

УДК 622.276.6:622.272:519.711.2

Петрівський Я.Б., д.т.н., проф. (Рівненський державний гуманітарний університет)

ЗАКОНОМІРНІСТЬ ГЕОТЕХНОЛОГІЧНОГО ФОРМУВАННЯ ОБЛАСТІ ОСЛАБЛЕНИХ ЗВ'ЯЗКІВ В МАСИВІ ГІРСЬКИХ ПОРІД

Запропоновано математичну модель поширення тріщини гідророзриву, що дозволяє оцінити розміри утвореної внаслідок цього в масиві гірських порід області ослаблених зв'язків. Отримані результати дозволяють встановити основні закономірності впливу контрольованих параметрів геотехнології та механічних властивостей гірських порід на процес формування області ослаблених зв'язків в масиві при утворенні тріщини гідророзриву.

The mathematical model of development of a hydraulic crack which allows to estimate the sizes formed as a result of it in a mountain breeds of area of the weakened communications is offered. The received results allow to establish the basic laws of influence of mechanical properties of mountain breeds and controllable parameters of hydraulic fracture on process of formation of area of the weakened communications in a space at formation of a crack.

Однією з потужних геотехнологій, що активно використовується для інтенсифікації видобутку корисних копалин, а отже для впливу та керування фізико-механічними властивостями гірського масиву, є гідравлічний розрив пласту (ГРП). Моделювання процесу розвинення тріщини, що на даний час залишається найбільш точним методом інтерпретації усього комплексу параметрів технології гідрозриву, передбачає визначення його основних характеристик – закон розкриття та довжину розвинення тріщини, які залежать від фізико-механічних властивостей гірських порід, реологічних властивостей робочого агента, режиму проведення ГРП. Серед відомих теоретичних моделей існують дві фундаментально різні, що широко застосовуються для прогнозування геометрії тріщин. До першої відносять модель Христиановича – Желтова, до альтернативної модель Перкінса – Керна. Вказані моделі різняться щодо принципів опису берегів тріщини в її вершині та є наслідком застосування методів лінійної теорії пружності для дослідження напружено-деформованого стану при наявності великих деформацій, що не відповідає реальній картині напружено-деформованого стану в вершині тріщини. Вказане протиріччя, відзначене ще Гріффітсом, стало основою моделей, в яких берега тріщин під впливом великих сил зчеплення (порядку теоретичної міцності) повинні змикатись плавно. При цьому всі відомі моделі неідеально крихких тіл ґрунтуються на веденні сил зчеплення між берегами тріщини та відріз-

няються тільки припущеннями відносно цих сил, тобто в таких моделях, на відміну від моделі ідеально крихкого тіла Гриффітса, кінцева зона не є автономною [1-4].

Разом із тим не менш важливим аспектом досліджень опису конкретних горно-технічних ситуацій в умовах деформацій та руйнування гірського середовища або деяких інженерних конструкцій є оцінка поширення області впливу результату проведення ГРП за межами утвореної тріщини розриву. Це передбачає вивчення стану гірського масиву в односторонній ділянці верхини тріщини в напрямку її розвинення.

У зв'язку із цим завданням дослідження є побудова такої математичної моделі процесу розвинення тріщини ГРП, що дозволить більш точно і коректно відобразити співвідношення між прикладеним напруженням – режим проведення ГРП (керовані на усті свердловини параметри: тиск нагнітання, інтенсивність закачування), довжиною тріщини, її розкриттям, і як наслідок – розміром утвореної області ослаблених зв'язків в масиві гірських порід.

На прикладі техногенного родовища, де технологію ГРП запропоновано застосувати для покращення фільтраційних властивостей підстилаючих порід [5], у комплексі сформульованих завдань досліджень, знайдено розв'язок лінійно-пружної задачі про розвинення симетричної тріщини ГРП у вертикальному напрямку [6,7]:

$$w(z,t) = \frac{k\pi}{4} \sqrt[3]{\left(\frac{48\lambda\mu}{k^2q_\infty}z + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2q_\infty}t + B\right)}, \quad (1)$$

де $w(z,t)$ – напіврозкриття тріщини, z – висота розвинення тріщини, t – час ГРП, λ – параметр, q_∞ – горизонтальна складова гірського тиску, μ – вязкість рідини розриву, $B = \left(\frac{4 \cdot w_0}{k \cdot \pi}\right)^3$, w_0 – розкриття початкової тріщини,

$k = \frac{2(1-\nu^2)}{E \cdot \pi} \cdot L \cdot q_\infty$, ν – коефіцієнт Пуасона, E – модуль пружності, L – півширина ділянки дії гідророзриву.

Із врахуванням початкових та крайових умов, які регламентують режим ГРП, закону розкриття тріщини (1), розвинення тріщини для кожного моменту часу t знайдено як розв'язок системи нелінійних рівнянь [5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{48 \cdot \lambda \cdot \mu}{k^2 \cdot q_\infty} \cdot h + \frac{48 \cdot \lambda^2 \cdot \mu}{k^2 \cdot q_\infty} \cdot t + B = 0 \\ -Lq_\infty k^3 \cdot \pi \left(\frac{48 \cdot \lambda^2 \cdot \mu}{k^2 \cdot q_\infty} t + B \right)^{\frac{4}{3}} = V_0 + Qt \\ \frac{p(z,t)}{q_\infty} - 1 = \left(\frac{48\lambda\mu}{k^2 q_\infty} \cdot z + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q_\infty} \cdot t + B \right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де h – максимальна висота поширення тріщини ГРП, V_0 – об’єм початкової тріщини, $p(z,t)$ – розподіл тиску всередині тріщини, Q – інтенсивність нагнітання робочого агенту.

Після виключення з системи (2) невідомого параметру λ отримано формули для оцінки розміру тріщини із врахуванням параметрів ГРП – тиск розриву, інтенсивність закачування:

$$w(z,t) = b \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt[3]{(h-z)}, \quad (3)$$

де

$$b = \frac{\pi \cdot k^3}{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{48 \cdot \mu}{q_\infty \cdot t}}, \quad \sigma_0 = \sqrt[6]{\left(\frac{p(0,t)}{q_\infty} - 1 \right)^3 - B}.$$

Для випадку витрат рідини розриву:

$$w(z,t) = \frac{V_0 + Q \cdot t}{6 \cdot h \cdot L} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{h-z}{h} \right)}. \quad (4)$$

Повздожнє розвинення тріщини розриву визначається формулою

$$h(t) = \frac{2 \cdot (V_0 + Q \cdot t) \cdot q_\infty}{3 \cdot k \cdot \pi \cdot L \cdot (p(0,t) - q_\infty)}. \quad (5)$$

Знайдений розв’язок пружної задачі про поширення тріщини гідророзриву передбачає плавне змикання берегів тріщини, що означає сингулярний розподіл напружень в околі вершини тріщини. На практиці геоматеріали при значних зовнішніх навантаженнях у вказаній області зазвичай мають межу текучості, що означає пластичність деформацій при напруженнях вище даного обмеження [8]. Таким чином, в околі вершини тріщини ГРП завжди існує область, де виникають пластичні деформації, а значить напруження не можуть бути сингулярними.

Для більш точного та коректного зображення співвідношень між прикладеними напруженнями, довжиною тріщини, розмірами області зруйнованих та ослаблених зв’язків пропонується при моделюванні процесу поширення

тріщини ГРП використовувати модель крихкої тріщини Леонова – Панасюка, яка формально еквівалентна моделям пружнопластичної тріщини Дагдейла та крихкої тріщини Баренблатта, хоча її механічний зміст дещо інший. В даній моделі тріщини враховується наявність кінцевої зони R тріщини, де її береги притягуються з постійним напруженням σ , якщо відстань між ними не перевищує деякої величини $\delta_{кр}$. Якщо розкриття $w > \delta_{кр}$, то відповідно до концепції крихкої тріщини Леонова – Панасюка, взаємодія між берегами тріщини відсутня. Зону довжиною R називають зоною ослаблених зв'язків (рис. 1). В околі кожної точки даної зони встановлено два параметри, що характеризують місця початку та кінця руйнування та відповідають двом критеріям руйнування [3, 4]:

- 1) умова скінченності напружень у кінцевій зоні тріщини, тобто $K = 0$, де K – коефіцієнт інтенсивності напружень у вершині тріщини;
- 2) умова перетворення в нуль сил зчеплення в точці переходу від зони ослаблених зв'язків до зони зруйнованих зв'язків. Величина σ вважається рівною межі крихкої міцності, тобто напруженню руйнування при відсутності пластичних деформацій.

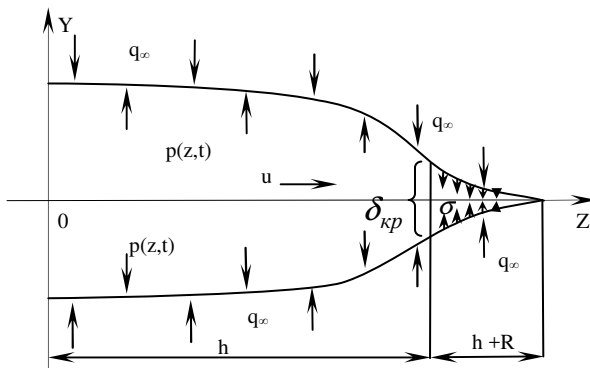


Рис. 1. Модель тріщини ГРП із врахуванням області ослаблених зв'язків

Критичною умовою поширення тріщини є рівність

$$2 \cdot w(h,t) = \delta_{кр}, \quad (6)$$

де $\delta_{кр}$ – критичне розкриття тріщини, $w(h,t)$ – розкриття тріщини в напрямку вісі Y.

Умова 2 означає, що при деякому значенні відхилення берегів тріщини $\delta_{кр}$, що є характеристикою геоматеріалу, сили зчеплення перетворюються в нуль, що і призводить до умови $K=0$ в точці ($x = h$) переходу від зони осла-

блених зв'язків до зони зруйнованих зв'язків.

Розкриття тріщини ГРП та діюче навантаження при відсутності області ослаблених зв'язків згідно запропонованого вище розв'язку можна знайти за формулами (3)-(5).

В загальному випадку для тріщини деякого значення поширення s внаслідок діючого навантаження $\sigma_0 = \varphi(s)ds$ дані формули набувають наступного вигляду:

$$dw = b \cdot \varphi(s) \cdot \sqrt[3]{(s-z)} ds, \quad (7)$$

$$dp = q_\infty \cdot \left(\frac{4 \cdot b}{k \cdot \pi} \cdot \varphi(s) \cdot \sqrt[3]{(s-z)} + 1 \right) ds. \quad (8)$$

Тоді, згідно принципу суперпозицій, для множини тріщин різного значення довжини поширення s ($h < s < h+R$), враховуючи наявність області ослаблених зв'язків довжиною R та малої відстані $\delta_{кр}$, що відокремлює берега тріщини в точці h , згідно формул (7), (8) отримаємо наступні співвідношення:

$$w(z,t) = \begin{cases} b \int_h^{h+R} \varphi(s) \sqrt[3]{(s-z)} ds & \text{для } z < h, \\ b \int_z^{h+R} \varphi(s) \sqrt[3]{(s-z)} ds & \text{для } h < z < h+R, \\ 0 & \text{для } z > h+R \end{cases} \quad (9)$$

$$p(z,t) = q_\infty \int_h^z \left(\frac{4b}{k\pi} \varphi(s) \sqrt[3]{(z-s)} + 1 \right) ds \cdot \quad (10)$$

для $h < z < h+R$

Відомо, що гарантованою умовою утворення вертикальних тріщин гідророзриву є забезпечення такого режиму зростання тиску всередині свердловини, при якому виконується умова [9]:

$$p_c = \sigma_p + 2 \cdot q_\infty, \quad (11)$$

де, σ_p – граничне значення міцності породи на розрив.

Враховуючи умову (11) та сформульовану задачу, можна зробити висновок про те, що для стійкого розвинення тріщини ГРП необхідно створення в області ослаблених зв'язків, з метою подолання стягуючих напружень між берегами тріщини, еквівалентного навантаження, не меншого значення ніж

p_c . Протидію існуючим стягуючим навантаженням забезпечимо, якщо задамо функцію $\varphi(s)$ так, щоб в області ослаблених зв'язків для кожної тріщини розриву розміром s ($h < s < h+R$) виконувалась наступна умова компенсації

$$\int_h^z (\sigma_p + 2q_\infty) ds = q_\infty \int_h^z \left(\frac{4b}{k\pi} \varphi(s) \sqrt[3]{(z-s)+1} \right) ds. \quad (12)$$

З умови (12) для визначення значення необхідної компенсаційного навантаження $\varphi(s)$ отримаємо наступне рівняння:

$$\sigma_p \cdot (z-h) = \frac{4 \cdot b \cdot q_\infty}{k \cdot \pi} \cdot \int_h^z \varphi(s) \cdot \sqrt[3]{(z-s)} ds. \quad (13)$$

Рівняння (13) є інтегральним рівнянням Вольтерра першого роду з ядром $K(z, s) = (z-s)^{\frac{1}{3}}$ типу згортки [10].

В результаті розв'язку рівняння отримаємо наступний вигляд компенсаційного навантаження $\varphi(z)$:

$$\varphi(z) = \frac{3\sqrt{3} \cdot (\sigma_p + q_\infty) \cdot k}{8 \cdot b \cdot q_\infty} \cdot (z-h)^{\frac{-1}{3}}. \quad (14)$$

На основі розв'язку (14), враховуючи значення діючого навантаження на усті свердловини в процесі ГРП(режим нагнітання), оцінку значення поширення області ослаблених зв'язків знайдемо, розв'язавши рівняння відносно R :

$$\sigma_0 = \frac{3\sqrt{3} \cdot (\sigma_p + q_\infty) \cdot k}{8 \cdot b \cdot q_\infty} \cdot \int_h^{h+R} (s-h)^{\frac{-1}{3}} ds. \quad (15)$$

Знайшовши інтеграл у правій частині рівняння (15) у вказаних межах, із врахуванням значення характеризуючої функції σ_0 , отримаємо значення поширення області ослаблених зв'язків:

$$R = \left(\frac{16 \cdot \sigma_0 \cdot b \cdot q_\infty}{9\sqrt{3} \cdot (\sigma_p + q_\infty) \cdot k} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (16)$$

Відповідно до співвідношень (9) розвиток тріщини ГРП під дією розклинюючого агента на ділянці зруйнованих зв'язків (розкриття тріщини) та де-

формаційні зміщення в області ослаблених зв'язків для кожного моменту часу t запишуться в наступному вигляді:

$$w(z,t) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}k}{8q_\infty} (\sigma_p + q_\infty) \int_h^{h+R} \sqrt[3]{\frac{s-z}{s-h}} ds & \text{для } z < h, \\ \frac{3\sqrt{3}k}{8q_\infty} (\sigma_p + q_\infty) \int_z^{h+R} \sqrt[3]{\frac{s-z}{s-h}} ds & \text{для } h < z < h+R, \\ 0 & \text{для } z > h+R \end{cases} \quad (17)$$

Формула (17) дозволяє знайти критичну умову розкриття тріщини ГРП, а саме на основі умови (6) сили зчеплення перетворюються в нуль в точці $z = h$ – переходу від ділянки ослаблених зв'язків до області зруйнованих зв'язків. Враховуючи вказані співвідношення, отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta_{кр} &= 2 \frac{3\sqrt{3}k}{8q_\infty} (\sigma_p + q_\infty) \int_h^{h+R} \sqrt[3]{\frac{s-h}{s-h}} ds = \\ &= \frac{3\sqrt{3} \cdot k}{4 \cdot q_\infty} (\sigma_p + q_\infty) \cdot R \\ \delta_{кр} &= \frac{16}{9 \cdot \sqrt[4]{3}} \sqrt{\frac{q_\infty}{(\sigma_p + q_\infty) \cdot k}} \cdot (\sigma_0 \cdot b)^{\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для ілюстрації розрахунку з визначення поширення області ослаблених зв'язків в масиві гірських порід, внаслідок утворення тріщини розриву, проведено чисельний експеримент для наступних модельних параметрів гідророзриву: $q_\infty = 10 \text{ МПа}$, $\mu = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $L = 2 \text{ м}$, $z_0 = 0,1 \text{ м}$, $Q = 0,5 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$, $t = 3 \text{ с}$, та механічних властивостей гірських порід: $E_1 = 5 \text{ ГПа}$, $\nu_1 = 0,3$, $\sigma_{p1} = 30 \text{ МПа}$, $E_2 = 10 \text{ ГПа}$, $\nu_2 = 0,23$, $\sigma_{p2} = 5 \text{ МПа}$, $E_3 = 30 \text{ ГПа}$, $\nu_3 = 0,2$, $\sigma_{p3} = 10 \text{ МПа}$, що відповідає середнім показникам механічних властивостей пісковика, аргиллітів та глиняних сланців.

В таблиці наведено результати розрахунку основних характеристик ГРП: максимальне поширення та розкриття тріщини, критичне розкриття, поширення області ослаблених зв'язків. У наступній серії розрахунків вивчено вплив параметру σ_p на поширення області ослаблених зв'язків та критичного розкриття тріщини, що обумовлено значною варіацією даного параметру

навіть для порід одного петрографічного найменування залежно від складу та структури породи.

Таблиця

Параметри тріщини ГРП із урахуванням області зруйнованих та ослаблених зв'язків та критичного розкриття тріщини

Гірська порода	Максимальне поширення – h_{\max} (м)	Максимальне розкриття – w_{\max} (м)	Область ослаблених зв'язків – R (м)	Критичне розкриття тріщини – $\delta_{кр}$ (м)
Пісковик	19,7	$6,34 \cdot 10^{-3}$	0,132	$1,6 \cdot 10^{-3}$
Аргиліти	27,1	$4,58 \cdot 10^{-3}$	0,8	$1,8 \cdot 10^{-3}$
Глинисті сланці	46,9	$2,65 \cdot 10^{-3}$	0,89	$9,4 \cdot 10^{-4}$

Нижче на рис. 2 та рис. 3 наведено результатів розрахунку.

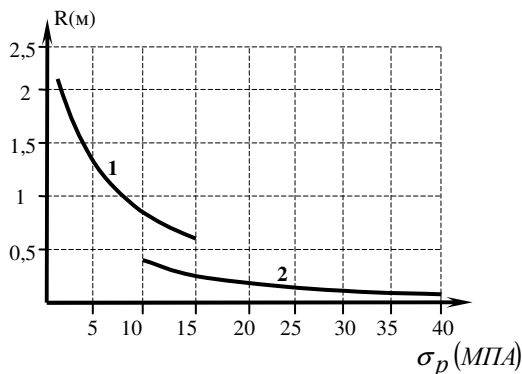


Рис. 2. Залежність поширення області ослаблених зв'язків від значення σ_p при проведенні ГРП: 1 – глинисті сланці; 2 – пісковик

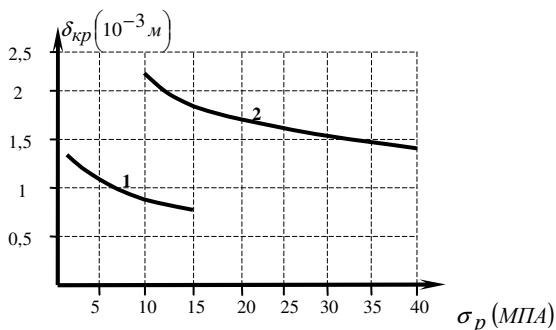


Рис. 3. Залежність критичного розкриття тріщини $\delta_{кр}$ від значення σ_p при проведенні ГРП: 1 – глинисті сланці; 2 – пісковик

На основі результатів досліджень можна зробити висновок про те, що поширення області ослаблених зв'язків в масиві, який містить тріщину гідророзриву, залежить як від значення модуля пружності, так і від граничного значення модуля пружності на розрив та є більшим для порід, які володіють меншим значенням параметру σ_p при більшому значенні модуля Юнга. Для випадку порід одного петрографічного найменування поширення області ослаблених зв'язків більше при менших значеннях показника міцності породи на розрив.

1. Желтов Ю.П. Деформации горных пород. – М.: Недра, 1966. – 198с.
2. Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir stimulation. – Wiley & Sons Ltd. West Sussex, England. – 2000. – 858 p.
3. Broberg K.B. Cracks and Fracture. – Academic Press, 1999. – 752 p.
4. Селиванов В.В. Механика разрушения деформируемого тела. – М.: Изд. МГТУ им. И.Э. Баумана, 1999. – 420 с.
5. Закономерность снижения радиоактивности техногенных формаций при бактериальном выщелачивании урана / Черней Э.И., Булат А.Ф., Садовенко И.А. и др. – Рівне: Волин. обереги, 2004. – 572 с.
6. Sadovenko I., Petrivsky Y., Rudakov D. Crack extension in rock under the artificial mineral deposit caused by injection of a fracturing non-Newtonian fluid //Вісник Національного гірничого університету України. – 2008. – №6. – Р. 34-37.
7. Петривский Я.Б. Научные основы геотехнологического извлечения урана из техногенных месторождений. – Рівне: Видавничий комплекс «Острозька академія», 2008. – 400 с.
8. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика.– М.:Недра, 1999.– 247 с.
9. Михалюк А.В. Торпедирование и импульсный гидроразрыв пластов. – К.: Наукова думка, 1986. – 208 с.
10. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. – М.: Физматлит, 2002. – 159 с.

Рецензент: д.т.н., професор Власюк А.П. (НУВГП)