни випуску приведе до зростання попиту на деякі ресурси.

$$\frac{\partial x_l^*}{\partial p} < 0$$

Ресурс  $l$ -го виду називають *малоцінним*, якщо з (7.17) видно (друга та

третя група рівнянь), що  $\left(\frac{\partial X^*}{\partial w}\right) = -\frac{\partial x^*}{\partial p}$ , або у розгорнутому вигляді —

$$\frac{\partial X^*}{\partial w_j} = -\frac{\partial x_j^*}{\partial p}, \quad j=1, \dots, n, \quad (7.20)$$

тому зростання ціни на продукцію зумовлюватиме підвищення (зниження) попиту на окремі види витрат, якщо підвищення ціни на цей вид ресурсів приводить до скорочення (зростання) обсягів оптимального випуску. Зокрема, збільшення ціни на малоцінний ресурс сприятиме збільшенню випуску.

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial w_j} < 0,$$

отже, тобто підвищення ціни на деякий ресурс завжди призводить до спаду попиту на нього, отже, криві попиту є спадними.

$$\frac{\partial x^*}{\partial w}$$

Оскільки матриця — симетрична, то

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial w_l} = \frac{\partial x_l^*}{\partial w_j}, \quad j, l = 1, \dots, n, \quad (7.21)$$

тобто вплив зміни ціни на  $l$ -й ресурс на зміну попиту на  $j$ -й ресурс і зміна ціни на  $j$ -й ресурс на зміну попиту на  $l$ -й ресурс однакові.

Витрати  $j$ -го і  $l$ -го видів ресурсів є взаємозамінюваними (взаємодоповнюючими),

$$\text{якщо } \frac{\partial x_j^*}{\partial w_l} > 0 \left( \frac{\partial x_l^*}{\partial w_j} < 0 \right) \text{ тощо.}$$

## 7.2. Поведінка фірми на конкурентних ринках

За досконалої конкуренції, коли учасників ринку багато, ціни на ринку не залежать від дій окремих виробників і споживачів. Коли ж, навпаки, учасників ринку небагато, ціни на ринку залежать від стратегій, що їх дотримуються ці учасники.

Розгляньмо приклад з двома конкурентами, що виробляють одну й ту саму продукцію, кожен згідно зі своєю виробничою функцією:

$$X_i = F_i(x^i), \quad i = 1, 2. \quad (7.22)$$

У цьому разі ціна продукції залежить від обох випусків (обох учасників):

$$p = p(X_1, X_2), \quad (7.23)$$

причому вона знижується зі зростанням випуску:

$$\frac{\partial p}{\partial X_1} < 0, \quad \frac{\partial p}{\partial X_2} < 0.$$

Ціни на ресурси залежать від обсягів їх купівлі:

$$w_j = w_j(x_j^1, x_j^2), \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.24)$$

Ціни зростають за зростання попиту:

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j^1} > 0, \quad \frac{\partial w_j}{\partial x_j^2} > 0.$$

Кожна фірма прагне максимізувати свій прибуток. Наприклад, перша фірма повинна діяти таким чином:

$$\max_{x_1, x_1^1, \dots, x_n^1} [p(X_1, X_2)X_1 - \sum_{j=1}^n w_j(x_j^1, x_j^2)x_j^1], \quad (7.25)$$

за умови  $X_1 = F_1(x_1^1, \dots, x_n^1)$ .

$$\frac{\partial X_2}{\partial X_1} \text{ і } \frac{\partial x_j^2}{\partial x_j^1}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Розв'язок цих рівнянь залежить від

Останні є очікуваною реакцією другої фірми на стратегію  $X_1, x_1^1, \dots, x_n^1$  першої.

Роблячи різні припущення та припускаючи гіпотези щодо цієї реакції, одержимо різні розв'язки задачі конкуренції.

Проаналізуємо різні варіанти розв'язку задачі у спрощеній постановці, коли не розглядається конкуренція на ринку ресурсів.

Витрати обох фірм є однаковими лінійними функціями випуску ( $c$  — граничні витрати,  $d$  — постійні витрати):

$$C_i(X_i) = cX_i + d, \quad i = 1, 2,$$

ціна продажу — лінійна функція від загального випуску ( $X$ ) обох фірм:

$$p(X) = a - bX, \quad X = X_1 + X_2$$

( $b$  — спадання ціни за умови зростання на одиницю спільного випуску).

Тоді вирази для прибутків конкуруючих фірм наберуть вигляду:

$$\begin{aligned} \Pi_i(X_1, X_2) &= [a - b(X_1 + X_2)]X_i - cX_i - d = \\ &= bX_i[X_0 - (X_1 + X_2)] - d, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (7.27)$$

де  $X_0 = (a - c)/b$  — величина спільного випуску, за якої прибуток кожної фірми є від'ємним і дорівнює  $-d$ .

Маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_1}{\partial X_1} &= b[X_0 - (X_1 + X_2)] - bX_1 - bX_1 \frac{dX_2}{dX_1} = \\ &= b \left[ X_0 - (X_1 + X_2) - X_1 \left( 1 + \frac{dX_2}{dX_1} \right) \right] = 0, \end{aligned} \quad (7.28)$$

звідси випуск, що максимізує прибуток, дорівнює:

$$X_1^* = \frac{X_0 - X_2}{2 + \frac{dX_2}{dX_1}}, \quad (7.29)$$

аналогічно

$$X_2^* = \frac{X_0 - X_1}{2 + \frac{dX_1}{dX_2}}. \quad (7.30)$$

### 1. Рівновага за Курно

Розглянемо випадок, коли кожна фірма припускає гіпотезу щодо незмінної стратегії конкуруючої фірми ( $X_1$  — не залежить від  $X_2$ , і навпаки), тоді:

$$\frac{dX_2}{dX_1} = 0, \quad \frac{dX_1}{dX_2} = 0$$

і з (7.29) та (7.30) видно, що:  $X_1^* = X_2^*$ ,

$$X_1^* = \frac{X_0 - X_1^*}{2}, \quad X_1^* = X_2^* = \frac{X_0}{3}.$$

тому

отже,

Позначимо елементи отриманого розв'язку індексом  $K$  (Курно), тоді:

$$X_1^K = X_2^K = \frac{X_0}{3}, \quad X^K = X_1^K + X_2^K = \frac{2}{3} X_0, \quad p^K = a + bX^K = a - \frac{2}{3} bX_0.$$

$$X_1^K = \frac{X_0}{3}, \quad X_2^K = \frac{X_0}{3}$$

**Точка рівноваги за Курно**

може бути подана як результат такого, що сходиться, алгоритму Курно: перша фірма обирає спочатку

будь-який випуск  $X_1^1 < X_0$ ; друга діє так, ніби перша весь час обирала б  $X_1^1$ , тобто

$$X_2^1 = \frac{X_0 - X_1^1}{2}.$$

Далі обидві фірми діють аналогічно ( $l$  — номер ітерації):

$$X_1^{l+1} = \frac{X_0 - X_2^l}{2}, \quad X_2^l = \frac{X_0 - X_1^l}{2}.$$

Збіжність даної процедури можна простежити на рис. 7.2.

На цьому рисунку зображені прямі, що означають реакції фірм, кожна з яких є геометричним місцем точок оптимального випуску однієї фірми за заданого фіксованого випуску другої. Траєкторія руху до точки рівноваги показана стрілками. Як можна помітити, має місце монотонна збіжність до точки рівноваги.

## 2. Рівновага та нерівновага за Стакельбергом

1. Уявімо, що перша фірма припускає гіпотезу, за якою друга фірма діятиме згідно з Курно, тобто:

$$X_2 = \frac{X_0 - X_1}{2}, \quad \text{тоді} \quad \frac{\partial X_2}{\partial X_1} = -\frac{1}{2},$$

тому випуск першої фірми, що максимізує її прибуток (див. (7.29)), дорівнюватиме:

$$X_1^* = \frac{X_0 - X_2}{2 - \frac{1}{2}}.$$

Точку рівноваги за Стакельбергом одержимо, розв'язуючи рівняння:

$$X_1^S = \frac{X_0 - \frac{1}{2}(X_0 - X_1)}{\frac{3}{2}} = \frac{X_0}{2}.$$

Перша фірма:

$$X_2^S = \frac{X_0 - X_1^S}{2} = \frac{X_0}{4}.$$

Друга фірма:

За таких стратегій перша фірма отримує прибуток:

$$\frac{bX_0^2}{8} - d,$$

а друга лише

$$[\Pi_2(X_1^S, X_2^S)] = b \frac{X_0}{4} \left[ X_0 - \frac{3}{4} X_0 \right] - d = \frac{bX_0}{4} \frac{1}{4} X_0 - d = \frac{bX_0^2}{16} - d.$$

У точці рівноваги за Стакельбергом:

$$X^S = \frac{3}{4} X_0, \quad p^S = a - \frac{3}{4} bX_0,$$

тобто випуск більший, а ціна нижча, ніж у точці Курно (споживачам це вигідно).

2. Якщо і друга фірма так само, як і перша, діятиме за Стакельбергом, тобто

$$\left( \frac{\partial X_1}{\partial X_2} = -\frac{1}{2} \right),$$

виходячи з того, що перша діє згідно з Курно  $\left( \frac{\partial X_1}{\partial X_2} = -\frac{1}{2} \right)$ , то отримаємо ситуацію, що має назву *нерівновага за Стакельбергом*.

У цьому випадку стратегії симетричні, тому за однакових функцій витрат

$$X_1^* = X_2^*, \quad \text{а отже, (7.29) набере вигляду:}$$

$$X_1^{\tilde{S}} = \frac{X_0 - X_1^{\tilde{S}}}{3/2}, \quad \text{звідси} \quad X_1^{\tilde{S}} = X_2^{\tilde{S}} = \frac{2}{5} X_0.$$

За цих припущень прибуток обох фірм виявиться меншим, ніж у точці Курно:

$$\begin{aligned} \Pi_1(X_1^{\tilde{S}}, X_2^{\tilde{S}}) &= \Pi_2(X_1^{\tilde{S}}, X_2^{\tilde{S}}) = \frac{2bX_0^2}{25} - d < \frac{1}{9} bX_0^2 - d = \\ &= \Pi_1(X_1^K, X_2^K) = \Pi_2(X_1^K, X_2^K). \end{aligned}$$

Загальний випуск і ціна у цьому випадку дорівнюватимуть:

$$X^{\tilde{S}} = \frac{4}{5} X_0, \quad p^{\tilde{S}} = a - \frac{4}{5} bX_0,$$

тобто це ще більшою мірою підходить споживачеві, ніж у точці рівноваги за Стакельбергом, бо випуск (пропозиція) зростає, а ціни знижуються.

3. Якщо фірми об'єднуються чи домовляться про максимальний прибуток, то йтиметься про утворення монополії. За цих припущень максимальний сумарний прибуток можна подати так:

$$\max_X [bX(X_0 - X) - 2d]$$

або, беручи похідну за  $X$  ( $X = X_1 + X_2$  — спільний випуск монопольного об'єднання), одержимо:

$$bX_0 - 2bX_M = 0,$$

звідси спільний випуск дорівнює:

$$X^M = \frac{X_0}{2}, \quad \text{ціна:} \quad p^M = a - \frac{bX_0}{2},$$

тобто випуск суттєво зменшиться, а ціна суттєво зросте порівняно з точкою Курно та Стакельберга.

*Отже, утворення монополії — це найгірший варіант для споживача.*

Усі отримані результати зібрані в табл. 7.1.

Стан (стратегія)	$X_1$	$X_2$	$X$	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi$	$p$
Точка Курно	$X_0/3$	$X_0/3$	$2X_0/3$	$bX_0^2/9-d$	$bX_0^2 \cdot 9-d$	$bX_0^2 \cdot 2/9-2d$	$a-2/3b X_0$
Рівновага за Стакельбергом	$X_0/2$	$X_0/4$	$3X_0/4$	$bX_0^2/8-d$	$bX_0^2/16-d$	$bX_0^2 \cdot 3/16-2d$	$a-3/4b X_0$ . Добре для споживача
Нерівновага за Стакельбергом	$2X_0/5$	$2X_0/5$	$4X_0/5$	$2bX_0^2/25-d$	$2bX_0^2/25-d$	$\frac{4}{25}bX_0^2-2d$	$a-4/5b X_0$ . Дуже добре для споживача
Монополія	—	—	$X_0/2$	—	—	$1/4 \cdot bX_0^2-2d$	$a-1/2b X_0$ . Погано для споживача

### Контрольні завдання та теми для обговорення

1. Виробнича функція та технологічна результативність виробництва. Сутність макроекономічної виробничої функції. Наведіть приклад.
2. Сутність ефективної та неефективної областей ізоквант.
3. Підходи щодо визначення функції витрат у короткотерміновому та довготерміновому періодах. Наведіть приклади.
4. Сутність ізокост постійних витрат. Наведіть приклад.
5. Сутність реакції виробника на зміну ціни випуску.
6. Сутність реакції виробника на зміну цін ресурсів.
7. Поясніть, у чому полягає сутність реакції виробника на одночасну зміну ціни випуску та цін ресурсів.
8. Розкрийте сутність рівноваги за Курно на олігопольному ринку.
9. Поясніть сутність рівноваги за Стакельбергом на олігопольному ринку.

### Теми рефератів

1. Базові стратегії для формування конкурентних переваг.
2. Ціноутворення на монополізованому ринку.
3. Ціноутворення в умовах олігополії пропозиції.
4. Ціноутворення на ринках чинників виробництва.
5. Паретто-ефективність у виробництві.
6. Стратегія зниження витрат.
7. Стратегія диверсифікації продукції та сегментів ринку
8. Стратегія організаційного розвитку.

### Завдання для самостійної роботи

Обчислити середню та граничну ефективність ресурсу  $x_2$ , якщо виробнича функція має

$$F(x_1, x_2) = x_2 \frac{2x_1^2 + x_2^2}{3x_1^2 + x_2^2}.$$

вигляд:

6. За заданого рівня виробництва граничний продукт праці дорівнює 5 одиницям продукції за місяць, а граничний продукт фондів — 10 одиницям продукції за місяць. Визначити граничні норми заміщення праці фондами і фондів працею.

7. Виробнича функція невеликого підприємства, яке виготовляє рами для картин, має

вигляд:  $X = 5K^{1/2}L^{1/2}$ , де  $X$  — кількість картин, уставлених у раму за день;  $K$  — кількість годин роботи машин за день;  $L$  — кількість робітників.

Визначити, якими будуть середній і граничний продукти праці за  $K = 9$ ,  $L = 9$ ? Як зміняться ці продукти в разі подвоєння витрат ресурсів?

## ТЕМА 8. МОДЕЛІ ВЗАЄМОДІЇ СПОЖИВАЧІВ І ВИРОБНИКІВ

Розглянемо, зокрема, модель Еванса з неперервним часом та модель Вальраса встановлення рівноважної ціни на ринку одного товару.

### 8.1 Модель Еванса

Маємо ринок одного товару. Час  $t$  вважатимемо неперервним.

Позначимо через  $d = d(t) = \Phi[p(t)]$ ,  $s = s(t) = \psi[p(t)]$  інтегрований попит і пропозицію в момент  $t$ , а через  $p(t)$  — ціну товару в цей момент.

У моделі постулюється, що попит і пропозиція є лінійними функціями ціни:

$\Phi(p) = a - bp$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$  (попит зі зростанням ціни спадає);

$\psi(p) = \alpha + \beta p$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  (пропозиція зі зростанням ціни зростає).

Окрім цього, слушно вважати, що  $a > \alpha$  (за нульової ціни попит перевищує пропозицію).

*Основна гіпотеза* моделі полягає в тому, що зміна ціни пропорційна перевищенню попиту над пропозицією:

$$\Delta p = \gamma (d - s)\Delta t, \quad \gamma > 0. \quad (8.1)$$

Згідно з гіпотезою (8.1) взаємодія споживачів і виробників відбувається таким чином, що ціна, яка відображає цю взаємодію, неперервно пристосовується до ситуації на ринку: за перевищення попиту над пропозицією ціна зростає, у протилежному разі — спадає.

Використовуючи зроблені припущення, можна прийти до такого диференційного рівняння щодо ціни:

$$\frac{dp}{dt} = -(b + \beta)p + a - \alpha, \quad p(0) = p_0. \quad (8.2)$$

Це рівняння має стаціонарну (рівноважну) точку  $p^0$  (коли  $\frac{dp}{dt} = 0$ ):

$$p^0 = \frac{a - \alpha}{b + \beta} > 0. \quad (8.3)$$



З виразу (8.2) видно, що за  $p_0 < p^0, \frac{dp}{dt} > 0$ , а за  $p_0 > p^0, \frac{dp}{dt} < 0$ , тому

$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = p^0$  (у першому випадку ціна досягає рівноважного значення, зростаючи, а в другому — спадаючи, при цьому рівноважна ціна  $p^0$  не залежить від початкової  $p_0$ ). Рівноважна ціна є абсцисою точки перетину прямих попиту і пропозиції, тобто за такої ціни попит дорівнює пропозиції.

Ці висновки отримані без розв'язку рівняння (8.2). Вони будуть такими самими, якщо прямо використати розв'язок цього рівняння:

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(b+\beta)t} + \frac{a-\alpha}{b+\beta} [1 - e^{-\gamma(b+\beta)t}].$$

Дискретний аналог моделі Еванса подано на рис. 9.1, де зображені прямі інтегрованого попиту і пропозиції і показано механізм виникнення послідовності  $p_n$ , що зростає від початкової ціни  $p_0$ , за якої попит не дорівнює пропозиції. Час розподілено на інтервали  $\Delta t$ , ціна в момент  $t = n\Delta t$  дорівнює:

$$p_n = p_{n-1} + \gamma \Delta t \delta_{n-1}, \quad \delta_{n-1} = (a - \alpha) - (b + \beta) p_{n-1}.$$

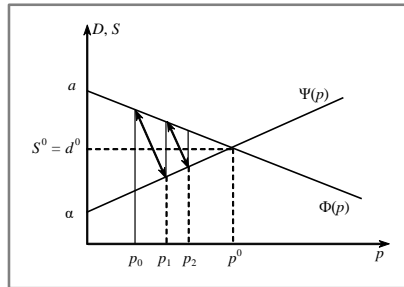


Рис.8.1. Дискретний аналог моделі Еванса

## 8.2 Модель Вальраса

Модель Вальраса можна розглядати як формалізацію річного циклу виробництва і розподілу товарів у результаті взаємодії суб'єктів економіки (споживачів і виробників), кожний із яких має свої цілі.

Кожен споживач володіє доходом  $K(p)$  і має своє поле переваг щодо товарів, яке може бути задане у вигляді індикатора переваг (функції корисності  $u(x)$ ). Якщо позначити через  $X(p) = \{x : x \in X, px \leq K(p)\}$  множину допустимих наборів товарів, що є доступними споживачеві за цін  $p$ ,  $X$  — область визначення  $u(x)$ , то функція попиту споживача може бути задана таким чином:

$$\Phi(p) = \begin{cases} x^* : x \in X(p), u(x^*) = \max_{x \in X(p)} u(p), \\ \emptyset, \text{ якщо максимум не досягається,} \end{cases} \quad (8.4)$$

тобто функція попиту — це така множина допустимих наборів товарів, кожний із яких (наборів) максимізує корисність споживача за заданого рівня цін  $p$ . Отже, кожний споживач характеризується функцією попиту  $\Phi_i(p)$  і доходом  $K_i(p)$ .

$$\sum_{k=1}^m y_k^* + b \geq \sum_{i=1}^l x_i^*, \quad (8.9)$$

$$p^* \left( \sum_{k=1}^m y_k^* + b \right) = p^* \sum_{i=1}^l x_i^*. \quad (8.10)$$

Тут  $p^*$  називають *вектором конкурентних цін*.

Співвідношення (8.9), (8.10) іменують *законом Вальраса у широкому розумінні*, якщо ж у (8.9) має місце рівність, — це *закон Вальраса у вузькому розумінні*.

Таким чином, конкурентна рівновага являє собою сумісний розподіл виробництва та споживання, а сукупний попит у цьому разі не перевищує сукупної пропозиції (8.9). Вартість сукупного попиту в конкурентних цінах дорівнює вартості сукупної пропозиції в тих самих цінах (8.10), де кожний із споживачів максимізує свою корисність у цінах  $p^*$ , а кожний із виробників — свій прибуток у тих самих цінах (8.8). Отже, існування конкурентної рівноваги означає існування такої системи рівноважних (конкурентних) цін  $p^*$ , за якої узгоджуються конфліктні інтереси споживачів і виробників.

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Яким чином, використовуючи діаграму Еджворта, можна побудувати криву трансформації виробничих потужностей?
2. Миттєва, короткотермінова та довготермінова рівновага
3. Сутність механізмів адаптації за Вальрасом і за Маршаллом.
4. Економічний сенс моделі конкурентної рівноваги за Вальрасом.
5. Інтерпретація умов теореми Ерроу—Дебре з погляду економіки

### **Завдання для самостійної роботи**

1. На ринку мобільних телефонів установилася рівновага за  $p = 60$  грош. од. та  $Q = 190$ . Коефіцієнт прямої еластичності попиту дорівнює 0,05, а коефіцієнт прямої еластичності пропозиції + 0,1.

Якою буде ціна мобільних телефонів, якщо попит зросте на 10 %, а їх пропозиція — на 5 %, за гіпотези, що в даній області змін попиту та пропозиції їхні графіки є лінійними?

2. Ринок цементу характеризується такими функціями попиту й пропозиції:

$$Q^D = 12 - p; \quad Q^S = -3 + 2p.$$

- 1) Який обсяг податків буде зібрано з продажу цементу, якщо встановити 50 % податку з виручки?
- 2) На скільки зросте обсяг продажу цементу за умови скасування податку?

### Змістовний модуль 3.

#### Тема 9. МОДЕЛЬ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

##### 9.1. Балансовий метод. Балансові моделі

Балансові моделі широко використовують в економічних дослідженнях, аналізі, плануванні. Ці моделі будуються на підставі балансового методу, тобто узгодженні матеріальних, трудових і фінансових ресурсів. Якщо описувати економічну систему загалом, то під *балансовою моделлю* мають на увазі систему рівнянь, кожне з яких виражає балансові співвідношення між виробництвом окремими економічними об'єктами обсягів продукції й сукупною потребою в цій продукції.

*Балансова модель* це система рівнянь, котрі задовольняють вимоги відповідності щодо наявності ресурсу та його використання. Можна також розглядати приклади балансової відповідності, як-от: відповідність наявної робочої сили й кількості робочих місць, платоспроможного попиту населення та продукції (товарів і послуг) тощо.

Розгляньмо деякі відомі види балансових моделей:

- часткові матеріальні, трудові й фінансові баланси стосовно до народного господарства чи окремих галузей (регіонів);
- міжгалузеві баланси;
- матричні техпромфінплани підприємств і фірм.

Балансові моделі на підставі звітних балансів характеризують наявні пропорції, де ресурсна частина завжди дорівнює витратній. Для виявлення диспропорцій використовують балансові моделі, в котрих фактичні ресурси узгоджувались би не тільки з їх фактичним споживанням, а й з потребою в них

*Міжгалузевий народногосподарський комплекс* — це сукупність галузей, підгалузей і виробництв, що перебувають у тісних виробничо-технологічних зв'язках і реалізують важливу національну мету (наприклад, паливно-енергетичний комплекс забезпечує суспільство й економіку паливом та енергією; агропромисловий комплекс — продовольством і сільськогосподарською сировиною).

Основу інформаційного забезпечення балансових моделей в економіці становить матриця коефіцієнтів витрат ресурсів за конкретними напрямками їхнього використання. Наприклад, у моделі міжгалузевого балансу таку роль відіграє так звана **технологічна матриця** — таблиця міжгалузевого балансу, що складається з коефіцієнтів (нормативів) прямих витрат на виробництво одиниці продукції в натуральному вираженні.

Для побудови моделі міжгалузевого балансу використовується специфічне поняття чистої (чи технологічної) галузі, що поєднує все виробництво певного (агрегованого) продукту незалежно від адміністративної підпорядкованості й форм власності підприємств і фірм.

Балансові моделі будуються як числові матриці — прямокутні таблиці чисел. У зв'язку з цим балансові моделі належать до типу матричних економіко-математичних моделей.

**9.2 Принципова схема міжгалузевого балансу (МГБ)** виробництва й розподілу суспільного продукту у вартісному вираженні наведена в таблиці 9.1. У підґрунтя цієї схеми покладено поділ сукупного продукту на дві частини: проміжний і кінцевий продукт; усе народне господарство подане тут як сукупність галузей (чисті галузі). Кожна з цих галузей фігурує в балансі як виробник і як споживач. Розгляньмо схему МГБ в розрізі його блоків, що мають різний економічний зміст, — їх заведено називати *квадрантами балансу* (на схемі квадранти позначені римськими цифрами).

**Таблиця 9.1 ПРИНЦИПОВА СХЕМА МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ (МГБ)**

Галузі-виробники	Галузі-споживачі					Кінцевий продукт	Валовий продукт
	1	2	3	...	$n$		
1	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	...	$x_{1n}$	$Y_1$	$X_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	...	$x_{2n}$	$Y_2$	$X_2$
3	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	...	$x_{3n}$	$Y_3$	$X_3$
⋮	⋮	⋮	⋮	I	⋮	II	⋮
$n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$x_{n3}$	...	$x_{nn}$	$Y_n$	$X_n$
Амортизація	$C_1$	$C_2$	$C_3$	...	$C_n$	IV	
Оплата праці	$v_1$	$v_2$	$v_3$	III	$v_n$		
Чистий дохід	$m_1$	$m_2$	$m_3$	...	$m_n$		
Валовий продукт	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_n$		$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{j=1}^n X_j$

*Перший квадрант МГБ* — це таблиця міжгалузевих потоків. Показники, що містяться на перетині рядків і стовпців, є обсягами міжгалузевих потоків продукції  $x_{ij}$ ,  $i$  та  $j$  — відповідно номери галузей виробників і споживачів. Перший квадрант за формою є квадратною матрицею  $n$ -го порядку, сума всіх елементів якої дорівнює річному фонду відтворення амортизації засобів виробництва у матеріальній сфері.

У *другому квадранті* подана кінцева продукція всіх галузей матеріального виробництва, де під *кінцевою продукцією* мається на увазі продукція, що виходить зі сфери виробництва в кінцеве використання (на споживання та накопичення). У табл. 9.1 цей розділ подано в узагальненому вигляді як один стовпчик величин  $Y_i$ .

*Третій квадрант МГБ* також характеризує національний дохід, але з боку його вартісного складу — як суму чистої продукції й амортизації; чисту продукцію тлумачать як суму оплати праці та чистого доходу галузей. Обсяг амортизації ( $C_j$ ) та чистої продукції ( $v_j + m_j$ ) деякої галузі називають умовно чистою продукцією цієї галузі й позначають у подальшому через  $Z_j$ .

*Четвертий квадрант* відбиває розподіл і використання національного доходу. В результаті перерозподілу створеного національного доходу утворюються скінченні доходи населення, підприємств, держави.

Дані четвертого квадранта важливі для відображення в міжгалузевій моделі балансу доходів і витрат населення, джерел фінансування капіталовкладень, поточних витрат невиробничої сфери, для аналізу загальної структури доходів за групами споживачів. Загалом МГБ у межах єдиної моделі об'єднує баланси галузей матеріального виробництва, баланс сукупного суспільного продукту, баланс національного доходу, баланс доходів і витрат населення.

### 9.3 Економіко-математична модель міжгалузевого балансу

Якщо, як показано в табл. 9.1, позначити валовий продукт  $j$ -ї галузі літерою  $X_j$ , то можна записати два співвідношення, що відбивають сутність МГБ та є підґрунтям його економіко-математичної моделі.

*По-перше*, розглядаючи схему балансу по стовпчиках, можна зробити висновок, що сума матеріальних витрат будь-якої галузі-споживача та її умовно чистий продукт дорівнює валовій продукції цієї галузі:

$$X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + Z_j, \quad j=1, \dots, n. \quad (9.1)$$

*По-друге*, розглядаючи МГБ по рядках для кожної галузі-виробника, бачимо, що валова продукція будь-якої галузі дорівнює сумі матеріальних витрат галузей, які споживають її продукцію, і кінцевої продукції даної галузі:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (9.2)$$

Підсумовуючи за  $j$  систему рівнянь (9.1), дістаємо

$$\sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n Z_j.$$

Аналогічно, підсумовуючи за  $i$  систему рівнянь (9.2), дістаємо

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i.$$

Звідси легко помітити, що

$$\sum_{j=1}^n Z_j = \sum_{i=1}^n Y_i. \quad (9.3)$$

Це рівняння показує, що в міжгалузевому балансі виконується принцип еквівалентності матеріального та вартісного складу національного доходу.

### 9.4. Коefіцієнти прямих матеріальних витрат.

Основу інформаційного забезпечення моделі міжгалузевого балансу становить технологічна матриця, що містить коefіцієнти прямих матеріальних витрат на виробництво одиниці продукції. Ця матриця є базою економіко-математичної моделі міжгалузевого балансу.

Припускається гіпотеза, згідно з якою для виробництва одиниці продукції в  $j$ -й галузі необхідна певна кількість витрат проміжної продукції  $i$ -ї галузі, що

становить  $a_{ij}$ , і ця величина не залежить від обсягів виробництва в  $j$ -й галузі та є досить стабільною величиною в часі. Величини  $a_{ij}$  називають коефіцієнтами прямих матеріальних витрат та обчислюють таким чином:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, \quad a_{ij} = \text{const}, \quad i, j=1, \dots, n. \quad (9.4)$$

Коефіцієнти прямих матеріальних витрат показують, яку кількість продукції  $i$ -ї галузі необхідно витратити, якщо враховувати лише прямі витрати, для виробництва одиниці продукції  $j$ -ї галузі.

### 9.5 Модель Леонтьєва, модель „витрати — випуск”

З урахуванням формули (9.4) систему рівнянь балансу (9.2) можна записати у вигляді

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (9.5)$$

Якщо ввести до розгляду матрицю коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A = (a_{ij})$ , вектор-стовпчик валової продукції  $X$  та вектор-стовпчик кінцевої продукції  $Y$ :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix},$$

то система рівнянь (9.5) у матричній формі матиме вигляд

$$X = AX + Y. \quad (9.6)$$

Систему рівнянь (9.5), чи у матричній формі (9.6), називають *економіко-математичною моделлю міжгалузевого балансу (моделлю Леонтьєва, моделлю «витрати — випуск»)*. За допомогою цієї моделі можна виконати **три варіанти обчислень**:

- задаючи в моделі обсяги валової продукції кожної галузі ( $X_i$ ), можна визначити обсяги кінцевої продукції кожної галузі ( $Y_i$ ):

$$Y = (E - A)X, \quad (9.7)$$

де  $E$  — одинична матриця  $n$ -го порядку;

- задаючи обсяги кінцевої продукції всіх галузей ( $Y_i$ ), можна визначити обсяги валової продукції кожної галузі ( $X_i$ ):

$$X = (E - A)^{-1}Y; \quad (9.8)$$

- для низки галузей задаючи обсяги валової продукції, а для решти — обсяги кінцевої продукції, можна відшукати величини кінцевої та валової продукції всіх галузей.

### 9.6 Коефіцієнти повних матеріальних витрат

У формулах (9.7) та (9.8)  $E$  позначає одиничну матрицю  $n$ -го порядку, а  $(E - A)^{-1}$  — матрицю, обернену до матриці  $(E - A)$ .

Якщо визначник матриці  $(E - A)$  не дорівнює нулеві, тобто ця матриця не вироджена, тоді існує матриця, обернена до неї. Позначимо цю матрицю через  $B$ :

$$B = (E - A)^{-1}. \quad (9.9)$$

Систему рівнянь у матричній формі (9.8) можна записати:

$$X = BY. \quad (9.10)$$

Елементи матриці  $B$  позначатимемо через  $b_{ij}$ , тоді з матричного рівняння (9.10) для будь-якої  $i$ -ї галузі можна отримати співвідношення:

$$X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j, \quad i=1, \dots, n. \quad (9.11)$$

Із співвідношення (9.11) випливає, що валова продукція постає як зважена сума обсягів кінцевої продукції, ваговими коефіцієнтами тут є  $b_{ij}$ , котрі показують, скільки всього необхідно виробити валової продукції  $i$ -ї галузі для випуску у сферу кінцевого використання одиниці продукції  $j$ -ї галузі. На відміну від коефіцієнтів прямих витрат  $a_{ij}$ , коефіцієнти  $b_{ij}$  називають *коефіцієнтами повних матеріальних витрат*, і вони включають у себе як прямі, так і опосередковані витрати всіх порядків. Якщо прямі витрати відбивають кількість засобів виробництва, використаних безпосередньо на виготовлення певних обсягів даного продукту, то опосередковані стосуються попередніх стадій виробництва і входять у виробництво продукції не прямо, а через інші (проміжні) засоби виробництва.

*Коефіцієнти повних матеріальних витрат  $b_{ij}$  показують, який обсяг продукції  $j$ -ї галузі необхідно виробити, щоб з урахуванням прямих і опосередкованих витрат цієї продукції отримати одиницю кінцевої продукції  $j$ -ї галузі.* Коефіцієнти повних матеріальних витрат можна застосовувати, коли необхідно визначити, як вплинуть на валовий випуск певної галузі деякі зміни щодо обсягів випуску кінцевої продукції всіх галузей:

$$\Delta X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta Y_j, \quad (9.12)$$

де  $\Delta X_i$  та  $\Delta Y_j$  — зміни (прирости) обсягів валової й кінцевої продукції відповідно.

Проаналізуємо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат, тобто матрицю  $B = (E - A)^{-1}$ . Елемент цієї матриці  $b_{ij}$  показує, скільки всього необхідно виробити продукції  $i$ -ї галузі, щоб одержати одиницю кінцевої продукції  $j$ -ї галузі

Основний обсяг обчислень за моделлю МГБ пов'язаний з обчисленнями матриці коефіцієнтів повних матеріальних витрат  $B$ . Якщо матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A$  задана та є продуктивною, то матрицю  $B$  можна обчислювати за допомогою формул обернення матриць, що розглядаються в курсі матричної алгебри, або наближеним способом, використовуючи розклад у матричний ряд (9.17).

## 9.7 Умова продуктивності матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат $A$ .

Система рівнянь міжгалузевого балансу відображає реальні економічні процеси, в котрих сенс можуть мати лише невід'ємні значення валових випусків; таким чином, вектор валової продукції складається з невід'ємних компонентів вектора  $X$ , який є невід'ємним вектором:  $X > 0$ . Постає питання, за яких умов економічна система здатна забезпечити невід'ємний кінцевий випуск у всіх галузях? Відповідь на це питання пов'язана з поняттям продуктивності матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат.

*Означення.* Називатимемо невід'ємну матрицю  $A$  продуктивною, якщо існує такий невід'ємний вектор  $X$ , що

$$X > AX. \quad (9.13)$$

Очевидно, що умова (9.13) означає існування невід'ємного вектора кінцевої продукції  $Y > 0$  для моделі міжгалузевого балансу (9.6).

Щоб матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A$  була продуктивною, необхідно і достатньо, аби виконувалася одна з перелічених нижче умов:

1) матриця  $(E - A)$  має бути невід'ємно оберненою, тобто повинна існувати обернена матриця  $(E - A)^{-1} \geq 0$ ;

2) матричний ряд  $E + A + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$  має збігатися,  $A^k \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow \infty$ , а його сума дорівнює оберненій матриці  $(E - A)^{-1}$ ;

3) найбільший за модулем  $\lambda$  розв'язок (власне значення) характеристичного рівняння  $|\lambda E - A| = 0$  має бути строго меншим від одиниці;

4) усі головні мінори матриці  $(E - A)$ , тобто визначники матриць, що утворені елементами перших рядків і перших стовпчиків цієї матриці порядку від 1 до  $n$ , мають бути додатними.

Більш простою, але лише достатньою ознакою продуктивності матриці  $A$  є обмеження на величину її норми, тобто на величину найбільшої із суми елементів матриці  $A$  в кожному стовпчику. Якщо *норма матриці  $A$  строго менша від одиниці*, то ця матриця є продуктивною. Наголосимо, що дана умова є лише достатньою, і матриця  $A$  може виявитися продуктивною й у разі, якщо її норма буде більшою за одиницю.

### 9.7 Коефіцієнти квазіповних матеріальних витрат

Дамо інше означення коефіцієнта повних матеріальних витрат з огляду на те, що окрім прямих витрат існують опосередковані витрати тієї чи іншої продукції для виробництва продукції даної галузі. Розгляньмо для прикладу формування витрат електроенергії на випуск сталю прокату, обмежуючись технологічним ланцюжком «руда—чавун—сталь—прокат». Витрати електроенергії для отримання прокату зі сталі називатимемо прямими витратами, ті самі витрати для отримання сталі з чавуну — опосередкованими витратами 1-го порядку, а витрати електроенергії для отримання чавуну з руди



— опосередкованими витратами електроенергії на випуск сталевого прокату 2-го порядку тощо. Отже, можна дати таке означення:

*Коефіцієнтом квазіповних матеріальних витрат*  $c_{ij}$  називають суму прямих і опосередкованих витрат продукції  $i$ -ї галузі для виробництва одиниці продукції  $j$ -ї галузі через проміжні продукти на всіх попередніх стадіях виробництва. Якщо коефіцієнти опосередкованих матеріальних витрат  $k$ -го порядку позначати

через  $a_{ij}^{(k)}$ , то має місце формула

$$c_{ij} = a_{ij} + a_{ij}^{(1)} + a_{ij}^{(2)} + \dots + a_{ij}^{(k)} + \dots, \quad (9.14)$$

а якщо ввести до розгляду матрицю коефіцієнтів квазіповних матеріальних витрат  $C = (c_{ij})$  та матриці коефіцієнтів опосередкованих матеріальних витрат різних порядків  $A^{(k)} = (a_{ij}^{(k)})$ , то поелементну формулу (9.14) можна подати в матричній формі:

$$C = A + A^{(1)} + A^{(2)} + \dots + A^{(k)} + \dots \quad (9.15)$$

### 9.8 Матриця коефіцієнтів опосередкованих матеріальних витрат

З огляду на змістовну *суть коефіцієнтів опосередкованих матеріальних витрат* можна записати такі математичні співвідношення:

$$A^{(1)} = AA = A^2;$$

$$A^{(2)} = AA^{(1)} = AA^2 = A^3;$$

$$A^{(k)} = AA^{(k-1)} = AA^k + A^{k+1},$$

за використання котрих матрична формула (9.15) набуває вигляду

$$C = A + A^1 + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} A^k. \quad (9.16)$$

Якщо матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A$  є продуктивною, то з другої умови продуктивності існує матриця  $B = (E - A)^{-1}$ , яка є сумою збіжного матричного ряду:

$$B = (E - A)^{-1} = E + A + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k. \quad (9.17)$$

Порівнюючи вирази (9.16) та (9.17), дістанемо:

$$B = E + C,$$

або в поелементному записі:

$$b_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, & \text{якщо } i \neq j, \\ 1 + c_{ij}, & \text{якщо } i = j. \end{cases}$$

Це визначає економічний сенс, що пояснює відмінність між коефіцієнтами (елементами) матриць  $B$  та  $C$ : на відміну від коефіцієнтів матриці  $C$ , що враховують лише витрати на виробництво продукції, коефіцієнти матриці  $B$

включають у себе, окрім витрат, також одиницю кінцевої продукції, котра виходить за сферу виробництва.

**Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Сутність балансового методу дослідження економічних систем. Основні припущення та гіпотези.

2. Сутність принципової схеми міжгалузевого балансу. Що покладено в основу цієї схеми? Які основні розділи вона містить? Їхня економічна сутність.

3. Сутність економіко-математичної моделі статичного міжгалузевого балансу. Яка основна гіпотеза використовується у побудові моделі МГБ?

4. Сутність коефіцієнтів прямих і повних матеріальних витрат. Основні способи їх обчислення. Навести приклад

**Завдання для самостійної роботи**

На підставі даних, наведених у таблиці, обчислити коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат.

а)

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	50	60	80	60
2	25	90	40	25
3	25	60	40	35

б)

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	40	18	25	21
2	16	9	25	16
3	80	45	50	75

в)

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	18	36	25	1
2	45	90	25	20
3	36	36	50	30

**Тема 10. БАЛАНСОВІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ ТА ПІДПРИЄМНИЦТВІ**

Основний обсяг обчислень за моделлю МГБ пов'язаний з обчисленнями матриці коефіцієнтів повних матеріальних витрат  $B$ . Якщо матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A$  задана та є продуктивною, то матрицю  $B$  можна обчислювати за допомогою формул обернення матриць, що розглядаються в курсі матричної алгебри, або наближеним способом, використовуючи розклад у матричний ряд (10.17).

Розглянемо *перший спосіб* знаходження матриці  $B$ . Знаходимо матрицю  $(E - A)$ , а потім, застосовуючи один із прямих методів пошуку обернених невідроджених матриць, обчислюємо матрицю  $(E - A)^{-1}$ . Одним із

широковживаних методів обернення матриць є метод Жордана. Використовують також метод, що ґрунтується на застосуванні формули

$$B = (E - A)^{-1} = \frac{\overline{(E - A)}}{|E - A|}, \quad (10.18)$$

де в чисельнику — матриця, приєднана до матриці  $(E - A)$ , елементи котрої є алгебраїчними доповненнями для елементів транспонованої матриці  $(E - A)'$ , а в знаменнику — визначник матриці  $(E - A)$ . Алгебраїчні доповнення, у свою чергу, для елементів з індексами  $i$  та  $j$  дістають множенням співмножника  $(-1)^{i+j}$  на мінор, що отримується після викреслювання з матриці  $A$   $i$ -го рядка й  $j$ -го стовпчика.

Згідно з *другим способом* обчислення матриці коефіцієнтів повних матеріальних витрат використовують формулу (10.17). Обов'язковою умовою коректності цих обчислень є умова щодо продуктивності матриці  $A$ , а, здійснюючи обчислення, обмежуються врахуванням опосередкованих матеріальних витрат до певного порядку (наприклад 3-го порядку). Тут використовується процедура множення квадратних матриць з їхнім наступним додаванням, а коефіцієнти повних матеріальних витрат отримуються з деяким наближенням (із заниженням).



Для тригалузевої економічної системи задані матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат і вектор кінцевої

продукції:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Необхідно обчислити коефіцієнти повних матеріальних витрат і вектор валової продукції, а також заповнити схему міжгалузевого матеріального балансу.

#### *Розв'язання.*

1. Визначимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат згідно з другим (наближеним) способом, урахуовуючи опосереднені матеріальні витрати до 2-го порядку включно. Запишемо матрицю коефіцієнтів опосередкованих витрат 1-го порядку:

$$A^{(1)} = A^2 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,12 & 0,20 \\ 0,16 & 0,27 & 0,08 \\ 0,17 & 0,10 & 0,16 \end{pmatrix},$$

матрицю коефіцієнтів опосередкованих витрат 2-го порядку:

$$A^{(2)} = AA^{(1)} = A^3 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,23 & 0,12 & 0,20 \\ 0,16 & 0,27 & 0,08 \\ 0,17 & 0,10 & 0,16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,153 & 0,103 & 0,132 \\ 0,126 & 0,159 & 0,080 \\ 0,119 & 0,083 & 0,100 \end{pmatrix}.$$

Отже, матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат наближено дорівнюватиме:

$$B \approx E + A + A^2 + A^3 = \begin{pmatrix} 1,683 & 0,323 & 0,732 \\ 0,486 & 1,929 & 0,160 \\ 0,589 & 0,283 & 1,460 \end{pmatrix}.$$

2. Обчислимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат за допомогою формул обернення невивіржених матриць (перший спосіб):

а) знаходимо матрицю  $(E - A)$ :

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,4 \\ -0,2 & 0,5 & -0,0 \\ -0,3 & -0,1 & 0,8 \end{pmatrix};$$

б) обчислимо визначник цієї матриці:

$$|E - A| = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,4 \\ -0,2 & 0,5 & -0,0 \\ -0,3 & -0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,196;$$

в) транспонуємо матрицю  $(E - A)$ :

$$|E - A|' = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,3 \\ -0,1 & 0,5 & -0,1 \\ -0,4 & 0,0 & 0,8 \end{vmatrix};$$

г) знайдемо алгебраїчні доповнення для елементів матриці  $|E - A|'$ :

$$A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 0,5 & -0,1 \\ 0,0 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,40;$$

$$A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -0,1 & -0,1 \\ -0,4 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,12;$$

$$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -0,1 & 0,5 \\ -0,4 & 0,0 \end{vmatrix} = 0,20;$$

$$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -0,1 & 0,5 \\ -0,4 & 0,0 \end{vmatrix} = 0,20;$$

$$A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -0,2 & -0,3 \\ 0,0 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,16;$$

$$A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 0,7 & -0,3 \\ -0,4 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,44;$$

$$A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 0,7 & -0,2 \\ -0,4 & 0,0 \end{vmatrix} = 0,08;$$

$$A_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -0,2 & -0,3 \\ 0,5 & -0,1 \end{vmatrix} = 0,17;$$

$$A_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 0,7 & -0,2 \\ -0,1 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,33.$$

Отже, приєднана до матриці  $(E - A)$  матриця має вигляд:

$$\overline{(E - A)} = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,12 & 0,20 \\ 0,16 & 0,44 & 0,08 \\ 0,17 & 0,10 & 0,33 \end{pmatrix};$$

д) використовуючи формулу (10.18), знаходимо матрицю коефіцієнтів повних матеріальних витрат:

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix}.$$

Як зазначалося, елементи матриці  $B$ , що обчислені згідно з першим способом, є дещо більшими, ніж відповідні елементи матриці, обчисленої згідно з другим (наближеним) способом.

3. Знаходимо обсяги валової продукції трьох галузей (вектор  $X$ ), використовуючи формулу (10.10):

$$X = BY = \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 775,3 \\ 510,1 \\ 729,6 \end{pmatrix}.$$

4. Для обчислення елементів першого квадранта матеріального міжгалузевого балансу скористаємося формулою, що випливає з (10.4), тобто  $x_{ij} = a_{ij}X_j$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ .

Для отримання елементів першого квадранта необхідно елементи першого стовпчика матриці  $A$  перемножити на величину  $X_1 = 775,3$ , елементи другого стовпчика матриці  $A$  — на  $X_2 = 510,1$ ; елементи третього стовпчика матриці  $A$  — на  $X_3 = 729,6$ .

Складові третього квадранта (умовно чиста продукція) знаходять з урахуванням формули (10.1) як різницю між обсягами валової продукції та сумами елементів відповідних стовпчиків відшуканого першого квадранта.

Четвертий квадрант у наведеному прикладі складається лише з одного показника й слугує, зокрема, для контролю правильності обчислень: сума елементів другого квадранта повинна (у вартісному матеріальному балансі) збігатися із сумою елементів третього квадранта.

Результати обчислень подано у вигляді таблиці (табл. 10.2).

Таблиця 10.2

**МІЖГАЛУЗЕВИЙ БАЛАНС ВИРОБНИЦТВА  
Й РОЗПОДІЛУ ПРОДУКЦІЇ**

Галузі-виробники	Галузі-споживачі			Кінцева продукція	Валова продукція
	1	2	3		
1	232,6	51,6	291,8	200,0	775,3
2	155,1	255,0	0,0	100,0	510,1
3	232,6	51,0	145,9	300,0	729,6
Умовно чиста продукція	155,0	153,1	291,9	600,0	
Валова продукція	775,3	510,1	729,6		2015,0

Різноманітні модифікації моделі міжгалузевого балансу виробництва й розподілу продукції в народному господарстві дозволяють розширити коло показників, що їх охоплює модель. Розгляньмо застосування міжгалузевого балансового методу для аналізу таких важливих економічних показників, як праця, фонди, ціни.

Важливими аналітичними можливостями даного методу є, зокрема, визначення прямих і повних витрат праці на одиницю продукції та розроблення на підставі цього балансових продуктивно-трудова моделей; вихідною моделлю тут слугує звітний міжпродуктовий баланс у натуральному вираженні.

Позначимо витрати живої праці для виробництва  $j$ -го продукту через  $L_j$ , а обсяг виробництва цього продукту (валовий випуск), як і раніше, через  $X_j$ , тоді прямі витрати праці на одиницю  $j$ -го виду продукції (*коефіцієнта прямої трудомісткості*) можна подати формулою:

$$t_j = \frac{L_j}{X_j}, \quad j=1, \dots, n. \quad (10.19)$$

Уведемо таке поняття, як повні *затрати праці* — сума прямих затрат живої праці та затрат уречевленої праці, які переносяться на продукт через використані засоби виробництва. Якщо позначити величину повних затрат праці на одиницю продукції  $j$ -го виду через  $T_j$ , то добутки  $a_{ij}T_j$  відбивають затрати уречевленої праці, перенесеної на одиницю  $j$ -го продукту через  $i$ -й засіб виробництва. Припускається, що коефіцієнти прямих матеріальних витрат  $a_{ij}$  виражені в натуральних одиницях. Тоді повні трудові затрати на одиницю  $j$ -го виду продукції (*коефіцієнти повної трудомісткості*) дорівнюватимуть:

$$T_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}T_i + t_j, \quad j=1, \dots, n. \quad (10.20)$$

**Уведемо до розгляду вектор-рядок коефіцієнтів прямої трудомісткості**

$$t=(t_1, t_2, \dots, t_n)$$

і вектор-рядок коефіцієнтів повної трудомісткості

$$T=(T_1, T_2, \dots, T_n).$$

Тепер, із використанням розглядуваної вище матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат  $A$  (у натуральному вираженні), систему рівнянь (10.20) можна подати в матричному вигляді:

$$T = TA + t. \quad (10.21)$$

Виконавши відповідні математичні перетворення з використанням одиничної матриці  $E$ , а власне:

$$\begin{aligned} T - TA &= TE - TA = T(E - A), \\ T(E - A) &= t, \end{aligned}$$

дістанемо таке співвідношення:

$$T = t(E - A)^{-1}, \quad (10.22)$$

де

$$(E - A)^{-1} = B$$

є матрицею коефіцієнтів повних матеріальних витрат, отже,

$$T = tB. \quad (10.23)$$

Позначимо через  $L$  величину сукупних затрат живої праці за всіма видами продукції, котрі з урахуванням (10.19) дорівнюватимуть

$$L = \sum_{j=1}^n L_j = \sum_{j=1}^n t_j X_j = tX. \quad (10.24)$$

Використовуючи співвідношення (10.24), (10.23) та (10.10), дістанемо:

$$tX = TY, \quad (10.25)$$

де  $t$  і  $T$  — вектор-рядки коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості, а  $X$  та  $Y$  — вектор-стовпці валової та кінцевої продукції відповідно.

Рівняння (10.25) є основним балансовим рівнянням у теорії міжгалузевого балансу праці. Його конкретний економічний сенс полягає в тому, що вартість кінцевої продукції, яка оцінена за повними затратами праці, дорівнює сукупним затратам живої праці. Порівнюючи споживчий ефект різних взаємозамінюваних продуктів з повними трудовими затратами на їх випуск, можна аналізувати порівняльну ефективність їх виробництва.

За допомогою показників повної трудомісткості більш повно й точно, ніж за використання існуючих вартісних показників, виявляється структура витрат на випуск різних видів продукції, а також співвідношення між затратами живої й матеріалізованої праці.

На підставі використання коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості можуть розроблятися міжгалузеві й міжпродуктові баланси затрат праці та використання

трудоу ресурсів. Схематично ці баланси будуються за спільним типом матричних моделей, а всі показники в них (міжгалузеві зв'язки, кінцевий продукт, умовно чиста продукція тощо) виражаються в трудових вимірювачах.

Розвиток основної (базової) моделі міжгалузевого балансу знайшов своє втілення також завдяки включенню в неї показників фондомісткості продукції. В найпростішому випадку модель доповнюється окремим рядком, в якому подані у вартісному вираженні обсяги виробничих фондів  $\Phi_j$ , задіяних у кожній  $j$ -й галузі ( $j = 1, \dots, n$ ). На підставі цих даних та обсягів валової продукції всіх галузей визначаються коефіцієнти прямої фондомісткості продукції  $j$ -ї галузі:

$$f_j = \frac{\Phi_j}{X_j}, \quad j=1, \dots, n. \quad (10.26)$$

Коефіцієнт прямої фондомісткості показує обсяг виробничих фондів, безпосередньо задіяних у виробництві в даній галузі, в розрахунках на одиницю її валової продукції. На відміну від цього показника коефіцієнт повної фондомісткості  $F_j$  відображає обсяг фондів, необхідних у всіх галузях для випуску одиниці кінцевої продукції  $j$ -ї галузі ( $j = 1, \dots, n$ ). Якщо  $a_{ij}$  — коефіцієнти прямих матеріальних витрат, то для коефіцієнтів повної фондомісткості справедливою буде рівність, аналогічна рівності (10.20) для коефіцієнтів повної фондомісткості:

$$F_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} F_i + f_j, \quad j=1, \dots, n. \quad (10.27)$$

Якщо ввести до розгляду вектор-рядок коефіцієнтів прямої фондомісткості  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  і вектор-рядок коефіцієнтів повної фондомісткості  $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ , то систему рівнянь (10.27) можна переписати в матричній формі:

$$F = FA + f. \quad (10.28)$$

Звідси за допомогою перетворень, аналогічних використуванним вище щодо коефіцієнтів фондомісткості, можна отримати матричне співвідношення

$$F = f B, \quad (10.29)$$

де  $B = (E - A)^{-1}$  — матриця коефіцієнтів повних матеріальних витрат.

Для глибшого аналізу потрібно деталізувати фонди на основні та обігові, а в межах основних — на будівлі, споруди, виробниче устаткування, транспортні засоби тощо.

Нехай у цілому всі виробничі фонди деталізовано на  $m$  груп. Тоді характеристика задіяних у народному господарстві фондів задається матрицею показників  $\Phi_{kj}$ , що відображають обсяг фондів  $k$ -ї групи, задіяних у  $j$ -й галузі:



$$(\Phi_{kj}) = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \dots & \Phi_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{m1} & \Phi_{m2} & \dots & \Phi_{mn} \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти прямої фондомісткості також утворюють матрицю розмірності  $m \times n$ , елементи котрої визначають обсяги виробничих фондів  $k$ -ї групи, безпосередньо використовуваних у виробництві одиниці продукції  $j$ -ї галузі:

$$f_{kj} = \frac{\Phi_{kj}}{X_j}, \quad k=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n.$$

Для кожної  $j$ -ї галузі можна обчислити коефіцієнти повної фондомісткості  $F_{kj}$ , що відображають повну потребу в фондах  $k$ -ї групи для випуску одиниці кінцевої продукції цієї галузі:

$$F_{kj} = \sum_{i=1}^n a_{ij} F_{ki} + f_{kj}, \quad k=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n. \quad (10.30)$$

Розв'язок системи рівнянь (10.30) дозволяє подати коефіцієнти повної фондомісткості за кожною з груп фондів як функцію коефіцієнтів прямої фондомісткості:  $F_{kj} = \sum b_{ij} f_{ki}$ ,  $k=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n$ . (10.31)

У формулах (10.30) та (10.31) величини  $a_{ij}$  та  $b_{ij}$  — це вже відомі коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат.

Коефіцієнти фондомісткості в міжгалузевому балансі дозволяють узгодити планований випуск продукції з наявними виробничими потужностями. Зокрема, потреба у функціонуючих фондах  $k$ -ї групи для отримання запланованого обсягу матеріального виробництва  $X_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  по всіх галузях задається формулою:

$$\Phi_k = \sum_{j=1}^n f_{kj} X_j, \quad k=1, \dots, m. \quad (10.32)$$

## 10.2. Застосування балансових моделей у задачах маркетингу

Розглянемо розв'язування однієї із задач маркетингу на підставі моделі міжгалузевго балансу.

У моделях міжпродуктових балансів до обсягів кінцевої продукції  $Y_i$ , як правило, входить обсяг продукції, що спрямовується на приріст запасів і резервів. Обсяги цього приросту за кожним видом продукції часто задаються поза моделлю (екзогенно), що визначає загальний обсяг продукції кожного найменування, котрий іде на приріст запасів, але не дає можливості дізнатися, в якому саме обсязі необхідні ці запаси для забезпечення неперервності виробництва, якими повинні бути оптимальні обсяги сукупних запасів. Аби відповісти на ці запитання, треба разом з прямими витратами відобразити обсяги запасів і резервів у тому розділі балансу, де у рядках розміщені

виробничі зв'язки та витрати, а у стовпчиках — витрати різних продуктів на виробництво продукту даного виду.

Ці проблеми можна вирішити введенням так званих коефіцієнтів запасомісткості.

**Означення.** Коефіцієнт запасомісткості  $S_{ij}$  показує, який обсяг запасу продукції  $i$ -го виду потрібно мати у виробництві одиниці продукції  $j$ -го виду. Якщо  $S_{ij}$  — це величина запасу продукції  $i$ -го виду, що використовується для виробництва  $j$ -ї продукції, а  $X_j$  — загальний обсяг виробництва  $j$ -ї продукції, то величину коефіцієнта запасомісткості можна визначити таким чином:

$$S_{ij} = \frac{S_{ij}}{X_j}; \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (10.33)$$

На практиці коефіцієнти запасомісткості можна обчислити на підставі статистичних даних за попередні роки.

Якщо до схеми міжпродуктового балансу ввести показник запасомісткості, то рівняння (10.5) (див. підрозд. 11.2) матиме вигляд

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^n s_{ij} X_j + Y_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (10.34)$$

або у матричному вигляді:

$$X = AX + SX + Y, \quad (10.35)$$

де  $S = (s_{ij})$  — матриця коефіцієнтів запасомісткості. Звідси маємо:

$$X = (E - A - S)^{-1} Y. \quad (10.36)$$

Матриця  $B^S = (E - A - S)^{-1}$  аналогічна матриці  $(B)$  коефіцієнтів нових матеріальних витрат. Поряд з прямими та опосередкованими витратами вона містить також обсяги запасів на одиницю кінцевої продукції.

Балансові моделі можуть бути корисними й у реалізації збутової функції маркетингу, зокрема в питаннях ціноутворення. В умовах формування ринкових цін ці моделі допомагають, наприклад, виявити дисбаланс міжгалузевих і внутрішньогалузевих цін в умовах вільного ринкового ціноутворення.

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Економічний зміст коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості.
2. Сутність та основні підходи щодо побудови економіко-математичної моделі міжгалузевого балансу затрат праці.
3. Сутність та способи обчислення коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості. Навести приклади.
4. Пояснити економічний сенс коефіцієнтів прямої та повної фондомісткості. Навести приклади.
5. Навести схему та послідовність обчислення коефіцієнтів трудомісткості та фондомісткості на підставі економіко-математичної моделі МГБ.
6. Обчислювальні аспекти розв'язування задач на підставі моделі МГБ.
7. Пояснити сутність поняття продуктивності матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат. Навести приклади.

8. Навести приклади використання балансових моделей та моделі МГБ в задачах маркетингу.
9. Сутність поняття запасомісткості. Основна схема обчислення та практичного застосування матриці коефіцієнтів запасомісткості. Навести приклади.
10. Основні сфери використання в економіці моделей МГБ. Навести приклади.
11. Пояснити, за яких умов модель Леонтьєва є продуктивною.

### Завдання для самостійної роботи

1. Три цехи підприємства випускають продукцію трьох видів:

Виробництво	Споживання			Кінцева продукція	Валовий продукт
	1	2	3		
1	232,6	51	291,8	200	775,3
2	155,1	255	0	100	510,1
3	232,6	51	145,9	300	729,6
Усього	620,3	357	437,7	600	2015

Частина продукції йде на внутрішнє споживання, решта є кінцевою продукцією. Скласти міжпродуктовий баланс виробництва та розподілу продукції підприємства на плановий період, якщо ставиться завдання щодо планового випуску кінцевої продукції в обсягах відповідно: 250; 100; 360.

2. Задана матриця коефіцієнтів прямих витрат чотиригалузевого МГБ.

$$A = \begin{bmatrix} 0,52 & 0,12 & 0,04 & 0,20 \\ 0,07 & 0,35 & 0,03 & 0,12 \\ 0,04 & 0,03 & 0,30 & 0,14 \\ 0,05 & 0,03 & 0,04 & 0,20 \end{bmatrix}.$$

Визначити обсяги валової продукції кожної галузі ( $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) за умови, що кінцевий платоспроможний попит на продукцію в прогнозованому періоді в порівнянних цінах складе відповідно:

$$Y_1 = 40,3 \text{ млрд грн};$$

$$Y_2 = 21 \text{ млрд грн};$$

$$Y_3 = 1,3 \text{ млрд грн};$$

$$Y_4 = 2,5 \text{ млрд грн}.$$

3. Який вплив в умовах ринку справить підвищення ціни на продукцію першої галузі в 10 разів на зміну цін в інших галузях? Структуру витрат останнього звітного періоду наведено в таблиці:

## ПЕРШИЙ І ТРЕТІЙ КВАДРАНТИ ТРИГАЛУЗЕВОГО МГБ

Галузі-виробники	Галузі-споживачі		
	1	2	3
1	984,4	173,7	59,1
2	227,1	86,9	136,3
3	37,9	37,2	48,3
Заробітна плата	377,1	351,9	75,4
Прибуток від реалізації	563,5	469,3	173,9
Опосередковані податки	207,6	0,0	40,0
Дотації	-579,6	0,0	0,0
Витрати основного капіталу	75,0	122,0	18,0
Валова продукція	1893,0	1241,0	537,0

### Змістовний модуль 4.

#### Тема 11 ТРАДИЦІЙНІ МАКРОЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ

##### 11.1 Класична модель ринкової економіки

Класичну модель ринкової економіки можна розглядати як систему взаємопов'язаних моделей, кожна з яких відбиває поведінку одного з трьох ринків: робочої сили, грошей, товарів.

Модель найбільше підходить для опису економіки з досконалою конкуренцією. В умовах функціонування монополій вона не працює.

Цей ринок, як і інші, описується за допомогою трьох залежностей: функції попиту, функції пропозиції та умови рівноваги. У класичній моделі функція попиту на робочу силу виводиться з таких двох гіпотез:

1) підприємства (фірми) повністю є конкурентними за наявності пропозиції товарів і найму робочої сили;

2) за решти рівних умов граничний продукт праці знижується зі зростанням обсягів робочої сили.

З цих гіпотез випливає, що в стані рівноваги граничний продукт праці у вартісному вираженні дорівнює середній ставці заробітної плати (про це йшлося у попередньому матеріалі):

$$p \frac{\partial F}{\partial L} = w, \quad (11.1)$$

де  $p$  — ціна продукту,  $F = F(K, L)$  — макроекономічна виробнича функція, в якій  $K$  — фонди,  $L$  — чисельність зайнятих.

Справді, якщо б (11.1) не виконувалося, скажімо, було б  $p \frac{\partial F}{\partial L} > w$ , то підприємства намагалися б збільшити найм, оскільки з кожною додатковою одиницею праці

отримували б прибуток  $p \frac{\partial F}{\partial L} - w$ , і навпаки — якщо  $p \frac{\partial F}{\partial L} < w$ , то підприємства зазнали б збитків і намагалися б скоротити найм. З (11.1), тобто з гіпотез 1 і 2, випливає, що зі зниженням ставки заробітної плати граничний продукт також зменшується, доки знову не буде досягнута рівновага.

Викладене вище ґрунтується на концептуальних міркуваннях, але це можна довести й строго математично.

Позначимо через  $\Pi$  прибуток (у цьому випадку економіка розглядається як одна велика фірма), тоді, за припущенням, що всі решта чинників виробництва, окрім праці, є фіксованими величинами, отримаємо:

$$\Pi = pF(K, L) - wL, \quad (11.2)$$

необхідна умова максимуму прибутку:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = p \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0,$$

але оскільки

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial L^2} = p \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0, \quad \text{бо } \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0, \quad \text{а } p > 0,$$

то, справді, друга гіпотеза — це умова максимуму прибутку (максимуму функції  $\Pi$ , поданої рівнянням (11.2)).

Перепишемо співвідношення (11.1):

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}$$

і продиференціюємо його за реальною заробітною платою  $\frac{w}{p}$ :

$$\left( \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial (w/p)} \right) = 1,$$

оскільки

$$\left( \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \right) < 0, \quad \text{то } \left( \frac{\partial L}{\partial (w/p)} \right) < 0,$$

тобто зі зростанням реальної заробітної плати *попит на робочу силу* спадає.

*Пропозиція робочої сили* також є функцією від реальної заробітної плати.

Припускається постулат: *чим більшою буде реальна заробітна плата, тим більшою буде й пропозиція робочої сили.*

Ця гіпотеза класичної теорії щодо ринку робочої сили подана на рис. 10.1, на якому  $L^D$  — крива попиту, а  $L^S$  — крива пропозиції.

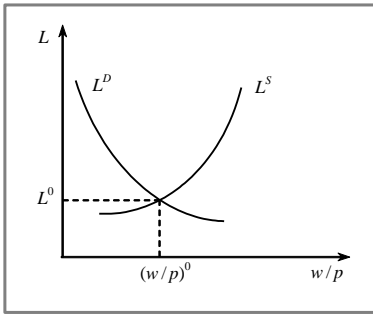


Рис. 11.1

У рівновазі реальна заробітна плата дорівнює  $\left(\frac{w}{p}\right)^0$ , а зайнятість —  $L^0$ .

Якщо б реальна заробітна плата перевищувала рівноважне значення, тобто

$\frac{w}{p} > \left(\frac{w}{p}\right)^0$ , то виникло б перевищення пропозиції над попитом на робочу силу

$L^S\left(\frac{w}{p}\right) > L^D\left(\frac{w}{p}\right)$ , тому надлишкова пропозиція призвела б до зниження заробітної плати  $w$  під впливом вимушеного безробіття, за цієї умови ціни знижуватимуться, але

меншою мірою, отже, реальна заробітна плата зменшиться до  $\left(\frac{w}{p}\right)^0$ .

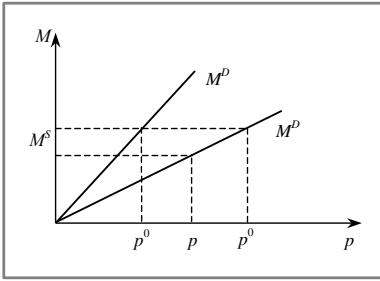
Якщо ж виявилось б, що  $\frac{w}{p} < \left(\frac{w}{p}\right)^0$ , то нестача робочої сили примусила б підприємців збільшити оплату праці, і знову була б досягнута динамічна рівновага.

### 11.2. Класична модель ринкової економіки: ринок грошей

Теорія попиту на гроші (не враховуючи інші види фінансових активів) у класичній моделі ґрунтується на гіпотезі, за якою *сукупний попит на гроші* — це функція грошового доходу (тобто  $f(Y_p)$ , де  $Y$  — валовий внутрішній продукт у натуральному вираженні,  $p$  — ціна), ця функція ( $f$ ) — лінійна і прямо пропорційна грошовому доходу:

$$M^0 = k Y_p, \quad (11.3)$$

де пропозиція грошей  $M^S$  розглядається як фіксована величина, екзогенно задана. На рис. 12.2 зображені лінії попиту і пропозиції грошей. Для кожного  $Y$  своя крива попиту (11.3).



**Рис. 11.2**

Якщо за фіксованого  $Y$  ціна  $p < p^0$ , то наявна надлишкова пропозиція грошей  $M^S - M^D(p) > 0$ , у цьому разі припускається гіпотеза, за якою ціни зростуть до рівня  $p^0$ .

### 11.3. Класична модель ринкової економіки: ринок товарів

*Попит на товари* (плановані витрати) — це сума попиту на споживчі та інвестиційні товари  $E = C + I$ . Згідно з моделлю  $C = C(r)$ ,  $I = I(r)$  як функції норми відсотка  $r$ , знижуються зі зростанням

Справді, чим більше  $r$ , тим більшим буде дохід від заощадження, отже, дедалі більша частина доходів зберігатиметься, а менша ( $C$ ) — витратиметься на споживчі товари. Щодо інвестицій ( $I$ ), то чим більшим є  $r$  (тобто ставка відсотка, що використовується під час дисконтування майбутніх витрат і доходів при інвестуванні і приведенні їх до поточного часу), тим нижчою буде сьогоднішня оцінка чистої теперішньої вартості проекту.

У класичній моделі *попит на товари* є функцією рівня зайнятості, що визначається на ринку робочої сили  $Y = Y(L^0)$ .

Умова рівноваги полягає у тому, що пропозиція товарів  $Y(L^0)$  дорівнює попиту на товари  $E = C(r) + I(r)$ .

### 11.4. Класична модель ринкової економіки: Об'єднана (загальна) модель

Об'єднуючи рівняння та умови, що описують ринок робочої сили, грошей і товарів, отримаємо класичну модель у повному обсязі:

*Ринок робочої сили:*

$$L^S = L^S \left( \frac{w}{p} \right), L^D = L^D \left( \frac{w}{p} \right), \quad (11.4)$$

$$L^S \left[ \left( \frac{w}{p} \right)^0 \right] = L^D \left[ \left( \frac{w}{p} \right)^0 \right] = L^0. \quad (11.5)$$

*Ринок грошей:*

$$M^S = M^S, M^D = kpY, \quad (11.6)$$

$$M^S = M^D = kp^0Y. \quad (11.7)$$

*Ринок товарів:*

$$Y = Y(L^0), E = C(r) + I(r), \quad (11.8)$$

$$Y(L^0) = C(r^0) + I(r^0) = Y^0. \quad (11.9)$$

Кожен ринок задається кривими попиту і пропозиції та точкою рівноваги. Зазначимо, що коли один із ринків виходить зі стану рівноваги, то й решта ринків також вийдуть із цього стану, і прямуватимуть до якогось нового стану динамічної рівноваги.

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Відмінність моделі Кейнса від класичної моделі ринкової економіки.
2. Подібність і відмінність кейнсіанського і монетаристського підходів до управління економікою.
3. Довести, що функція попиту на робочу силу в конкурентній економіці є спадною функцією реальної заробітної плати.
4. Пояснити, у яких випадках інфляція позитивно впливає на економіку.

## **ТЕМА 12. МОДЕЛІ АНАЛІЗУ МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ ПОЛІТИКИ**

### **12.1. Аналіз макроекономічної політики**

Кожен ринок задається кривими попиту і пропозиції та точкою рівноваги. Зазначимо, що коли один із ринків виходить зі стану рівноваги, то й решта ринків також вийдуть із цього стану, і прямуватимуть до якогось нового стану динамічної рівноваги.

Методологія аналізу макроекономічної політики започаткована працями Я. Тінбергена і А. Філліпса. В основних своїх рисах вона залишилася незмінною, але суттєво доповнена й розвинута у кількох напрямках.

Для багатьох ситуацій макроекономічний аналіз зручно проводити у термінах «цілі—засоби». Тут макроекономічна політика може розглядатись як цілеспрямована зміна стану системи, зумовлюваного змінами параметрів останньої. Параметри системи можна поділити на дві групи: структурні характеристики системи та стани зовнішнього середовища (надсистеми чи надмоделі), котрі є неконтрольованими (некерованими) впливами; контрольованими (керованими) параметрами. Зміни останніх, по суті, і є «політиками», застосування яких приводить до бажаних змін параметрів (змінних) стану. Припускається, що параметри системи є взаємно незалежними; це дозволяє обчислювати ефекти застосування конкретної політики у «чистому» вигляді за сталих значень усіх інших, окрім обраного, параметрів системи.

У загальному випадку  $m$ -мірний вектор  $V$  вважається вектором допустимих макроекономічних політик (тут може використовуватись і термін «інструментальні змінні» чи «засоби»), а  $n$ -мірний вектор  $X$  — вектор станів макроекономіки. Макроекономічна рівновага здебільшого описується векторно-матричним рівнянням:

$$X - F(X, V) = 0, \quad (12.1)$$

де  $F(X, V)$  — матриця розмірності  $nm$ , що характеризує структуру макроекономіки та її взаємодію із зовнішнім середовищем, чи «надсистемою». Вектор рівноважного стану макроекономіки є функцією параметрів системи:

$$X^* = X^*(V), \quad (12.2)$$

після підстановки якої в (12.1) останнє згідно з теоремою про неявну функцію задовольняється тотожно.



Для малого околу точки рівноваги зміни макроекономічної політики (вектор  $\partial V$ ) і зміни стану системи (вектор  $\partial X^*$ ) задовольняють рівняння:

$$\frac{\partial X^*}{\partial V} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X^*}{\partial V} - \frac{\partial F}{\partial V} = 0, \quad (12.3)$$

звідси маємо, що ефекти макроекономічних політик визначаються матричним рівнянням:

$$\frac{\partial X^*}{\partial V} = \left( I - \frac{\partial F}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial V}, \quad (12.4)$$

де  $I$  — одинична матриця, а

$$J = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right)_{i,j=1}^n \equiv \left( I - \frac{\partial F}{\partial X} \right)$$

є матрицею Якобі макроекономічної системи (12.3), що обчислена в точці рівноваги.

Незалежні прирости (вектори  $\partial V$  і  $\partial X$ ) вздовж гіперповерхні макроекономічних рівноваг завжди підпорядковуються умові:

$$dX - \frac{\partial F}{\partial X} dX - \frac{\partial F}{\partial V} dV = 0, \quad (12.5)$$

котра, власне, і визначає переміщення з однієї точки рівноваги в іншу. Водночас вплив макроекономічних політик на стан системи, зокрема на її структуру, означає, що їх ефект може виявитися нейтральним, тобто «політичний імпульс» може бути повністю демпферованим (згладженим, згашеним) зміною стану системи.

Як правило, ефекти різних макроекономічних політик досліджують ізольовано, тобто всі параметри системи вважають фіксованими, окрім одного, а для кожної конкретної політики обчислюється мультиплікатор такого вигляду:

$$\frac{\partial X^*}{\partial v_i} = \left( I - \frac{\partial F}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial v_i} \quad (i=1, \dots, m), \quad (12.6)$$

де  $\frac{\partial X^*}{\partial v_i}$ ;  $\frac{\partial F}{\partial v_i}$  —  $n$ -мірні вектори-стовпчики ефектів  $i$ -ї макроекономічної політики.

Зазначимо, що обчислення мультиплікаторів  $\epsilon$ , по суті, дослідженням чутливості макроекономічної системи, оскільки вектори (12.6) характеризують чутливість стану точки рівноваги

## 12.2 Стабілізація системи

Макроекономічна політика є стабілізаційною, якщо її використання відновлює порушену з якихось причин рівновагу системи. Такі політики становлять

найбільший інтерес, хоча ясно, що весь спектр економічних проблем до них звести не можна.

Синтез макроекономічної системи, тобто результат економічних реформ, повинен забезпечувати можливість побудови і реалізації стабілізаційної політики, що не завжди є можливим.

Одновимірним аналогом макроекономічної політики може слугувати, наприклад, модель динаміки інвестицій і капіталу, яка ґрунтується на ідеях неокласичної теорії капіталу та розвивається в працях Д. Джорґенсона.

Нехай змінною стану макроекономічної системи (її фазовою координатою) обрано обсяг реальної вартості фактичного капіталу  $K = K(t)$ , а головною метою макроекономічної політики є деякий бажаний обсяг капіталу  $K^*$ . Це може бути раціональний рівень капіталу  $K^*$ , що визначається з урахуванням усіх наявних ресурсів, технологією та організацією економічної системи.

Нехай змінною стану макроекономічної системи (її фазовою координатою) обрано обсяг реальної вартості фактичного капіталу  $K = K(t)$ , а головною метою макроекономічної політики є деякий бажаний обсяг капіталу  $K^*$ . Це може бути раціональний рівень капіталу  $K^*$ , що визначається з урахуванням усіх наявних ресурсів, технологією та організацією економічної системи.

У будь-якій точці часу  $t$ , тобто для заданого планового чи прогнозованого періоду,

«миттєві» чисті інвестиції  $I \equiv \dot{K}$  є «інструментом», який приводить до зміни стану системи. Природно припускати, що коли економіка є конкурентоспроможною та мотивації економічних агентів не викривлені, то для оптимального (раціонального) рівня (обсягу) капіталу інвестиції мають бути нульовими; додатними, коли фактичний капітал менший за бажаний обсяг, і від'ємними у протилежному випадку. Фазова діаграма такої системи може бути подана графіком лінійного рівняння (рис. 14.1):

$$\dot{K} - \lambda(\dot{K} - K) = 0; \quad 0 < \lambda < 1, \quad (12.7)$$

де параметр  $\lambda$  визначається мотивацією економічних агентів.

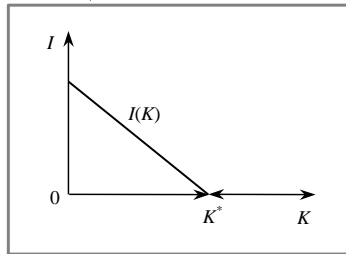


Рис. 12.1. Стабілізаційна політика

Відповідно до (12.7) та за умови  $\dot{K} = I$  випливає, що незалежні прирости інвестицій і капіталу в малому околі точки рівноваги  $I^* = I^*(K)$  повинні задовольняти рівняння

$$dI + \lambda dK = 0, \quad (12.8)$$

звідси маємо

$$\frac{dI^*}{dK} = -\lambda < 0.$$

Отже, ця система синтезована так, що інвестиції скорочуються із наближенням до бажаного обсягу капіталу (цілі) ліворуч від точки рівноваги і збільшуються, коли система віддаляється від цього обсягу капіталу.

Звичайно, наведена модель є лише ілюстративною, бо інвестиції у ринковій економіці не є безпосередніми інструментальними змінними, а є об'єктом регулювання через використання різних методів фіскальної та монетарної політики

### 12.3 Макроекономічна політика

Макроекономічна система реагує на зміну зовнішніх (екзогенних) щодо моделі змінних, тобто на прийнятту макроекономічну політику. Допускалося, що основні структурні параметри макроекономічної моделі (системи) залишаються інваріантними щодо різних типів політичних впливів. Якщо макроекономічна політика формує не лише певний курс, а й режим розвитку економіки у коротко- чи довгостроковому періодах, то параметри системи (12.1) можуть не бути інваріантними щодо змін економіко-політичного режиму.

Макроекономічна політика вважається пасивною (нейтральною), якщо вона не впливає на макроекономічну ситуацію, зокрема, не наближає виробництво до його потенційного рівня через зміни значень бюджетного дефіциту, безробіття, норми відсотка, обмінного курсу чи інфляції.

Інтерес до проблеми «нейтральності» макроекономічної політики, виявлений ще у працях класиків, отримав потужний імпульс після публікації Р. Лукасом результатів його дослідження можливостей проведення тієї чи іншої макроекономічної політики

Його підхід ґрунтується на використанні спеціальної функції агрегованої пропозиції, котра (в логарифмах) записується так:

$$y_t = \bar{y} + \alpha(p_t - p_{t,t-1}^e) + \xi_t, \quad (12.10)$$

де  $y_t$  — рівень поточного виробництва у момент часу  $t$ ;  $\bar{y}$  — рівень потенційно-можливого виробництва;  $p_t$  — поточні ціни в момент часу  $t$ ;  $p_{t,t-1}^e$  — очікування щодо рівня цін на момент часу  $t$ , отримані на підставі інформації, доступної на момент  $(t-1)$ ;  $\xi_t$  — випадкові збурення щодо агрегованої пропозиції, котрі вважаються незалежними у часі, нормально розподіленими з нульовим середнім і скінченною дисперсією.

У моделі Лукаса реальний ринок вважається *ефективним* у тому розумінні, що його учасники миттєво використовують усю інформацію, на яку реагують ціни. Очікування (сподівання) економічних агентів на ефективному ринку

$$p_{t,t-1}^e \equiv E(p_t | \Omega_{t-1}) \quad (12.11)$$

є раціональними, тобто, в принципі, формуються так само, як відбувається усереднення у випадковому процесі:

$$p_t = E(p_t | \Omega_{t-1}) + e_t, \quad (12.12)$$

де  $E$  — оператор раціональних сподівань (очікувань);  $\Omega_{t-1}$  — інформаційна множина, що доступна виробникам на момент часу  $(t-1)$ , коли вони формують свої очікування;  $e_t$  — випадкова некорельована похибка передбачення, що має нульове середнє і скінченну дисперсію.

Дослідження ринків з асиметричною інформацією є надзвичайно актуальним. Троє американських учених за такі дослідження отримали Нобелівську премію за 2001 рік у галузі економіки. Моделювання асиметричних ринків залишається актуальним і надалі.

Для раціональних очікувань, оскільки нове значення цін абсолютно точно передбачити в принципі неможливо, на що вказує і (12.12), раціональним передбаченням цін (чи інфляції) на момент  $t$  може бути, зокрема, їхнє значення на момент  $(t-1)$ :

$$E_{t-1}(p_t) = E(p_t | \Omega_{t-1}) = p_{t-1}, \quad (12.13)$$

яке можна отримати, припускаючи відповідні гіпотези, обчислюючи сподівання в обох частинах рівняння (12.12), оскільки  $E[\varepsilon_t] = 0$ .

Сутність твердження щодо «нейтральності» макроекономічної політики з урахуванням раціональних очікувань можна продемонструвати таким чином. Обчислюючи (традиційно) раціональні очікування для агрегованої пропозиції в (12.10), ми отримуємо, що з урахуванням (12.13) найкращим передбаченням для випадкової величини  $y_t$  будуть значення потенційного виробництва, тобто має місце:

$$E(y_t | \Omega_{t-1}) = \bar{y}. \quad (12.15)$$

З (12.15) випливає, що обсяги реального виробництва обтяжені впливом лише зовнішніх, суто випадкових, а тому і слабопрогнозованих впливів.

Отже, макроекономічна політика є «нейтральною» в обумовленому розумінні, тобто не може зменшити розходження між фактичним і потенційним рівнями виробництва, тимчасом як останній у ринковій економіці визначається чинниками пропозиції. Більше того, оскільки похибки передбачення (прогнозу) є випадковими й незалежними, то втручання держави радше посилить величину розходження фактичного і потенційного виробництва.

Таким чином, фіскальна і монетарна політики стають не стабілізуючим, а дестабілізуючим чинником, і державне втручання в економіку слід не розширювати, а зменшувати. Звичайно, аргументація Р. Лукаса є значно витонченішою і складнішою, але її сутність передана досить точно.

Зазначимо, що висновок про нейтральність макроекономічної політики є справедливим лише за досить жорстких гіпотез щодо прогнозованої пропозиції і політичного курсу уряду. Вони виконуються, наприклад, коли функція (12.10) не

залежить від норми відсотка, а монетарна (чи фіскальна) політика будується лише на підставі інформації щодо попередніх рішень. Якщо змінити хоча б одну з даних умов, то макроекономічна політика, принаймні в короткотерміновому періоді, справляє вплив на реальний рівень виробництва

### **Контрольні завдання та теми для обговорення**

1. Назвіть основні чинники, що впливають на розвиток сучасної економічної теорії.
2. Поясніть сенс основного рівняння макроекономічної рівноваги.
3. Проаналізуйте позитивні й негативні сторони подання макроекономічної політики у термінах «цілі—засоби».
4. Поясніть сутність «критики Лукаса».

### **Завдання для самостійної роботи**

У (14.3) іноземна валюта береться за базову, тому підвищення обмінного курсу  $dx_2 > 0$  відповідає знеціненню національної валюти. Якщо ж узяти за базову власну валюту, то  $dx_2 > 0$  означатиме її подорожчання.

$$\begin{pmatrix} - & + \\ + & - \end{pmatrix}$$

- А. Покажіть, що у цьому випадку матриця Якобі системи матиме такі знаки:  
Б. Сформулюйте економічні умови, за яких можна провадити політику збільшення пропозиції грошей  $dx_1 > 0$  і подорожчання власної валюти  $dx_2 > 0$ .

## **ТЕМА 13 ДИНАМІКА ДЕРЖАВНОГО БОРГУ ТА СЕНЬЙОРАЖУ**

### **13.1 Ринкова ставка відсотка,**

Один із найважливіших інструментів макроекономічного аналізу, що широко використовується на сучасних ринках як товарів, так і грошей, — це ставка відсотка. Ставка відсотка, чи дохідність цінного папера, визначається ринком, де діють приватні інвестори та кредитори. Реальна ефективність інвестицій (внутрішня норма віддачі капіталовкладень) лежить в основі поняття ринкової ставки відсотка, але не тотожна їй.

Коли інвестор вирішує придбати якийсь актив, тобто благо, що приносить потік доходів у майбутньому, то його інвестиції тотожні скороченню поточного споживання. Інвестор відкладає певну суму грошей від поточного споживання заради отримання деякого доходу в майбутньому, обсяг котрого, взагалі кажучи, точно невідомий у момент прийняття рішення.

Компенсація інвесторові відбувається як у формі доходу від інвестицій (відсоток з депозиту, купонний дохід з облігацій, дивіденди з акцій, рентний дохід з нерухомості тощо), так і через зміну вартості придбаного активу.

Вважатимемо, що  $r$  — це ставка безризикової дохідності по депозиту в надійному комерційному банку. Альтернативним представником такої самої безризикової короткотермінової дохідності послуговує дохідність (дисконтна) державних тримісячних векселів. Досить поширеним «представником» ринкової ставки відсотка є величина дохідності тримісячних облігацій (T-bills) скарбниці США, які вважаються високоліквідним і практично безризиковим фінансовим

інструментом. Отже, економічний сенс ставки відсотка полягає в тому, що вона є ціною часу й ризику.

Ставка відсотка відбиває вимоги інвестора щодо дохідності альтернативних вкладень, не обов'язково щодо ефективності проектів у реальному секторі економіки, а будь-якого придбання на фінансовому ринку активів, що приносять дохід. Тобто ринок, у принципі, гарантує будь-якому інвесторові отримання (без ризику) доходу за ставкою надійного комерційного банку. Отримання вищого доходу, взагалі кажучи, також є можливим, але це пов'язане з невизначеністю та ризиком. Останній може компенсуватися за рахунок більш високої дохідності обтяжених ризиком інвестицій порівняно з безризиковою ставкою відсотка. Тому номінальна ставка відсотка (чи дохідність)  $r$  складається з низки компонент, які відображають реальну ефективність вкладень  $\hat{r}$ , вплив очікуваної інфляції  $\pi$ , вплив ризику  $\sigma$  і терміну зв'язування інвестицій  $l$ :

$$r = \hat{r} + \pi + \sigma + l.$$

Зрозуміло, що інвестиції можуть вкладатися на різний термін, приносити дохід не лише в кінці періоду інвестування, а й протягом цього періоду чи неперервно. Якщо дохід за облігаціями нараховується лише в кінці періоду, то такі облігації мають нульовий купон і продаються з дисконтом. Це означає, що власник активу заробляє на різниці між номіналом і ціною надбання (дисконтною) активу. З іншого боку, купонний дохід сплачується періодично, як правило, двічі на рік, а теоретично може перераховуватися неперервно.

Цінні папери (фінансові інструменти) з періодом обігу до року відповідають інструментам грошового ринку. Коли термін дії фінансових інструментів більший за один рік, то вони (облігації, акції) вважаються інструментами ринку капіталів. Облігації звичайно мають фіксовані терміни погашення, але існують і безстрокові облігації — консолі. Акції теоретично мають нескінченний термін дії.

### 13.2 Ставка відсотка,

Ринкова ставка відсотка, регулюючи вартість кредиту, визначає й ринкові вимоги щодо величини дохідності капіталовкладень і попиту на них

$$I = I(r).$$

*Наведемо приклад.* Припустимо, що деяка компанія вирішує придбати 4 одиниці нового устаткування для його використання. Для цього вона бере позичку в 50 тис. грн для придбання кожної одиниці обладнання за ринковою ставкою 5 % щомісяця. Перша одиниця обладнання дає ефект 10 % (5 тис. грн), друга — 8, третя — 5, а четверта — 3 %, тобто 1,5 тис. грн протягом місяця. Припускаємо для спрощення, що для кредиту інтервал часу обмежено одним місяцем, його обсяг не впливає на ставку й усі витрати компанії покриваються за рахунок позички.

За умов цього прикладу для фірми є доцільним придбати лише перші три одиниці обладнання, котрі дають можливість перекрити кредит, що його взято

за ринковою ставкою відсотка. Отже, ринковий відсоток — це критерій ефективності щодо здійснення інвестицій, що ілюструє рис. 13.1.

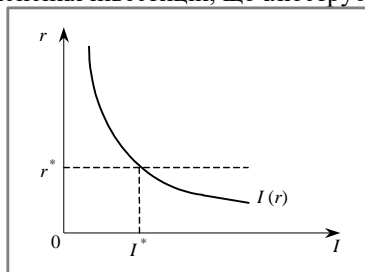


Рис. 13.1. Інвестиції та норми відсотка

Підвищення ринкової норми відсотка (ставка банківського кредиту) підвищує вимоги до інвестиційних проектів, скорочує обсяги капіталовкладень, і навпаки.

Можна стверджувати, що ринкова норма (ставка) відсотка  $r$  — це величина, яка визначає залежність поточної ціни  $V_t$  фінансового чи реального активу й дохідність його  $V_{t+1}$ .

Для дискретного детермінованого процесу зміни в часі вартості активу існує проста залежність між поточною вартістю активу  $V = V_t$ , отримуваним доходом  $V_{t+1}$  і (постійною) ринковою чи ефективною ставкою відсотка  $r$ :

$$(1+r)V_t = V_{t+1}. \quad (13.1)$$

Сутність цієї формули досить проста: якщо певна сума коштів (грошей)  $V_t$  віддається в борг (інвестується в момент часу  $t$ ), наприклад, на рік під  $r$  відсотків, що нараховуються одноразово, скажімо, під кінець року, то в момент  $(t+1)$  ця сума дорівнюватиме  $V_{t+1}$  гривень. Така операція інвестування має й інший еквівалентний сенс. Можна вести мову про те, що в поточний момент часу  $t$  інвестор «купує» майбутній дохід  $V_{t+1}$ , якщо він є відомим (його обсяг), за поточною ціною  $V_t$  гривень за умови, що альтернативні вкладення, наприклад купівля T-bills чи придбання грошового депозиту в найближчому банку, принесе йому такий самий дохід за ринковою (ефективною) ставкою відсотка  $r$ . Зазначене вище дає можливість переписати (13.1) у вигляді формули:

$$V_t = \frac{1}{(1+r)} V_{t+1},$$

яка має сенс для відомої (очікуваної) величини майбутнього доходу. Вона встановлює зв'язок між відомим і фіксованим майбутнім доходом  $V_{t+1}$ , ринковою ставкою відсотка  $r$  і поточною ціною активу  $V_t$ . Згідно з цією формулою майбутній дохід дисконтнується чи приводиться за допомогою ринкової ставки відсотка до величини поточної вартості активу.

### 13.3. Рівняння динаміки суспільного боргу

Ринок державних цінних паперів в умовах перехідної економіки суттєво відрізняється від відповідного сегмента фінансового ринку в країнах вільної конкуренції.

Зазначимо, що в загальному випадку спроможність держави щодо реалізації свого права монополіста в умовах розвинутого фінансового ринку суттєво обмежена кількома чинниками.

*По-перше*, частка державного сегмента ринку боргів хоч і суттєва, але порівнянна з часткою приватних боргів.

*По-друге*, місткість ринку акцій приблизно дорівнює місткості ринку сукупних боргів, і ясно, що держава не може безпосередньо впливати на формування дохідності акцій.

*По-третє*, практично неможливо ізолювати зовнішню компоненту боргів, оскільки на сучасному дерегульованому фінансовому ринку резиденти й нерезиденти діють практично в рівних умовах. Отже, чинники дохідності формуються й визначаються ринком спільно, а відмінності в доходах залежать лише від відмінності між конкретними інструментами, особливостей оподаткування й ринкової вартості ризику.

Розгляньмо спрощену детерміновану ситуацію фінансування державного боргу та бюджетного дефіциту. Не розрізнятимемо також внутрішні та зовнішні борги, не розглядатимемо й існування приватного боргу. Обсяг державного боргу розглядатимемо як облигації, що гарантують отримання (наближено) майже безризикового доходу протягом теоретично нескінченного періоду часу. Попит на борги визначається (наближено) лише залежно від їхньої дохідності, ігнорується можливість використання короткотермінових боргів як субститутів грошей.

Розглянуте в попередніх розділах рівняння зростання суспільного боргу чи приватного багатства має в номінальних термінах вигляд:

$$\dot{M} + \dot{B} = P(G - T) + RB, \quad (13.8)$$

де  $\dot{M} \equiv \frac{d}{dt}M(t)$  — обсяг сеньйоражу чи емісії грошей у номінальному

вираженні;  $\dot{B} \equiv \frac{d}{dt}B(t)$  — обсяг додаткового розміщення на вільному ринку державних боргових зобов'язань;  $P(G - T)$  — дефіцит державного бюджету в номінальному вираженні;  $G$  — бюджетні витрати в реальному вираженні;  $T$  — реальні податки, що не змінюють обсягів випуску;  $RB$  — обсяг обслуговування державного боргу за ставкою номінального відсотка  $R > 0$ .

$$m = \frac{M}{P} \quad \text{і}$$

Якщо ввести змінні щодо реальних значень грошових балансів

$$b = \frac{B}{P},$$

реальної вартості боргу, вважаючи їх диференційованими функціями часу, то рівняння (13.8) перепишеться як

$$\dot{b} = rb - S + (G - T), \quad (13.9)$$



де  $S = \frac{\dot{M}}{P}$  — обсяг реального сеньйоражу;  $r = R - \pi$  — реальна безризикова ставка відсотка за державними борговими зобов'язаннями;  $\pi \equiv \frac{\dot{P}}{P}$  — темпи фактичної інфляції чи інфляційних очікувань.

З одного боку, держава постає як монопольний емітент боргових зобов'язань — грошей (боргів з від'ємною нормою реальної дохідності, що дорівнює темпу інфляції) й облігацій (боргів у власному значенні, з додатною нормою реальної дохідності (хоча в окремі періоди реальна дохідність може набувати від'ємних значень). Ці останні ситуації тут не розглядаються. З іншого боку, сукупність великої кількості приватних інвесторів конкурує на фінансовому ринку, формуючи попит на державний борг. Приватні інвестори формують свої портфелі з реальних грошових балансів і негрошових активів, у даному випадку державних облігацій. Однак простий портфельний підхід непридатний до даної ситуації, оскільки абсолютно нераціонально набувати активи з від'ємною дохідністю. Отже, необхідно пояснити проблему «ліквідності», наприклад, через включення змінної грошей у функцію корисності типового інвестора

#### 13.4. Загальні умови стабілізації державного боргу

Аналіз рівняння (13.9) показує, зокрема, що коли монетарні інструменти не використовуються ( $S = 0$ ), то стабілізація державного боргу може забезпечуватися лише проведенням послідовної чи збалансованої бюджетної політики, яку можна подати такою умовою:

$$b(t) + \int_t^{\infty} G(\tau) \exp[-r(\tau-t)] d\tau = \int_t^{\infty} T(\tau) \exp[-r(\tau-t)] d\tau. \quad (13.10)$$

Тут ідеться про те, що сплата боргів і фінансування поточних урядових витрат можливі лише тоді, коли потік приведеної вартості майбутніх податків не менший від потоку витрат. Теоретичні аспекти цієї проблеми ретельно досліджені С. Тарновським<sup>14</sup>.

Зазначимо, що припущення щодо можливості нульового сеньйоражу вимагає фінансування операційного дефіциту, тобто суми поточного дефіциту й обслуговування боргу цілком за рахунок розміщення нових боргів на вільному ринку.

Така ситуація може бути правдоподібною лише за умови високої кредитоспроможності уряду, відносно невеликих обсягів його боргів і частки дефіциту у ВВП країни. У більш загальних ситуаціях держава, очевидно, не

<sup>14</sup> Turnovsky S. Methods of Macroeconomic Dynamics // The MIT Press, 1995.

може нехтувати монетарними інструментами для фінансування своїх витрат, зокрема, для обслуговування накопиченого боргу. У перехідний період держава, власне, і не здатна на таке внаслідок як значних масштабів фінансування дефіциту, так і нерозвинутості фінансового ринку та обмеженої довіри до її політики.

Спільне використання емісії грошей і боргів як джерела фінансування дефіциту приводить до двох важливих наслідків: сеньйораж стає, по-перше, основним джерелом формування купонних виплат приватним інвестором і, по-друге — засобом регулювання обсягів боргових зобов'язань. Остання функція сеньйоражу впливає з того, що за фінансової ставки загальної дохідності облігацій більша купонна дохідність означає меншу величину зростання капітальної вартості активів, і навпаки.

Нехай величина (обсяг) поточного бюджетного дефіциту в реальному вираженні є додатною функцією часу. Якщо сеньйораж не перевищує обсяги поточного бюджету, тобто має місце нерівність

$$S_N \equiv S - (G - T) \leq 0,$$

то, як показує розв'язок рівняння (13.9), державний борг зростає необмежено. Така ситуація пояснюється тим, що держава розміщує на вільному ринку додаткові борги в облігаціях, що більші чи дорівнюють обсягам, необхідним для сплачення боргів у даний момент часу, тобто існуючі борги мовби «забезпечуються» майбутніми боргами. В цьому випадку держава проводить так звану гру Понці (фінансова піраміда), ірраціональність якої для  $b(0) = b_0$ ,  $r > 0$ ,  $S_n < 0$  відображається в нестійкості розв'язку рівняння

$$\dot{b} = rb + S_n.$$

Розглядаючи це рівняння з позиції приватного інвестора, можна дійти висновку, що ігри Понці є можливими, якщо інвестор згоден купувати активи (борги уряду) чи очікуючи лише зростання їхньої капітальної вартості, чи згоджуючись мати поточні збитки (від'ємний купонний дохід). Ясно, що попереднє твердження погано узгоджується з дійсністю, а тому ситуації, що породжують ігри Понці, необхідно виключати. Отже, інтерес з погляду раціональної макроекономічної політики становлять лише стійкі розв'язки рівняння (13.9).

### ***Контрольні завдання та теми для обговорення***

1. Поясніть економічний зміст ставки ринкового відсотка та її зв'язок зі ставками дохідності активів, а також з процедурою дисконтування.
2. Розкрийте економічний зміст принципу арбітражу та його використання для формування раціональної політики на ринку боргів.
3. Поясніть механізм динаміки боргу та економічну роль існування стійкої траєкторії боргу.
4. Сформулюйте стратегію стабілізації процесу боргових позик для перехідної економіки

### ***Теми рефератів***

1. Аналіз можливих політик держави щодо накопиченого боргу.
2. Економічне моделювання раціональних очікувань.
3. Формулювання та моделювання очікувань у випадку обмеженої раціональності.

#### 4. Використання фільтра Калмана в актуалізації раціональних очікувань.

### Завдання для самостійної роботи

1. Поясніть економічний зміст ставки ринкового відсотка та її зв'язок зі ставкою дохідності активів та з процедурою дисконтування.

2. Розкрийте механізм динаміки державного боргу та економічне значення існування стійких траєкторій боргу

3. Рівняння динаміки боргу:  $\dot{b} = rb - S$ , де  $S$  — функція купонних виплат,  $r > 0$  — постійна дохідність, що безперервно нараховується,  $b$  — ринкова вартість боргу. Розгляньте це рівняння в координатах «купон—борг», уважаючи ринкову вартість боргу функцією купонних виплат, а приріст вартості боргу — постійною величиною. Отримане лінійне алгебраїчне рівняння — стандартне в теорії боргу. Побудуйте графіки цього рівняння:

- а) для постійних ненульових приростів вартості боргу;
- б) для нульових приростів вартості боргу.

## 7. ПИТАННЯ ІЗ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ТА ПЕРЕВІРКИ ЗНАТЬ

### Тема 1. Економіка як об'єкт моделювання

1. Основні етапи розвитку економіко-математичних методів.
2. Назвіть основні причини використання модельного підходу в економічній теорії.
3. Особливості економіки як об'єкта моделювання.
4. Поясніть сутність дефініції «економіка як кібернетична система».
5. Економіка та взаємодія з політикою і культурою.
6. Чи можна будь-яку множини елементів розглядати як систему? Якими ознаками характеризується система?
7. Метод моделювання як метод дослідження систем.
8. Властивості, що притаманні складним системам.
9. Поясніть, у яких сферах економіки механізм ринкових відносин є ефективним, а в яких – безсилий? що
10. Перелічіть основні проблеми, що виникають у макро - та мікроекономічному аналізі.
11. Сутність нової парадигми в економічній теорії.
12. Поясніть причини, що породжують необхідність використання нелінійних динамічних математичних моделей як найадекватніших.
13. Обґрунтуйте твердження, згідно з яким економіка характеризується як слабоформалізована система.
14. Поясніть, що, на вашу думку, є характерним для економіки стаціонарний стан чи постійні зміни, еволюція соціально-економічного буття?
15. Поясніть, що може означати термін «суб'єктивність економіки».
16. Назвіть причини існування невизначеності та асиметрії інформації в економічних системах.
17. Поясніть, що є причиною генерування нової інформації в соціально-економічній системі.

18. Поясніть, чому економіці внутрішньо притаманні невизначеність і ризик.
19. Назвіть основні класифікаційні ознаки економіко-математичних моделей.
20. Сутність аналітичного та комп'ютерного моделювання.

### **Тема 2. Концептуальні засади математичного моделювання економіки**

1. Сутність та особливості системного підходу до аналізу економічних систем і процесів.
2. Сутність поняття «модель». Особливості математичних моделей.
3. Сутність поняття «моделювання».
4. Особливості процесу математичного моделювання.
5. Основні принципи, що використовуються в моделюванні економіки. Їхня сутність.
6. Назвіть та охарактеризуйте основні ступені формалізації (формування математичної моделі).
7. Які існують форми зображення математичної моделі? Наведіть приклади.
8. Поняття економіко-математичної моделі.
9. Особливості застосування математичних методів у економіці.
10. Розкрийте сутність економічних спостережень і вимірів та особливості використання їх у моделюванні.
11. Охарактеризуйте основні етапи економіко-математичного моделювання.
12. Особливості перевірки адекватності економіко-математичних моделей.
13. Основні гіпотези, що приймаються у «павутиноподібній» моделі.
14. Поняття стійкості рівноваги у «павутиноподібній» моделі.

### **Тема 3. Алгоритмічні (імітаційні) моделі в економіці та підприємстві**

1. Дайте означення імітаційного моделювання. Поясніть його сутність.
2. Послідовність розроблення математичних імітаційних моделей.
3. Поясніть функціонування генератора випадкових чисел із рівномірним розподілом.
4. Моделювання повної групи несумісних подій.
5. Моделювання сумісних подій.
6. Способи моделювання дискретної випадкової величини.
7. Способи моделювання випадкових величин із нормальним розподілом.
8. Моделювання випадкових величин із довільним розподілом.
9. Теоретичні засади статистичного моделювання економічних систем.
10. Інструменти, що їх надає ППП EXCEL для проведення імітаційних експериментів.
11. Випадкова похибка доходності цінного папера «А» становить  $\pm 10\%$ . Теоретично її можна розглядати як випадкову величину  $X$ , що має рівномірний закон розподілу. Провести імітаційне моделювання значень випадкової величини  $X$  (100 прогонів). Визначити її математичне сподівання і середньоквадратичне відхилення.
12. Фірма розглядає інвестиційний проект виробництва продукту «Т». Менеджери фірми вважають, що найсуттєвіший вплив на реалізацію проекту здійснює обсяг випуску  $Q$ , змінні витрати  $V$  і ціна  $C$ . Наближені діапазони змін цих (ключових) параметрів наведено в таблиці:

*Ключові параметри проекту*

Показник	Сценарій		
	песимістичний	оптимістичний	найімовірніший
Обсяг випуску (Q)	800	1800	1400
Ціна за штуку (C)	20	50	30
Змінні витрати (V)	40	15	20

Значення решти параметрів і змінних можна вважати постійними (детермінованими).

*Детерміновані параметри проекту*

Показник	Значення показника
Постійні витрати (F)	3000
Амортизація (A)	2000
Податок на прибуток (T)	40 %
Норма дисконту (r)	10 %
Термін проекту (n)	5
Початкові Інвестиції (I <sub>0</sub> )	30 000

Вважається, що за критерій обрано чисту приведену (теперішню) вартість проекту NPV (Net Present Value):

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{NCF_t}{(1+r)^t} - I_0,$$

де  $NCF_t$  — обсяг чистого потоку надходжень за період  $t$ .

З метою спрощення вважатимемо, що згенерований проектом потік оплат має вигляд анuitету, тобто  $NCF_t = NCF$  для будь-якого  $t$  і може визначатися з виразу:

$$NCF = [Q(C - V) - F - A](1 - T) + A$$

Потрібно провести аналіз власного ризику проекту (100 імітаційних прогонів) із використанням відповідних функцій ППП І EXCEL.

13. Припустимо, що для ключових параметрів проекту з попереднього прикладу встановлені експертні оцінки ймовірностей сценаріїв та отримані такі значення:

*Ключові параметри проекту*

Показник	Сценарій		
	песимістичний P=0,1	оптимістичний P=0,3	найімовірніший P=0,6
Обсяг випуску (Q)	800	1800	1400
Ціна за штуку (C)	20	50	30
Змінні витрати (V)	40	15	20

*Необхідно:*

1) провести аналіз власного ризику проекту (100 імітацій) на підставі використання генератора випадкових чисел (припустивши гіпотезу щодо дискретного розподілу значень ключових змінних);

2) здійснити статистичний аналіз взаємозалежності між ключовими змінними;

3) перевірити гіпотезу щодо нормального закону розподілу отриманих результатів.

14. Час ( $t$ ), упродовж якого інспектор податкової служби перевірить квартальний звіт, є випадковою величиною, розподіленою відповідно до експоненційного закону.

Середній час, що витрачається на перевірку, дорівнює  $\bar{t} = 20$  хв. Необхідно змодельовати для заданих умов реалізації випадкової величини  $t$  (кількість прогонів дорівнює 10).

15. Періодичність перевірки підприємств податковою інспекцією — випадкова величина ( $\Delta t$ ), яка має гама-розподіл імовірностей. Середній інтервал перевірки становить ( $\Delta t$ ),  $= 2,5$  місяця. Коефіцієнт варіації величини ( $\Delta t$ ), дорівнює  $CV = 0,38$ . Змодельовати для заданих умов можливі моменти перевірок підприємства податковою інспекцією (число прогонів узяти рівним 10).

#### Тема 4. Виробничі функції

1. Поясніть сутність виробничої функції підприємства (фірми), яка виражає узгодженість між витратами ресурсів і випуском. Наведіть приклади.

2. Основні характеристики виробничих функцій. Наведіть приклади.

3. Охарактеризуйте основні види виробничих функцій. Наведіть приклади.

4. Властивості неокласичних виробничих функцій. Наведіть приклади.

5. Ізокванти та ізоклінали виробничої функції. Наведіть приклади.

6. Функцію валового випуску деякої гіпотетичної країни Лапландія визначено за декілька попередніх років:  $X = F(K, L) = 0,95K^{0,5}L^{0,6}$ . За період досліджень валовий випуск Лапландії зріс у 3,5 раза, обсяги виробничих фондів — у 5 разів, чисельність зайнятих у — 2,5 раза. Визначити, яка частка зростання випуску пояснюється зростанням масштабу виробництва, а яка — підвищенням ефективності.

7. Виробнича функція має вигляд:  $X = 3x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{\frac{2}{3}}$ . Визначити граничні продукти за ресурсами та побудувати ізокванту. Виписати рівняння ізоклінали (лінії найбільшого зростання випуску), що проходить через точку  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ , знайти норму заміщення першого ресурсу другим у цій точці.

8. Обчислити середню та граничну ефективність ресурсу  $x_2$ , виробнича функція має вигляд:  $F(x_1, x_2) = x_2 \frac{2x_1^2 + x_2^2}{3x_1^2 + x_2^2}$ . За заданого рівня виробництва граничний продукт праці дорівнює 5 одиницям продукції за місяць, а граничний продукт фондів — 10 одиницям продукції за місяць. Визначити граничні норми зміщення праці фондами і фондів працею.

9. Виробнича функція невеликого підприємства, яке виготовляє рами для картин, має вигляд:  $X = 5K^{1/2}L^{1/2}$ , де  $X$  — кількість картин, уставлених у раму за день;  $K$  — кількість годин роботи машин за день;  $L$  — кількість робітників. Визначити, якими будуть середній і граничний продукти праці за  $K = 9$ ,  $L = 9$ . Як зміняться ці продукти в разі подвоєння витрат ресурсів?

## Тема 5.. Рейтингове оцінювання та управління в економіці

1. Поясніть сутність концепції рейтингового управління.
2. Поясніть, у чому полягає сутність основних етапів та інструментарію статистичного аналізу даних, необхідних для рейтингового оцінювання.
3. Розкрийте сутність трендового аналізу в рейтинговому оцінюванні та управлінні.
4. Структура рейтингового управління.
5. Рейтинг як засіб класифікації економічних об'єктів. Наведіть приклади.
6. Сутність методу експертних оцінок.
7. Способи проведення експертизи.
8. Методи обробки експертної інформації.
9. Поясніть сутність рейтингового оцінювання ВНЗ.
10. Поясніть сутність побудови рейтингової оцінки акцій.

## Тема 6. Тема 7. Тема 8. Моделі поведінки виробників, споживачів

### та моделі їхньої взаємодії

1. Покажіть, як можна формалізувати систему переваг (смаків) індивідуума, тобто побудувати функцію його корисності.
2. Поясніть сутність та відмінності між кардиналістським та ординалістським підходами до визначення функції корисності.
3. Поясніть сутність поняття «гранична корисність».
4. У чому полягає сутність закону спадної граничної корисності?
5. Яку інформацію містить у собі поверхня байдужості?
6. Висвітліть сутність граничної норми заміщення одного товару іншим.
7. Раціональний вибір споживача. Функція попиту споживача
8. Поясніть основні гіпотези, що приймаються у виведенні рівняння Слуцького, розкрийте його сутність.
9. Визначте, як зміниться попит, якщо станеться збільшення ціни та один із продуктів матиме компенсацію. Наведіть приклад.
10. Покажіть, як зміниться попит на товари зі зміною доходу споживача. Наведіть приклад.
11. Сутність реакції виробника на зміну ціни випуску.
12. Сутність реакції виробника на зміну цін ресурсів.
13. Поясніть, у чому полягає сутність реакції виробника на одночасну зміну ціни випуску та цін ресурсів.
14. Розкрийте сутність рівноваги за Курно на олігопольному ринку.
15. Поясніть сутність рівноваги за Стакельбергом на олігопольному ринку.
16. Економічний сенс моделі конкурентної рівноваги за Вальрасом.
17. Інтерпретація умов теореми Ерроу-Дебре з погляду економіки.
18. Визначити, який набір товарів обере споживач, котрий має дохід у 300 грош. од., якщо його функція корисності  $U(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1 x_2 x_3}$ , а ціни товарів відповідно дорівнюють:  $p_1 = 2$  грош. од.,  $p_2 = 4$  грош. од.,  $p_3 = 1$  грош. од.
19. Переваги споживача задані такою функцією корисності:  $U(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha Ax_2^{1-\alpha}$ , його дохід становить  $M$ , ціни товарів відповідно -  $p_1$ ,  $p_2$ . Побудувати функцію попиту споживача.
20. Функція корисності споживача має вигляд:  $U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$ . Визначити

максимальну корисність, якщо споживач має дохід у 100 грош. од., а ціни товарів дорівнюють відповідно 5 і 10 грош. од.

Якою буде норма заміщення другого товару першим в оптимальній точці?

21. Функція корисності споживача описується формулою  $U(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1 x_2}$ , де  $x_1$  – обсяг споживання морозива,  $x_2$  – обсяг споживання апельсинового соку. Ціна 1 порції морозива 1 грош. од., 1 л. апельсинового соку – 3 грош. од.. Улітку споживач на ці товари витрачав 30 грош. од. на місяць. Узимку ціна морозива підвищилась до 2 грош. од., а ціна апельсинового соку не змінилась. Визначити:

а) обсяг оптимального споживання морозива і апельсинового соку влітку;  
б) величину витрат, необхідних узимку для досягнення того ж рівня корисності, що й улітку.

22. Виробнича функція фірми має вигляд:  $X = -4x_1^2 + 24x_1 + 2x_1x_2 + 6x_2 - x_2^2$ , де  $x_1, x_2$  – витрати ресурсів.

Визначити максимальний випуск і витрати ресурсів (обсяги), що забезпечують цей випуск.

23. Виробнича функція  $X = 5x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{\frac{1}{3}}x_3^{\frac{1}{3}}$  описує залежність між витратами ресурсів  $x_1, x_2, x_3$  і випуском  $X$ . Визначити максимальний випуск, якщо  $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ . Якими будуть значення граничних, продуктів у оптимальній точці?

24. Рекламне оголошення в газеті коштує 500 грн., хвилина телевізійного часу – 1500 грн.. Тижневий рекламний бюджет фірми становить 15 000 грн. Якщо  $x_1, x_2$  – це відповідно кількість

у газеті та кількість хвилин рекламного часу на телебаченні за тиждень, то прибуток фірми за тиждень становить:  $U(x_1, x_2) = 4x_1x_2 - 5x_1^2 - x_2^2 + 20x_1 + 100000$

Поясніть, як необхідно використати рекламний бюджет, щоб прибуток був максимальним (max П,  $x_1, x_2$ )?

25. Прибутки двох фірм, що конкурують на ринку одного товару, відповідно дорівнюють:

$\Pi_i(X_1, X_2) = [15 - (X_1 + X_2)]X_i$ ,  $i = 1, 2$ , ціна товару  $p(X_1, X_2) = 20 - (X_1 + X_2)$ , де  $X_1, X_2$  – обсяги випуску фірм.

Визначити оптимальний обсяг випуску кожної фірми за відомого обсягу випуску іншої. Якими (найкращими) будуть стратегії першої фірми з огляду на стратегії другої фірми:

а)  $X_2 = \frac{15 - X_1}{3/2}$ ; б)  $X_2 = \frac{15 - X_1}{4/3}$ ;

Показати, яким буде спільний випуск за умови об'єднання цих фірм. Визначити, який із варіантів («а», «б» чи об'єднання фірм) буде привабливішим для споживача продукції та чому?

26. Витрати і ціна на продукцію однопродуктової фірми залежать від випуску  $X : (C)(V) = \gamma X^2 + \beta X + \alpha$ ,  $p(X) = a - bX$ .

- 1) Який обсяг випуску обере фірма?
- 2) Як змінюватиметься поведінка фірми за умови введення податкової ставки  $t$  (додатково Явним чином витрати на сплату податків у витрати  $\beta = \beta_0 + t$  ?
- 3) Знайти залежність надходжень до бюджету від податкової ставки (крива



Лаффера).

27. Виробнича функція фірми становить:  $X = F(x_1, x_2) = A \ln x_1, x_2, x_i > x_i^0 > 1, i=1,2$ . Визначити функції попиту на ресурси:  $x_1(p, w_1, w_2), x_2(p, w_1, w_2)$ , якщо  $p$  — ціна продукції;  $w_1, w_2$  — ціни ресурсів. Як зміняться випуск і попит на ресурси за зростання ціни продукції?

28. Виробнича функція фірми  $X = 10x_1^{1/3}x_2^{2/3}$ . Ціни купівлі ресурсів — 5 грн. і 10 грн. відповідно. Визначити, яким буде максимальний випуск за витрат  $C = 100$  грн.? Якого змісту можна надати множнику Лагранжа?

## Тема 9. Тема10. Модель міжгалузевого балансу.

### Балансові моделі в економіці та підприємстві.

1. Сутність балансового методу дослідження економічних систем. Основні припущення та гіпотези.

2. Сутність принципової схеми міжгалузевого балансу. Які основні розділи вона містить? Їхня економічна сутність.

3. Сутність економіко-математичної моделі статичного міжгалузевого балансу. Які основні гіпотези використовуються у побудові моделі МГБ?

4. Сутність коефіцієнтів прямих і повних матеріальних витрат. Основні способи їх обчислення. Наведіть приклад.

5. Поясніть сутність поняття продуктивності матриці прямих матеріальних витрат. Наведіть приклад, коли матриця не є продуктивною.

6. Обчислювальні аспекти розв'язування задач на підставі моделі МГБ.

7. Сутність та способи обчислення коефіцієнтів прямої та повної трудомісткості.

Наведіть приклади.

8. Сутність та основні підходи щодо побудови економіко-математичної моделі міжгалузевого балансу затрат праці.

9. Поясніть економічний сенс коефіцієнтів прямої та повної фондомісткості. Наведіть приклади.

10. Наведіть схему та послідовність обчислення коефіцієнтів фондомісткості на основі економіко-математичної моделі МГБ.

11. На підставі даних, наведених у таблиці, обчисліть коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат.

Галузь	Прямі міжгалузеві потоки			Кінцева продукція
	1	2	3	
1	50	60	80	60
2	25	90	40	25
3	25	60	40	35

12. У таблиці наведено коефіцієнти прямих матеріальних витрат та обсяги кінцевої продукції в міжгалузевому балансі для трьох галузей:

Галузь	1	2	3	Кінцева продукція
1	0,2	0,2	0,1	50
2	0,5	0,3	0,2	0
3	0,2	0,2	0,4	30

*Потрібно:*

- 1) перевірити умови продуктивності матриці коефіцієнтів прямих витрат;
- 2) обчислити коефіцієнти повних матеріальних витрат;
- 3) обчислити обсяги валової продукції галузей.

13. На підставі даних таблиці у правій 12 відтворити схему міжгалузевого матеріального балансу.

14. Три цехи підприємства випускають продукцію трьох видів:

Виробництво	Споживання			Кінцева продукція	Валовий продукт
	1	2	3		
1	232,6	51	291,8	200	775,3
2	155,1	255	0	100	510,1
3	232,6	51	145,9	300	729,6
Усього	620,3	357	437,7	600	2015

Частина продукції йде на внутрішнє споживання, решта є кінцевою продукцією. Скласти міжпродуктовий баланс виробництва та розподілу продукції підприємства на плановий період, якщо ставиться завдання щодо планового випуску кінцевої продукції в обсягах відповідно: 250; 100; 360.

### **Тема 11. Традиційні макроекономічні моделі**

1. Поясніть сутність гіпотез, які приймаються у класичній моделі ринкової економіки.

2. Доведіть, що функція попиту на робочу силу в конкурентній економіці є спадною функцією реальної заробітної плати.

3. Сутність об'єднаної моделі ринкової економіки.

4. Відмінність моделі Кейнса від класичної моделі ринкової економіки.

5. Сутність рівноваги на ринку товарів у моделі Кейнса.

6. Сутність рівноваги на ринку грошей у моделі Кейнса.

7. Загальна рівновага на ринку грошей і товарів у моделі Кейнса.

### **Тема 12. Моделі аналізу макроекономічної політики**

1. Назвіть основні чинники, що впливають на розвиток сучасної економічної теорії.

2. Поясніть сенс основного рівняння макроекономічної рівноваги.

3. Проаналізуйте позитивні й негативні сторони подання макроекономічної політики в термінах «цілі — засоби».

4. Поясніть сутність «критики Лукаса».

5. Нехай логарифм цін  $p$  є дискретним процесом випадкового блукання, тобто відповідає рівнянню:  $p_t = p_{t-1} + \varepsilon_t$ , де  $\varepsilon_t$  – випадковий процес із  $E[\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}] = 0$  і  $E[\varepsilon_t^2] = 1$ .

Покажіть, що раціональні очікування такого процесу для моменту  $t$  є просто фактичними значеннями цін у момент  $(t-1)$ , тобто  $E[p_t] = p_{t-1}$

6. Нехай рівняння рівноваги для реального ринку є лінійним:

$$Y = c(Y - T) + I(r) + G,$$

де дохід дорівнює витратам на споживання і державним витратам.

Потрібно обчислити величину ефектів фіскальної політики (зростання бюджетних надходжень  $\frac{\partial Y^*}{\partial T}$  і урядових витрат  $\frac{\partial Y^*}{\partial G}$ ) на рівноважний дохід

$Y^* = Y^*(c, G, T, r)$  у припущенні того, що ринкова ставка відсотка ( $r$ ) є незмінною. Поясніть, котрий із цих ефектів переважає та чому?

7. Рівняння макроекономічної рівноваги має такий вигляд:

$$x = F(x, v),$$

де  $x$  — обсяг сукупного доходу,  $v$  — рівень бюджетного дефіциту.

Якщо виконуються нерівності  $0 < F_x < 1$  та  $F_v < 0$ , то як бюджетний дефіцит впливає на рівноважний обсяг доходу? Які економічні ситуації це може відповідати?

### Тема 13. Динаміка державного боргу та сеньйоражу

1. Поясніть механізм динаміки боргу та економічну роль існування стійкої траєкторії боргу.

2. Охарактеризуйте сутність стратегії стабілізації процесу боргових державних позик та її використання в перехідній економіці.

3. У чому полягає сутність раціональної комбінації можливих політик держави щодо накопиченого боргу та нових позик?

4. Поясніть сутність умови щодо стабілізації державного боргу.

5. Рівняння динаміки боргу:  $b = rb - S$ , де  $S$  — функція купонних виплат,  $r > 0$  — постійна дохідність, що безперервно нараховується,  $b$  — ринкова вартість боргу. Розгляньте це рівняння в координатах «купон - борг», уважаючи ринкову вартість боргу функцією купонних виплат, а приріст вартості боргу – постійною величиною. Отримане лінійне алгебраїчне рівняння — стандартне в теорії боргу. Побудуйте графіки цього рівняння:

а) для постійних ненульових приростів вартості боргу;

б) для нульових приростів вартості боргу.

6. Нехай державний борг досягає стаціонарного значення  $b = 0$  і номінальна вартість накопиченого боргу дорівнює  $F$ , тобто рівняння боргу набере вигляду:

$$b = \frac{1}{r} S - F.$$

Поясніть, який економічний зміст має точка, де виконується рівняння  $S = rF$ .

7. Нехай рівняння динаміки державного боргу має стандартний вигляд:

$$b = rb - S.$$

де  $S$  — відома функція сеньйоражу; Дайте відповіді на запитання:

- a) чи приводить до відсутності інфляції стабілізація обсягу державного боргу?
- b) за яких умов зростання грошової маси може мати неінфляційний характер?

Поясніть економічну можливість таких ситуацій;

- c) як обслуговується борг, якщо зростання грошової маси не супроводжується інфляцією?

## **8. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ**

**Контрольна робота** – форма організації навчального процесу, яка має на меті поглибити, узагальнити та закріпити знання, які студенти отримують у процесі навчання, а також застосувати ці знання при вирішенні практичних задач.

Контрольна робота видається студенту на тривалий час і виконується за індивідуальним варіантом.

**Контрольна робота складається з двох частин:**

**а) теоретичної частини** з математичними та графічними моделями на 2- 6 повних сторінок (згідно номера варіанту).

**б) практичних завдань** у вигляді лабораторних робіт, які охоплюють весь матеріал дисципліни

Результати виконання контрольної роботи повинні бути оформлені в вигляді стислого письмового звіту.

**Контрольна робота** має таку структуру:

- титульна сторінка
- теоретична частина
- умова практичного завдання №1; рішення завдання за допомогою ПК, висновки та економічна інтерпретація отриманої моделі
- умова практичного завдання №2; рішення завдання за допомогою ПК, висновки та економічна інтерпретація отриманої моделі
- умова практичного завдання №3; рішення завдання за допомогою ПК, висновки та економічна інтерпретація отриманої моделі
- список використаної літератури та інформаційних джерел.

**Вимоги до оформлення контрольної роботи:**

формат паперу – А4, орієнтація сторінки – книжкова, ліве поле – 2,5 см., праве, верхнє та нижнє поля – 1,0 см; шрифт – Times New Roman, розмір – 14 пунктів, міжрядковий інтервал – одинарний, інтервал шрифту – звичайний, відступ абзацу – 1 см, вирівнювання в тексті – по ширині. Кожне нове завдання розпочинати з нової сторінки. В кінці кожного завдання подати відповідь, яка обов'язково має містити економічну інтерпретацію отриманого результату.

Титульна сторінка:

**Міністерство освіти і науки України**

**Рівненський державний гуманітарний університет**

Факультет документальних комунікацій та менеджменту

Кафедра економічної кібернетики

**Контрольна робота**

**з дисципліни „Моделювання економіки”**

**Виконав:**

**Науковий керівник:**

**Рівне 2009**

Обсяг 12 -15 сторінок. Нумерація сторінок – у правому верхньому кутку. Перша сторінка не нумерується.

## Заголовки, „СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ”

та назви розділів пишуть великими літерами симетрично до тексту. Крапку вкінці заголовка не ставлять.

**Увага!** Контрольна робота пересилається методисту для реєстрації.

Після цього передається на кафедру економічної кібернетики для перевірки згідно передбачених термінів

## УМОВИ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ(варіанти 1 - 30).

### Практичне завдання №1

Дайте відповіді на тести.

1. У макроекономічних моделях не відображаються проблеми:

- а) зайнятості;
- б) інфляції;
- в) економічного зростання;
- г) поведінки фірм.

2. За моделлю Р. Солоу стійкий рівень капіталоозброєння праці досягається при рівності:

- а) споживань і заощаджень;
- б) інвестицій і заощаджень;
- в) амортизації та вибуття капіталу;
- г) інвестицій та вибуття капіталу.

3. Модель Р. Солоу не враховує вплив:

- а) темпу зростання ВВП;
- б) зростання населення;
- в) запасу капіталу;
- г) технічного прогресу.

### Умова задачі:

Досліджувалась група однорідних підприємств деякої галузі, які випускають однакову продукцію. На основі вибіркових статистичних спостережень на протязі року:

- а) побудувати власну модель виробничої функції Кобба-Дугласа;
- б) оцінити параметри власної моделі виробничої функції Кобба-Дугласа;
- в) виконати на її основі економічний аналіз галузі.

**Виробничу функцію прийняти у вигляді.**  $Y = AK^\alpha L^\beta$

де  $K$  – затрати основного капіталу (основних виробничих фондів);

$L$  – затрати праці;

$Y$  – об'єм випуску продукції;

$A, \alpha, \beta$  – параметри моделі.

Вихідні дані наводяться в таблиці 1

$N$  – порядковий номер студента за списком групи.

$M$  – номер групи.

**Таблиця №1**

$I$	$Y$	$K$	$L$
1	33,59+0,5N	253,20	157,60+0,5M
2	36,62+0,5N	276,80	183,60+0,5M
3	38,47+0,5N	298,70	208,40+0,5M
4	40,66+0,5N	320,20	234,50+0,5M
5	42,84+0,5N	343,50	258,80+0,5M
6	45,77+0,5N	366,20	285,60+0,5M
7	47,99+0,5N	389,70	309,90+0,5M
8	48,87+0,5N	412,90	331,20+0,5M
9	51,11+0,5N	434,60	294,00+0,5M
10	53,12+0,5N	456,90	382,30+0,5M
11	54,14+0,5N	478,30	405,70+0,5M
12	56,69+0,5N	500,60	432,10+0,5M
13	57,97+0,5N	522,50	392,40+0,5M
14	60,10+0,5N	482,40	459,10+0,5M
Сума	+0,5N		+0,5M

**Контрольні запитання №1**

1. Економічний зміст ВФ Кобба-Дугласа.
2. Що таке коефіцієнти еластичності обсягів виробництва?
3. Позитивні і негативні сторони ВФ Кобба-Дугласа.
4. Модель ВФ Кобба-Дугласа з врахуванням інших сучасних факторів.
5. Властивості неокласичної мультиплікативної ВФ Кобба-Дугласа.
6. Типові ВФ:
  - а) лінійна ВФ з повним заміщенням чинників виробництва;
  - б) функція з фіксованими пропорціями чинників – ВФ Леонтєва;
  - в) степенева ВФ Кобба-Дугласа;
  - г) CES.

## Практичне завдання №2

### Дайте відповіді на тести:

1. Модель, яка відображає економічний розвиток на початку та наприкінці періоду, не розглядаючи самого процесу переходу, є:

- а) лінійною;
- в) динамічною;
- б) статичною;
- г) статистичною.

2. Впорядкуйте ланцюжок процесу моделювання (пропущені деякі етапи):

- а) чисельне рішення;
- б) побудова аналітичної моделі;
- в) економічний аналіз побудованої моделі;
- г) підготовка початкової інформації;
- д) постановка економічної проблеми;
- е) аналіз результатів;

3. За загальним цільовим призначенням моделі поділяються на:

- а) теоретичні та прикладні;
- б) лінійні та нелінійні;
- в) рівноважні та балансові;
- г) макроекономічні та мікроекономічні.

4. Узгодьте модель та її автора:

- а) перша інфляційна модель – Жан Боден; Р. Фішер;
- б) модель міжнародної торгівлі – Д. Рікардо;
- в) модель загальної економічної рівноваги -Р. Фішер;
- г) модель дисперсійного аналізу – Леон Вальрас.

### Умова задачі:

Задана модель певного процесу в аналітичній формі.

Побудувати власну графічну модель обчислення градієнта заданої функції (визначення максимуму прибутку)  $F(X_1, X_2) = X_1 \cdot X_2^2$  та перевірити її адекватність у точці з координатами  $X_1, X_2$ , де

- $X_1 = N/N$ ;  $N/N$  - номер у списку групи,
- $X_2 = DN$ ;  $DN$  - день народження

### **Контрольні запитання №2**

1. В чому полягає суть категорії "модель"?
2. Які типи моделей ви знаєте?
3. На які етапи поділяється процес моделювання?
4. Як визначається „градієнт функції“?
5. Яка різниця між класичними та кейнсіанськими моделями?
6. Які сучасні моделі ринкової економіки ви знаєте?
7. Що означає перша інфляційна модель?



## Практичне завдання №3

### 1 Дайте відповіді на тести:

1. Основні критерії, що висуваються до інтегрованої комплексної оцінки рейтингового управління:
  - а) цілочисельність;
  - б) загальновизнаність;
  - в) зрозумілість.
2. Рейтинг – це:
  - а) оцінка стану економічної системи;
  - б) комплексна інформація, подана у максимально згорнутому вигляді;
  - в) вибірка.
3. Рейтингове управління – це:
  - а) математичне очікування;
  - б) інструмент та мета управління;
  - в) концепція прийняття рішень на підставі використання рейтингів у процесі реалізації функцій управління.
4. Процес обчислення рейтингу складається з:
  - а) 6-ти етапів;
  - б) 7-ми етапів;
  - в) 5-ти етапів.
5. Інтегрований показник рейтингу ВНЗ складається з:
  - а) чинників надання освітніх послуг;
  - б) чинників внутрішнього середовища ВНЗ;
  - в) чинників зовнішнього середовища ВНЗ.

### Умова задачі.

**Побудувати рейтингову модель** оцінки акцій 10 компаній, що входили до індексного кошика ПФТС у травні 2005 р.: «Центроенерго» (SEEN), «Дніпроенерго» (DNEN), «Донбасенерго» (DOEN), «Київенерго» (KIEN), «Київ-обленерго» (KOEN), «Нижньодніпровський трубопрокатний завод» (NITR), «Стірол» (STIR), «Укрнафта» (UNAF), «Західенерго» (ZAEN) та «Полтаваобленерго» (POON).

Для розрахунків використати статистичну базу інвестиційної компанії «КІНТО» за період з 1 січня 2001 по 31 травня 2005 року, що становить **53 місяці** в дані одержати через мережу **Internet**. Розраховано за даними компанії «КІНТО» ([www.kinto.com.ua](http://www.kinto.com.ua)).

### Контрольні запитання №3

1. Рейтинг як засіб класифікації економічних об'єктів. Наведіть 4 приклади обчислення рейтингу у повсякденному житті.
2. Структура рейтингового управління.
3. Поясніть сутність рейтингового оцінювання ВНЗ.
4. Методи обробки експертної інформації.

## ЗРАЗКИ ОБЧИСЛЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

### Практичне завдання №1

1. У відповідності до своїх вихідних даних заповнити таблицю №2 статистичних даних

Таблиця 2.

$i$	$y = \ln Y$	$x_1 = \ln K$	$x_2 = \ln L$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
Сума			

1. Виконати лінеаризацію виробничої функції за допомогою логарифмування.
2. Виконати допоміжні розрахунки з метою підготовки вихідних статистичних даних до роботи з лінеаризованою моделлю ( $f(x) = \ln x$ ).
3. За методом найменших квадратів здійснити оцінку параметрів лінеарезованої моделі. Всі допоміжні розрахунки зводяться до таблиці 2.
4. Шляхом зворотних перетворень виробнича функція представляється для її подальшого використання у звичайному, традиційному вигляді:

$$Y = A K^\alpha L^\beta$$

5. Описати процес розрахунків.

6. Сформулювати висновки та подати економічну інтерпретацію побудованої моделі.

### Теоретичні відомості.

1. Перехід від степеневій функції  $Y = A K^\alpha L^\beta$  до лінійної здійснюється шляхом логарифмування:

$$\ln Y = \ln(A K^\alpha L^\beta) = \ln A + \ln K^\alpha + \ln L^\beta = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

2. Введемо позначення:

$$\ln Y = y; \ln A = a_0; \ln K = x_1; \ln L = x_2.$$

3. Лінеаризована модель буде мати вигляд:

$$Y = a_0 + \alpha x_1 + \beta x_2; (1)$$

4. Методом найменших квадратів знаходимо оцінки невідомих параметрів моделі  $a_0, \alpha, \beta$ . Вектор оцінок  $B$  при цьому визначається за наступною залежністю:

$$B = (X' \cdot X)^{-1} \cdot X' \cdot Y; \quad (2)$$

де  $X$  – матриця спостережень,  $X'$  – транспонована матриця,

$Y$  – вектор спостережень за залежною змінною.

5. Введемо позначення:

$$B = \begin{pmatrix} a_0 \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{14} \end{pmatrix}$$

7. Сформуємо на основі даних таблиці 2 матрицю спостережень  $X$ :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{14,1} & x_{14,2} \end{pmatrix},$$

де 1-й індекс – № спостережень, 2-й індекс – № змінної.

8. Знайдемо до  $X$  транспоновану матрицю  $X'$  за допомогою вбудованої функції **ТРАНСП**.

9. Обчислюємо матрицю  $X' \cdot X$  розміром  $(3 \times 3)$  як добуток матриць за допомогою вбудованої функції **МУМНОЖ** (<Ctrl+Shift+Enter>).

10. Знаходимо обернену матрицю  $(X' \cdot X)^{-1}$  вбудованою функцією **МОБР**.

11. Результат множимо на транспоновану матрицю  $X'$

12. Результат множимо на вектор  $Y$  і одержимо вектор оцінок  $B$  розміром  $(3 \times 1)$ , звідки отримаємо значення  $\alpha$  та  $\beta$

13. Знаходимо  $A$ :  $A = \text{EXP}(a_0)$ .

13. Записуємо ВФ Кобба – Дугласа при знайдених оцінках параметрів

$$Y = ? \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$$

Від’ємне значення коефіцієнта  $\alpha$  означає, що з ростом витрат на 1 грн. виробленої продукції прибуток підприємства зменшується, причому при інших рівних умовах збільшення витрат на 1 коп. веде до зменшення прибутку в середньому на (?? 520,1 тис.) грн.

### **P.S. При роботі з масивами потрібно не забувати:**

Якщо результат обчислень за функцією буде не одне число, а масив тоді послідовність дій буде наступною:

1. виділити діапазон комірок, в які необхідно занести формули масиву;
2. звернутись до Майстра функцій;
3. знайти необхідну функцію і ввести аргументи;
4. натиснути одночасно клавіші <Ctrl+Shift+Enter>.

#### **Розрахунки.**

### **Висновки та економічна інтерпретація побудованої моделі.**

#### **Зразок рішення практичного завдання №2**

##### **Теоретичні відомості.**

Модель є інструментом економічного аналізу.

**Економіко - математична модель** - це концентроване вираження найсуттєвіших взаємозв’язків функціонування соціально-економічної системи у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

Складність економічних процесів описується засобами математики.

*Математична модель* – це абстракція реальної дійсності, в якій відношення між реальними елементами, які цікавлять дослідника, замінені відношеннями між матеріальними категоріями, що зазвичай подаються у формі рівнянь і нерівностей або відношеннями формальної логіки між показниками (змінними), які характеризують реальні системи, що моделюються.

##### **Моделі задаються:**

#### **1. В аналітичній формі – формулою:**

Функція повних витрат фірми  $TC(Q)=FC+VC$ , де

FC – фіксовані витрати (постійні);

VC - змінні витрати;

#### **2. В табличній: функція попиту.**

Ціна, грн. за од.	2	3	4	5
Обсяг попиту, од.	20	18	16	14

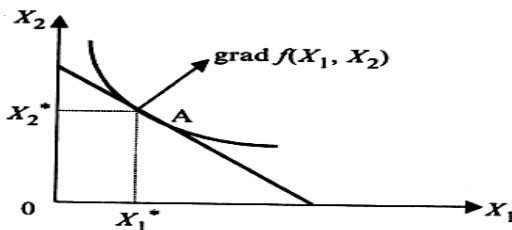
**3. Графічний:** залежність між доходом і споживанням домашніх господарств за рік. Графіки двох змінних дозволяють проаналізувати два економічних параметри за допомогою системи координат. В економічних моделях широко використовуються лінійні та нелінійні

Впорядкована пара перших часткових похідних:

$$\frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_1}, \quad \frac{\partial f(X_1, X_2)}{\partial X_2}$$

Функції  $f(X_1, X_2)$  двох змінних  $X_1$  та  $X_2$  позначається символом  $\text{grad } f(X_1, X_2)$  і називається **градієнтом функції  $f(X_1, X_2)$**  двох змінних.

*Градiєнт функції* в точці  $A$  показує напрям найшвидшого зростання функції  $f(X_1, X_2)$  у цій точці.



**Рис. 9.9. Градієнт функції**

### Розрахунки.

**Висновки та економічна інтерпретація побудованої моделі.**

### Зразок рішення практичного завдання №3.

#### Теоретичні відомості

Введемо позначення:

$A = \{a_1, \dots, a_m\}$  - сукупність  $m$  типів акцій  $a$ .

$Bid(a_i)$  - ціна попиту (купівлі).

$Ask(a_i)$  - ціна пропозиції (продажу)

Показник ліквідності акцій - це сnpед: різниця між цінами  $Ask(a_i)$ -  
 $Bid(a_i)$  - в грошовому виразі.

Спред у відносному виразі:

$$S(a_i) = \frac{Ask(a_i) - Bid(a_i)}{\frac{1}{2}(Ask(a_i) + Bid(a_i))} \cdot 100\%.$$

Чим значення ближче до 1, тим ліквіднішою буде акція.

$V(a_i)$  – показник обсягу угод за певний період,

$W(a_i)$  – кількість угод за певний період,

$Q(a_i)$  – кількість котирувань на купівлю,

$R(a_i)$  – випадкова величина дохідності акції  $a_i$ ,

$As(a_i)$  – коефіцієнт асиметрії,

$Es(a_i)$  – ексцес випадкової величини дохідності акції.

$P(R(a_i) < R_0)$  - імовірність того, що значення дохідності менше за певний, встановлений інвестором рівень  $R_0$ .

$S(a_i), V(a_i), W(a_i), Q(a_i)$  – середні значення показників ліквідності.

$P(a_i), m(a_i), \sigma(a_i), As(a_i), Es(a_i)$  показники, що характеризують дохідність.

**Позначимо:**

$\lambda$  – вагу групи критеріїв ліквідності,

$\mu$  – вагу групи критеріїв дохідності,

$$\lambda + \mu = 1, \lambda \geq 0, \mu \geq 0.$$

-  $m(a_i)$  - середнє значення;

-  $\sigma(a_i)$  - середньоквадратичне відхилення;

**Модель інтегрованого показника рейтингової оцінки  $RT(a_i)$  акції  $a_i$  така:**

$$RT(a_i) = \lambda \lambda_1 \overline{S(a_i)} + \lambda \lambda_2 \overline{V(a_i)} + \lambda \lambda_3 \overline{W(a_i)} + \lambda \lambda_4 \overline{Q(a_i)} + \\ + \mu \mu_1 \overline{P(a_i)} + \mu \mu_2 \overline{m(a_i)} + \mu \mu_3 \overline{\sigma(a_i)} + \mu \mu_4 \overline{As(a_i)} + \mu \mu_5 \overline{Es(a_i)}.$$

### Розрахунки

Розраховані показники дл всіх компаній, крім «Полтавобленерго» (торги за акціями цієї компанії не відбувалися з грудня 2004 р.) відображені в табл.1

Таблиця 1.

**Показники, що характеризують ліквідність та дохідність акцій**

Компанія	серед	середньомісячний обсяг торгів, USD	середньомісячна кількість	показник кількості	ймовірність від'ємної	середньомісячна	середньоквартальне	коефіцієнт асиметрії	коефіцієнт ексцесу
CEEN	0,33	350330	7,47	191,7	0,49	4,28	24,1	1,6	5,5
DNEN	0,41	263503	7,19	178,8	0,51	3,87	33,96	2,8	13,14
DOEN	0,68	199591	4,98	152,3	0,64	0,43	25,2	0,93	2,39
KIEN	0,42	1914146	9,06	166,6	0,42	2,2	14,89	-0,55	0,68
KOEN	1,35	150886	1,62	73,8	0,76	5,4	34,74	2,37	8,89
NITR	0,78	119417	2,53	71,3	0,62	3,68	32,87	2,34	8,75
STIR	0,39	776003	5,61	95,4	0,43	4,61	21,79	1,38	2,76
UNAF	0,13	1674854	13,02	221,6	0,42	4,07	13,01	2,12	6,6
ZAEN	0,33	292164	6,96	175,6	0,55	1,2	13,29	1,04	3,37

Акції компанії «Київобленерго» не задовольняють введені обмеження за показниками *середу*, середньомісячної кількості днів торгівлі та ймовірності від'ємної доходності, а тому виведені з розгляду на наступних етапах. Після природної нормалізації отримано впорядкування за кожним показником, результати якого подано в табл. 2.

Таблиця 2.

### Значення показників після нормалізації

Компанія	серед	середньомісячний обсяг	середньомісячна кількість	показник кількості	ймовірність від'ємної	середньомісячна	середньоквартальне	коефіцієнт асиметрії	коефіцієнт ексцесу
CEEN	0,84	0,13	0,51	0,80	0,79	0,77	0,49	0,64	0,61
DNEN	0,77	0,08	0,49	0,72	0,74	0,69	0,04	1	0
DOEN	0,55	0,04	0,29	0,54	0,35	0	0,44	0,41	0,86
KIEN	0,76	1	0,65	0,63	1	0,36	0,91	0	1
NITR	0,47	0	0,08	0	0,41	0,65	0,09	0,86	0,35

STIR	0,79	0,37	0,35	0,16	0,97	0,84	0,60	0,58	0,83
UNAF	1	0,87	1	1	1	0,73	1	0,80	0,52
ZAEN	0,84	0,10	0,47	0,69	0,62	0,15	0,99	0,47	0,78

Покладемо однакову вагу для груп критеріїв ліквідності та критеріїв дохідності ( $\lambda=\mu=1/2$ ) і такі **ваги для самих критеріїв**:

спред	середньоміс ячний обсяг торгів USB	середньоміс ячна кількість	показник кількості копіївань	імовірність від'ємної дохідності	середньоміс ячна дохідність	середньоква дратичне вихилення	коефіцієнт асиметрії	коефіцієнт ексцесу
1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/6	1/6	1/6

**Отримаємо таке значення інтегрального показника рейтингової оцінки та рейтинги відповідно до спадних значень показника рейтингової оцінки:**

Рейтинг	Компанія	Інтегрований показник рейтингової оцінки
1.	UNAF	0,902-0,001 *N
2.	KIEN	0,717-0,001 *N
3.	CEEN	0,634-0,001 *N
4.	STIR	0,610-0,001 *N
5.	ZAEN	0,549-0,001 *N
6.	DNEN	0,529-0,001 *N
7.	DOEN	0,370-0,001 *N
8.	NITR	0,315-0,001 *N

**Висновок та економічна інтерпретація побудованої моделі.**

## 9. ТЕМИ РЕФЕРАТИВ

1. Конкуренція в економіці та її роль у генеруванні нової інформації.
2. Роль державного регулювання економіки та концептуальні моделі різних варіантів втручання держави в ринковий механізм.
3. Проблеми формалізації інвестування соціально-економічної сфери. Інвестиції в освіту і науку та підходи до їх кількісного оцінювання.
4. Математичне моделювання економіки та його роль у розвитку економічної теорії.
5. Економетричні моделі та проблеми економетричного моделювання.
6. Роль і місце імітаційних моделей у дослідженні економічних об'єктів і процесів.
7. Аналіз пакетів прикладних програм, які використовуються в моделюванні економічних об'єктів і процесів.
8. Комплекс економіко-математичних моделей маркетингових досліджень.
9. Комплекс економіко-математичних моделей функціонування комерційного



банку.

10. Сутність категорії мети в діяльності економічних систем та її формалізація для здійснення кількісного аналізу.

11. Формалізація процесів функціонування окремих економічних систем у категоріях «цілі» й «засоби».

12. Механізм формування цілей та критеріїв функціонування економічного об'єкта.

13. Імітаційні моделі прийняття багатокритеріальних рішень в економіці та підприємстві.

14. Математичні моделі в проблемах захисту економічної та підприємницької інформації.

15. Математичні моделі в управлінні фінансовими ресурсами.

16. Математичні моделі в управлінні інформаційними ресурсами.

17. Математичні моделі в аналізі та виборі інноваційно-інвестиційних проєктів.

18. Моделі макроекономічного прогнозування.

19. Експертні методи оцінки та їх використання в побудові прикладних економіко-математичних моделей управління економічними об'єктами.

20. Математичні моделі в галузевому регулюванні.

21. Концептуальні засади математичного моделювання економічної безпеки країни.

22. Методологічні аспекти моделювання конкуренції та поведінки економічних суб'єктів на ринках товарів і послуг.

23. Методологічні аспекти розбудови моделей довготермінового економічного прогнозування.

24. Імітаційна модель управління запасами.

25. Імітаційна модель прийняття рішень з використанням кількох критеріїв.

26. Імітаційна модель руху фондів на підприємстві.

27. Імітаційна модель формування раціональної структури джерел фінансування інвестицій.

28. Імітаційна модель оцінки ефективності лізингу.

29. Імітаційна модель вексельного обігу.

30. Імітаційне моделювання ризиків інвестиційних проєктів.

31. Узагальнений алгоритм аналізу ієрархій у рейтинговому оцінюванні.

32. Рейтингове оцінювання діяльності комерційних банків серед їх вибірки.

33. Рейтингове оцінювання індексів на фондовому ринку України.

34. Процедура комплексного рейтингового оцінювання фінансового стану економічної системи.

35. Рейтингові оцінки ризику країни. Їх аналіз, переваги і недоліки.

36. Рейтингове оцінювання якості послуг вищих навчальних закладів.

37. Рейтингове управління в проблемах фінансової стійкості страхових компаній.

38. Фондові індекси та рейтинг.

39. Базові стратегії для формування конкурентних переваг.

40. Стратегія зниження витрат.

41. Стратегія диверсифікації продукції та сегментів ринку.

42. Стратегія організаційного розвитку.

43. Теоретичні аспекти стратегії технічного розвитку.

44. Динаміка капітального чинника виробництва.

45. Мікроекономічна оцінка стратегії вертикальної інтеграції.

46. Програмно-цільове управління.

47. Моделювання конкурентної рівноваги на ринку депозитів.
48. Моделювання та управління ринком пасивних операцій комерційного банку.
49. Взаємозв'язки між ризиком, надійністю, ліквідністю та стійкістю комерційного банку.
50. Моделювання та управління портфелем комерційного банку.
51. Моделювання та управління кредитним ризиком комерційного банку.
52. Оцінка ризику ліквідності комерційного банку.
53. Односекторна модель оптимального економічного зростання.
54. Двосекторна модель економіки.
55. Багатофакторні функції Солоу.
56. Модель Солоу з лінійно-однорідною CES-функцією.
57. Раціональні очікування в умовах невизначеності та відсутності арбітражу.
58. Особливості кількісного аналізу перехідної економіки.
59. Модель обмінного курсу для перехідної економіки.
60. Модель пропозиції та виробництва.
61. Взаємодія конкуренції та інфляції.
62. Лінійні моделі інфляції.
63. Сутність та гіпотези редукції фінансового ринку до ринку грошей за Дж. Тобіном.
64. Стаціонарний стан макроекономіки за моделлю Сарджента-Тарновського.
65. Номінальні та реальні обмінні курси.
66. Адекватні стаціонарні та нестаціонарні очікування.
67. Зміни раціональних очікувань у перехідній економіці.
68. Інформаційний зміст цін та конкуренція.
69. Інфляційний податок і дефіцит.
70. Біфуркація діаграми інфляційних ситуацій.
71. Класифікація інфляційних режимів у перехідній економіці.
72. Біфуркація монетарної системи у разі високої інфляції.
73. Сутність та використання концепції раціональних очікувань у моделюванні ринкової рівноваги.
74. Стабілізація обсягів державного боргу та її вплив на інфляцію.
75. Вибір стратегії стабілізації процесу боргових позичок для перехідної економіки.
76. Аналіз можливих політик держави щодо накопиченого боргу.
77. Економічне моделювання раціональних очікувань.
78. Формулювання та моделювання очікувань у разі обмеженої раціональності.
79. Використання фільтра Калмана в актуалізації раціональних очікувань.
80. Шумпетерівська конструкція.

## 10. ІНДИВІДУАЛЬНЕ НАУКОВО-ДОСЛІДНЕ ЗАВДАННЯ (ІНДЗ)

**Індивідуальне завдання** – форма організації навчального процесу, яка має на меті поглибити, узагальнити та закріпити знання, які студенти отримують у процесі навчання, а також застосувати ці знання при вирішенні практичних задач.

ІНДЗ видається студенту на тривалий час і виконується за індивідуальним варіантом. ІНДЗ виконується у друкованій формі та є предметом обговорення на відповідному семінарському занятті. ІНДЗ має творчий характер.

### **Рекомендації до виконання**

ІНДЗ складається з двох частин:

а) **практичних завдань**, які охоплюють весь матеріал дисципліни:

1. Обчислення моделі Леонтьєва „витрати - випуск”, (варіанти 1 - 20).
2. Моделі поведінки споживачів і виробників на конкурентних ринках.
3. Моделі дво- та багатofакторних виробничих функцій.

б) **статті творчого характеру** з математичними, графічними моделями на

2, 6 повних сторінок.

Результати виконання індивідуального навчально-дослідного завдання повинні бути оформлені в вигляді стислого письмового звіту.

Письмовий звіт має таку структуру:

- зміст
- вступ
- основна частина
- висновки
- список використаної літератури та інформаційних джерел.

**Вимоги до оформлення індивідуального науково-дослідного завдання:** формат паперу – А4, орієнтація сторінки – книжкова, ліве поле – 2,5 см., праве, верхнє та нижнє поля – 1,0 см; шрифт – Times New Roman, розмір – 14 пунктів, міжрядковий інтервал – одинарний, інтервал шрифту – звичайний, відступ абзацу – 1 см, вирівнювання в тексті – по ширині. Кожне нове завдання розпочинати з нової сторінки. В кінці кожного завдання подати відповідь, яка обов'язково має містити економічну інтерпретацію отриманого результату.

### **Титульна сторінка:**

Міністерство освіти і науки України

Рівненський державний гуманітарний університет

Факультет документальних комунікацій та менеджменту

Кафедра економічної кібернетики

### **Індивідуальне навчально-дослідне завдання студента з дисципліни „Моделювання економіки”**

**Виконав:**

**Перевірив:**

**Рівне 2009**

Обсяг ІНДЗ 12 -15 сторінок. Нумерація сторінок – у правому верхньому кутку. Перша сторінка не нумерується.

Заголовки „ЗМІСТ”, „ВСТУП”, „СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ”

та назви розділів пишуть великими літерами симетрично до тексту. Крапку вкінці заголовка не ставлять.

Перед назвою розділу – відступ 2 рядки від попереднього тексту,

після назви розділу – відступ 1 рядок.

У *вступі* (1-2 сторінки) обґрунтовують актуальність теми, мету роботи, її структуру.

В *основній частині* висвітлюється фактичний стан об'єкта дослідження, проблеми його регулювання, вітчизняний та/або зарубіжний досвід їх вирішення.

Формули, таблиці, ілюстрації нумеруються послідовно в межах кожного розділу. Номер їх складається з номеру розділу і порядкового номеру таблиці, формули.

Таблицю вміщують після першого згадування про неї в тексті. Над правим верхнім кутом таблиці пишуть слово таблиця „Таблиця” і вказують її номер. Номер формули пишуть на її рівні біля правого поля аркуша. Стовпчик пояснень до формули (експлікацію) рівняють відносно знаку тире. Вище та нижче формули залишають не менше одного вільного рядка.

*Посилання на джерела.* Під час підготовки ІНДЗ студент має використовувати додаткові літературні джерела: матеріали періодичних економічних видань, статистичні та аналітичні матеріали, офіційні Інтернет- сторінки органів влади. Якщо в ІНДЗ відсутні посилання на джерела, то вважається, що воно написано на базі одного джерела. Така робота не зараховується.

*Форма посилань на джерела* може бути різною. Але обов'язково посилання на джерело крім прізвища автора, назви роботи повинно мати вихідні дані, номер сторінки з тим, щоб джерело можна було легко знайти і перевірити посилання на нього.

*1 варіант посилання* – внизу сторінки

Текст „ ...Останнім часом швидкість обігу товарів і відповідно грошей істотно уповільнилися – з 45 днів у 2003 р. до 65 днів у 2006р.1”

Посилання:

1 Ковальчук Т., Іванов С. Монетарний протекціонізм в Україні // Економіка України. --2007. - №8. – с. 36.

*2 варіант посилання* – в тексті

Текст „ ...Останнім часом швидкість обігу товарів і відповідно грошей істотно уповільнилися – з 45 днів у 2003 р. до 65 днів у 2006р.” [6, с. 36]

В цьому випадку в кінці цитати в квадратних дужках вказується номер джерела за списком літератури та сторінка [6, с. 36].

Джерела можна розмішувати в списку в порядку появи посилань в тексті, або в алфавітному порядку прізвищ перших авторів або заголовків.

Наприклад: Офіційна Інтернет- сторінка Національної бібліотеки імені Вернадського // [http:// www.nbuv.gov.ua](http://www.nbuv.gov.ua)

ІНДЗ виконується у друкованій формі та є предметом обговорення на відповідному семінарському занятті.

Теми і варіанти ІНДЗ подані в додатку або в електронній бібліотеці кафедри в електронній бібліотеці кафедри за адресою:

<http://server.rdgu-dkm.rv.ua/>

## 11. САМОСТІЙНА РОБОТА

Самостійна робота передбачена для студентів як денної, так і заочної форм навчання як основний засіб володіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових аудиторних занять.

Самостійна робота студента над засвоєнням навчального матеріалу з дисципліни може виконуватися у бібліотеці, навчальних кабінетах і лабораторіях, комп'ютерних класах, а також у домашніх умовах. Вона включає в себе:

- вивчення лекційного матеріалу по темі;



- б) побудова аналітичної моделі;
- в) економічний аналіз побудованої моделі;
- г) підготовка початкової інформації;
- д) постановка економічної проблеми;
- е) аналіз результатів;

**3. За загальним цільовим призначенням моделі поділяються на:**

- а) теоретичні та прикладні;
- б) лінійні та нелінійні;
- в) рівноважні та балансові;
- г) макроекономічні та мікроекономічні.

**4. Узгодьте модель та її автора:**

- а) перша інфляційна модель – Жан Боден; Р. Фішер;
- б) модель міжнародної торгівлі – Д. Рікардо;
- в) модель загальної економічної рівноваги – Р. Фішер;
- г) модель дисперсійного аналізу – Леон Вальрас.

**5. Виробнича функція  $F(K, L) = K^2L^2$  характеризуються віддачею від масштабу:**

- а) постійною;
- б) зростаючою;
- в) спадною.

**6. Ізокванта:**

- а) лінія, кожна точка якої, є така сукупність двох товарів  $x$  та  $y$  або споживацьких наборів, які забезпечують однаковий рівень задоволення потреб;
- б) крива, на якій показані всі комбінації виробничих факторів, використання яких забезпечує однаковий обсяг випуску продукції;
- в) лінія, що показує яку кількість товарів та послуг може придбати споживач за певну суму грошей у межах свого доходу.

**7. Вказати вірне позначення наступних витрат:**

- |                   |         |         |         |
|-------------------|---------|---------|---------|
| Граничні:         | а) MC;  | б) AFC; | в) TR;  |
| Середні постійні: | а) AFC; | б) TC;  | в) TFC; |
| Середні змінні:   | а) AVC; | б) ATC  | в) TVC. |

**8. У макроекономічних моделях не відображаються проблеми:**

- а) зайнятості;
- б) інфляції;
- в) економічного зростання;
- г) поведінки фірм.

**9. За моделлю Р. Солоу стійкий рівень капіталоозброєння праці досягається при рівності:**

- а) споживань і заощаджень;
- б) інвестицій і заощаджень;
- в) амортизації та вибуття капіталу;
- г) інвестицій та вибуття капіталу.

**10. Модель Р. Солоу не враховує вплив:**

- а) темпу зростання ВВП;
- б) зростання населення;
- в) запасу капіталу;
- г) технічного прогресу.

**11. Криві байдужості використовуються для:**

- а) побудови графіків;

- б) вивчення функції корисності;
- в) аналізу мікроекономічних процесів.

**12. Форма кривих байдужості відображає:**

- а) готовність споживача обмінювати один товар на інший;
- б) граничну норму заміщення;
- в) готовність задовольняти усі потреби споживача.

**13. Модель поведінки споживача показує, що:**

- а) споживач має обмежений дохід;
- б) споживач обмежений фінансовими ресурсами, що не дає йому можливості задовольнити усі свої потреби;
- в) споживач оцінює рівень корисності споживчих товарів.

**14. Оптимальний вибір споживача – це:**

- а) гранична корисність  $MU_i$  блага  $X_i$ ;
- б) реакція на одночасну зміну ціни споживчих товарів;
- в) гранична норма заміщення двох товарів при їх незмінному рівні корисності.

**15. Основні критерії, що висувуються до інтегрованої комплексної оцінки рейтингового управління:**

- а) цілочисельність;
- б) загальновизнаність;
- в) зрозумілість.

**16. Рейтинг – це:**

- а) оцінка стану економічної системи;
- б) комплексна інформація, подана у максимально згорнутому вигляді;
- в) вибірка.

**17. Рейтингове управління – це:**

- а) математичне очікування;
- б) інструмент та мета управління;
- в) концепція прийняття рішень на підставі використання рейтингів у процесі реалізації функцій управління.

**18. Процес обчислення рейтингу складається з:**

- а) 6-ти етапів;
- б) 7-ми етапів;
- в) 5-ти етапів.

**19. Інтегрований показник рейтингу ВНЗ складається з:**

- а) чинників надання освітніх послуг;
- б) чинників внутрішнього середовища ВНЗ;

**20. Криві байдужості використовуються для:**

- 1) побудови графіків;
- 2) вивчення функції корисності;
- 3) аналізу мікроекономічних процесів.

**21. Форма кривих байдужості відображає:**

- а) готовність споживача обмінювати один товар на інший;
- б) граничну норму заміщення;
- в) готовність задовольняти усі потреби споживача.

**22. Модель поведінки споживача показує, що:**

- а) споживач має обмежений дохід;
  - б) споживач обмежений фінансовими ресурсами, що не дає йому можливості в)
  - в) задовольнити усі свої потреби;
- споживач оцінює рівень корисності споживчих товарів.

**23. Оптимальний вибір споживача – це:**

- а) гранична корисність  $MU_i$  блага  $X_i$ ;
- б) реакція на одночасну зміну ціни споживчих товарів;
- в) гранична норма заміщення двох товарів при їх незмінному рівні корисності.

**24. Раціональність поведінки споживача і виробника :**

- а) задоволення особистих , колективних і суспільних потреб ;
- б) споживчий вибір;
- в) вибір з безлічі варіантів саме той варіант , що принесе вигоду і ця вигода буде перевищувати вигоди можливих відкинутих варіантів .

**25. Ефект заміщення—це:**

- а) проблема вибору споживача ;
- б) придбання серед кількох товарів –субститутів того , ціна якого знизилася і заміна ним тих товарів , які відносно подорожчали ;
- в) функція попиту споживача .

**26. Олігополію відрізняють: :**

- а) значні перешкоди для вступу в галузь;
- б) диференційована продукція;
- в) значне число фірм на ринку;
- г) однорідна продукція .

**27. Сукупний обсяг виробництва у рівновазі Курно:**

- а) дорівнює монопольному обсягу виробництва ;
- б) менший за монопольний обсяг виробництва ;
- в) більший за конкурентний обсяг виробництва ;
- г) перебуває в проміжку від монопольного до конкурентного обсягу виробництва.

**28. Функція реакції в моделі Курно:**

- а) визначає обсяг випуску одного дуополіста за кожного заданого обсягу виробництва іншого;
- б) визначає ціну продукції одного дуополіста за кожного заданого рівня ціни, встановленої іншим;
- в) визначає ціну продукції одного дуополіста за кожного заданого обсягу виробництва іншого.

**29. Фірми А і В з ідентичними виробничими функціями є дуополістами. Обсяг продажу фірми В буде найбільшим, якщо:**

- а) на ринку встановиться рівновага Курно;
- б) фірми об'єднуються в картель і поділяють ринок порівну;
- в) на ринку встановиться рівновага Стакельберга за умови, що фірма А є аутсайдером;



г) на ринку встановиться рівновага Стакельберга за умови, що фірма А є лідером.

**30. Обсяг продажу однієї фірми на олігополістичному ринку не залежить від числа фірм на ринку і розподілу залишку між іншими продавцями:**

а) у моделі Курно;

б) у моделі картелю;

в) у моделі Бертрана;

г) для фірми - лідера у моделі Стакельберга.

**31. Функція реагування в моделі Курно:**

а) визначає ціну продукції одного дуополіста за кожного заданого обсягу виробництва іншого.

б) визначає обсяг випуску одного дуополіста за кожного заданого обсягу виробництва іншого;

в) визначає ціну продукції одного дуополіста за кожного заданого рівня ціни, встановленої іншим;

**32. Обсяг продажу однієї фірми на олігополістичному ринку не залежить від числа фірм на ринку і розподілу залишку між іншими продавцями:**

а) у моделі Курно;

б) у моделі картелю;

в) у моделі Бертрана;

г) для фірми - лідера у моделі Стакельберга.

**33. Фірми А і В з ідентичними виробничими функціями є дуополістами. Обсяг продажу фірми В буде найменшим, якщо:**

а) на ринку встановиться рівновага Курно;

б) фірми об'єднуються в картель і поділяють ринок порівну;

в) на ринку встановиться рівновага Стакельберга за умови, що фірма А є аутсайдером;

г) на ринку встановиться рівновага Стакельберга за умови, що фірма А є лідером.

**34. Сутність моделі МГБ полягає в тому, що... :**

а) забезпечує складання збалансованих внутрішньо узгоджених планів ;

б) таблиця міжгалузевих потоків;

в) кожна галузь бере участь як виробник певного виду продукції, і як спживач .

**35. Квадранти балансу – це :**

а) чотири частини МГБ, які мають різний економічний зміст ;

б) сума матеріальних витрат галузей ;

в) вартість засобів виробництва, що вироблені  $i$ -тою галуззю та спожиті  $j$  - тою галуззю .

**36. Перший квадрант МГБ – це:**

а) національний дохід з боку його вартісного складу ;

б) кінцева продукція всіх галузей матеріального виробництва ;

в) обсяг міжгалузевих потоків продукції.

**37. У моделі «витрати – випуск» сукупний попит представлений:**

а) запланованими витратами;

- б) фактичними витратами;
- в) незапланованими інвестиціями;
- г) фактичними доходами .

### 13. ТЕРМІНОЛОГІЧНО-ТЛУМАЧНИЙ СЛОВНИК

**Аналітична модель** є системою таких співвідношень між заданими й шуканими величинами, котрі виражені математичними формулами в явному вигляді. Завдяки цьому аналітичні моделі особливо зручні для аналізу властивостей розв'язків, а також для розрахунків. За сприятливих умов розв'язки аналітичних моделей вдається одержати в явному вигляді за допомогою лише алгебраїчних формул — такий розв'язок називається **аналітичним**. Зазвичай аналітичні моделі є рівняннями чи нерівностями різного типу (алгебраїчними, диференціальними, різницевиими, інтегральними, функціональними). Однак не завжди зв'язки між величинами можна виразити формулами (наприклад, єдиним доступним способом задавання залежності однієї величини від іншої моделі).

**Балансові моделі** — моделі формалізованого опису взаємної відпо-відності ресурсів і потреб у них, доходів і витрат тощо. Серед інших класів економіко-математичних моделей (оптимізаційних, економетричних тощо) балансові моделі вирізняються такими особливостями: представлення співвідношень моделі у вигляді систем лінійних рівнянь, які мають єдиний розв'язок; екзогенне задавання всіх структурних параметрів, що характеризують взаємозв'язки змінних; відсутність можливості вибору між різними варіантами взаємозв'язків змінних (наприклад різними технологічними способами) та між взаємозамінними ресурсами

**Вальраса модель** — динамічна модель ринкової рівноваги. Ціна і обсяг товару (проданого і купленого) на ринку, що перебувають у стані рівноваги, задані рівняннями попиту і пропозиції (див. «Павутиноподі-бна» модель). Є ціна, котра забезпечує рівновагу і за якої використовуватиметься весь обсяг пропонованого товару. Але за умови встановлення на ринку іншої ціни невідомо, чи збережеться положення рівноваги і як швидко відбуватиметься процес пристосування. Для розв'язання цієї задачі й використовують Вальраса моделі

**Графічна модель** — зображення модельованої системи за допомогою наочних геометричних засобів. У широкому сенсі до графічних моделей відносять досить різноманітні об'єкти: 1) *блок-схеми*, в яких графічні елементи (прямокутники, ромби, овали та інші плоскі фігури і стрілки, що їх з'єднують) використовуються для відображення причин-но-наслідкових, часових і просторових зв'язків між елементами модельованої системи; 2) моделі *графів теорії*; плоскі графи завжди можна зобразити за допомогою стандартних графічних засобів (цей спосіб навіть має певні переваги перед аналітичним, зокрема доступність, наочність, хоч і незручний у разі великої розмірності, використання комп'ютерів і застосування деяких алгоритмів); 3) різноманітні *геометричні площинні конструкції*

**Виробнича функція** пов'язує величину випуску з обсягом ресурсів (чинників виробництва) для деякої виробничої одиниці: установки, комплексу, окремого підприємства (фірми), галузі, народного госпо- дарства загалом. Поняття випуску і чинників виробництва конкретизу- ються залежно від характеру і масштабу розглядуваної виробничої одиниці, мети дослідження, доступної інформації.

**«Витрати — випуск» модель** (метод) — альтернативна назва моделі міжгалузевого балансу, запропонована академіком В.С. Немчи- новим як переклад російською мовою англійського терміна Input —

Output Techniques, що означає метод, впроваджений американським економістом В.В. Леонтьєвим.

**Дуополі моделі** — моделі *олігополії* з двома продавцями. Дуопо-лії моделі не мають особливої специфіки порівняно із загальними моделями олігополії. Однак застосування традиційних методів теорії некооперативних ігор стосовно теорії дуополії потребує деякого перегляду.

**Економіко-математична модель** — стислий вираз найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь

**Ізокванта** — множина в *просторі товарів* (продуктів), для всіх точок якої максимально можливий випуск за ефективного використання відповідного набору ресурсів є однаковим (узагалі кажучи, може застосовуватися не лише випуск, але й інший показник результатів виробництва, наприклад прибуток).

**Ізокліналь** — лінія найшвидшого зростання виробничої функції. Ізокліналі ортогональні лініям нульового зростання, тобто ортогональні ізоквантам.

**Ізокоста** — множина в *просторі товарів* (продуктів), для всіх точок якої сукупна вартість відповідного набору продуктів однакова; беруться до уваги продукти, котрі витрачаються у виробництві (ресурси), товари, придбані для певних цілей.

**Імітаційна модель** — економіко-математична (переважно комп'ютерна) *модель*, дослідження якої проводиться експериментальними методами. Термін запроваджений на початку 1960-х років, його межі доволі широкі, але не досить чітко визначені. Виникнення імітаційної моделі пов'язане з „новою хвилею” в економіко-математичному моделюванні.

**Кобба—Дугласа виробнича функція** відображає залежність між випуском продукції  $Y$  і витратами, котрі необхідні для її виробництва, зазвичай витратами основного капіталу  $K$  і трудовими затратами  $L$ :  $Y = AK^\alpha L^\beta$ , де  $A$  — параметр масштабу виробництва.

**Криві байдужості** — поняття в аналізі моделей споживання, що ірунтуються на відображенні поведінки споживача чотирма параметрами: обсягом споживаних продуктів (вектор), цін на них (вектор), бюджету (скаляр) і функції корисності (переваги) споживача.

**Математична модель** — абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять доробничої структури народного господарства не може бути використана прийнята в теорії МОБ гіпотеза про існування «чистої» галузі, бо на практиці один і той самий вид продукції випускається підприємствами різного профілю (наприклад, меблі можуть випускатися цехом суднобудівного заводу). Зазначена суперечність між адміністративно-господарським і натурально-речовим аспектами відтворювального процесу вирішується в СНР ООН за допомогою відокремленого опису руху продуктів і процесу функціонування господарських галузей

**Моделювання** — спосіб вивчення об'єкта (процесу, явища) за допомогою деякого його спрощеного відображення — *моделі*; розбудова й використання моделей. Побудова моделі передбачає наявність *суб'єкта* (дослідника), *об'єкта* моделювання й *цілі* (мети), задля якої воно здійснюється (інколи побудова моделі непотрібна — суб'єкт знаходить її немовби готовою серед фізичних об'єктів чи матеріальних продуктів). Використання моделі ґрунтується, по-перше, на її здатності замінювати, заміщувати об'єкт стосовно до мети дослідження, по-друге, на її властивості бути при цьому доступнішою для вивчення у відповідному аспекті, ніж модельований

об'єкт. Перше забезпечується подібністю моделі до об'єкта моделювання в тому, що для мети дослідження є суттєвим, друге — спрощенням тих властивостей, які для мети є несуттєвими, але ускладнюють безпосереднє вивчення об'єкта. Інші відносини моделі та об'єкта є другорядними.

Моделювання є процесом побудови, вивчення та застосування моделей. *Процес моделювання* включає три системоутворюючих елементи: суб'єкт дослідження (системний аналітик); об'єкт дослідження; модель, яка опосередковує відносини між об'єктом, що вивчається, та суб'єктом, що пізнає (системним аналітиком).

**Модель** (фр. *modele*, від лат. *modulus* — міра, зразок) — один із важливих інструментів наукового пізнання, умовний образ об'єкта дослідження чи управління. Модель — це уявний або реальний об'єкт, який у процесі свого вивчення замінює об'єкт-оригінал. Вона конструюється суб'єктом дослідження чи управління так, щоб відобразити найсуттєвіші для дослідження характеристики об'єкта (властивості, взаємозв'язки, структурні й функціональні параметри тощо). Конструювання моделі на підставі попереднього вивчення об'єкта і виокремлення його суттєвих характеристик, її експериментальний і/чи теоретичний аналіз, зіставлення результатів з даними про об'єкт, корегування моделі тощо є змістом методу **моделювання**.

**«Павутиноподібна» модель** розроблена голландським економістом Я. Тінбергенем на підставі аналізу економічного циклу у свинарстві. Вважається одним із перших економетричних досліджень економічного циклу.

**Рейтингове управління** — концепція прийняття рішень потенційними користувачами на основі використання рейтингів у процесі реалізації функцій управління.

**Ризик** — економічна категорія, котра відображає характерні особливості сприйняття зацікавленими суб'єктами економічних відносин об'єктивно наявних невизначеності й конфліктності, іманентних процесам цілепокладання, управління, прийняття рішень, оцінювання, що

обтяжені можливими загрозами і невикористаними можливостями

**Синергетика** — загальна назва для низки наукових напрямів, які вивчають зародження, формування і розвиток впорядкованих у часі і/чи в просторі процесів і/чи структур, існування принципів, що керують виникненням самоорганізації. Термін запроваджений німецьким природознавцем Г. Хакеном.

**Системний підхід в економіці** — комплекс методологічних положень, що дають змогу впорядкувати дослідження складних соціально-економічних об'єктів. Процедури, що реалізують системний підхід, називають *системним аналізом*. Фундаментальні поняття — *система й середовище*, в якому система функціонує і розвивається.

**Ядро економіки** в економіко-математичних моделях — поняття, що характеризує сукупність станів економіки, покращання котрих неможливе для жодної з груп економічних агентів, які діють автономно.

#### 14. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Андрейчиков А. В., Андрейчикова О. Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике – М.: Финансы и статистика, 2000.
2. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику – М.: Наука, 1984.
3. Богатов О. И., Ль Лысенко Ю. Г., Петренко В. Л., Скобелев В. Г. Рейтинговое управление экономических системами. Донецк: Юго- Восток Лтд, 1999.
4. Брігхем Э. Основи фінансового менеджменту: Пер. з англ. – К.: Молодь, 1997.

5. Бурда М., Виплош Ч. Макроекономіка: Європейський контекст: Пер. з англ. – К.: Основи, 1998.
6. Варфоломеев В. И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум. – М.: Финансы и статистика, 2000.
7. Вітлінський В. В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику. – К.: ДЕМГУР, 1996.
8. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2003.
9. Волгин Л. Н. Принцип согласованного оптимума. – М.: СОВ. радио, 1977.
10. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємстві: Монографія. – К.: КНЕУ, 2004.
11. Вітлінський В. В., Оболенська Т. Є., Жигочька Н. В. Моделювання рейтингової оцінки вищого навчального закладу // Економічна кібернетика. – 2000. – №3.
12. Гальперин В. М., Гребенников П. И., Леусский А. И., Тарасевич Л. С. Микроэкономика: Учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. / Общ. ред. Л. С. Тарасевича. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1997.
13. Гейл Д. Теория линейных экономических моделей: Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1963.
14. Горбачук В. Макроекономічні методи. – К.: Альтпрес, 1999.
15. Гребенников П. И, Леусский А. И, Тарасевич Л. С. Микроэкономика: Учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. / Общ. ред. Л. С. Тарасевича. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1998.
16. Долан Э. Дж. Линдсей Д. Е. Рынок: микроэкономическая модель. – СПб., 1992.
17. Загородній А. Г., Вознюк Г. Л, Смовженко Т. С. Фінансовий словник. – 3-те вид., випр. та доп. – К.: Т-во «Знання». К00, 2000.
18. Замков О.О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике: Учебник. – М.: МГУ им. М. В. Ломоносова: ДИС, 1997.
19. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории: Пер. с англ. – М.: Мир, 1999.
20. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975.
21. Клебанова Т. С., Забродский В. А., Полякова О. Ю., Петренко В. Л. Моделирование экономики: Учеб. пособие. – Х.: Изд. ХГЭУ, 2001.
22. Клейнер Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение. – М.: Финансы и статистика, 1986.
23. Колемаев В. А. Математическая экономика: Учеб. для вузов. – М.: ЮНИТИ, 1998.
24. Коноховский П. В. Микроэкономическое моделирование банковской деятельности. – СПб.: Питер, 2001.
25. Кредитний ризик комерційного банку: Навч. посіб. / В.В. Вітлінський, О. В. Пернарівський, Я. С. Наконечний, Г. І. Великоіваненко; За ред. В. В. Вітлінського – К.: Т-во «Знання». КОО, 2000.
26. Леонтьев В. В. К рынку под контролем государства // Трудный поворот к рынку: Сб. ст. / Под ред. Л. И. Абалкина. – М.: Экономика, 1990.
27. Костіна Н. І., Алексеев А. А., Василик О. Д. Фінанси: системи моделей і прогнозів: Навч. посібник. – К.: Четверта хвиля, 1998.
28. Литвак Б. Г. Экспертная информация. – М.: Сов. радио, 1982.
29. Лысенко Ю. Г, Егоров П. В., Овечко Г. С., Тимохин В. Н. Экономическая кибернетика: Учеб. пособие. – 2-е изд. / Под ред. д-ра экон. наук, проф. Ю. Г. Лысенко,

Донецкий нац. ун-т. - Донецк: ООО «Юго-Восток Лтд», 2003.

30. Лысенко Ю. Г., Иванов Н. Н., Минц А. Ю. Нейронные сети и генетические алгоритмы: Учеб. пособие. – Донецк: ООО «Юго-Восток Лтд», 2003.

31. Малыхин В. И. Математическое моделирование экономики: Учеб.-практ. пособие. – М.: УРАО, 1998.

32. Манків Г. Н. Макроекономіка: Пер. з англ. – К.: Основи, 2000.

33. Математика и кибернетика в экономике: Словарь-справочник. – М.: Экономика, 1975.

34. Матеріали Всесвітньої конференції ЮНЕСКО з вищої освіти // АМ. – 1998. – № 11, 12; 1999. – № 1.

35. Наливайко А. П. Теорія стратегії підприємства. Сучасний стан та напрямки розвитку: Монографія. – К.: КНЕУ, 2001.

36. Нельсон Р., Унтер С. Эволюционная теория экономических изменений. – М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000.

37. Петров А. А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1996.

38. Порохня В. М. Моделювання економіки: Монографія. – Запоріжжя: ЗДІА, 2001.

39. Самарський А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2001.

40. Сергеева Л. Н. Нелинейная экономика: модели и методы / Науч. ред. д-р экон. наук, проф. Ю. Г. Лысенко. – Запорожье: Полиграф, 2003.

41. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте. Учеб. пособие. – М.: Русская Деловая Литература, 1999.

42. Терехов Л. Л. Экономико-математические методы: Учеб. для экон. спец. вузов. – М.: Статистика, 1972.

43. Федосеев В. В., Эриашвили Н. Д. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2001.

44. Хікс Дж. Стоимость и капитал. – М., 1993.

45. Хованов Н. В. Математические модели риска и неопределенности. – СПб., 1998.

46. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2000.

47. Шикин Е. В., Чхартишвили А. Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – М.: Дело, 2000.

48. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н. И. Холод А. В. Кузнецов, Я. Н. Жихар; Под общ. ред. А.В. Кузнецова. – Мн: БГЭУ, 1999.

49. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев и др.; Под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999.

50. Ястремский О.И., Гриценко О.Г. Основы мікроекономіки: Підручник. – К.: Т-во «Знання». КОО, 1998.

51. Nicholson W. Intermediate Microeconomics and its Application. – Third Edition. – Dryden Press, 1983. – P.4.

52. Sargent T. Macroeconomic Theory. – N.Y.: Academic Press, 1987.

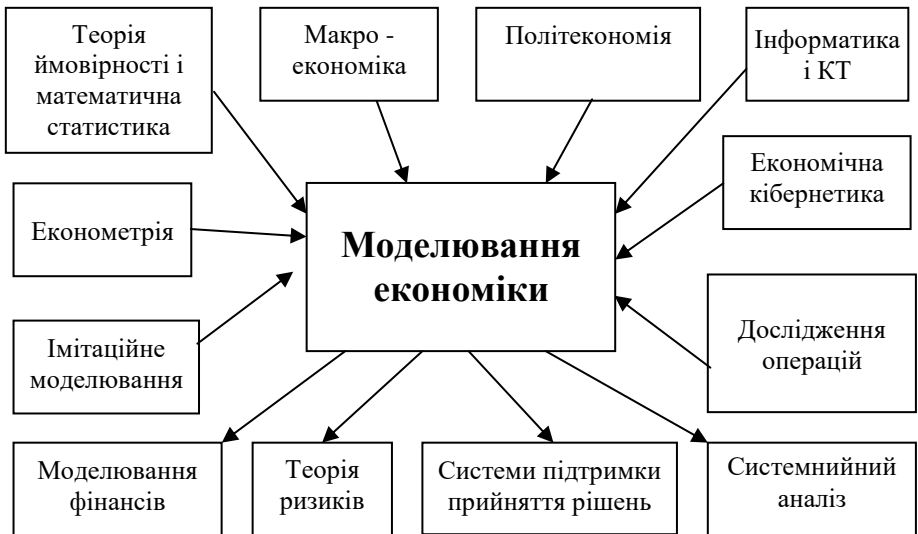
53. Turnowsky S. Methods of Macroeconomic Dynamics // The MIT Press, 1995.

## 15. ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра напрямку 0305 “Економіка і підприємництво”.
2. Електронна бібліотека на сервері лабораторії АПС кафедри економічної кібернетики за адресою: <http://server.rdgu-dkm.rv.ua/library/> .
3. **Бібліотеки:**
  - РДГУ: абонемент №1 – м. Рівне, вул. Остафова, 31, тел.22-59-15, абонемент №2 – м. Рівне, вул. Толстого, 3, абонемент №3 – м. Рівне, вул. Остафова, 41;
  - обласна наукова – м. Рівне, майдан Короленка, 6, тел.22-10-63;
  - міська – м. Рівне, вул. Київська, 44, тел. 24-12-47.

## СТРУКТУРНО – ЛОГІЧНА СХЕМА

дисципліни "Моделювання економіки" для студентів спеціальності  
"Економічна кібернетика"



Навчальне видання

Гладун Лариса Олексіївна

# **Моделювання економіки.**

*Друкується в авторській редакції*

Підписано до друку 25.01.2009 р.  
Формат 60 84 1/16. Папір друкарський. ум. друк. арк. 9,3.

Редакційно-видавничий відділ  
Рівненського державного гуманітарного університету,  
33028, м. Рівне, вул. Бандери, 12.

Свідотство про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

РВ №